

---

## Il calcolo degli elementi delle strutture di legno

### Le basi principali

#### 1 Introduzione

Con "calcolo di un elemento strutturale" si intende di regola l'insieme delle operazioni necessarie a verificare l'adeguatezza dell'elemento stesso e, in generale di tutta la costruzione, a svolgere la sua funzione di struttura portante. Si tratta cioè di applicare i principi e le regole della tecnica e della scienza dell'ingegneria strutturale, o in una definizione piuttosto metaforica della statica delle costruzioni. Il termine calcolo si riferisce alla inevitabile applicazione della matematica per la determinazione di sforzi, sollecitazioni, resistenze, deformazioni, sezioni minime, margini di sicurezza e altro. Esso deve probabilmente essere riferito al fatto che fino a poche decine di anni fa una buona parte del tempo di lavoro di un ingegnere specialista di questo ramo era dedicato alla risoluzione matematica degli algoritmi necessari alla determinazione dei valori numerici. A quell'epoca la conoscenza approfondita delle problematiche a monte dei calcoli matematici veniva tacitamente e semplicemente supposta. Dal canto suo l'ingegnere cosciente della mole di lavoro matematico necessario ad arrivare alla soluzione degli algoritmi investiva sforzi notevoli nella preparazione della parte matematica del suo lavoro, in modo da comunque ridurla al minimo.

Con l'evoluzione dei calcolatori numerici prima, delle calcolatrici elettroniche tascabili poi, e dei potenti strumenti informatici di calcolo disponibili ovunque al giorno d'oggi, la parte di lavoro rigorosamente numerica non viene più svolta direttamente dall'ingegnere, ma da una macchina che, partendo da un'impostazione di dati sul problema posto, provvede in tempi rapidissimi all'analisi numerica fornendo altrettanto rapidamente la soluzione numerica del problema impostato. Un indubbio vantaggio portato da questi strumenti risiede nel fatto che il tempo prima necessario per lo svolgimento del calcolo matematico può essere utilizzato altrimenti; inoltre la possibilità di risolvere algoritmi di ogni tipo e molto complessi in tempi brevi permette non solo di non dover preparare accuratamente ogni operazione matematica, ma addirittura di risolvere diverse varianti dello stesso problema, per poterle poi confrontare e valutare. Il rischio di perdere il controllo della situazione e di cedere alla tentazione di trasferire allo strumento informatico anche una parte della definizione del problema o della sua interpretazione, è purtroppo la conseguenza di questo processo di automazione del calcolo matematico. Sta al progettista non cedere a questa tentazione dalle conseguenze spesso catastrofiche, riconoscere le proprie capacità e competenze nel gestire il problema del "calcolo strutturale" in relazione al problema posto e sottoporre ad un attento e critico esame tutto quanto il prezioso ed infaticabile aiutante elettronico gli fornisce.

La definizione di "calcolo di un elemento strutturale", di cui ci occupiamo in questo capitolo, resta quindi invariata, anche se di fatto i compiti del progettista in questa fase del suo lavoro sono molteplici, di natura in parte numerica o matematica, ma al giorno d'oggi decisamente solo nel caso di esercizi accademici esclusivamente di questo tipo. In realtà il progettista è chiamato a costruire e a dimensionare la struttura portante della costruzione.

Prima di occuparci del dimensionamento è però doveroso chiarire un'altra fonte di disguidi, errori e conseguenze poco piacevoli. Il calcolo come è stato appena definito e come lo trattiamo in seguito è soltanto una parte del lavoro di progettazione e d'ingegneria necessario alla corretta elaborazione di un progetto. Senza voler entrare nel merito della divisione dei compiti di progettazione fra diversi specialisti, si può senz'altro affermare che la parte tecnica del lavoro di progettazione comprende diversi aspetti di importanza abbastanza equivalente. Fra di essi si possono citare:

- la protezione del legno

- 
- la protezione antincendio
  - la risposta al sisma
  - la concezione dei dettagli costruttivi
  - gli aspetti ecologici e energetici
  - la produzione, l'esecuzione e il montaggio
  - il dimensionamento o "calcolo"
  - le prescrizioni di uso e di manutenzione.

Il fatto che nessuno di questi elementi possa essere ritenuto indipendente dagli altri sembra essere abbastanza evidente. Permette però ancora una volta di sottolineare quanto sia variegato il compito del progettista e - se ancora necessario - quanto sia scorretto ridurlo ad un insieme di operazioni matematiche.

L'aspetto economico di un progetto edilizio non fa parte degli elementi di natura rigorosamente tecnica o scientifica del progettista e non è quindi contenuto in questa lista. Si tratta comunque di un ulteriore aspetto essenziale del lavoro di progettazione.

Nei capitoli seguenti sono indicate le basi principali per il dimensionamento degli elementi strutturali di legno più semplici.

## 2 Principi del dimensionamento

Il dimensionamento di un elemento di una struttura portante si basa essenzialmente sulla verifica numerica che

- una sufficiente sicurezza rispetto al collasso della struttura o dell'elemento considerato sia assicurata
- le deformazioni della struttura o dell'elemento considerato siano contenute entro i limiti necessari a garantirne il funzionamento per l'uso previsto.

La prima condizione è inderogabile e può essere definita come essenziale: essa garantisce una resistenza sufficiente della struttura, ne evita quindi la rottura per sovraccarico e si basa su un margine di sicurezza che è definito più sotto.

La seconda condizione si riferisce piuttosto al buon funzionamento della struttura della costruzione considerata. I valori limite delle deformazioni, quali le frecce o gli spostamenti laterali massimi, sono spesso considerati come fattori estetici o di servizio, che non influenzano direttamente la sicurezza della struttura. Questa condizione influenza principalmente la rigidezza della struttura, e quindi direttamente anche le sue dimensioni. Deroghe ai limiti fissati nelle diverse normative o altre prescrizioni possono in linea di principio essere accettate, a condizione di essere giustificate e di non portare pregiudizio al buon funzionamento della struttura. Occorre sottolineare che tali deroghe devono essere considerate come delle eccezioni alle regole, e quindi corredate da argomentazioni tecniche scientificamente comprovate e comunemente accettabili. Da un punto di vista rigorosamente tecnico non va inoltre dimenticato, che deformazioni eccessive possono avere un'influenza importante sul comportamento meccanico di tutta la struttura e in casi estremi ridurre notevolmente i margini di sicurezza ammessi nei modelli di calcolo comunemente usati.

### 2.1 Premesse sulle normative in uso

Al momento attuale la situazione sul piano della normativa in vigore nel campo della costruzione di legno è tutt'altro che univoca e ben definita. Questo vale purtroppo sia a livello nazionale che a livello europeo. Inoltre è in corso un cambiamento sostanziale nella filosofia di base dell'applicazione dei principi di dimensionamento.

Senza entrare nei dettagli, è utile precisare che sul tipo di filosofia di applicazione dei principi di dimensionamento regna un accordo univoco e assoluto: tutte le norme attuali più recenti, come pure le proposte e bozze di modifica di quelle meno attuali, vanno quindi nella medesima direzione e possono essere definite come molto simili da questo punto di vista. Riguardo ai dettagli dei modelli strutturali da usare, come pure della definizione dei criteri di sicurezza da applicare, esistono purtroppo diverse opinioni anche dipendenti dalle nazioni coinvolte e dalle particolarità che vogliono e devono essere considerate di volta in volta.

In Italia non esiste attualmente una normativa nazionale per la costruzione di legno ufficialmente in vigore. Esiste per contro una normativa nazionale italiana in materia, nuova e molto attuale, che si trova al vaglio delle autorità competenti (Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici).

A livello europeo esiste una normativa per la costruzione di legno, che però non è accettata e applicata allo stesso modo in tutti i paesi e non gode del sostegno incondizionato di tutti gli specialisti coinvolti nel processo normativo comune. In diverse nazioni europee è stato abbandonata pochi anni fa l'idea di una normativa comune europea e ci si è concentrati sull'aggiornamento della normativa nazionale, in modo da adattarla ai requisiti e ai principi di dimensionamento più attuali.

Al momento attuale il progettista - in particolar modo in Italia - si trova quindi in una situazione piuttosto confusa, in quanto non dispone di una normativa nazionale formalmente in vigore e deve basarsi su normative estere o europee, che non corrispondono in modo ottimale alle esigenze specifiche nazionali. A ciò si aggiunge il fatto che in molti paesi sono appena state introdotte normative nuove, che pur essendo formalmente in vigore non sono ancora sistematicamente usate da tutti i progettisti.

Questo corso si basa in modo sistematico sui nuovi metodi di dimensionamento (detti "agli stati limite", vedi più sotto), con particolare riferimento all'Eurocodice 5 e alla nuova proposta di normativa italiana "nicole". Si tratta dello stesso metodo di dimensionamento che sta alla base di tutte le normative più moderne per la costruzione. Per la costruzione di legno ci si riferirà, in particolare, ai seguenti documenti:

- UNI-ENV 1995-1-1: Eurocodice 5. Progettazione delle strutture di legno. Parte 1-1: Regole generali e regole per gli edifici, proposta finale, dicembre 2003;
- Proposta di nuova Norma tecnica per la progettazione, esecuzione e collaudo delle costruzioni di legno, redatta dalla commissione per la redazione delle Norme tecniche Italiane per la progettazione, esecuzione e collaudo delle Costruzioni di Legno (N.I.CO.LE.), nota con il nome "nicole" e non ancora entrata formalmente in vigore;
- DIN 1052, edizione 2004-08: Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken - Allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau;
- SIA 265, costruzioni di legno, Norma Svizzera SN 505 265; ne esiste una traduzione completa in lingua italiana che si trova in fase di stampa e sarà disponibile entro la primavera 2005.

Si ricorda poi che, con la fine del corrente anno 2004, l'Autorità italiana competente dovrebbe emanare un decreto per potere adottare gli Eurocodici in sede nazionale, contenente anche alcuni valori specifici da utilizzare in Italia.

Inoltre si ricorda che:

- in Austria una normativa per la costruzione di legno è in fase di elaborazione
- non più attuale e quindi in ogni caso non consigliabile per applicazioni pratiche è la versione precedente dell'Eurocodice 5, dell'anno 1993, disponibile anche in lingua italiana (versione UNI-ENV).

Il "vecchio" metodo di dimensionamento (detto delle "tensioni ammissibili", vedi sotto) fa innegabilmente parte delle basi tecniche di molto professionisti ed è ancora oggi spesso applicato in fase di progettazione, malgrado in alcuni paesi le rispettive normative siano già state dichiarate formalmente fuori servizio. Si tratta in particolar modo della Norma DIN 1052 dell'anno 1991, usata frequentemente in Germania, Austria, Italia, Svizzera e in generale un po' ovunque. La normativa Svizzera corrispondente (SIA 164) non è mai stata pubblicata in lingua italiana e dovrebbe quindi essere piuttosto sconosciuta in Italia.

## 2.2 Verifica della sicurezza strutturale

La verifica della sicurezza strutturale di un elemento avviene tramite la dimostrazione che la sollecitazione meccanica dovuta ai carichi cui è sottoposto è sempre più grande del valore della resistenza del materiale corrispondente. La differenza fra questi due valori può essere definita come il margine di sicurezza rispetto al cedimento strutturale e viene espressa di regola sotto forma di rapporto. Si ottengono quindi le relazioni seguenti:

$$R > S$$

$$R - S = \text{Sicurezza}$$

$$\frac{R}{S} = \gamma$$

dove R = Resistenza alla rottura o al collasso  
S = Sollecitazione  
 $\gamma$  = Coefficiente di sicurezza

Il cedimento della struttura risulta quindi essere escluso quando il rapporto di sicurezza è più grande di 1.0. La sicurezza della struttura può essere definita come "verificata", quando il margine di sicurezza è ritenuto sufficientemente grande, cioè quando il coefficiente di sicurezza è più grande di un valore ben preciso. La differenza fra questo valore e 1.0 può essere definita come margine di sicurezza.

$$\gamma - 1.0 = \text{margine di sicurezza}$$

Il valore di tale margine di sicurezza viene deciso di regola dall'autorità di sorveglianza e stabilito nelle norme per la costruzione.

Questa rappresentazione è molto semplice e permette di illustrare il principio della sicurezza di una struttura. Purtroppo però il margine di sicurezza effettivo è influenzato da molti parametri, che devono essere considerati in modo indipendente. Infatti né la resistenza del materiale, né la grandezza delle sollecitazioni effettivamente presenti in un elemento strutturale possono essere definite in modo assoluto, ma soggiacciono alle leggi della fisica e della matematica probabilistica.

La verifica della sicurezza di una struttura secondo le normative attuali avviene su questa base, secondo quello che si definisce come il metodo degli stati limite o dei coefficienti di sicurezza parziali. Con "stati limite" si intende la verifica della sicurezza secondo il principio definito sopra, mentre il termine "parziale" sta ad indicare la suddivisione del rapporto di sicurezza in più coefficienti.

