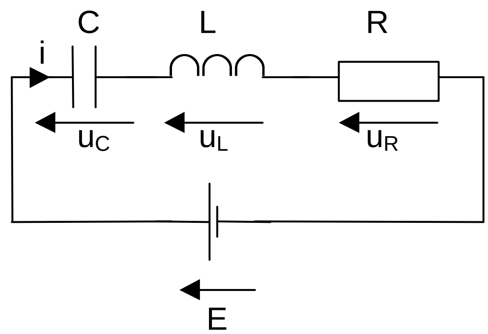
I Etude théorique

On considère le circuit suivant :

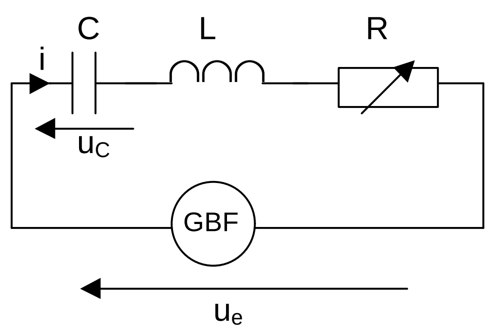


- Ecrire la relation entre les tensions E, u_C, u_L et u_R.
- En vous aidant des relations du cours entre i et u_C, i et u_L déterminer la relation entre E, u_C, du_C/dt, d^2u_C/dt^2,R, L et C.

Vous obtenez alors une équation différentielle du second ordre dont la méthode de résolution vous est donnée dans l'annexe jointe à ce TP.

II Etude expérimentale

1- Câbler le montage suivant:



Le GBF délivre un signal carré (sortie TTL du générateur).

2- On souhaite observer: - la tension u_e et la tension u_C
- la tension u_C et le courant i.

Préciser les branchements de l'oscilloscope

3- Que peut-on dire de la continuité (au sens mathématique du terme) de i(t) et u_C(t)? Etait-ce prévisible?

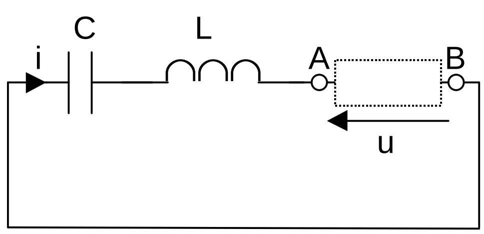
4- Quelle est l'influence de la résistance R sur la réponse du système?

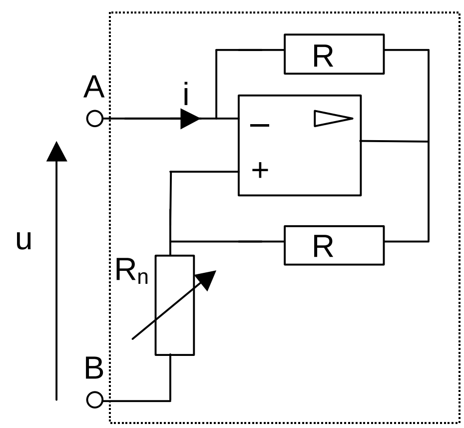
5- Le régime critique est le régime qui constitue la limite entre le régime pseudo-périodique et apériodique.
En utilisant un potentiomètre ou une boîte AOIP, mesurer la valeur de la résistance critique R_C et comparer la avec la valeur donnée par l'expression théorique.

6- Choisir une valeur de R qui donne un régime pseudo-périodique avec quelques oscillations.
Mesurer la valeur de la pseudo-période T et le dépassement d défini par
$d = (U_{Cmax} - E)/E$
Comment varient T et d avec R?

7- Qu'observe-t-on lorsque R=0 ? Quelle est la forme du signal? Donner sa période.

8- **Oscillateur à résistance négative**
Lorsque R=0, le signal n'est pas parfaitement sinusoïdal à cause de la résistance interne de la bobine qui dissipe de l'énergie, ce qui se traduit par un amortissement du système.
Pour annuler cet amortissement, on peut introduire en série une résistance négative:





Montrer que $u = - R_n i$

Réaliser le montage et ajuster R_n pour annuler l'amortissement et obtenir un signal sinusoïdal.

