# Ένας «οδοστρωτήρας» σε κεκλιμένο επίπεδο.

Διαθέτουμε ένα ομογενή κύλινδρο μάζας m=20kg και ακτίνας R=0,5m, τον οποίο προσαρμόζουμε σε ένα δοκάρι, μάζας Μ=40kg και μήκους ℓ= 1m, στο οποίο έχουμε δημιουργήσει μια εγκοπή, όπως στο σχήμα:



Έτσι κατασκευάζουμε έναν «οδοστρωτήρα» τον οποίο τοποθετούμε σε ένα κεκλιμένο επίπεδο, με γωνία κλίσεως θ=30ο.



Το κέντρο μάζας Κ της δοκού απέχει από το άκρο Α απόσταση (ΑΚ)=0,3m. Αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα, το οποίο αρχίζει να κινείται προς τα κάτω με τον κύλινδρο να κυλίεται και να διανύει απόσταση 2m σε χρονικό διάστημα 2s.

Δίνονται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του Ι= ½ mR2, g=10m/s2 ενώ να θεωρείστε ότι ημθ=0,5 και συνθ=0,87.

i) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου, καθώς και την γωνιακή του επιτάχυνση.

ii) Να υπολογίσετε την τριβή που θα ασκηθεί στη δοκό, στο άκρο της Α.

iii) Να βρεθεί η δύναμη που δέχεται η δοκός από τον άξονα του κυλίνδρου στο άκρο της Ο.

iv) Ποιο στερεό, ο κύλινδρος ή η δοκός συνεισφέρει περισσότερο στο «στρώσιμο» του δρόμου;

***Απάντηση:***

Στο παρακάτω σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο δοκάρι και στον κύλινδρο.



Όπου F1x και F1y οι συνιστώσες της δύναμης που ασκεί ο άξονας του κυλίνδρου στη δοκό, η πρώτη παράλληλη στο επίπεδο και η δεύτερη κάθετη σε αυτό. Οι αντίστοιχες συνιστώσες στον κύλινδρο είναι η Fx και Fy. Οι παραπάνω δυνάμεις μεταξύ δοκού-κυλίνδρου είναι εσωτερικές για το σύστημα (δράση-αντίδραση) συνεπώς το σύστημα κινείται με την επίδραση των εξωτερικών δυνάμεων.

Η κίνηση του συστήματος λοιπόν περιγράφεται από τους νόμους του Νεύτωνα:

Μεταφορική κίνηση: *ΣFx=(Μ+m)∙αcm → mg∙ημθ+Μg∙ημθ-Τs-Τ=(Μ+m)∙αcm* (1)

Στροφική κίνηση κυλίνδρου: *ΣτΟ =Ιcm∙αγων → Τs∙R= ½ mR2∙αγων* (2)

Όμως κατά τη μεταφορική κίνηση όλα τα σημεία και της δοκού και του κυλίνδρου έχουν την ίδια ταχύτητα και την ίδια επιτάχυνση. Συνεπώς και ο άξονας του κυλίνδρου έχει επιτάχυνση παράλληλη με το επίπεδο με μέτρο αcm και αφού ο κύλινδρος κυλίεται αΟ=αcm=αγων∙R, οπότε με αντικατάσταση στην (2) και στη συνέχεια με πρόσθεση κατά μέλη θα πάρουμε:

*mg∙ημθ+Μg∙ημθ-Τ=(Μ+m)∙αcm + ½ m∙αcm* →

 (3)

Η εξίσωση (3) μας λέει ότι η επιτάχυνση με την οποία ο «οδοστρωτήρας» μας κινείται κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου είναι σταθερή, συνεπώς η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, οπότε:

1. Η μετατόπιση του συστήματος δίνεται από την εξίσωση x= ½ αcm∙t2 →



Και αφού ο κύλινδρος κυλίεται 

1. Επιστρέφοντας τώρα στη σχέση (3) και λύνοντας ως προς Τ παίρνουμε:

*Τ*= *mg∙ημθ+Μg∙ημθ-(Μ+1,5m)∙αcm →*

*Τ=20∙10∙0,5Ν+40∙10∙0,5-(40+1,5∙20)∙1Ν=230Ν*

|  |
| --- |
|  |

1. Κατά την προς τα κάτω κίνηση του «οδοστρωτήρα» μας, η δοκός εκτελεί μεταφορική κίνηση χωρίς να περιστρέφεται. Αν υπολογίσουμε τη γωνία που σχηματίζει η δοκός με το κεκλιμένο επίπεδο, βρίσκουμε:



Δηλαδή η δοκός παραμένει οριζόντια κατά την κίνηση του συστήματος.

Η κίνηση της δοκού περιγράφεται με βάση τους νόμους του Νεύτωνα:

*ΣFy=0 → Ν1+F1y-Μg∙συνθ=0 (1)*

*ΣFx=Μ∙αcm → F1x+Μg∙ημθ-Τ=Μ∙α (2)*

*ΣτΚ=0 → Ν1∙x1+Τ∙y1-F1y∙x2+F1x∙y2 =0 (3)*

Αλλά από την εξίσωση (2) παίρνουμε:

*F1x= Μ∙α -Μg∙ημθ+Τ= 40∙1Ν-40∙10∙0,5Ν+230Ν=70Ν*

Ενώ με βάση την τριγωνομετρία η (3) γράφεται:

*Ν1∙(ΑΚ)∙συνθ+Τ∙(ΑΚ)∙ημθ-F1y∙(ΟΚ)∙συνθ+F1x∙(ΟΚ)∙ημθ =0 →*

*Ν1∙0,3∙0,87+Τ∙0,3∙0,5-F1y∙0,7∙0,87+F1x∙0,7∙0,5=0 →*

*0,61∙F1y-0,26Ν1 =59 (3α)*

Οπότε τώρα οι εξισώσεις (1) και (3α) αποτελούν σύστημα και με αντικατάσταση έχουμε:

F1y+Ν1 =348 (1α) και

0,61∙F1y-0,26Ν1 =59 (3α)

|  |
| --- |
|  |

Από όπου βρίσκουμε Ν1 ≈ 176 Ν και F1y ≈ 172Ν.

Αλλά τότε η δύναμη F που δέχεται η δοκός από τον κύλινδρο έχει μέτρο:



Ενώ σχηματίζει με το κεκλιμένο επίπεδο γωνία ρ με:



1. Από την ισορροπία του κυλίνδρου στην διεύθυνση την κάθετη στο επίπεδο παίρνουμε:

ΣFy=0 →

*Ν=mg∙συνθ+Fy=20∙10∙0,87Ν+172Ν=346 Ν*.

Συνεπώς ο κύλινδρος πιέζει το κεκλιμένο επίπεδο με δύναμη Ν΄=346Ν, ενώ η δοκός με δύναμη Ν1΄=176 Ν.

Συνεπώς περισσότερο «βοηθάει» στο στρώσιμο ο κύλινδρος, παρά η δοκός!!!

**dmargaris@sch.gr**