### 2.2.1 Gli stati limite ultimi

Con stati limite ultimi si indicano le situazioni in cui il collasso della struttura o la rottura di un elemento diventa possibile. La verifica della sicurezza secondo il metodo dei coefficienti parziali può essere espressa, in modo generico, nella forma seguente:

$$S \cdot \gamma_s \leq \frac{R}{\gamma_R}$$

dove S = sollecitazione  
 R = resistenza  
 $\gamma_R$  = coefficiente di sicurezza per la resistenza del materiale  
 $\gamma_s$  = coefficiente di sicurezza per le azioni

Il principio è rimasto invariato, ma sono stati introdotti due coefficienti di sicurezza separati e ben distinti: il valore della resistenza del materiale viene ridotto con il coefficiente di sicurezza pertinente, mentre il valore della sollecitazione viene aumentato. Questo permette di determinare le due grandezze essenziali - la sollecitazione e la resistenza - in modo indipendente fra di loro. La stessa verifica, sempre in modo generico, può essere scritta nella forma più semplice seguente:

$$S_d \leq R_d$$

$$S_d = S \cdot \gamma_s$$

$$R_d = \frac{R}{\gamma_R}$$

dove  $S_d$  = valore di calcolo della sollecitazione  
 $R_d$  = valore di calcolo della resistenza

In questo caso i coefficienti di sicurezza sono compresi nei valori di calcolo della resistenza e della sollecitazione, rappresentati con l'indice d e moltiplicati o ridotti con il rispettivo coefficiente di sicurezza.

Oltre ad una maggiore chiarezza nella rappresentazione, in questo modo la determinazione dei carichi e delle sollecitazioni è indipendente dalle caratteristiche meccaniche del materiale utilizzato. La parte della verifica riguardante la sollecitazione dipende dai carichi agenti sulla struttura, mentre la parte riguardante la resistenza dipende esclusivamente dal materiale usato per l'elemento della struttura considerato. Lo studio o la valutazione di esecuzioni dello stesso elemento con materiali diversi avviene quindi partendo dalle medesime sollecitazioni. Anche in questo caso l'applicazione pratica risulta più complessa, in quanto il tipo di materiale usato può influenzare il peso di una struttura in modo anche considerevole.

Questo tipo di verifica si presta comunque ad una semplificazione essenziale e fondamentale. La parte destra dell'ineguaglianza della verifica riguarda infatti esclusivamente le sollecitazioni, derivanti dai carichi e dalla loro combinazione determinante, mentre quella sinistra riguarda esclusivamente il materiale considerato e la sua resistenza. La prima è gestita e codificata esclusivamente nella normativa sui carichi e la seconda esclusivamente nella normativa sulle strutture - nel nostro caso - di legno.

### 2.2.2 Le combinazioni di carichi da considerare

Il calcolo dei carichi che agiscono su una struttura è regolato dal Decreto del Ministero dei lavori pubblici del 16 gennaio 1996 sulle Norme tecniche relative ai "Criteri generali per la verifica di sicurezza delle costruzioni e dei carichi e sovraccarichi", e dalla Circolare dello stesso Ministero del 4 luglio 1996, n. 156AA.GG./STC con le Istruzioni per l'applicazione delle medesime norme tecniche. Ci si limiterà qui ad indicare i principi fondamentali per determinare la combinazione di carichi determinante per la verifica della sicurezza della struttura. In particolare per la determinazione dei valori delle azioni sulle strutture si rimanda ai documenti citati.

Sulla struttura portante o su un suo elemento agiscono, normalmente, diversi carichi che possono essere considerati indipendenti fra di loro, almeno ai sensi delle loro grandezze statistiche. La considerazione del fatto che i diversi carichi da considerare sono soggetti a variazioni della loro grandezza e a incertezze nella loro determinazione porta a determinare combinazioni di carico risultanti dal cumulo di più azioni, in modo da ottenere le condizioni più sfavorevoli ai fini delle singole verifiche. La superposizione aritmetica di tutti i carichi agenti sulla struttura, in modo contemporaneo e con i rispettivi valori estremi di grandezza porterebbe a un carico totale estremamente improbabile e quindi a un sovradimensionamento eccessivo e inutile della struttura; per questo si determinano delle combinazioni sulla base di diversi coefficienti di sicurezza e di combinazione.

### 2.2.3 Stati limite ultimi - verifica della sicurezza della struttura

Il valore di carico determinante per la verifica della sicurezza agli stati limite ultimi viene determinato dalle combinazioni di azioni seguenti:

$$F_d = \gamma_g \cdot G_k + \gamma_q \cdot \left[ Q_{1k} + \sum_{i=2}^{i=n} (\psi_{0i} \cdot Q_{ik}) \right]$$

dove  $G_k$  = valore caratteristico delle azioni permanenti  
 $Q_{1k}$  = valore caratteristico dell'azione di base di ogni combinazione  
 $Q_{ik}$  = valore caratteristico delle azioni variabili fra loro indipendenti  
 $\gamma$  = coefficienti parziali di carico  
 $\gamma_g$  = 1.40 (o 1.0 in caso di effetto favorevole); 1.35 secondo la proposta "nicole"  
 $\gamma_q$  = 1.50 (o 0 in caso di effetto favorevole)  
 $\psi_{0i}$  = coefficiente di combinazione allo stato limite ultimo; in assenza di considerazioni statistiche specifiche si assume un valore di 0.7 per le azioni variabili.

È compito del progettista considerare tutte le combinazioni di carichi possibili e determinare quella più sfavorevole per ogni elemento della struttura in modo da procedere alla verifica sulla base della combinazione di carichi più sfavorevole; la verifica deve avvenire per l'elemento, o la sezione trasversale o la componente dell'elemento, con la sollecitazione massima.

### 2.2.4 Stati limite di esercizio - verifica dell'attitudine al servizio

Le combinazioni per la verifica degli stati limite di esercizio possono essere legate all'uso specifico della struttura in questione. In mancanza di indicazioni particolari si considerano le tre combinazioni seguenti:

- combinazioni rare:

$$F_d = G_k + Q_{1k} + \sum_{i=2}^{i=n} (\psi_{0i} \cdot Q_{ik})$$

- combinazioni frequenti:

$$F_d = G_k + \psi_{11} \cdot Q_{1k} + \sum_{i=2}^{i=n} (\psi_{2i} \cdot Q_{ik})$$

- combinazioni quasi permanenti

$$F_d = G_k + \sum_{i=1}^{i=n} (\psi_{2i} \cdot Q_{ik})$$

dove  $\psi_1$  = coefficiente atto a definire il frattile di ordine 0.95 delle azioni variabili

$\psi_2$  = coefficiente atto a definire il valore medio delle azioni variabili (parte quasi permanente delle azioni variabili).

In mancanza di indicazioni specifiche (ad esempio nazionali), i valori dei coefficienti  $\psi$  possono essere assunti come nella seguente tabella:

Azioni	$\psi_{0i}$	$\psi_{1i}$	$\psi_{2i}$
Carichi variabili in edifici abitativi	0.7	0.5	0.2
Uffici e negozi	0.7	0.6	0.3
Autorimesse	0.7	0.7	0.6
Vento e neve	0.7	0.2	0

Anche in questo caso è compito del progettista stabilire quali sono le combinazioni determinanti per la verifica della struttura considerata.

### 2.2.5 La resistenza dell'elemento strutturale

Il valore della resistenza dell'elemento considerato dipende dalla sua geometria, dal materiale da cui è composto e dal tipo di sollecitazione cui è sottoposto. Il valore di riferimento è sempre il valore caratteristico della resistenza per il tipo di sollecitazione considerata, che corrisponde al valore del frattile di ordine 5% della stessa.

Il coefficiente di sicurezza che permette di determinare il valore di dimensionamento della resistenza per la sollecitazione considerata è definito nella normativa corrispondente, nel nostro caso in una delle norme indicate più sopra (vedi anche capitolo 3.1).

### 2.3 Le tensioni ammissibili

L'uso esplicito dei coefficienti di sicurezza per le verifiche è una procedura abbastanza recente ed è entrata a far parte definitivamente della normativa per la costruzione di legno nel gennaio 2004, con la pubblicazione della nuova edizione della norma DIN 1052, normativa che - nella versione precedente - era ed è tuttora abitualmente usata in Italia. Non si tratta però di una novità assoluta, visto che le prime normative nazionali per il dimensionamento basate su questo principio sono entrate in vigore alla fine degli anni '70. In dipendenza della nazione di appartenenza e di



formazione del progettista si tratta di una novità con conseguenze più o meno importanti sul modo di procedere.

Il sistema "vecchio", ma che ancora sarà utilizzato per un certo periodo, è detto delle tensioni ammissibili e si basa su un principio a prima vista molto semplice. La verifica della sicurezza avviene secondo il principio che la sollecitazione effettiva deve essere al massimo di valore uguale a una sollecitazione massima ammissibile, e può essere rappresentata nel modo seguente:

$$\sigma_{\text{eff}} \leq \sigma_{\text{amm}} \quad \text{oppure} \quad \frac{\sigma_{\text{eff}}}{\sigma_{\text{amm}}} \leq 1.0$$

dove  $\sigma_{\text{eff}}$  = tensione effettiva dovuta all'azione delle azioni applicate  
 $\sigma_{\text{amm}}$  = tensione massima ammissibile

Il valore effettivo della sollecitazione è determinato sulla base delle azioni applicate secondo le indicazioni della normativa pertinente, dove di regola si trovano definiti diversi valori di carico a dipendenza dei casi di carico considerati, ma in nessun caso fattori di sicurezza. Allo stesso modo le sollecitazioni ammissibili sono indicate direttamente nelle norme, senza che si faccia riferimento ai coefficienti di sicurezza ammessi.

In altri termini i valori di resistenza del materiale usati in questo caso sono comprensivi dei margini di sicurezza, e quindi più ridotti se confrontati con i valori caratteristici da applicare nel caso della verifica secondo il metodo degli stati limite.

La differenza fra i due metodi di procedere risiede apparentemente soltanto nei coefficienti di sicurezza, che in un caso appaiono esplicitamente e nell'altro non sono visibili. Questa osservazione non è, in generale, corretta, anche se può apparire tale per elementi che, come nel caso del legno, siano da considerare a comportamento elastico lineare fino alla rottura. Nelle tensioni ammissibili, inoltre, è compreso un margine di sicurezza mai esplicitamente definito, che in parte tiene conto del tipo di sollecitazione considerata e almeno nel caso del legno non ha nessuna relazione diretta con i valori caratteristici della resistenza. Il passaggio da un metodo di calcolo all'altro per mezzo di coefficienti di correzione è quindi una procedura da applicare con molta prudenza. La determinazione dei carichi e delle sollecitazioni secondo le ipotesi di carico del nuovo sistema non corrisponde sempre a quella del vecchio sistema: l'uso contemporaneo della vecchia e della nuova normativa è quindi comunque da sconsigliare.

Allo stesso modo l'uso contemporaneo di normative di provenienza diversa e basate su diversi metodi di calcolo - per esempio per la determinazione delle sollecitazioni e per la determinazione delle resistenze - può portare spesso a applicazioni scorrette.

### 2.3.1 La proposta di tensioni ammissibili di "nicole"

La proposta di normativa "nicole" contiene delle indicazioni che permettono di definire dei valori ammissibili delle tensioni, o in generale della resistenza, che potrebbero permettere di procedere alle verifiche secondo il principio delle tensioni ammissibili, ma sulla base delle conoscenze tecniche più attuali, basate sulla determinazione dei valori di rottura e non delle tensioni ammissibili.

I "valori ammissibili" della resistenza possono in questo modo essere ottenuti partendo dai valori caratteristici della resistenza, secondo la formula seguente:

$$\sigma_A = f_k \cdot \frac{k_{\text{mod}}}{1.5 \cdot \gamma_M}$$



---

dove  $\sigma_A$  = valore ammissibile della resistenza  
 $f_k$  = valore caratteristico della resistenza  
 $k_{mod}$  = coefficiente di correzione, vedi cap. 3.1  
 $\gamma_M$  = coefficiente di sicurezza parziale del materiale, vedi cap. 3.1

In questo modo risulta possibile eseguire le verifiche di sicurezza nella forma classica secondo il metodo delle tensioni ammissibili, prendendo come riferimento per le caratteristiche del materiale i valori caratteristici delle proprietà meccaniche.

Le verifiche della sicurezza avvengono quindi secondo la forma:

$$\sigma \leq \sigma_A$$

dove  $\sigma$  = tensione effettiva causata dai carichi agenti sulla struttura  
 $\sigma_A$  = valore ammissibile della resistenza

I valori delle sollecitazioni effettive dovute all'azione dei carichi agenti sulla struttura devono in questo caso provenire da una normativa basata sul principio delle tensioni ammissibili, pur dovendosi prevedere l'analisi di tutte le combinazioni di carico (come nell'analisi agli stati limite) e definire il valore di  $k_{mod}$  per ciascuna di esse.

Risulta quindi possibile applicare una nuova normativa per le costruzioni di legno anche in combinazione con la determinazione dei carichi al livello delle tensioni ammissibili.

Il metodo delle tensioni ammissibili fa decisamente parte di una filosofia di dimensionamento ormai superata, anche se come detto ancora spesso messa in pratica, che non verrà qui approfondita ulteriormente.

## 2.4 Come districarsi

Sebbene l'argomento sembri molto complesso, una volta stabilito secondo quali principi, e quindi secondo quale normativa, si vuole o deve lavorare, il rischio di incorrere in errori di procedura è abbastanza ridotto. Il nuovo metodo degli stati limite può sembrare più complesso a prima vista, ma una volta riconosciuto non pone difficoltà maggiori del vecchio sistema.