ANNEXE

L'équation obtenue est:

$$\boxed{E = u_C + RC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2}}$$

La solution de cette équation est la somme d'une solution particulière (u_C = E) et de la solution de l'équation homogène (H). Cette équation homogène (H) est:

$$\boxed{0 = u_C + RC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2}}$$

Les solutions de cette équation (H) s'écrivent sous la forme: $u_C = Ke^{at}$. En remplaçant cette expression de u_C dans l'équation (H) on obtient l'équation:

$$\boxed{0 = 1 + RCa + LCa^2}$$

Le discriminant Δ de cette équation est:

$$\boxed{\Delta = R^2C^2 - 4LC}$$

L'expression de u_C dépend du signe de Δ.

<u>Si Δ>0</u> (c'est à dire $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$)

$$\boxed{u_C = E\left(1 + e^{-lt}\,\frac{\left((l-b)e^{-bt} - (l+b)e^{+bt}\right)}{2b}\right)}$$

avec $b = \frac{\sqrt{\Delta}}{2LC}$ et $l = \frac{R}{2L}$

le régime est <u>apériodique</u>

<u>Si Δ<0</u> (c'est à dire $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$)

$$\boxed{u_C = E\left(1 - e^{-lt}A\cos(wt + f)\right)}$$

avec $w = \dfrac{\sqrt{-\Delta}}{2LC}$, $A = \sqrt{1 + \left(\dfrac{R}{2Lw}\right)^2}$, $\cos f = \dfrac{1}{\sqrt{1 + \left(R/_{2Lw}\right)^2}}$ et $\sin f = \dfrac{R/_{2Lw}}{\sqrt{1 + \left(R/_{2Lw}\right)^2}}$

Le régime est sinusoïdal amorti. On parle de <u>régime pseudo périodique</u>.
La pseudo-période du signal est T = $2\pi/\omega$.

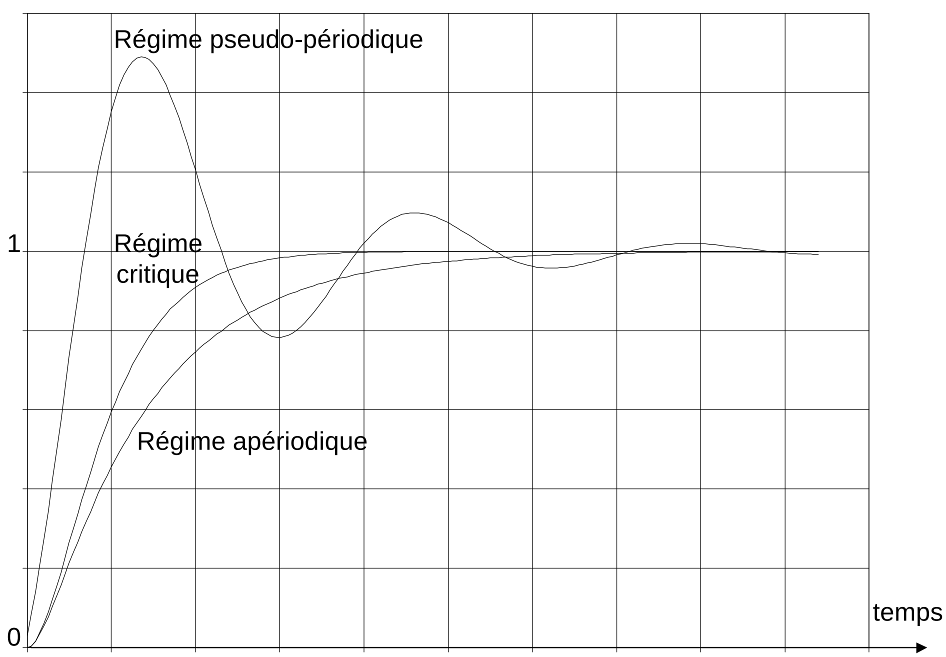
<u>Si Δ=0</u> (c'est à dire $R = 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}$)

$$\boxed{u_C = E\left(1 - \left(1 + t\,l\right)e^{-lt}\right)}$$

On parle de régime critique
Ce régime est un régime intermédiaire entre les régimes apériodique et pseudo-périodique.

Cette valeur particulière de la résistance est appelée **<u>résistance critique</u>** , $R_C = 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}$

La représentation graphique de ces régimes est la suivante:



Nous pouvons regarder l'influence de la résistance R sur l'amortissement du régime pseudo-périodique:

Pour cette simulation, L = 1H, C = 1µF, R = 250Ω, R = 500Ω, R = 1000Ω, R = 1500Ω,