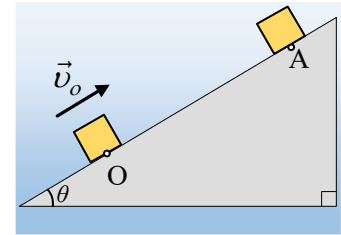


Κίνηση κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου

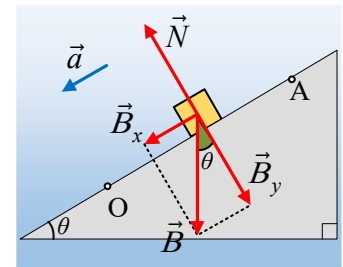
Ένα σώμα κινείται κατά μήκος ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου και σε μια στιγμή που θεωρούμε ως $t_0=0$, περνά από το σημείο O με ταχύτητα μέτρου v_0 . Το σώμα σταματά την άνοδό του στο επίπεδο τη στιγμή $t_1=2s$, στο σημείο A και στη συνέχεια κινείται ξανά προς τα κάτω, φτάνοντας τη στιγμή t_2 ξανά στη θέση O. Αν για την κλίση του κεκλιμένου επιπέδου δίνεται $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$, ενώ $g=10m/s^2$, ζητούνται:



- i) Να αποδειχθεί ότι το σώμα, τόσο στην άνοδό του, όσο και στην κάθοδό του, κινείται με την ίδια σταθερή επιτάχυνση, την οποία και να υπολογίσετε.
- ii) Η ταχύτητα v_0 του σώματος στο σημείο O.
- iii) Η απόσταση (OA) που διανύει το σώμα κατά την προς τα άνω κίνησή του.
- iv) Η χρονική στιγμή t_2 , καθώς και η ταχύτητα v_2 , με την οποία το σώμα επιστρέφει στο σημείο O.

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα, έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, σε μια τυχαία θέση, το βάρος \vec{B} και η κάθετη αντίδραση του επιπέδου \vec{N} . Η εικόνα αυτή ισχύει και κατά την άνοδο και την κάθοδο, δεν υπάρχουν άλλες δυνάμεις στη μια ή στην άλλη περίπτωση. Αναλύοντας τώρα το βάρος σε δύο συνιστώσες μια B_x παράλληλη στο επίπεδο και μια B_y κάθετη σε αυτό. Η γωνία μεταξύ του βάρους \vec{B} και της συνιστώσας \vec{B}_y είναι ίση με την



κλίση θ του επιπέδου (οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές). Το σώμα ισορροπεί στην κάθετη διεύθυνση προς το επίπεδο, ενώ επιταχύνεται στην διεύθυνση την παράλληλη στο επίπεδο. Για το μέτρο της B_x έχουμε:

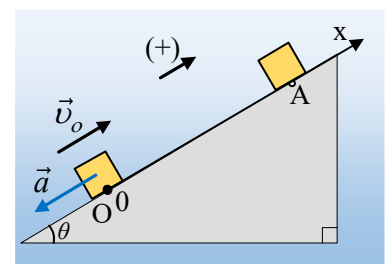
$$\eta\mu\theta = \frac{B_x}{B} \rightarrow B_x = B \cdot \eta\mu\theta = mg \cdot \eta\mu\theta$$

Με εφαρμογή τώρα του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα, παίρνουμε για το μέτρο της επιτάχυνσης:

$$\Sigma F_x = ma \rightarrow a = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{mg \cdot \eta\mu\theta}{m} = g\eta\mu\theta = 10 \cdot 0,6 m/s^2 = 6 m/s^2.$$

Ενώ αυτή, έχει την κατεύθυνση της συνιστώσας \vec{B}_x , δηλαδή παράλληλη στο επίπεδο με φορά προς τα κάτω.

- ii) Για την μελέτη της κίνησης του σώματος, παίρνουμε έναν προσανατολισμένο άξονα x, με αρχή $x=0$, το σημείο O και θετική φορά προς τα πάνω, όπως στο σχήμα. Με βάση τον άξονα αυτό το σώμα έχει σταθερή επιτάχυνση με τιμή $a=-6m/s^2$, ενώ $v_0>0$, οπότε η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη, για την οποία ισχύουν:



$$v = v_o + at \quad (1) \quad \text{και} \quad x = v_o t + \frac{1}{2} at^2 \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας στην (1) $v=0$ και $t=t_1=2\text{s}$ παίρνουμε:

$$v = v_o + at \rightarrow 0 = v_o + (-6) \cdot 2 \rightarrow v_o = 12\text{m/s}$$

iii) Αντικαθιστώντας τις παραπάνω τιμές στην εξίσωση (2) έχουμε:

$$x_1 = v_o t + \frac{1}{2} at^2 = 12 \cdot 2\text{m} + \frac{1}{2} (-6) \cdot 2^2\text{m} = 24\text{m} - 12\text{m} = 12\text{m}$$

iv) Τη στιγμή t_2 που το σώμα επιστρέφει στο σημείο Ο, $x=0$, οπότε από την εξίσωση (2) με αντικατάσταση βρίσκουμε:

$$x = v_o t + \frac{1}{2} at^2 \rightarrow 0 = 12t + \frac{1}{2} (-6)t^2 \rightarrow$$

$$3t^2 - 12t = 0 \rightarrow 3t(t - 4) = 0 \rightarrow$$

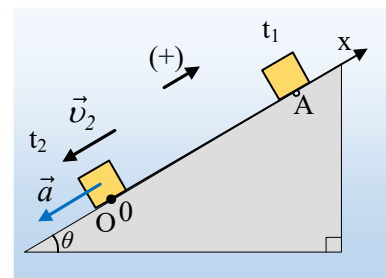
$$\text{ή } t=0 \text{ (η στιγμή που ξεκινά) ή } t=t_2=4\text{s.}$$

Προφανώς το σώμα επιστρέφει στην θέση Ο τη στιγμή $t_2=4\text{s}$.

Οπότε για την ταχύτητα τη στιγμή t_2 , παίρνουμε από την εξίσωση (1):

$$v_2 = v_o + at_2 = 12\text{m/s} + (-6) \cdot 4\text{m/s} = -12\text{m/s}$$

Όπου το πρόσημο (-) μας λέει ότι το σώμα κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα x που πήραμε, δηλαδή φορά προς τα κάτω.



dmargaris@gmail.com