Il progettista avrà cura di basare sempre tutti i calcoli su due normative che fanno parte della medesima generazione e sono quindi compatibili fra di loro: una che fornisce le ipotesi di carico per la struttura prevista e l'altra per le indicazioni sulla resistenza del materiale.

Più delicato diventa l'uso di materiale e strumenti di aiuto al dimensionamento, quali tabelle, prospetti, programmi informatici, e altro, che forniscono indicazioni per il dimensionamento della struttura (sezioni minime, numero di connettori, carichi massimi, valori di resistenza ammissibile, etc.) senza indicazioni esatte della normativa a cui si riferiscono o del tipo di valori forniti (stati limite ultimi, valori di calcolo, valori ammissibili). In particolar modo, in questo periodo di transizione fra un metodo di verifica e l'altro, è consigliabile usare molta prudenza nell'uso di documentazione "non ufficiale" e senza riferimenti precisi ed univoci alla normativa sulla quale si basa. In questo caso si può soltanto consigliare al progettista, che in ultima istanza è comunque responsabile del dimensionamento, di accettare soltanto indicazioni estremamente chiare e univoche, e comunque di verificare quanto consigliato da manuali o tabelle "non ufficiali".

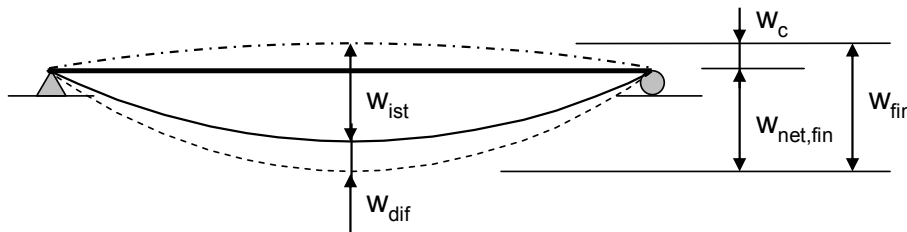
## 2.5 Gli stati limite d'esercizio

Il secondo criterio di dimensionamento riguarda lo stato limite alle condizioni effettive di esercizio. Di regola si verifica che le deformazioni dell'elemento considerato non superino dei limiti prestabiliti. In casi particolari, che qui non vengono trattati ulteriormente, può essere necessario considerare anche le vibrazioni e le oscillazioni della struttura.

Trattandosi di stati limite di esercizio, occorre tener conto dei carichi e delle sollecitazioni effettive agenti sulla struttura presa in considerazione. Il valore di calcolo delle sollecitazioni limite non è quindi aumentato per mezzo di alcuno coefficiente di sicurezza. Si terrà comunque conto dei carichi effettivi agenti sulla struttura, nella loro combinazione più sfavorevole secondo il capitolo 2.2.4.

Nel caso di una trave inflessa la deformazione può essere suddivisa nelle seguenti componenti:

- la deformazione iniziale  $w_{ist}$  al momento dell'applicazione del carico
- la deformazione totale  $w_{fin}$  corrispondente al valore massimo della deformazione effettiva tenendo conto degli effetti viscosi
- la deformazione totale  $w_{net,fin}$  rispetto alla posizione di riferimento teorica
- la contrefreccia  $w_c$ .



La deformazione iniziale vale come criterio per l'attitudine al funzionamento dell'elemento strutturale considerato e evita l'instaurarsi di deformazioni che possano creare un malfunzionamento della costruzione (pendenza della superficie "piana" troppo grande, fessure negli elementi rigidi e fragili delle installazioni) o delle difficoltà nell'utilizzazione (deformazioni percettibili).

Per la deformazione totale valgono le stesse considerazioni nel caso di effetti a lungo termine (compatibilità della deformazione della struttura con quella degli elementi secondari, dei rivestimenti o delle pareti intermedie e non portanti).

Con la deformazione effettiva si tiene conto dell'effetto dell'aspetto della struttura, cioè della deformazione soggettivamente percepita dall'occhio umano. L'uso di una contrefreccia permette rendere percettibile soltanto una parte della deformazione effettiva, evitando di aumentare la rigidità della struttura unicamente per ragioni estetiche.

### 2.5.1 L'applicazione pratica

La definizione dei limiti massimi delle deformazione dà spesso adito a discussioni. Non trattandosi di una condizione di sicurezza strutturale, ma di una questione di compatibilità di diverse parti della costruzione o addirittura estetica, sembra piuttosto sensato non fissare dei limiti categorici e lasciare al progettista un certo margine di manovra. Rientra quindi nella responsabilità del progettista definire in modo esatto i limiti massimi, tenendo conto della situazione effettiva di utilizzazione e delle caratteristiche della struttura presa in considerazione.

---

L'Eurocodice 5 e "nicole" - ma anche altre normative si comportano allo stesso modo - mettono a disposizione dei valori indicativi, che possono essere utili in caso di costruzioni normali e senza esigenze speciali.

I valori limite massimi, riferiti a una trave inflessa su due appoggi, consigliati dall'Eurocodice 5 sono:

- per  $w_{ist}$ :  $l/300$  fino a  $l/500$
  - per  $w_{net,fin}$ :  $l/250$  fino a  $l/350$
  - per  $w_{fin}$ :  $l/150$  fino a  $l/300$
- dove  $l$  è la campata della trave o la distanza fra gli appoggi.

I valori limite massimi raccomandati in "nicole" sono:

- per  $w_{2,ist}$ :  $l/300$
  - per  $w_{net,fin}$ :  $l/200$
  - per  $w_{2,fin}$ :  $l/200$
- dove  $l$  è la campata della trave o la distanza fra gli appoggi.

---

### 3 Particolarità del legno

I principi e i metodi indicati nei capitoli precedenti sono validi indipendentemente dal materiale usato per la struttura e costituiscono la base per il calcolo delle strutture secondo le normative più recenti e attuali. L'applicazione di questi principi presuppone però che si tenga conto delle caratteristiche particolari del materiale considerato, dove quest'ultime hanno un effetto sulla resistenza o sul comportamento meccanico del materiale.

Per quanto riguarda il materiale legno o i materiali a base di legno, occorre tener conto essenzialmente dell'effetto sul comportamento della durata dell'azione del carico e dell'umidità del legno.

#### 3.1 Verifica della resistenza strutturale

La resistenza alla rottura del legno dipende in generale dall'umidità dello stesso: un aumento dell'umidità provoca una riduzione della resistenza alla rottura. I valori contenuti nelle norme per il calcolo di elementi strutturali sono normalmente riferiti ad un'umidità del legno del 12%, cioè ad una umidità relativa dell'aria del 65% e ad una temperatura di 20 gradi. La verifica della sicurezza deve tener conto delle condizioni climatiche in cui viene a trovarsi l'elemento considerato. Per questo vengono definite 3 classi di servizio:

- classe di servizio 1: caratterizzata da un'umidità del materiale in equilibrio con ambiente a una temperatura di 20°C ed un'umidità relativa dell'aria circostante che non superi il 65% se non per poche settimane all'anno;
- classe di servizio 2: caratterizzata da un'umidità dei materiali in equilibrio con ambiente a una temperatura di 20°C ed un'umidità relativa dell'aria circostante che superi l'85% solo per poche settimane all'anno;
- classe di servizio 3: condizioni climatiche che prevedono umidità più elevate di quelle della classe di servizio 2.

In generale si può affermare che nella classe di servizio 1 rientrano tutti gli elementi che si trovano interamente all'interno di una costruzione dotata di riscaldamento; della classe di servizio 2 fanno parte tutti gli elementi che, pur non essendo all'interno di una costruzione chiusa, non sono esposti al contatto diretto con gli agenti atmosferici (cioè tutti gli elementi di legno protetti in modo costruttivo dalle intemperie); della classe di servizio 3 fanno parte tutti gli elementi di legno che non rientrano nelle altre due classi di servizio o che sono esposti al contatto diretto con l'acqua.

Va notato che questa suddivisione in classi di servizio si riferisce alla situazione normale della costruzione: possibili avvenimenti eccezionali e limitati nel tempo non influenzano l'assegnazione della classe di servizio.

Anche la durata dell'azione del carico influenza la resistenza del materiale. In particolar modo, nel caso di sollecitazioni molto elevate, si riscontra una diminuzione della resistenza del materiale in caso di carichi di lunga durata. Ciò significa che si può contare su una resistenza del materiale più elevata in caso di carichi di breve durata. Anche in questo caso sono state definite delle classi di durata del carico quale base per il calcolo. Le classi di durata del carico sono rappresentate nella tabella seguente.

classe di durata del carico	durata corrispondente	esempio
permanente	oltre 10 anni	peso proprio
lunga durata	6 mesi - 10 anni	carichi nei depositi
media durata	1 settimana - 6 mesi	carichi di servizio in generale
breve durata	< 1 settimana	neve (in parte)
istantanea	breve	carichi accidentali, vento

In caso di combinazioni di carichi di durata differente ci si riferirà al carico con la durata più breve per la determinazione della classe di durata della combinazione. Sono infatti le sollecitazioni più elevate a causare il danneggiamento e quindi la rottura del materiale: queste sollecitazioni estreme sono presenti soltanto durante l'azione contemporanea di tutti i carichi previsti dalla combinazione considerata, che si verifica soltanto durante un lasso di tempo pari alla durata dell'azione di più breve durata fra quelle contenute nella combinazione considerata.

Nel caso della neve occorre principalmente tener conto dell'andamento effettivo del carico della neve nel tempo. Ci si limiterà qui a osservare che secondo le indicazioni contenute in "nicole" il carico da neve è da ritenersi di breve durata fino ad un valore riferito al suolo  $q_{sk}$  di  $2.0 \text{ kN/m}^2$ , calcolato in uno specifico sito ad una certa altitudine. L'eventuale eccedenza rispetto a questo valore è da considerarsi istantanea.

L'effetto della durata del carico e quello dell'umidità del legno sono riassunti in un unico coefficiente di correzione apposito, denominato  $k_{mod}$ , con cui si determinano i valori di calcolo della resistenza del materiale. Si ottiene quindi

$$X_d = \frac{k_{mod} \cdot X_k}{\gamma_M}$$

dove

- $k_{mod}$  = coefficiente di correzione
- $X_k$  = valore caratteristico di una proprietà del materiale
- $X_d$  = valore di calcolo della stessa proprietà del materiale
- $\gamma_M$  = coefficiente di sicurezza parziale per le proprietà dei materiali

I valori caratteristici delle proprietà del materiale fanno parte delle caratteristiche tecniche di ogni materiale da costruzione e sono contenuti nelle norme rispettive o nella documentazione tecnica sul materiale stesso.

I valori del coefficiente parziale per le proprietà dei materiali sono stabiliti in base alla variabilità delle caratteristiche del materiale stesso, tenendo conto delle procedure usate in laboratorio per la determinazione delle medesime e delle misure di controllo della qualità cui è sottoposto il materiale durante la produzione e la lavorazione. Secondo l'Eurocodice 5 e secondo "nicole" valgono i valori di  $\gamma_M$  seguenti:

- per il legno massiccio:  $\gamma_M = 1.30$
- per il legno lamellare incollato:  $\gamma_M = 1.25$
- per il compensato:  $\gamma_M = 1.20$
- per il LVL:  $\gamma_M = 1.20$

I valori di  $k_{mod}$  si trovano nelle norme e sono riportati nella tabella seguente, sulla base dell'Eurocodice 5 e di "nicole", per gli elementi di legno massiccio, legno lamellare incollato, compensato e LVL, messi in opera ad una umidità corrispondente alle condizioni di esercizio. Per gli altri casi ci si riferirà alle indicazioni dell'Eurocodice 5.

Classe di durata del carico	Classe di servizio		
	1	2	3
permanente	0.60	0.60	0.50
lunga durata	0.70	0.70	0.55
media durata	0.80	0.80	0.65
breve durata	0.90	0.90	0.70
istantaneo	1.10	1.10	0.90

### 3.2 Stati limite di esercizio

Le deformazioni degli elementi strutturali dipendono dall'umidità del legno e sono soggetti agli effetti di viscosità del materiale in caso di carichi ad azione prolungata nel tempo.

Anche in questo caso viene definito un coefficiente - denominato  $k_{dif}$  - che tiene conto contemporaneamente dei due effetti citati. Si ottiene quindi:

$$w_{fin} = w_{ist} + w_{dif} \text{ e } w_{dif} = w'_{ist} \cdot k_{dif}$$

dove  $w_{fin}$  = deformazione totale  
 $w_{ist}$  = deformazione istantanea  
 $w_{dif}$  = deformazione differita, cioè dovuta agli effetti di umidità e viscosità  
 $w'_{ist}$  = deformazione istantanea dovuta alle combinazioni di carichi quasi permanenti, cioè ai carichi che provocano un effetto viscoso di aumento delle deformazioni.

Le indicazioni sui valori limite sono già state elencate nel capitolo 2.5.1. I valori di  $k_{dif}$ , per gli elementi di legno massiccio, legno lamellare incollato, compensato e LVL, messi in opera ad una umidità corrispondente alle condizioni di esercizio sono indicati nella tabella seguente.

