|  |
| --- |
| Η ορμή και οι μεταβολές της |

Μια σφαίρα μάζας m=2kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένη στο άκρο νήματος μήκους ℓ=0,8m, διαγράφοντας κυκλική τροχιά κέντρου Ο, με γραμμική ταχύτητα σταθερού μέτρου υ=0,6m/s (το σχήμα σε κάτοψη).

i) Να βρεθεί η ορμή και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής (διεύθυνση, φορά και μέτρο) της σφαίρας στη θέση Α.

ii) Σε πόσο χρόνο η σφαίρα θα φτάσει για πρώτη φορά στη θέση Β, αντιδιαμετρική της θέσης Α; Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής της σφαίρας στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

iii) Μετά από λίγο η μπάλα φτάνει στη θέση Γ, όπου η ακτίνα ΟΓ είναι κάθετη στη διάμετρο ΑΒ. Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής της σφαίρας μεταξύ των θέσεων Β και Γ.

iv) Να βρεθεί τέλος η μεταβολή της ορμής της σφαίρας, μεταξύ των θέσεων Γ και Δ, αν δίνεται για τη γωνία θ του σχήματος ημθ=0,6 και συνθ=0,8.

***Απάντηση:***

* 1.  Καθώς η σφαίρα περνά από τη θέση Α, έχει ταχύτητα εφαπτόμενη στη τροχιά, οπότε την ίδια κατεύθυνση έχει και η ορμή της σφαίρας p1, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Για το μέτρο της ορμής έχουμε:

*p1=m∙υ=2∙0,6 kg∙m/s=1,2kg∙m/s*

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής, από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα, είναι ίσος με τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στη σφαίρα. Αλλά στην περίπτωση της παραπάνω οριζόντιας κυκλικής κίνησης, η συνισταμένη δύναμη είναι η τάση του νήματος, η οποία είναι **και** η κεντρομόλος δύναμη που δρα στη σφαίρα. Έτσι το διάνυσμα $\vec{\frac{Δp}{Δt}}$ στη θέση Α, έχει τη διεύθυνση της ακτίνας (ας την ορίσουμε ως διεύθυνση x, παίρνοντας τους άξονες x και y, όπως στο σχήμα), με φορά προς το κέντρο Ο της τροχιάς, με μέτρο:

$\left|\frac{Δp}{Δt}\right|=\left|ΣF\right|=\left|Τ\right|=m\frac{υ^{2}}{R}=2∙\frac{0,6^{2}}{0,8}kg∙m/s^{2}=0,9kg∙m/s^{2}$*.*

* 1. Το μήκος του τόξου που διατρέχει η σφαίρα συνδέεται με το μέτρο της ταχύτητας με τη σχέση:

$$υ=\frac{s}{t}$$

Λύνοντας ως προς t για μήκος τόξου s= ½ 2πR=πR θα έχουμε:

$$t=\frac{s}{υ}=\frac{πR}{υ}=\frac{π∙0,8}{0,6}s≈4,2s$$

 Στο παραπάνω σχήμα, έχει σχεδιαστεί το διάνυσμα της ορμής της σφαίρας στη θέση Α, οπότε για τη μεταβολή της ορμής μεταξύ των θέσεων Α και Β, έχουμε:

$Δ\vec{p}\_{1,2}=\vec{p}\_{2}-\vec{p}\_{1}=\vec{p}\_{2}+(-\vec{p}\_{1})$ (1)

Έτσι θεωρώντας την αρχική ορμή ως θετική, θα πάρουμε:

Δp1,2=p2-p1=-1,2 *kg∙m/s-1,2 kg∙m/s=-2,4 kg∙m/s*

Όπου το αρνητικό αποτέλεσμα μας λέει ότι η μεταβολή της ορμής έχει αντίθετη κατεύθυνση από την αρχική ορμή στη θέση Α.

Εναλλακτικά η εξίσωση (1), μπορεί να διαβαστεί ότι το διάνυσμα $Δ\vec{p}\_{1,2}$ προκύπτει ως το διανυσματικό άθροισμα των διανυσμάτων $\vec{p}\_{2} και (-\vec{p}\_{1})$ . Αλλά τότε με βάση το διπλανό σχήμα μπορούμε να βρούμε τη μεταβολή της ορμής, με διανυσματικό άθροισμα.

* 1. Σχεδιάζουμε τα διανύσματα της ορμής για τις θέσεις Β και Γ, όπως στο (πρώτο) διπλανό σχήμα, οπότε η μεταβολή της ορμής μεταξύ των δύο θέσεων προκύπτει:

$$Δ\vec{p}\_{2,3}=\vec{p}\_{3}-\vec{p}\_{2}=\vec{p}\_{3}+(-\vec{p}\_{2})$$

Για το μέτρο της μεταβολής έχουμε:

$$Δp\_{2,3}=\sqrt{p\_{2}^{2}+p\_{3}^{2}}=\sqrt{p\_{2}^{2}+p\_{2}^{2}}=p\_{2}\sqrt{2}=1,2\sqrt{2}kg∙m/s$$

Ενώ η κατεύθυνσή της σχηματίζει γωνία φ=45° με την διεύθυνση y (το παραλληλόγραμμο είναι τετράγωνο).

* 1. Στο διπλανό σχήμα, έχουν σχεδιαστεί οι ορμές της σφαίρας στις θέσεις Γ και Δ.

Με την ίδια λογική, μπορούμε να βρούμε τη μεταβολή της ορμής μεταξύ των θέσεων Β και Γ, όπως στο πρώτο σχήμα.



Ας δοκιμάσουμε όμως να δουλέψουμε με άξονες, ελπίζοντας να φανεί η αξία της μεθόδου…

$$Δ\vec{p}\_{3,4}=\vec{p}\_{4}-\vec{p}\_{3}$$

*Δp3,4x=p4x-p3 → Δp3,4x=p4∙συνθ-p3=p3(συνθ-1)*

*Δp3,4y=p4y-0 → Δp3,4y=p4∙ημθ*

Και με αντικατάσταση:

*Δp3,4x=p3∙(συθ-1)=1,2(0,8-1)kg∙m/s= - 0,24 kg∙m/s και*

*Δp3,4y=p4∙ημθ=1,2∙0,6 kg∙m/s=0,72 kg∙m/s*

Τα αντίστοιχα διανύσματα φαίνονται στο τελευταίο από τα παραπάνω σχήματα, οπότε για την συνολική μεταβολή παίρνουμε:

$$Δp\_{3,4}=\sqrt{Δp\_{3,4x}^{2}+Δp\_{3,4y}^{2}}=\sqrt{0,24^{2}+0,72^{2}}kg∙m/s≈0,76kg∙m/s$$

Ενώ για την κατεύθυνση του διανύσματος μεταβολής της ορμής:

 $εφρ=\frac{Δp\_{x}}{Δp\_{y}}=\frac{0,24}{0,72}=\frac{1}{3}$

***dmargaris@gmail.com***