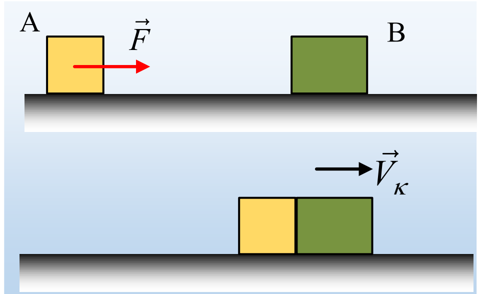
Ενέργειες σε δυο κινήσεις και μια πλαστική κρούση.



Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δύο σώματα Α και Β με μάζες m_1=2kg και m_2, τα οποία εμφανίζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης με το επίπεδο. Σε μια στιγμή ασκούμε μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=10N στο σώμα Α, με αποτέλεσμα να κινηθεί προς το σώμα Β, με το οποίο συγκρούεται πλαστικά μετά από χρονικό διάστημα Δt_1=4s. Τη στιγμή της κρούσης, παύει να ασκείται στο σώμα η δύναμη F, ενώ το συσσωμάτωμα αποκτά αρχική ταχύτητα V_κ=1,6m/s και σταματά, μετά από χρονικό διάστημα Δt_2=0,4s.

Χωρίς να χρησιμοποιείστε τις επιταχύνσεις των σωμάτων, ούτε εξισώσεις ταχύτητας και μετατόπισης για τις δύο κινήσεις, προσπαθήστε να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:

i) Ποιος ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των σωμάτων και του επιπέδου;

ii) Ποια η ταχύτητα του σώματος Α, ελάχιστα πριν την κρούση;

iii) Να υπολογιστεί η μάζα m_2 του Β σώματος.

iv) Ποια η αρχική απόσταση των δύο σωμάτων και πόσο διάστημα διανύει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση;

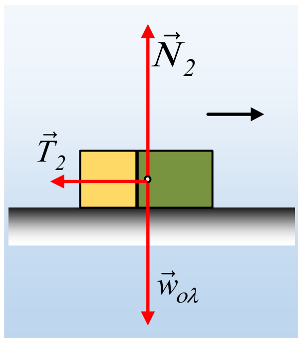
v) Τι ποσοστό της ενέργειας που μεταφέρεται στο Α σώμα, μέσω του έργου της δύναμης F:

α) Μετατρέπεται σε θερμική, εξαιτίας της τριβής, πριν την κρούση.

β) μετατρέπεται σε θερμική (και ενέργει μόνιμης παραμόρφωσης) στη διάρκεια της κρούσης.

Δίνεται g=10m/s^2.

Απάντηση:



i) Στο σχήμα, έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις στο συσσωμάτωμα, κατά την κίνησή του, μετά την κρούση. Από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα, έχουμε

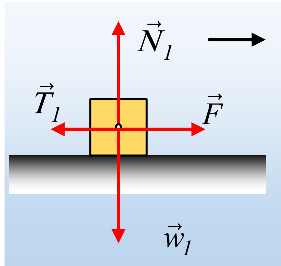
$$\left(\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}\right)_{\sigma\tau\iota\gamma}=\frac{d\vec{p}}{dt}=\left(\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}\right)_{\mu\acute{\varepsilon}\sigma}=\Sigma\vec{F}=(\vec{w}_{o\lambda}+\vec{N}_2)+\vec{T}_2$$

Αφού η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή, οπότε ο στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής της ορμής συμπίπτει με τον μέσο ρυθμό. Εξάλλου από την ισορροπία στην κατακόρυφη διεύθυνση έχουμε $\vec{w}_{o\lambda}+\vec{N}_2=0$, ενώ $|T_2|$=μN=μMg, όπου M=m_1+m_2 και η παραπάνω εξίσωση μετατρέπεται στην αλγεβρική:

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta t}\right)_{\mu\acute{\varepsilon}\sigma}=T_2\Rightarrow\frac{0-MV_\kappa}{\Delta t_2}=-\mu Mg\Rightarrow\mu=\frac{V_\kappa}{g\Delta t_2}=\frac{1,6}{10\cdot 0,4}=0,4$$

ii) Εφαρμόζουμε τώρα το γενικευμένο νόμο για το Α σώμα, μέχρι τη στιγμή της κρούσης, όπως παραπάνω:

$$\left(\frac{\Delta\vec{p}_1}{\Delta t}\right)_{\sigma\tau\iota\gamma}=\frac{d\vec{p}_1}{dt}=\left(\frac{\Delta\vec{p}_1}{\Delta t}\right)_{\mu\acute{\varepsilon}\sigma}=\Sigma\vec{F}=(\vec{w}_1+\vec{N}_1)+\vec{F}+\vec{T}_1$$