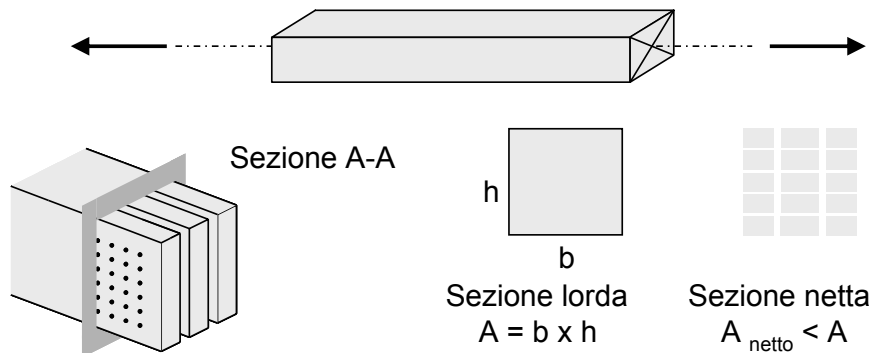
Tipo di legno	Classe di servizio		
	1	2	3
massiccio	0.60	0.80	2.00
lamellare incollato, LVL	0.60	0.80	2.00
compensato	0.80	1.00	2.50

In riferimento ai giunti e alle connessioni, ci si limita qui a ricordare che in ogni connessione a base di connettori meccanici si creano delle deformazioni locali (dovute alla deformabilità dei connettori e alla deformabilità locale del legno) che influenzano la deformazione di tutta la struttura e delle quali occorre tener conto durante la verifica degli stati limite d'esercizio di una struttura.

### 4 Verifiche della resistenza per gli stati limite ultimi

La resistenza di un elemento strutturale deve essere verificata in base alle sollecitazioni cui è sottoposto, nelle sezioni con la massima sollecitazione.

#### 4.1 Trazione parallela alla fibratura



Si tratta del caso di sollecitazione di elementi sottoposti a trazione pura. Deve essere soddisfatta la condizione:

$$\sigma_{t,0,d} \leq f_{t,0,d} \quad \text{oppure} \quad \sigma_{t,0,d} \leq \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{t,0,k}}{\gamma_M}$$

dove  $\sigma_{t,0,d}$  = valore di calcolo della tensione di trazione nella sezione determinante  
 $f_{t,0,k}$  = valore caratteristico della resistenza alla trazione del materiale considerato  
 $f_{t,0,d}$  = valore di calcolo della resistenza alla trazione per il caso considerato

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{N_d}{A_{\text{netta}}}$$

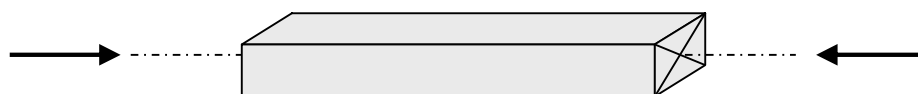
$A_{\text{netta}}$  = area netta della barra o area della sezione minima o netta

$N_d$  = valore di calcolo dello sforzo assiale per la combinazione di carichi determinante

Nel caso di aste tese occorre tener presente che esse presentano praticamente sempre una riduzione della sezione alle estremità, nella zona delle connessioni. L'uso di connettori meccanici impone infatti praticamente sempre una riduzione della sezione di legno a causa dei fori e degli intagli necessari per i connettori. Questa sezione ridotta risulta essere la sezione trasversale della barra sottoposta alla sollecitazione più grande e quindi determinante per la verifica.

La conclusione che, nel caso normale di elementi a sezione costante, la verifica della resistenza deve essere eseguita nella zona delle connessioni è quindi più che corretta. Risulta quindi evidente anche l'importanza della concezione costruttiva delle connessioni in vista di un dimensionamento razionale delle altre parti della struttura.

#### 4.2 Compressione parallela alla fibratura



Si tratta del caso delle barre sottoposte a compressione pura, per esempio dei pilastri caricati in modo centrico e senza flessione trasversale.



La verifica della resistenza avviene in modo simile al caso della trazione pura.

$$\sigma_{c,0,d} \leq f_{c,0,d} \quad \text{oppure} \quad \sigma_{c,0,d} \leq \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{c,0,k}}{\gamma_M}$$

dove  $\sigma_{c,0,d}$  = valore di calcolo della tensione di compressione nella sezione determinante  
 $f_{c,0,k}$  = valore caratteristico della resistenza alla compressione del materiale considerato  
 $f_{c,0,d}$  = valore di calcolo della resistenza alla compressione per il caso considerato

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A_{\text{lorda}}}$$

$A_{\text{lorda}}$  = area lorda dell'asta o area della sezione senza intagli  
 $N_d$  = valore di calcolo dello sforzo assiale per la combinazione di carichi determinante

In questo caso non si tiene conto delle riduzioni della sezione, in quanto la trasmissione della compressione è normalmente possibile per semplice contatto verso i connettori o altri elementi: gli intagli e i fori hanno quindi un effetto molto meno sfavorevole che nel caso della trazione. Inoltre il comportamento decisamente meno fragile del materiale permette una migliore redistribuzione degli sforzi all'interno della sezione in prossimità delle eventuali riduzioni della sezione. La verifica avviene quindi sulla base dell'area cosiddetta lorda della sezione.

Per contro, nel caso delle aste compresse, occorre verificarne la stabilità, in quanto sono sottoposte al fenomeno di instabilità che può provocarne lo sbandamento laterale. La verifica allo sbandamento di un elemento compresso senza flessione avviene secondo la seguente disequazione:

$$\sigma_{c,0,d} \leq k_c \cdot f_{c,0,d} \quad \text{oppure} \quad \sigma_{c,0,d} \leq k_c \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{c,0,k}}{\gamma_M}$$

dove  $\sigma_{c,0,d}$  = valore di calcolo della tensione di compressione nella sezione determinate  
 $f_{c,0,k}$  = valore caratteristico della resistenza alla compressione del materiale considerato  
 $f_{c,0,d}$  = valore di calcolo della resistenza alla compressione per il caso considerato  
 $k_c$  = coefficiente di tensione critica per lo sbandamento

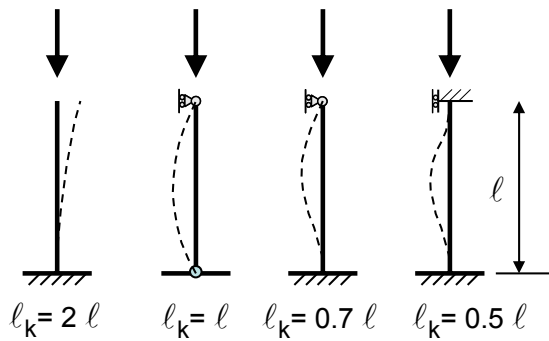
$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A_{\text{lorda}}}$$

$A_{\text{lorda}}$  = area lorda della barra o area della sezione senza intagli  
 $N_d$  = valore di calcolo dello sforzo assiale per la combinazione di carichi determinante

Il coefficiente  $k_c$  tiene conto della possibile instabilità della barra, riducendone la resistenza. Questa verifica è generalmente determinante per le aste compresse ed è a prima vista relativamente complessa, anche se si tratta semplicemente di applicare un calcolo di stabilità semplificato e definito sotto forma di formule matematiche. Il metodo qui indicato, denominato anche "metodo dell'asta equivalente" è tratto direttamente dall'Eurocodice 5 o da "nicole".

Lo sbandamento dipende dalle condizioni geometriche del sistema statico e dalla rigidezza della sezione dell'asta considerata. Le condizioni geometriche del sistema sono definite dalla lunghezza di libera inflessione, che rappresenta la lunghezza dell'asta semplice - cioè con due cerniere alle

estremità - con la stessa forza critica di sbandamento della barra considerata, cioè con lo stesso comportamento di stabilità. La lunghezza di libera inflessione per i casi più comuni è rappresentata nella figura seguente.



Il coefficiente di tensione critica vale:

$$k_c = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 + \lambda_{rel,z}^2}}$$

dove  $\lambda_{rel,z} = \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{c,crit,z}}}$

z = asse di riferimento per lo sbandamento nel caso considerato

$$\sigma_{c,crit,z} = \frac{\pi^2 E_{0,05}}{\lambda_z^2}$$

$$k_z = 0.5(1 + \beta_c(\lambda_{rel,z} - 0.5) + \lambda_{rel,z}^2)$$

$$\lambda_z = \frac{l_k}{i}$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

i = raggio d'inerzia della sezione

I = inerzia della sezione (rispetto all'asse perpendicolare al piano in cui avviene lo sbandamento)

$l_k$  = lunghezza critica di sbandamento

$\beta_c$  = 0.2 nel caso di legno massiccio

$\beta_c$  = 0.1 nel caso di legno lamellare

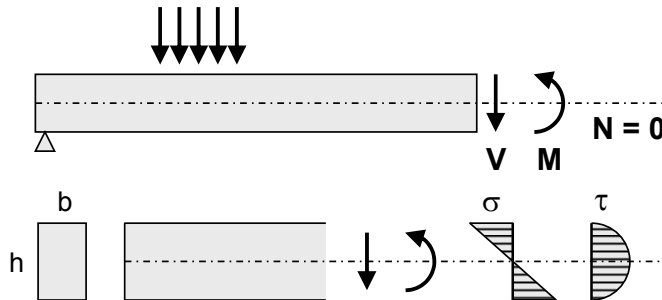
$\lambda_{rel}$  = snellezza relativa

$\lambda_z$  = snellezza geometrica rispetto all'asse considerato

Nel calcolo della tensione critica euleriana  $\sigma_{c,crit,z}$  si usa il valore caratteristico del modulo di elasticità  $E_{0,05}$  in quanto occorre tener conto dello stato limite ultimo per il quale deve essere svolta la verifica.

Il coefficiente  $\beta_c$  tiene conto delle differenti tolleranze rispetto alla rettilineità per il legno lamellare incollato e per il legno massiccio: queste tolleranze si manifestano in una diversa curvatura iniziale dell'elemento e influenzano quindi direttamente il suo comportamento in caso di sbandamento.

### 4.3 Travi inflesse



Le travi sottoposte a sollecitazione composta di flessione e taglio sono sollecitate da momento flettente e da forza di taglio. La distribuzione degli sforzi interni, dalla quale determinare le sezioni con le maggiori sollecitazioni dovute alla flessione o al taglio, dipende dal sistema statico della trave.

Nel caso di una trave semplice la sollecitazione alla flessione maggiore sarà nella sezione centrale, mentre lo sforzo di taglio maggiore sarà in prossimità degli appoggi. Nel caso invece di una trave su più appoggi, spesso le sezioni trasversali in prossimità degli appoggi intermedi sono sollecitate dal momento flettente massimo e dallo sforzo di taglio massimo. Le verifiche a flessione e a taglio avvengono però sempre in modo indipendente, anche se la sezione determinata è la medesima in entrambi i casi.

#### 4.3.1 Verifica a flessione

Nel caso usuale della trave inflessa con flessione semplice (unico piano di sollecitazione parallelo ad un asse principale della sezione), la verifica avviene nel modo seguente:

$$\sigma_{m,d} \leq f_{m,d} \quad \text{oppure} \quad \sigma_{m,d} \leq \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M}$$

dove  $\sigma_{m,d}$  = valore di calcolo della tensione di flessione nella sezione determinante  
 $f_{m,k}$  = valore caratteristico della resistenza alla flessione del materiale considerato  
 $f_{m,d}$  = valore di calcolo della resistenza alla flessione per il caso considerato

$$\sigma_{m,d} = \frac{M_d}{W}$$

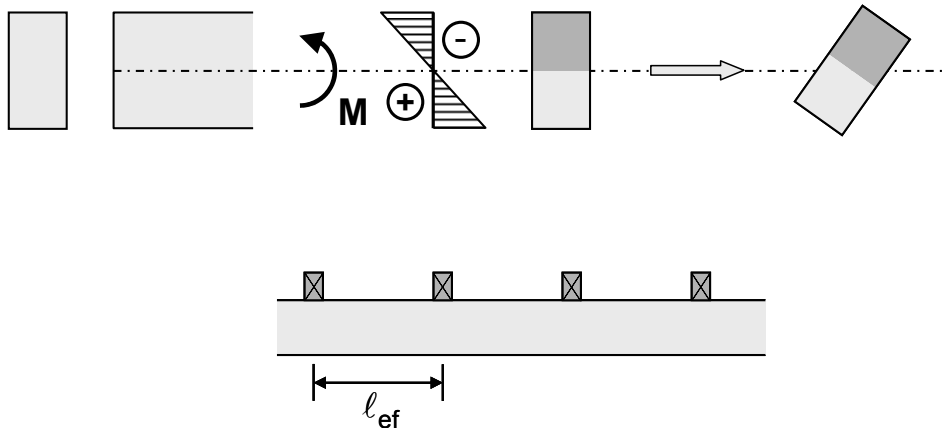
$M_d$  = valore di calcolo del momento flettente nella sezione trasversale considerata per la combinazione di carichi determinante

$W$  = momento resistente della sezione considerata

$$W = \frac{bh^2}{6} \quad \text{per sezioni rettangolari di altezza } h \text{ e larghezza } b$$

Questa forma della verifica presuppone però l'assenza di fenomeni di instabilità dovuti allo svergolamento della trave, cioè vale solo se lo spostamento laterale della parte compressa della trave è completamente impedito su tutta la lunghezza della trave, per esempio tramite una copertura o una pannellatura fissata su tutta la lunghezza della trave.

In caso contrario occorre tener conto della possibilità di svergolamento della trave. Lo svergolamento della trave inflessa è una forma di instabilità dovuta allo spostamento laterale delle parte compressa della trave, che provoca la rotazione della sezione. Questo spostamento laterale deve essere impedito tramite ritegni laterali, che possono corrispondere per esempio con la struttura portante secondaria, o tramite elementi apposti.



