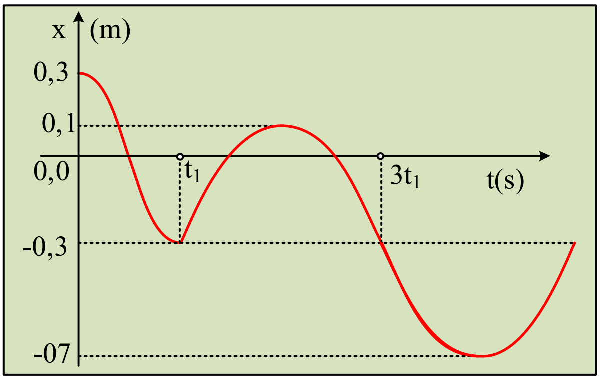
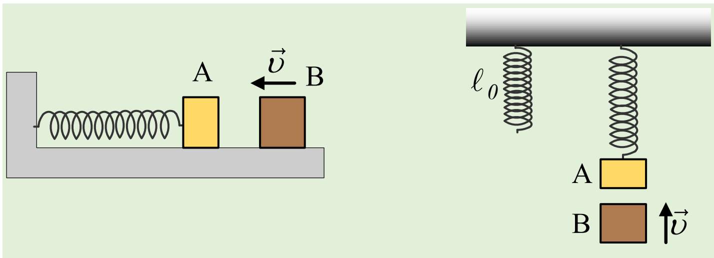
Δυο ΑΑΤ και μια πλαστική κρούση



Ένα σώμα Α μάζας m_1=1kg εκτελεί ΑΑΤ, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου. Τη στιγμή t_1 το σώμα Α συγκρούεται πλαστικά με ένα δεύτερο σώμα Β, το οποίο κινείται κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου. Στο διάγραμμα βλέπετε την γραφική παράσταση της θέσης του σώματος Α (και του συσσωματώματος μετά την στιγμή t_1…) σε συνάρτηση με το χρόνο.

i) Ποιο από τα παρακάτω σχήματα δείχνει τις θέσεις των σωμάτων λίγο πριν την κρούση;



Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ii) Με δεδομένο ότι το σχήμα που επιλέξατε περιγράφει την κατάσταση που μελετάμε και αντλώντας πληροφορίες από το παραπάνω διάγραμμα, να βρείτε:

α) Την μάζα του Β σώματος.

β) Την σταθερά k του ελατηρίου.

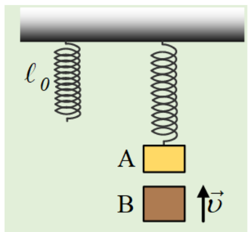
γ) Την ταχύτητα του σώματος Β ελάχιστα πριν την κρούση.

Δίνεται g=10m/s^2.

Απάντηση:

i) Με βάση τη γραφική παράσταση της θέσης x, βλέπουμε ότι από 0-t_1 το σώμα ταλαντώνεται γύρω από την θέση x=0 με πλάτος A_1=0,3m και περίοδο $T_1=2t_1$. Μετά την κρούση όμως η θέση ισορροπίας είναι η προηγούμενη ακραία θέση (-0,3m), γύρω από την οποία ταλαντώνεται το συσσωμάτωμα με πλάτος A_2=0,1m-(-0,3m)=0,4m και περίοδο $T_2=2(3t_1-t_1)=4t_1$ ή $T_2=2T_1$.

Αλλαγή στην θέση ισορροπίας ΔΕΝ έχουμε αν η κίνηση πραγματοποιείται σε οριζόντιο επίπεδο. Έτσι το πρώτο ενδεχόμενο αποκλείεται! Θα πρέπει το βάρος του σώματος να επηρεάζει την θέση ισορροπίας και αυτό μπορεί να συμβαίνει αν το ελατήριο είναι πλάγιο ή και κατακόρυφο. Με βάση λοιπόν τις επιλογές που έχουμε, επιλέγουμε το 2ο σχήμα.

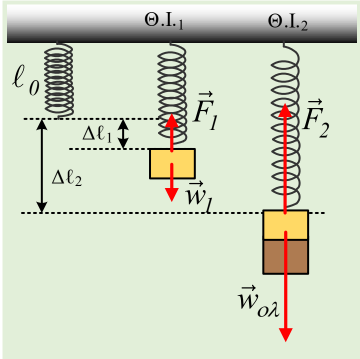


ii) α) Εστιάζουμε στην παραπάνω σχέση για τις περιόδους ταλάντωσης, πριν και μετά την κρούση, παίρνοντας:

$$T_2 = 2T_1 \to 2\pi\sqrt{\frac{m_{ολ}}{k}} = 2\cdot 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} \to$$

$$\frac{m_{ολ}}{k} = 4\frac{m_1}{k} \to m_1 + m_2 = 4m_1 \to m_2 = 3m_1 = 3kg$$

β) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο Α σώμα και στο συσσωμάτωμα στην θέση ισορροπίας τους, όπου F_1 και F_2 οι αντίστοιχες δυνάμεις από το ελατήριο.



Από τις συνθήκες ισορροπίας, παίρνουμε:

Θ.Ι.$_1$: $\Sigma\vec{F} = 0 \to F_1 = w_1 \to k\cdot\Delta\ell_1 = m_1 g \quad (1)$

Θ.Ι.$_2$: $\Sigma\vec{F} = 0 \to F_2 = w_{ολ} \to k\cdot\Delta\ell_2 = (m_1 + m_2)g \quad (2)$

Με διαίρεση κατά μέλη θα πάρουμε:

$$\frac{k\cdot\Delta\ell_1}{k\cdot\Delta\ell_2} = \frac{m_1 g}{(m_1+m_2)g} \to \frac{\Delta\ell_1}{\Delta\ell_1 + 0,3} = \frac{1}{1+3} \to \Delta\ell_1 = 0,1m \to$$

$$k = \frac{m_1 g}{\Delta\ell_1} = \frac{1\cdot 10}{0,1} N/m = 100N/m$$

γ) Η πλαστική κρούση, έγινε σε θέση πλάτους (για την ταλάντωση του Α σώματος) συνεπώς με μηδενική ταχύτητα του Α. Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα εκτελέσει νέα ταλάντωση πλάτους A_2=0,4m ξεκινώντας από την θέση ισορροπίας του, συνεπώς η ταχύτητα που αποκτά μετά την κρούση έχει μέτρο:

$$V_\kappa = \omega_2 A_2 = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}}\cdot A_2 = \sqrt{\frac{100}{1+3}}0,4\ m/s = 2m/s$$

Με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ορμής για την κρούση, βρίσκουμε:

$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετ} \to m_1\cdot 0 + m_2\cdot\upsilon_2 = (m_1+m_2)V_\kappa \to$$

$$\upsilon_2 = \frac{(m_1+m_2)V_\kappa}{m_2} = \frac{(1+3)2}{3} m/s = \frac{8}{3} m/s$$

dmargaris@gmail.com