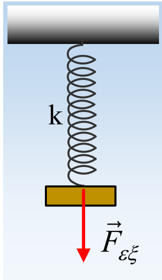
Η εξωτερική δύναμη σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση.



Μια πλάκα μάζας m, εκτελεί εξαναγκασμένη κατακόρυφη ταλάντωση στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100·m (S.I.), με την επίδραση μιας περιοδικής εξωτερικής δύναμης $F_{\varepsilon\xi}$, ενώ πάνω της ασκείται δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{\alpha\pi}$=-bυ, Μετά το πέρας των μεταβατικών φαινομένων, λαμβάνοντας κάποια στιγμή ως αρχή μέτρησης των χρόνων t=0, η εξίσωση της απομάκρυνσης ικανοποιεί την εξίσωση x=Α·ημ(8t) (S.I.), με θετική κατεύθυνση προς τα πάνω.

i) Κάποια στιγμή t_1 η πλάκα περνά από την θέση x=0, κινούμενη προς τα κάτω.

Α) Τη στιγμή αυτή η ισχύς της εξωτερικής δύναμης P_1 είναι:

α) Αρνητική, β) Μηδέν, γ) Θετική.

Β) Η παραπάνω ισχύς της εξωτερικής δύναμης είναι ανάλογη:

α) του τετραγώνου της ιδιοσυχνότητας ταλάντωσης,

β) του πλάτους ταλάντωσης,

γ) της σταθεράς απόσβεσης b.

Ποιες από τις παραπάνω προτάσεις είναι σωστές;

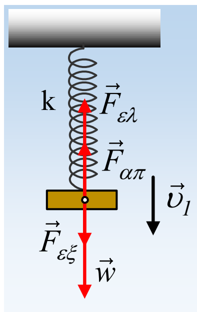
ii) Μια άλλη στιγμή t_2 η πλάκα βρίσκεται στην άνω ακραία θέση της ταλάντωσής της. Τη στιγμή αυτή η εξωτερική δύναμη:

α) Είναι μηδενική.

β) Έχει κατεύθυνση προς τα κάτω.

γ) Έχει κατεύθυνση προς τα πάνω.

Απάντηση:



i) Τη στιγμή t_1 που η πλάκα περνά από την θέση x=0 (θέση ισορροπίας της ταλάντωσης), δέχεται τις δυνάμεις του διπλανού σχήματος, όπου $\vec{w}+\vec{F}_{\varepsilon\lambda}=0$ (θέση ισορροπίας), ενώ η δύναμη απόσβεσης $F_{\alpha\pi}=-b\cdot\upsilon_1$ έχει φορά αντίθετης της ταχύτητας, συνεπώς η εξωτερική δύναμη έχει κατεύθυνση προς τα κάτω, αφού η συνισταμένη θα είναι μηδενική. Γιατί;

Αφού x=Α·ημ(8t), η ταχύτητα είναι της μορφής υ=Αω·συν(8t) και η επιτάχυνση:

$$\alpha=-\omega^2 A\cdot\eta\mu(8t) = -\omega^2 x$$

και για x=0, α=0 και ΣF=0.

(αξίζει να σημειωθεί ότι στην φθίνουσα ταλάντωση κάτι τέτοιο δεν ισχύει…)

Α) Η ισχύ της δύναμης τη στιγμή αυτή θα έχει τιμή:

$$P=|F|\cdot|\upsilon|\cdot\sigma\upsilon\nu\alpha=|F|\cdot|\upsilon_1|>0$$

Σωστό το γ)

Β) Αντικαθιστώντας το μέτρο της δύναμης στην παραπάνω εξίσωση της ισχύος, παίρνουμε:

$$P = |F_1| \cdot |\upsilon_1| = b\upsilon_{1,max}^2 = b(\omega A)^2 = 64bA^2 \quad (S.I.)$$

Αφού η γωνιακή συχνότητα είναι ίση με ω=8 rad/s και όχι η γωνιακή ιδιοσυχνότητα:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100m}{m}} = 10rad/s$$

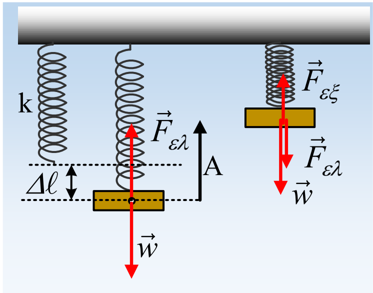
Με βάση αυτά, οι απαντήσεις είναι:

α) του τετραγώνου της ιδιοσυχνότητας ταλάντωσης **(Λ)**

β) του πλάτους ταλάντωσης, **(Λ)**

γ) της σταθεράς απόσβεσης b. **(Σ)**

ii) Ας υποθέσουμε (χωρίς απώλεια της γενικότητας) ότι στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης, το ελατήριο έχει κάποια συσπείρωση. Τότε η δύναμη του ελατηρίου θα έχει φορά προς τα κάτω, όπως στο σχήμα. Από την θέση ισορροπίας παίρνουμε:



$$\Sigma F = 0 \rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = w \rightarrow k\Delta\ell = mg \quad (1)$$

Στην πάνω ακραία θέση:

$$\Sigma F = ma \rightarrow F_{\varepsilon\xi} - F_{\varepsilon\lambda} - mg = m(-\omega^2 A) \rightarrow F_{\varepsilon\xi} - k(A - \Delta\ell) - mg = m(-\omega^2 A) \rightarrow$$

$$F_{\varepsilon\xi} - kA + k\Delta\ell - mg = -m\omega^2 A \xrightarrow{(1)}$$

$$F_{\varepsilon\xi} = kA - m\omega^2 A = 100mA - 64mA = 36mA \quad (S.I.)$$

Η τελευταία εξίσωση μας λέει ότι στην ακραία θέση που η δύναμη απόσβεσης είναι μηδενική, ασκείται δύναμη από το διεγέρτη με φορά προς τα πάνω (αντίθετη της δύναμης επαναφοράς).

Σωστό το γ).

dmargaris@gmail.com