Nei casi più semplici di una trave di una copertura i sostegni laterali contro lo svergolamento sono dati dalla struttura secondaria perpendicolare ad essa (arcarecci nel caso della trave principale o puntoni nel caso degli arcarecci). Risulta quindi una lunghezza libera di inflessione che corrisponde alla distanza fra questi sostegni laterali, dove la trave è libera di spostarsi lateralmente o di roteare sul proprio asse.

Si tiene conto del fenomeno di svergolamento nella verifica alla flessione in modo analogo a quanto mostrato per il caso dello sbandamento delle barre compresse, aggiungendo alla verifica il coefficiente di sbandamento laterale  $k_{crit}$ . La verifica assume per sezioni rettangolari di larghezza  $b$  e altezza  $h$  la forma:

$$\sigma_{m,d} \leq k_{crit} \cdot f_{m,d}$$

dove  $\sigma_{m,d}$  = valore di calcolo della tensione di flessione nella sezione determinante  
 $f_{m,d}$  = valore di calcolo della resistenza alla flessione per il caso considerato  
 $k_{crit}$  = coefficiente di sbandamento laterale

$$k_{crit} = \begin{cases} 1 & \text{per } \lambda_{rel,m} \leq 0.75 \\ 1.56 - 0.75 \cdot \lambda_{rel,m} & \text{per } 0.75 \leq \lambda_{rel,m} \leq 1.4 \\ 1/\lambda_{rel,m}^2 & \text{per } \lambda_{rel,m} > 1.4 \end{cases}$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{\pi}{l_{eff}} \cdot \frac{b^2}{h} \cdot E_{0,05} \sqrt{\frac{G_{mean}}{E_{mean}}}$$

$\sigma_{m,crit}$  = tensione critica di svergolamento  
 $\lambda_{rel}$  = snellezza relativa di svergolamento

Anche in questo caso il calcolo di stabilità avviene allo stato limite ultimo e quindi tenendo conto del valore caratteristico del modulo di elasticità  $E_{0,05}$ .

#### 4.3.2 Verifica del taglio

La verifica del taglio avviene nella sezione della trave con la sollecitazione al taglio maggiore, secondo il principio seguente:

$$\tau_d \leq f_{v,d} \quad \text{oppure} \quad \tau_d \leq \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M}$$

dove  $\tau_d$  = valore di calcolo della tensione di taglio nella sezione determinante  
 $f_{v,k}$  = valore caratteristico della resistenza alla compressione del materiale considerato  
 $f_{v,d}$  = valore di calcolo della resistenza alla compressione per il caso considerato

$$\tau_d = \frac{V_d \cdot S}{I \cdot b} \quad \text{in forma generale}$$

con  $I$  = inerzia della sezione

$b$  = larghezza della sezione considerata

$S$  = momento statico della parte della sezione considerata

$V_d$  = valore di calcolo dello sforzo di taglio nella sezione trasversale considerata per la combinazione di carichi determinante

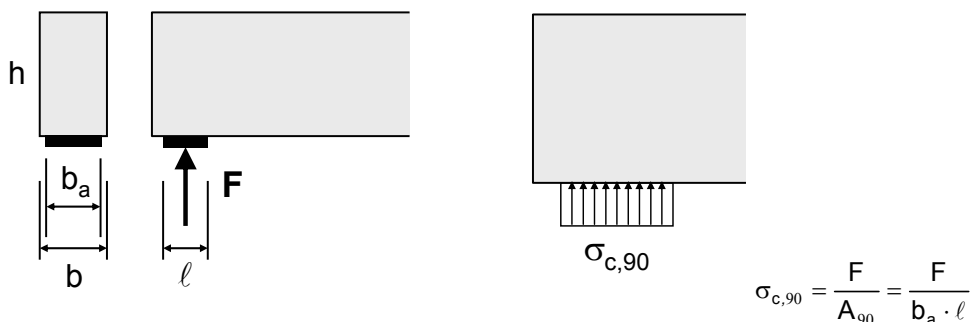
nel caso di una sezione rettangolare con altezza  $h$  e larghezza  $b$  si ottiene quindi:

$$\tau_d = \frac{V_d \cdot 1.5}{b \cdot h}$$

#### 4.4 Appoggi e introduzione delle forze

##### 4.4.1 Sollecitazione perpendicolare alla fibratura

Nel caso di travi per strutture semplici le forze delle reazioni d'appoggio sono introdotte nella trave tramite sollecitazione perpendicolare alla fibratura.



La verifica dello stato limite che porta al collasso per rottura alla compressione perpendicolare alla fibratura deve essere eseguita secondo i medesimi principi applicati finora. La verifica assume la forma:

$$\sigma_{c,90,d} \leq f_{c,90,d} \quad \text{oppure} \quad \sigma_{c,90,d} \leq \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{c,90,k}}{\gamma_M}$$

dove  $\sigma_{c,90,d}$  = valore di calcolo della tensione di compressione perpendicolare alla fibratura  
 $f_{c,90,k}$  = valore caratteristico della resistenza alla compressione del materiale considerato  
 $f_{c,90,d}$  = valore di calcolo della resistenza alla compressione per il caso considerato

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{F_{c,90,d}}{A_{90}}$$

$F_{c,90,d}$  = valore di calcolo della forza di compressione da introdurre perpendicolarmente alla fibratura

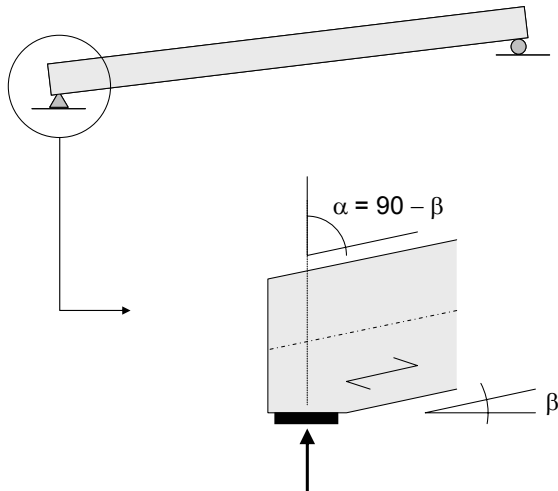
$A_{90}$  = superficie di trasmissione della forza, o superficie di appoggio

I valori della resistenza perpendicolarmente alla fibratura provengono dalle indicazioni o normative riguardanti il materiale utilizzato. Occorre qui precisare che tali valori di resistenza sono stabiliti sulla base di prove normalizzate e si basano sul raggiungimento di deformazioni massime nel corso della prova. Qualora la trave in questione o altre parti della costruzione non siano pregiudicate da deformazioni ortogonali alla fibratura nella zona dell'appoggio oggetto della verifica, è senz'altro possibile ammettere dei valori di  $f_{c,90}$  più elevati dei valori ricavati dalle normative sul materiale. L'indicazione contenuta in "nicole" secondo cui tali valori possono essere aumentati fino a 1.5 volte si trova - in forme simili, anche se non identiche - anche in altre norme nazionali di paesi europei, altrettanto attuali, e può quindi essere ritenuta un buon punto di riferimento e applicata. Si deve tenere presente che l'aumento citato, a prezzo di deformazioni locali più rilevanti, porta comunque a dimensioni della base di appoggio simili a quelle che sono state finora adottate operando con normative "vecchie": è quindi anche la consuetudine d'uso che sopporta tale affermazione.

Per contro l'Eurocodice 5, nella versione citata sopra dell'anno 2003, contiene un modello di calcolo e verifica in caso di introduzione di forze perpendicolari alla fibratura, che trova un sostegno molto ridotto fra gli specialisti a livello internazionale e per il quale le basi scientifiche risultano decisamente poco comprensibili. In mancanza di una letteratura scientifica che ne giustifichi e attesti la validità, come pure di indicazioni circa la sua validità nell'applicazione pratica, risulta quindi appropriato e prudente distanziarsi da questo modello.

#### 4.4.2 Sollecitazione obliqua rispetto alla fibratura

Negli appoggi di travi con l'asse principale non orizzontale, ma anche nel caso di connessioni di carpenteria classiche, può presentarsi il caso dell'introduzione di forze tramite pressione di contatto in una direzione obliqua rispetto alla fibratura.



In questi casi la resistenza alla compressione dipende dall'angolo fra la direzione della forza - perpendicolare alla superficie di contatto - e la fibratura. La forma della verifica diventa quindi:

$$\sigma_{c,\alpha,d} \leq \frac{f_{c,0,d}}{\frac{f_{c,0,d}}{f_{c,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$

dove  $\sigma_{c,\alpha,d} = \frac{F_{c,\alpha,d}}{A_\alpha}$

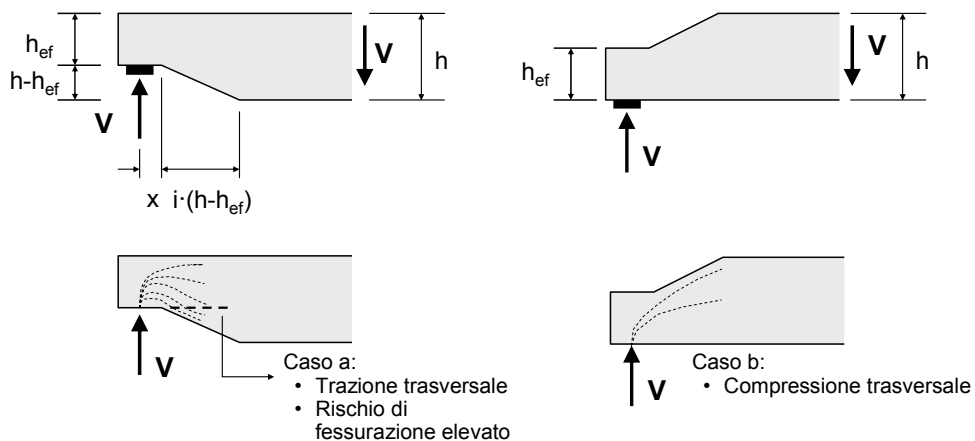
$\alpha$  = angolo fra la direzione della forza e la fibratura

$F_{c,\alpha,d}$  = valore di calcolo della forza di compressione da introdurre in direzione obliqua rispetto alla fibratura

$A_\alpha$  = superficie di contatto o di trasmissione della forza

#### 4.5 Gli intagli agli appoggi

Gli intagli nelle zone terminali delle travi possono essere interessanti dal punto di vista costruttivo. Nelle sezioni dell'intaglio si crea però uno stato tensionale che può essere molto sfavorevole a causa del rischio di fessurazione e quindi portare al collasso precoce dell'intera trave.





A causa dell'intaglio, infatti, la resistenza al taglio della sezione terminale della trave deve essere ridotta ben oltre alla riduzione geometrica dell'area della sezione. Sulla base delle indicazioni nell'immagine precedente, la verifica può essere eseguita secondo le indicazioni seguenti:

$$\tau_d = \frac{1.5 \cdot V}{b \cdot h_{ef}} \leq k_v \cdot f_{v,d}$$

dove  $k_v$  = 1.0 in caso di intaglio con compressione trasversale (caso b)  
 $k_v$  = secondo le indicazioni seguenti in caso di trazione trasversale (caso a)  
 $b$  = larghezza della trave

$$k_v = \begin{cases} 1 \\ \frac{k_n \left( 1 + \frac{1.1 \cdot i^{1.5}}{\sqrt{h}} \right)}{\sqrt{h \left( \sqrt{\alpha(1-\alpha)} + 0.8 \frac{x}{h} \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)}} \end{cases}; \text{ determinante è il più piccolo dei valori possibili}$$

$i$  = inclinazione dell'intaglio (fra 0 e 10)  
 $h$  = altezza della trave in millimetri  
 $x$  = distanza fra l'asse della forza e l'angolo dell'intaglio in millimetri  
 $\alpha$  =  $h_{ef}/h$ , con  $0.5 \leq \alpha < 1.0$   
 $k_n$  = 6.5 per il legno lamellare incollato  
 5.0 per il legno massiccio  
 4.5 per il LVL

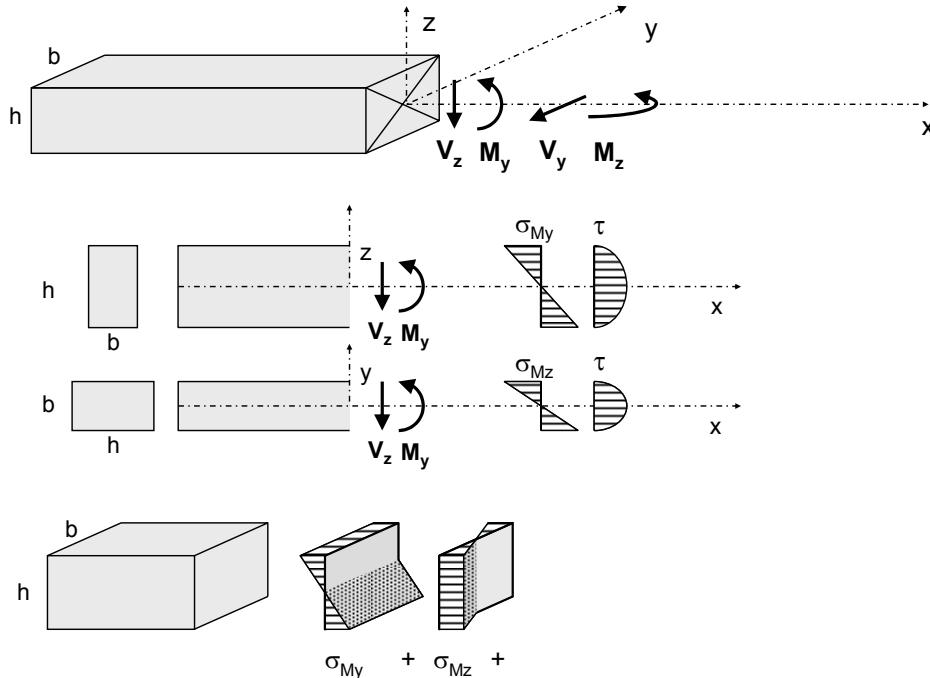
Il modello di calcolo numerico può sembrare abbastanza complesso, anche se l'esecuzione dei calcoli richiesti non dovrebbe porre nessun problema particolare una volta nota la geometria dell'intaglio e beninteso avvalendosi dell'aiuto, per il calcolo, di mezzo elettronico.

