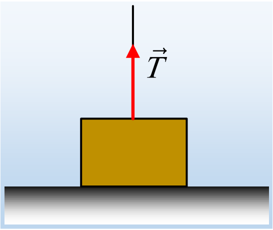
Τραβάμε το σχοινί για να ανυψώσουμε ένα σώμα

Ένα σώμα μάζας m=4kg ηρεμεί στο έδαφος. Δένουμε το σώμα με ένα νήμα και αρχίζουμε να το τραβάμε κατακόρυφα προς τα πάνω, για να το ανεβάσουμε στον 3ο όροφο της πολυκατοικίας μας. Μεταβάλλουμε την δύναμη που τραβάμε το νήμα, με αποτέλεσμα η τάση του νήματος, η οποία ασκείται στο σώμα, να ικανοποιεί την εξίσωση:



$$T=4t \text{ (μονάδες στο S.I.)}$$

i) Να υπολογισθούν τα μέτρα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα τη χρονική στιγμή t_1=6s.

ii) Ποια χρονική στιγμή t_2 το σώμα εγκαταλείπει το έδαφος (απογειώνεται);

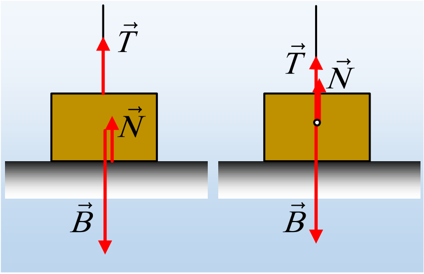
iii) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος, την χρονική στιγμή t_3=12s.

iv) Μπορείτε να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_3;

Δίνεται g=10m/s^2.

Απάντηση:

i) Για όσο χρόνο το σώμα βρίσκεται σε επαφή με το έδαφος, δέχεται από αυτό την δύναμη στήριξης Ν. Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα (στο πρώτο σχήμα, ενώ στο 2ο σχήμα έχουν μεταφερθεί και ασκούνται σε ένα σημείο). Αντικαθιστώντας τη στιγμή t_1=6s στην εξίσωση της τάσης, βρίσκουμε:



$$T_1=4t_1=4\cdot 6N=24N$$

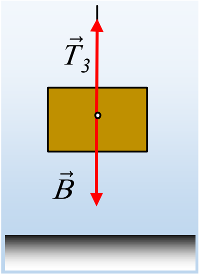
Ενώ το βάρος του σώματος έχει μέτρο $B=mg=4\cdot 10N=40N$.

Αλλά αφού το βάρος είναι μεγαλύτερο της τάσης, το σώμα δεν μπορεί να χάσει την επαφή με το έδαφος, δεχόμενο από αυτό την δύναμη στήριξης Ν (την κάθετη αντίδραση του επιπέδου). Από την συνθήκη ισορροπίας παίρνουμε:

$$\Sigma\vec{F}=0 \to T_1+N-B=0 \to$$
$$N=B-T_1=40N-24N=16N$$

ii) Τη χρονική στιγμή t_2 που το σώμα απογειώνεται, μηδενίζεται η δύναμη Ν, οπότε από την παραπάνω συνθήκη ισορροπίας, βρίσκουμε:

$$\Sigma\vec{F}=0 \to T_2+N-B=0 \to T_2=B \to$$
$$4t_2=40 \to t_2=10s$$



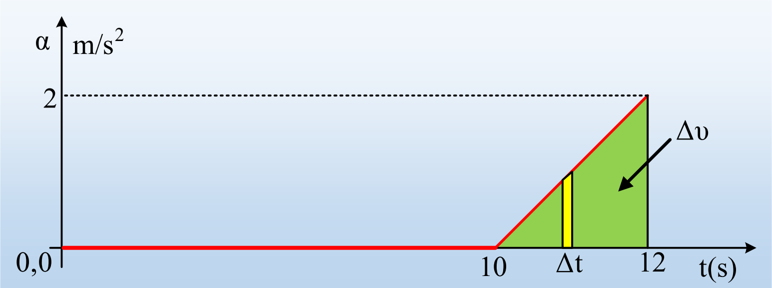
iii) Την στιγμή t_3 προφανώς το σώμα βρίσκεται στον αέρα, δεχόμενο τις δυνάμεις του διπλανού σχήματος, όπου $T_3=4t_3=4\cdot 12N=48N$. Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής, τη στιγμή αυτή, παίρνουμε:

$$\Sigma F = ma_3 \to T_3 - B = ma_3 \to$$
$$a_3 = \frac{T_3 - B}{m} = \frac{48N - 40N}{4kg} = 2m/s^2.$$

iv) Αν εφαρμόσουμε το θεμελιώδη νόμο του Νεύτωνα μια τυχαία χρονική στιγμή t>10s, όπου το σώμα ανέρχεται, θα πάρουμε:

$$\Sigma F = ma \to T - B = ma \to$$
$$a = \frac{T - B}{m} = \frac{4t - 40}{4} = t - 10 \quad (S.I.)$$

Αν τώρα παραστήσουμε γραφικά την επιτάχυνση σε συνάρτηση με το χρόνο, θα πάρουμε το διάγραμμα του σχήματος. Για κάθε ελάχιστο χρονικό διάστημα Δt, το εμβαδόν του κίτρινου χωρίου α·Δt, είναι αριθμητικά ίσο με την μεταβολή της ταχύτητας Δυ, σε αυτό το χρονικό διάστημα. Αλλά τότε εμβαδόν του πράσινου τριγώνου, θα είναι αριθμητικά ίσο με την συνολική μεταβολή της ταχύτητας από 10s έως 12s.

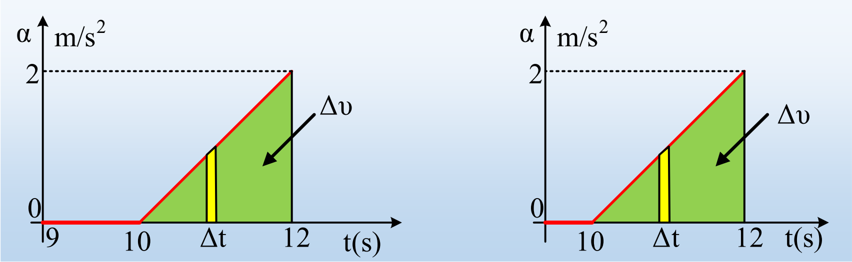


$$\Delta\upsilon = \frac{1}{2}\beta\upsilon \to \upsilon - \upsilon_{10} = \frac{1}{2}2 \cdot 2m/s \to \upsilon - 0 = 2m/s \to$$
$$\upsilon = 2m/s$$

Σχόλιο:

Το παραπάνω διάγραμμα είναι … παράλογο! Φανταστείτε να ξεκινούσε η επιτάχυνση τη χρονική στιγμή t_4=120s και να ψάχναμε την γραφική παράσταση μέχρι τη στιγμή t_5=122s!

Τι κάνουμε; Δεν ξεκινάμε την βαθμολόγηση κάθε άξονα από την τιμή μηδέν, αλλά π.χ. από την στιγμή t΄=9s, κάνοντας το διάγραμμα του παρακάτω σχήματος, όπου μπορούμε κάλλιστα να δουλέψουμε. Δείτε όμως εναλλακτικά το δεξιό σχήμα, όπου δεν ξεκινήσαμε από τα 9s, αλλά από κάποια μεταγενέστερη στιγμή, την οποία δεν υπάρχει καν λόγος να αναφέρουμε…



dmargaris@gmail.com