Όπου $\vec{w}_1+\vec{N}_1=0\Rightarrow\ |N_1|=m_1g\ \ \kappa\alpha\iota\ |T_1|=\mu m_1 g=8N\rightarrow$

$$\left(\frac{\Delta p_1}{\Delta t}\right)_{\mu\acute{\varepsilon}\sigma}=F+T_1\Rightarrow\frac{m_1\upsilon_1-0}{\Delta t_1}=F-\mu m_1 g\Rightarrow$$

$$\upsilon_1=\frac{(F-\mu m_1 g)\Delta t_1}{m_1}=\frac{(10-8)\cdot 4}{2}m/s=4m/s$$

iii) Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για την πλαστική κρούση μεταξύ των σωμάτων:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu}=\vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}\xrightarrow{\alpha\lambda\gamma\varepsilon\beta\rho\iota\kappa\acute{\alpha}}m_1\upsilon_1+0=MV_\kappa\Rightarrow$$

$$M=\frac{m_1\upsilon_1}{V_\kappa}=\frac{2\cdot 4}{1,6}kg=5kg\Rightarrow$$

$$m_1+m_2=M\rightarrow m_2=M-m_1=5kg-2kg=3kg$$

iv) Έστω x_1 η μετατόπιση του Α σώματος, μέχρι να συγκρουστεί με το Β σώμα. Για την παραπάνω μετατόπιση εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.) παίρνοντας:

$$K_1-K_0=W_{w_1}+W_{N_1}+W_F+W_{T_1}\quad (1)$$

Όμως $W_{w1}=W_{N1}=0$, δυνάμεις κάθετες στην μετατόπιση, $W_F=F\cdot x_1$ και $W_{T1}=-T_1\cdot x_1$, οπότε με αντικατάσταση στην (1) έχουμε:

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2-0=Fx_1-T_1x_1\rightarrow x_1=\frac{m_1\upsilon_1^2}{2(F-T_1)}=\frac{2\cdot 4^2}{2(10-8)}m=8m$$

Ενώ με τον ίδιο τρόπο, για την κίνηση του συσσωματώματος μετά την κρούση, θα έχουμε:

$$K_\tau-K_{\alpha\rho}=W_{w_{o\lambda}}+W_{N_2}+W_{T_2}\quad (2)$$

Όπου $W_{wo\lambda}=W_{N2}=0$, δυνάμεις κάθετες στην μετατόπιση και $W_{T2}=-T_2\cdot x_2=-\mu Mg\cdot x_2$, οπότε από (2):

$$0-\frac{1}{2}MV_\kappa^2=-\mu Mgx_2\rightarrow x_2=\frac{V_\kappa^2}{2\mu g}=\frac{1,6^2}{2\cdot 0,4\cdot 10}m=0,32m$$

v) Η ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα Α μέσω του έργου της δύναμης F, είναι ίσο με το έργο της:

$$W_F=F\cdot x_1=10N\cdot 8m=80J$$

α) Κατά την κίνηση του σώματος Α, μέχρι την κρούση του, του αφαιρείται ενέργεια, ίση με το έργο της τριβής, έργο το οποίο μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια.

Έχουμε δηλαδή:

$$Q_\theta=|W_{T1}|=T_1\cdot x_1=8N\cdot 8m=64J$$

Πώς το ποσόν αυτό το μετατρέπουμε σε ποσοστό;

Σε W_F έχουμε Q_θ Στα 100 x;	$x = \pi = \dfrac{Q_\theta}{W_F} 100\%$

Με αντικατάσταση:

$$\pi_1 = \frac{Q_\theta}{W_F} 100\% = \frac{64J}{80J} 100\% = 80\%$$

β) Η απώλεια της κινητικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση, η οποία μετατρέπεται αφενός σε θερμική ενέργεια, αφετέρου σε ενέργεια μόνιμης παραμόρφωσης, είναι ίση:

$$Q_{\pi\lambda} = |\Delta K| = K_{\pi\rho\iota\nu} - K_{\mu\varepsilon\tau} = \frac{1}{2} m\upsilon_1^2 - \frac{1}{2} MV_\kappa^2 \Rightarrow$$

$$Q_{\pi\lambda} = \frac{1}{2} 2 \cdot 4^2 J - \frac{1}{2} 5 \cdot 1{,}6^2 J = 9{,}6J$$

Οπότε το ποσοστό θα είναι:

$$\pi_2 = \frac{Q_{\pi\lambda}}{W_F} 100\% = \frac{9{,}6J}{80J} 100\% = 12\%$$

Ερώτηση:

Παίζοντας με τα ποσοστά έχουμε 80%+12% = 92%. Το υπόλοιπο τι έγινε;

dmargaris@gmail.com