La riduzione effettiva della resistenza della sezione con l'intaglio dipende da molti fattori e dal tipo di materiale usato. Può però essere interessante ricordare che una riduzione locale molto ridotta, tramite intaglio, dell'altezza della trave, può ridurne in modo sensibile la sua resistenza. Per esempio una riduzione del 20% dell'altezza originaria della trave può ridurre la sua resistenza al taglio anche fino al 25 % del suo valore iniziale (trave senza intaglio).

#### 4.6 Le sollecitazioni combinate

Le indicazioni dei capitoli da 4.1 a 4.4 permettono di procedere alla verifica nel caso di una sollecitazione ben definita. Spesso però la stessa sollecitazione è sottoposta a sollecitazioni combinate, cioè a più sollecitazioni che agiscono contemporaneamente. Nel caso di sollecitazioni combinate con lo sforzo di taglio, quest'ultimo è sempre considerato e verificato come indipendente; mentre nel caso di più sollecitazioni comportanti delle tensioni assiali, quest'ultime si sovrappongono e la verifica ne deve tenere conto.

##### 4.6.1 Flessione biassiale



Il caso della flessione biassiale è piuttosto raro nelle strutture di legno semplici. Nel caso di assenza di problemi di stabilità dovuti allo svergolamento vale:

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1.0 \quad e$$

$$k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1.0$$

dove y e z sono le due direzioni di flessione

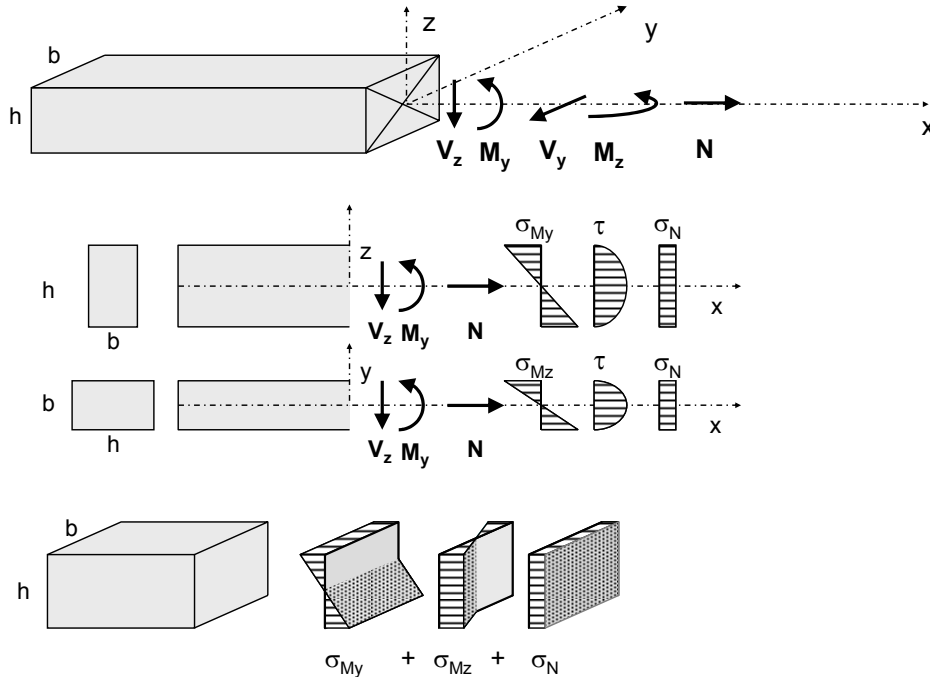
$k_m$  è il coefficiente che tiene conto della ridistribuzione delle tensioni e vale:

- $k_m = 0.7$  per sezioni rettangolari
- $k_m = 1.0$  per tutte le altre sezioni

Nel caso si dovesse tener conto dello svergolamento e quindi in caso di sollecitazione prevalentemente rispetto all'asse forte della sezione, occorrerà aggiungere il relativo coefficiente  $k_{crit}$ :

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1.0 \quad e$$

4.6.2 Tensoflessione



Il caso della trazione combinata con la flessione mono o biassiale si ottiene partendo dalla flessione biassiale e aggiungendo alle formule del capitolo 4.6.1 la sollecitazione dovuta alla forza assiale. Nella forma completa, per la flessione biassiale si ottiene:

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1.0 \quad e$$

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1.0$$

In caso di tensoflessione con flessione lungo un solo piano si eliminano gli elementi riguardanti l'asse senza flessione e resta così una sola verifica:

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1.0$$

Anche qui si aggiungerà - se del caso - il coefficiente  $k_{crit}$  per tener conto dello svergolamento.

4.6.3 Pressoflessione

Nel caso di compressione combinata con la flessione occorre tener conto sia dello svergolamento che dello sbandamento. La forma della verifica nel caso della flessione monoassiale diventa quindi:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} \leq 1.0$$

---

e per il caso della flessione biassiale, con sollecitazione a flessione prevalentemente sull'asse forte della sezione:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1.0 \quad e$$

## 5 Verifica degli stati limite di servizio

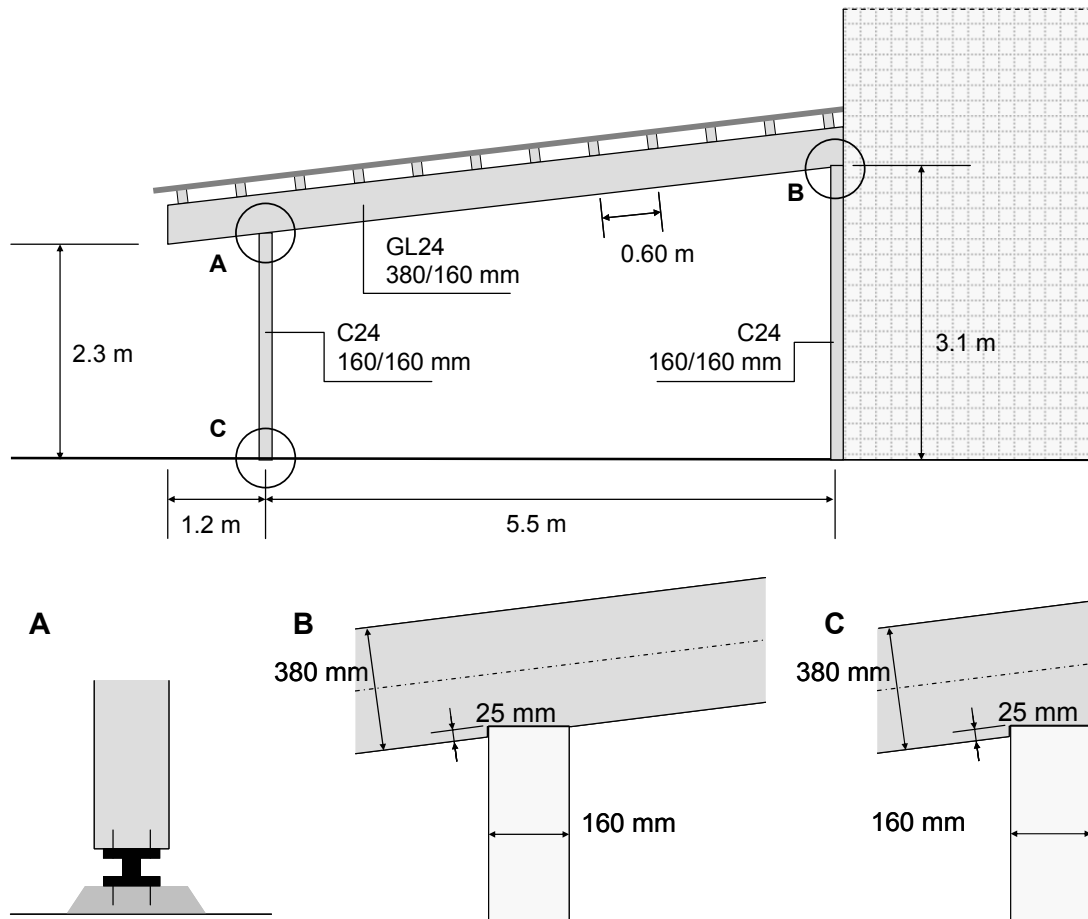
La verifica degli stati limite di servizio si riduce nei casi di costruzioni semplici al calcolo delle deformazioni e alla verifica delle deformazioni massime secondo le indicazioni dei capitoli da 2 e 3.

Non sembra necessario aggiungere altro, a parte forse ricordare che a causa del valore ridotto del modulo G del legno e dei materiali da esso derivati, rispetto al modulo di elasticità E, l'effetto dello sforzo di taglio sulle deformazioni delle travi inflesse non può sempre essere trascurato.

## 6 Esempio di calcolo

L'esempio seguente mostra l'applicazione pratica dei principi di calcolo esposti sopra. Sulla base di una struttura semplice vengono presentati il procedimento e i calcoli delle verifiche principali necessarie in relazione ad alcuni elementi della struttura. Gli aspetti della progettazione o del dimensionamento non vengono quindi trattati.

## 6.1 La struttura



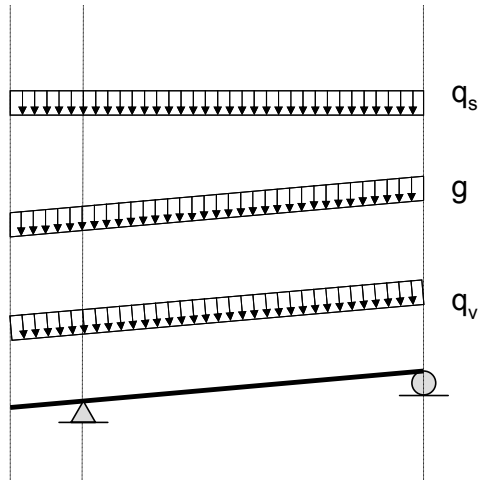
Si tratta di una copertura, per esempio di posteggi auto, all'esterno e adiacente ad una costruzione di calcestruzzo. La distanza fra le travi principali di legno lamellare è di 4.60 m e i carichi sono ammessi ripartiti in modo omogeneo sulle travi principali.

I problemi di stabilizzazione globale della costruzione e delle eventuali controventature non vengono trattati. Inoltre si ammette che tutte le forze orizzontali sono riportate alla parte di calcestruzzo; la copertura in questione risulta quindi sollecitata esclusivamente da carichi verticali o dalla componente verticale dei carichi.

## 6.2 Premesse al calcolo

### 6.2.1 Carichi agenti sulla struttura

Sulla struttura agiscono i carichi seguenti:



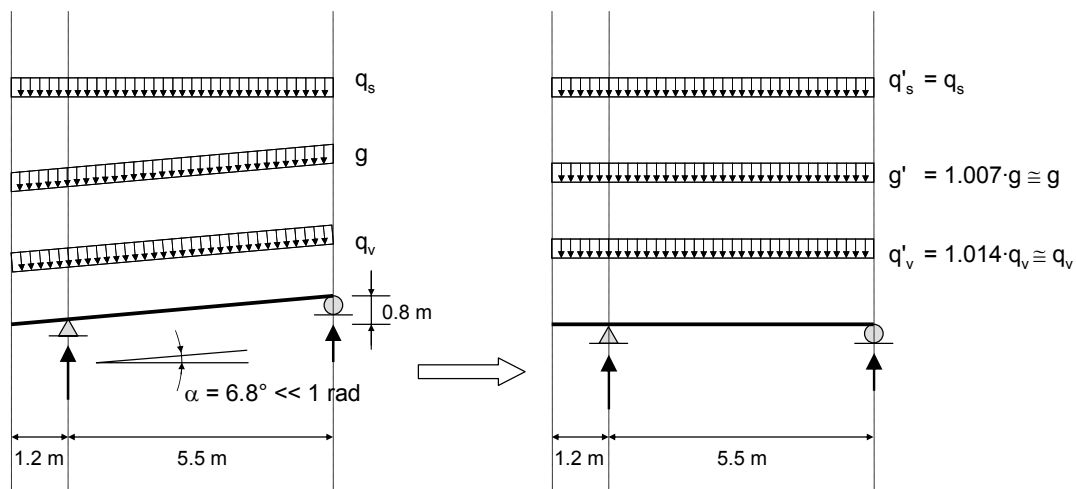
- neve:  $q_s = 1.60 \text{ kN/m}^2$
- vento:  $q_v = 0.50 \text{ kN/m}^2$
- peso proprio:  $g = 1.00 \text{ kN/m}^2$

Moltiplicando questi valori per la distanza fra le travi principali di 4.60 m si ottiene il carico lineare agente sulle singole travi.

