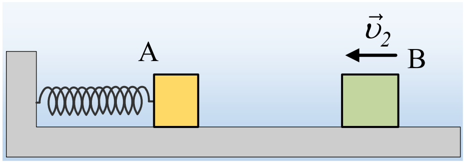
Η ενέργεια κατά την πλαστική κρούση, σε μια ααt



Ένα σώμα Α, μάζας m_1=2kg εκτελεί ΑΑΤ, σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου, με εξίσωση:

x=0,4·ημ(10t) (μονάδες στο S.I.).

Ένα δεύτερο σώμα Β μάζας m_2=3kg κινείται κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου, πλησιάζοντας το σώμα Α, με ταχύτητα μέτρου υ_2=1m/s.

i) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του συστήματος $K_{ολ}$ των δύο σωμάτων σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση ($K_{ολ}=f(t)$).

ii) Τη στιγμή που η παραπάνω κινητική ενέργεια γίνεται ελάχιστη για δεύτερη φορά, τα δυο σώματα συγκρούονται πλαστικά.

α) Να βρεθεί το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του συστήματος που μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια λόγω της κρούσης.

β) Να υπολογιστεί ο λόγος E_2/E_1 όπου E_2 η ενέργεια ταλάντωσης του συσσωματώματος και E_1 η αντίστοιχη ενέργεια ταλάντωσης πριν την κρούση.

iii) Σε μια επανάληψη του ίδιου πειράματος το ποσοστό του ερωτήματος α) παίρνει τιμή 100%. Να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης E_3 του συστήματος μετά την κρούση.

Απάντηση:

i) Η ταχύτητα του σώματος Α δίνεται από την εξίσωση:

$$\upsilon_1 = A\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\omega t = 0,4 \cdot 10 \cdot \sigma\upsilon\nu(10t) = 4 \cdot \sigma\upsilon\nu(10t) \quad (S.I.)$$

Οπότε η κινητική του ενέργεια, σε συνάρτηση με το χρόνο, ικανοποιεί την εξίσωση:

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 16 \cdot \sigma\upsilon\nu^2(10t) = 16 \cdot \sigma\upsilon\nu^2(10t) \quad \text{(S.I.)}$$

Οπότε το σύστημα των δύο σωμάτων θα έχει κινητική ενέργεια:

$$K_{ολ} = K_1 + K_2 = 16 \cdot \sigma\upsilon\nu^2(10t) J + \frac{1}{2} 3 \cdot 1^2 J = 1,5 + 16 \cdot \sigma\upsilon\nu^2(10t) \quad \text{(S.I.)}$$

Ας τονισθεί ότι η παραπάνω γραφική παράσταση, δεν λαμβάνει υπόψη την …επερχόμενη σύγκρουση!

ii) Το σώμα Β έχει σταθερή κινητική ενέργεια (K_2=1,5J). Αλλά τότε η ολική κινητική ενέργεια γίνεται ελάχιστη, όταν γίνει μηδενική η κινητική ενέργεια του Α σώματος, στην θέση x=-A_1, τη στιγμή t= ¾ Τ (στην πραγματικότητα τη στιγμή αυτή σταματά και η παραπάνω γραφική παράσταση, αφού τότε έχουμε την κρούση).

Με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ορμής για την κρούση, παίρνουμε με θετική κατεύθυνση προς τα δεξιά:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \xrightarrow{\alpha\lambda\gamma\varepsilon\beta\rho\iota\kappa\acute{\alpha}} m_1 0 + m_2\upsilon_2 = (m_1+m_2)\upsilon_\kappa \rightarrow$$

$$\upsilon_\kappa = \frac{m_2\upsilon_2}{m_1+m_2} = \frac{3\cdot(-1)}{2+3} m/s = -0{,}6m/s$$

α) Η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική (και ενέργεια μόνιμης παραμόρφωσης…) είναι ίση:

$$Q_\theta = |\Delta K| = K_{o\lambda.\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda} = K_2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_\kappa^2 \rightarrow$$

$$Q_\theta = 1{,}5J - \frac{1}{2}(2+3)\cdot 0{,}6^2 J = 0{,}6J$$

Οπότε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας πριν την κρούση που μετετράπη σε θερμική είναι:

$$\pi = \frac{Q_\theta}{K_{o\lambda,\pi\rho\iota\nu}} 100\% = \frac{0{,}6}{1{,}5} 100\% = 40\%$$

β) Η κρούση έγινε σε θέση πλάτους της αρχικής ταλάντωσης, οπότε η ενέργεια ταλάντωσης μετά την κρούση, με δεδομένο ότι παραμένει ίδια η θέση ισορροπίας, είναι:

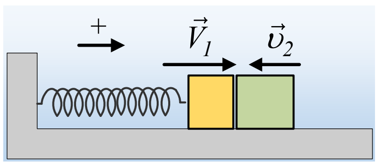
$$E_2 = U + K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}DA_1^2 + \frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_\kappa^2 = \frac{1}{2}m_1\omega_1^2 A_1^2 + \frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_\kappa^2 \rightarrow$$

$$E_2 = \frac{1}{2}2\cdot 10^2\cdot 0{,}4^2 J + \frac{1}{2}(2+3)0{,}6^2 J = 16{,}9J$$

Οπότε ο ζητούμενος λόγος είναι ίσος:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{E_2}{\frac{1}{2}m_1\omega_1^2 A_1^2} = \frac{16{,}9}{16} \approx 1{,}06$$

iii) Για να έχουμε απώλεια κινητικής ενέργειας σε ποσοστό 100%, θα πρέπει το συσσωμάτωμα να παραμείνει ακίνητο μετά την κρούση. Για να μπορεί να συμβεί όμως αυτό, θα πρέπει τα δύο σώματα να κινούνται αντίθετα, πριν την κρούση, έτσι ώστε να ισχύει:



$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \rightarrow m_1V_1 + m_2\upsilon_2 = (m_1+m_2)V_\kappa = 0 \rightarrow$$

$$V_1 = -\frac{m_2\upsilon_2}{m_1} = -\frac{3\cdot(-1)}{2} m/s = +1{,}5m/s$$

Όπου V_1 η ταχύτητα του Α σώματος ελάχιστα πριν την κρούση.

Αλλά τότε η κρούση έγινε σε μια θέση, που το σώμα απείχε κατά x_1 από την θέση ισορροπίας του, έχοντας δυναμική ενέργεια ταλάντωσης:

$$E_1 = U_1 + K_1 \rightarrow U_1 = \frac{1}{2}kx_1^2 = E_1 - \frac{1}{2}m_1V_1^2 \rightarrow$$

$$U_1 = 16J - \frac{1}{2}2 \cdot 1,5^2\,J = 13,75J$$

Αλλά αφού το συσσωμάτωμα έμεινε ακίνητο μετά την κρούση, η απομάκρυνση x_1 είναι το νέο πλάτος ταλάντωσης και η νέα ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με:

$$E_3 = U_3 = U_1 = 13,75J$$

dmargaris@gmail.com