- neve:  $q_s = 7.36 \text{ kN/m}$
- vento:  $q_v = 2.30 \text{ kN/m}$
- peso proprio:  $g = 4.60 \text{ kN/m}$

### 6.2.2 Calcolo statico della struttura

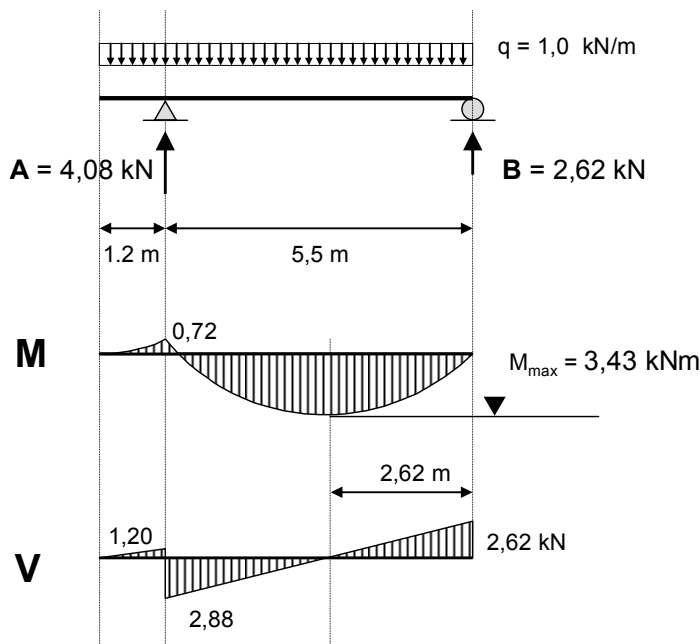
La determinazione degli sforzi interni della trave principale può essere eseguita in modo semplificato su una trave orizzontale, in quanto le forze orizzontali non vengono sopportate dalla trave e la variazione dei carichi dovuta all'inclinazione della trave può essere considerata secondo la figura seguente.



La variazione dei carichi è minima e potrebbe essere trascurata, senza nessuna conseguenza. I valori dei carichi dopo la correzione sono:

- neve:  $q'_s = 7.36 \text{ kN/m}$
- vento:  $q'_v = 2.33 \text{ kN/m}$
- peso proprio:  $g' = 4.63 \text{ kN/m}$

Il calcolo statico del sistema fornisce gli sforzi interni della trave inflessa. Vista la ripartizione identica dei carichi considerati, il calcolo risulta piuttosto semplice e i risultati possono essere facilmente riassunti un unico schema, relativamente ad un carico fittizio  $q = 1.0 \text{ kN/m}$ .



### 6.2.3 Combinazioni di carichi

Le combinazioni di carichi da prendere in considerazione sono definite dalla formula indicata al capitolo 2.2.3

$$F_d = \gamma_g \cdot G_k + \gamma_q \cdot \left[ Q_{1k} + \sum_{i=2}^{i=n} (\psi_{0i} \cdot Q_{ik}) \right]$$

Nel nostro caso il carico della neve è con certezza l'azione di base da considerare. Sono rilevanti due possibili combinazioni di carichi: la prima comprendente anche l'azione del vento e quindi di durata istantanea e la seconda senza l'azione del vento e quindi di durata breve.

Combinazione 1, con vento:

$$q_{d1} = \gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot [q_s + \psi_0 \cdot q_v]$$

$$q_{d1} = 1.35 \cdot 4.63 + 1.5 \cdot [7.60 + 0.7 \cdot 2.33] = 19.7 \text{ kN/m}^2$$

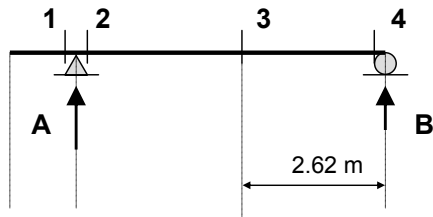
Combinazione 2, senza vento:

$$q_{d2} = \gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q_s$$

$$q_{d1} = 1.35 \cdot 4.63 + 1.5 \cdot 7.36 = 17.3 \text{ kN/m}^2$$



### 6.2.4 Sforzi interni



	A kN	B kN	V <sub>1</sub> kN	V <sub>2</sub> kN	V <sub>4</sub> kN	M <sub>2</sub> kNm	M <sub>3</sub> kNm
Q <sub>d1</sub>	80.3	51.6	23.6	56.7	51.6	14.2	67.6
Q <sub>d2</sub>	70.6	45.3	20.8	49.8	45.3	12.5	59.3

### 6.3 Valori di calcolo della resistenza

Secondo il capitolo 3.1 vale

$$X_d = \frac{k_{mod} \cdot X_k}{\gamma_M}$$

Nel nostro caso i valori di riferimento necessari ai calcoli sono i seguenti.

#### 6.3.1 Valori delle caratteristiche del materiale

Secondo le norme DIN 1052, o EN 1194 e EN 338, o il prontuario 1 "Travi e montanti di legno" edito da promolegno:

- per il legno lamellare incollato della classe GL24:

$$\begin{aligned} f_{m,k} &= 24.0 \text{ N/mm}^2 \\ f_{v,k} &= 2.7 \text{ N/mm}^2 \\ f_{c,90,k} &= 2.7 \text{ N/mm}^2 \\ E_{0,mean} &= 11600 \text{ N/mm}^2 \\ E_{0,05} &= 9400 \text{ N/mm}^2 \\ G_{mean} &= 720 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

- per il legno massiccio

$$\begin{aligned} f_{m,k} &= 24.0 \text{ N/mm}^2 \\ f_{c,0,k} &= 21.0 \text{ N/mm}^2 \\ E_{0,mean} &= 11000 \text{ N/mm}^2 \\ E_{0,05} &= 7400 \text{ N/mm}^2 \\ G_{mean} &= 690 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

#### 6.3.2 Valori dei coefficienti $k_{mod}$ e $\gamma_M$

Secondo "nicole":

$$\begin{aligned} \gamma_M &= 1.25 \text{ per il legno lamellare incollato} \\ \gamma_M &= 1.30 \text{ per il legno massiccio} \end{aligned}$$

Per la classe di servizio 2 (esterno, coperto e non sottoposto all'azione diretta delle intemperie):

$k_{\text{mod}} = 1.1$  per la combinazione 1: l'azione del vento è considerata istantanea

$k_{\text{mod}} = 0.9$  per la combinazione 2: l'azione della neve è di breve durata

### 6.3.3 Combinazione determinante per le verifiche

Le due combinazioni di carichi definite al capitolo 6.2.3 si distinguono nella durata di carico e nella loro grandezza. Le verifiche allo stato limite ultimo hanno la forma

$$F_d \leq X_d.$$

Dal momento che:

$$\frac{k_{\text{mod},1}}{k_{\text{mod},2}} = \frac{1.1}{0.9} = 1.22$$

$$\text{e } \frac{F_{d1}}{F_{d2}} = \frac{g_{d1}}{g_{d2}} = \frac{19.7}{17.3} = 1.14$$

si può facilmente dedurre che passando dalla combinazione 1 alla combinazione 2 la riduzione dei valori della resistenza è più grande della riduzione dei valori dei carichi. Ne risulta quindi che per le verifiche allo stato ultimo la combinazione di carichi 2, con un valore  $k_{\text{mod}} = 0.9$  è, in questo caso, sempre determinante.

## 6.4 Calcolo della trave principale - verifica degli stati limite ultimi

Per la verifica della trave principale di legno lamellare incollato devono essere considerati tutti gli stati limite ultimi che potrebbero determinare il collasso strutturale della trave. Nel caso presente si tratta di:

- flessione: nella sezione 3, con il momento flettente più grande
- taglio: nella sezione 2 con lo sforzo di taglio più grande e la sezione trasversale completa
- intaglio nella sezione 4: l'intaglio riduce la resistenza al taglio
- introduzione della forza sull'appoggio A: resistenza alla compressione trasversale del legno lamellare incollato.

### 6.4.1 Flessione

La sollecitazione massima è nella sezione 3 con  $M_{d2} = 59.3$  kNm.

La verifica avviene secondo il capitolo 4.3.1 nella forma

$$\sigma_{m,d} \leq k_{\text{crit}} \cdot f_{m,d}$$

$$\bullet \sigma_{m,d} = \frac{M_{d2}}{W}$$

$$W = \frac{b \cdot h^3}{6} = \frac{160 \cdot 380^3}{6} = 3.85 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_{m,d} = \frac{59.3 \cdot 10^6}{3.85 \cdot 10^6} = 15.4 \text{ N/mm}^2$$

$$\bullet f_{m,d} \leq \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{m,k}}{\gamma_M} = \frac{0.9 \cdot 24}{1.25} = 17.3 \text{ N/mm}^2$$

$$\bullet k_{\text{crit}} = \begin{cases} 1 & \text{per } \lambda_{\text{rel},m} \leq 0.75 \\ 1.56 - 0.75 \cdot \lambda_{\text{rel},m} & \text{per } 0.75 \leq \lambda_{\text{rel},m} \leq 1.4 \\ 1/\lambda_{\text{rel},m}^2 & \text{per } \lambda_{\text{rel},m} > 1.4 \end{cases}$$

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,\text{crit}}}}$$

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{\pi}{\ell_{\text{eff}}} \cdot \frac{b^2}{h} \cdot E_{0,05} \sqrt{\frac{G_{\text{mean}}}{E_{\text{mean}}}}$$

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{\pi}{600} \cdot \frac{160^2}{380} \cdot 9400 \cdot \sqrt{\frac{720}{11600}} = 826 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{24.0}{826.0}} = 0.17 < 0.75$$

$$k_{\text{crit}} = 1$$

$$\sigma_{m,d} \leq k_{\text{crit}} \cdot f_{m,d}$$

$$15.4 \text{ N/mm}^2 < 1.0 \cdot 17.3 \text{ N/mm}^2$$

La resistenza alla flessione è verificata.

#### 6.4.2 Taglio

La sollecitazione massima è nella sezione 2 con  $V_{d2} = 49.8 \text{ kN}$ .

La verifica avviene secondo il capitolo 4.3.2 nella forma

$$\tau_d \leq f_{v,d}$$

$$\bullet \tau_d = \frac{V_d \cdot 1.5}{b \cdot h} = \frac{49.8 \cdot 10^3 \cdot 1.5}{160 \cdot 380} = 1.22 \text{ N/mm}^2$$

$$\bullet f_{v,d} \leq \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M} = \frac{0.9 \cdot 2.7}{1.25} = 1.94 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_d \leq f_{v,d}$$

$$1.22 \text{ N/mm}^2 \leq 1.94 \text{ N/mm}^2$$

La resistenza al taglio è verificata.

#### 6.4.3 Resistenza nelle sezione dell'intaglio (sezione 4)

La geometria dell'intaglio é definita nel capitolo 6.1.

La sollecitazione massima è  $V_{d2} = 45.3$  kN.

La verifica avviene secondo il capitolo 4.5 nella forma

$$\tau_d = \frac{1.5 \cdot V}{b \cdot h_{ef}} \leq k_v \cdot f_{v,d}$$

$$\bullet f_{v,d} \leq \frac{k_{mod} \cdot f_{v,k}}{\gamma_M} = \frac{0.9 \cdot 2.7}{1.25} = 1.94 \text{ N/mm}^2$$

$$\bullet k_v = \frac{k_h \left( 1 + \frac{1.1 \cdot i^{1.5}}{\sqrt{h}} \right)}{\sqrt{h} \left( \sqrt{\alpha(1-\alpha)} + 0.8 \frac{x}{h} \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)} \leq 1.0$$

$$\alpha = \frac{h_{ef}}{h} = \frac{355}{380} = 0.934$$

$$x = \frac{160}{2} + 10 = 90 \text{ mm}$$

$$k_v = \frac{6.5 \left( 1 + \frac{1.1 \cdot 0^{1.5}}{\sqrt{380}} \right)}{\sqrt{380} \left( \sqrt{0.934(1-0.934)} + 0.8 \frac{90}{380} \sqrt{\frac{1}{0.934} - 0.934^2} \right)} = 1.00$$

$$\bullet \tau_d = \frac{1.5 \cdot V}{b \cdot h_{ef}} = \frac{1.5 \cdot 45.3 \cdot 10^3}{180 \cdot 355} = 1.19 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_d \leq k_v \cdot f_{v,d}$$

$$1.19 \text{ N/mm}^2 \leq 1.00 \cdot 1.94 = 1.94 \text{ N/mm}^2$$

La resistenza dell'intaglio è verificata.

#### 6.4.4 Introduzione della forza sull'appoggio

La geometria dell'appoggio é definita nel capitolo 6.1; la superficie di trasmissione della forza è data dalla superficie di contatto, che è identica all'area della sezione trasversale del pilastro.

La leggera inclinazione della superficie di contatto rispetto alla fibratura, che crea un angolo fra la forza e la fibratura non di 90° ma di 83.2°, è trascurabile

La sollecitazione massima è  $A_{d2} = 70.6$  kN.

La verifica avviene secondo il capitolo 4.4.1 nella forma

$$\sigma_{c,90,d} \leq f_{c,90,d}$$

L'aumento di un fattore 1.5 del valore di calcolo della resistenza è ammesso, qualora le deformazioni locali, perpendicolari alla fibratura, più elevate possano essere ammesse. Nel caso precedente di una copertura semplice una tale deformazione non ha nessuna conseguenza sulla struttura e può essere senz'altro ammessa. Ne risulta:

$$\sigma_{c,90,d} \leq 1.5 \cdot f_{c,90,d}$$

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{F_{c,90,d}}{A_{90}} = \frac{A_{d2}}{A_{90}} = \frac{70.6 \cdot 10^3}{160 \cdot 160} = 2.76 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{c,90,d} \leq \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{c,90,k}}{\gamma_M} = \frac{0.9 \cdot 2.70}{1.25} = 1.94 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{c,90,d} \leq 1.5 \cdot f_{c,90,d}$$

$$2.76 \leq 1.5 \cdot 1.94 = 2.91 \text{ N/mm}^2$$

La resistenza dell'introduzione della forza perpendicolarmente alla fibratura è verificata.

## 6.5 Pilastro verticale - Verifica degli stati limite ultimi

Per la verifica del pilastro di legno massiccio devono essere considerati tutti gli stati limite ultimi che potrebbero determinare il collasso strutturale della trave. In questo caso si tratta di un unico stato limite ultimo di collasso dovuto a sbandamento, essendo il pilastro sollecitato unicamente da una forza assiale di compressione.

### 6.5.1 Verifica della stabilità per il caso dello sbandamento

La sollecitazione massima corrisponde alla reazione d'appoggio A secondo la tabella del capitolo 6.2.4 con  $A_{d2} = 70.6 \text{ kN}$ .

Essendo la sezione quadrata, e vista la geometria della struttura, lo sbandamento può avvenire nello stesso modo nelle due direzioni principali della sezione. La verifica vale per entrambe; si rinuncia quindi ad aggiungere l'indice con il riferimento all'asse considerato.

La verifica avviene secondo il capitolo 4.2 nella forma

$$\sigma_{c,0,d} \leq k_c \cdot f_{c,0,d}$$

$$\bullet \sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A_{\text{brutto}}} = \frac{70.6 \cdot 10^6}{160 \cdot 160} = 2.76 \text{ N/mm}^2$$

$$\bullet f_{c,0,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot f_{c,0,k}}{\gamma_M} = \frac{0.9 \cdot 21.0}{1.3} = 14.5 \text{ N/mm}^2$$

$$k_c = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 + \lambda_{rel,z}^2}}$$

$$k_z = 0.5(1 + \beta_c(\lambda_{rel,z} - 0.5) + \lambda_{rel,z}^2)$$

$$\lambda_{rel,z} = \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{c,crit,z}}}$$

$$\sigma_{c,crit,z} = \frac{\pi^2 E_{0,05}}{\lambda_z^2}$$

$$\lambda_z = \frac{\ell_k}{i}$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{160 \cdot 160^3}{12} = 5.46 \cdot 10^7 \text{ mm}^3$$

$$i = \sqrt{\frac{5.46 \cdot 10^7}{160 \cdot 160}} = 46.2 \text{ mm}$$

La lunghezza critica di libera inflessione è uguale alla lunghezza del pilastro, in quanto la rotazione è da ammettere libera a entrambe le estremità e il nodo di sommità è impedito di spostarsi. La lunghezza del pilastro è

$$\ell = 2300 + 1200 \cdot \text{tg}(6.8^\circ) = 2443 \text{ mm.}$$

$$\lambda_z = \frac{2443}{46.2} = 52.9$$

$$\sigma_{c,crit,z} = \frac{\pi^2 \cdot 7400}{52.9^2} = 26.10 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,z} = \sqrt{\frac{21.0}{36.10}} = 0.90$$

$$k_z = 0.5 \cdot (1 + 0.2 \cdot (0.90 - 0.5) + 0.90^2) = 0.94$$

$$k_c = \frac{1}{0.94 + \sqrt{0.94^2 - 0.90^2}} = 0.81$$

$$\sigma_{c,0,d} \leq k_c \cdot f_{c,0,d}$$

$$2,76 \text{ N/mm}^2 < 0.81 \cdot 14.5 = 11.79 \text{ N/mm}^2$$

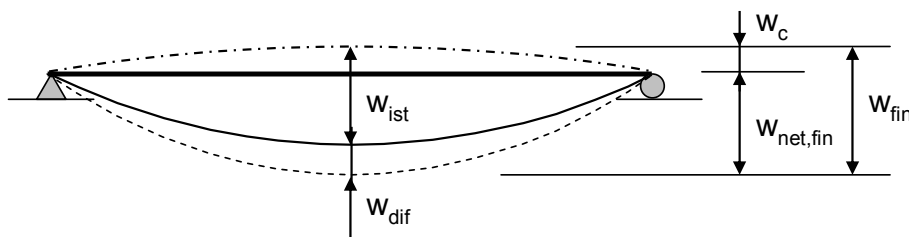
La resistenza allo sbandamento del pilastro è verificata.

## 6.6 Verifica degli stati limite d'esercizio

La verifica degli stati limite d'esercizio secondo i principi indicati al capitolo 2.5 si limita in questo caso alla verifica delle deformazioni massime della trave inflessa.

La verifica della struttura comporta di regola anche la verifica delle deformazioni orizzontali della struttura; inoltre l'analisi completa della struttura comporta la considerazione nel calcolo delle deformazioni dovute allo scorrimento nelle connessioni. Nel nostro caso l'analisi si limita al piano verticale della trave principale di legno lamellare incollato e quindi alla verifica della freccia della trave. Le deformazioni nelle connessioni si limitano, in questo caso, alle deformazioni locali agli appoggi, che possono essere trascurate nel calcolo di una struttura semplice come quella di questo esempio.

### 6.6.1 Combinazioni di carichi e frecce



- Controfreccia

Nel caso di travi di lamellare incollato di sezioni di dimensioni ridotte come quella di questo esempio, si rinuncia di regola a una controfreccia, essendo il materiale prodotto non su commissione ma in dimensioni standard (e quindi senza nessuna curvatura). Abbiamo quindi

$$w_c = 0.$$

- Freccia istantanea totale

La freccia istantanea  $w_{ist}$  è calcolata sulla base della combinazione di carichi rara determinante per il sistema considerato. Secondo il capitolo 2.2.4 le combinazioni di carichi rare si determinano con

$$F_d = G_k + Q_{1k} + \sum_{i=2}^{i=n} (\psi_{0i} \cdot Q_{ik})$$

- nel nostro caso

$$q_{d3} = 4.63 + 7.36 + 0.7 \cdot 2.33 = 13.6 \text{ kN/m}$$

$q_{d3}$  = combinazione di carichi "rara" determinante

$\psi_{02}$  = 0.7 secondo la tabella del capitolo 2.2.4

La deformazione istantanea determinante per il calcolo è quindi  $w_{ist}(q_{d3})$ .

- Freccia differita



La freccia dovuta agli effetti viscosi  $w_{dif}$  è calcolata sulla base delle combinazioni di carichi quasi permanenti. Secondo il capitolo 2.2.4 le combinazioni di carichi quasi permanenti si determinano con

$$F_d = G_k + \sum_{i=1}^{i=n} (\psi_{2i} \cdot Q_{ik})$$

- nel nostro caso

$$q_{d4} = 4.63 + 0 = 4.63 \text{ kN/m}$$

$q_{d4}$  = combinazione di carichi "quasi permanente" determinante

$\psi_2$  = 0 secondo la tabella del capitolo 2.2.4

La deformazione differita determinante per il calcolo è quindi  $w_{dif}(q_{d4})$ .

- Freccia istantanea dovuta ai carichi variabili

La freccia istantanea  $w_{2,ist}$  è calcolata sulla base della combinazione di carichi frequenti variabili (cioè senza carichi permanenti) determinante per il sistema considerato. Secondo il capitolo 2.2.4 le combinazioni di carichi frequenti si determinano con

$$F_d = \psi_{11} \cdot Q_{1k} + \sum_{i=2}^{i=n} (\psi_{2i} \cdot Q_{ik})$$

- nel nostro caso

$$q_{d5} = 0 + 0.2 \cdot 7.36 + 0 = 1.47 \text{ kN/m}$$

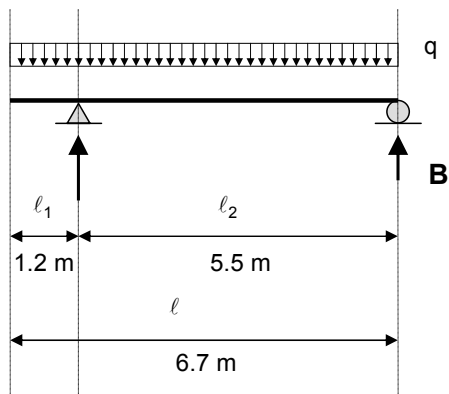
$q_{d5}$  = combinazione di carichi "variabili" determinante

$\psi_1$  = 0.2 secondo la tabella del capitolo 2.2.4

$\psi_2$  = 0.0 secondo la tabella del capitolo 2.2.4

La deformazione istantanea determinante per il calcolo è quindi  $w_{ist}(q_{d3})$ .

La grandezza delle frecce massime è un risultato del calcolo del sistema statico considerato. Nel nostro caso il sistema statico è indicato al capitolo 6.2.2 e nella figura seguente.



La freccia massima dovuta alla flessione vale:

$$w_{M,max} = \frac{q \cdot \ell^2}{32 \cdot EI} \left( \frac{5}{12} \ell^2 - \ell_1^2 \right)$$
$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{160 \cdot 380^3}{12} = 7.32 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$
$$E = 11600 \text{ N/mm}^2$$

Si ottiene quindi per il solito carico fittizio  $q = 1.0 \text{ kN/m}$   
 $w_{M,max} = 1,24 \text{ mm}$

La componente di freccia dovuta alla forza di taglio deve essere calcolata secondo la formula generale

$$w_V = \int \frac{V}{G \cdot A^*} \cdot dx$$

$G =$  modulo di taglio

$$A^* = \frac{5}{6} (b \cdot h), \text{ per le sezioni rettangolari}$$

per cui, nel caso della trave in semplice appoggio caricata da carico uniformemente distribuito di valore costante  $q$ , si può scrivere che la freccia totale in mezzera vale:

$$w_{tot} = w_M + w_V = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} + \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot G \cdot A^*}$$

Nell'ambito di una prima valutazione dello stato limite d'esercizio, il valore di  $w_{M,max}$  può essere più che sufficiente, a meno di travi particolarmente "snelle" quali possono essere le travi di legno lamellare incollato. Desiderando un calcolo meno approssimato, anche i programmi informatici più semplici per il calcolo delle strutture permettono di determinare anche il contributo della sollecitazione tagliante al valore di freccia totale. Nel caso dell'esempio, si ottiene per il solito carico fittizio  $q = 1.0 \text{ kN/m}$ :

$$w_V \approx 0.10 \text{ mm}$$

### 6.6.2 Calcolo delle frecce

La freccia totale si ottiene con

$$w_{max} = w_{M,max} + w_V$$

Con la combinazione di carichi rara  $q_{d3}$  si ottiene quindi la deformazione istantanea  $w_{ist}$ :

$$w_{ist} = w_{ist}(q_{d3}) = q_{d3} \cdot (w_{M,max} + w_V)$$
$$w_{ist} = 13,6 \cdot (1,24 + 0,10) = 18,2 \text{ mm}$$

Con la combinazione di carichi quasi permanente  $q_{d4}$  si ottiene la deformazione differita  $w_{dif}$ :

$$w_{dif} = w_{dif}(q_{d4}) = k_{dif} \cdot q_{d4} \cdot (w_{M,max} + w_V)$$

$k_{dif} = 0.8$  per la classe di servizio 2, secondo la tabella del capitolo 3.2

$$w_{dif} = 0,8 \cdot 4,63 \cdot (1,24 + 0,10) = 4,96 \text{ mm}$$

Con la combinazione di carichi frequenti, variabili  $q_{d5}$  si ottiene quindi la deformazione istantanea  $w_{ist}$ :

$$w_{ist} = w_{ist}(q_{d5}) = q_{d5} \cdot (w_{M,max} + w_v)$$
$$w_{ist} = 1,47 \cdot (1,24 + 0,10) = 1,97 \text{ mm}$$

### 6.6.3 Verifica degli stati limite d'esercizio

Per gli stati limite indicati al capitolo 2.5.1 si ottengono i seguenti valori delle frecce, riferiti alla campata di riferimento di 5,5 m:

$$w_{2,ist} = 1,97 \text{ mm} = \frac{\ell}{2792}$$
$$w_{net,fin} = w_{fin} = 18,2 + 4,96 \text{ mm} = 23,2 \text{ mm} = \frac{\ell}{237}$$

Le condizioni da verificare consigliate, secondo il capitolo 2.5.1 (secondo le indicazioni di "nicole") sono quindi

$$w_{2,ist} = \frac{\ell}{2792} < \frac{\ell}{300}$$
$$w_{fin} = \frac{\ell}{237} < \frac{\ell}{200}$$

e risultano entrambe verificate.

Anche per gli stati limite di esercizio gli elementi della struttura considerati risultano quindi verificati.