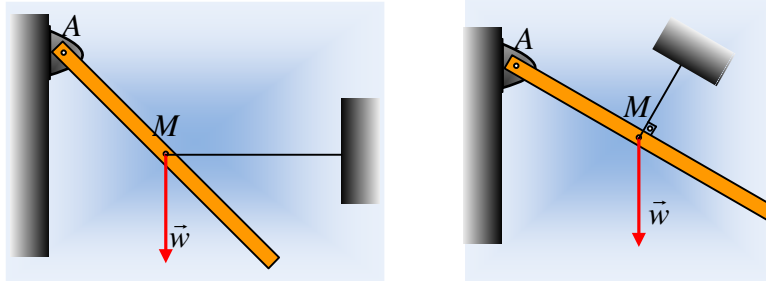


Ισορροπία με οριζόντιο νήμα.

Μια ομογενής ράβδος βάρους 100N είναι αρθρωμένη στο ένα της άκρο Α, ενώ είναι δεμένη στο άκρο οριζόντιου νήματος στο μέσον της Μ, όπως στο πρώτο από τα παρακάτω σχήματα.



- i) Να αποδειχτεί ότι η δύναμη που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση έχει την διεύθυνση του άξονα κατά μήκος της ράβδου.
- ii) Αν η ράβδος σχηματίζει γωνία 45° με την οριζόντια διεύθυνση να υπολογίσετε την δύναμη που ασκεί ο άξονας στη ράβδο στο άκρο της Α.
- iii) Σε μια άλλη ισορροπία, το νήμα είναι κάθετο στη ράβδο, όπως στο δεύτερο σχήμα. Να βρεθεί η γωνία που σχηματίζει η ράβδος με την οριζόντια διεύθυνση, αν η δύναμη που δέχεται η ράβδος από τον άξονα έχει μέτρο 50N. Πόση είναι τώρα η τάση του νήματος;

Απάντηση:

i) Από την συνθήκη ισορροπίας της ράβδου έχουμε:

$$1) \Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow \Sigma F_x = 0 \quad (1) \text{ και } \Sigma F_y = 0 \quad (2)$$

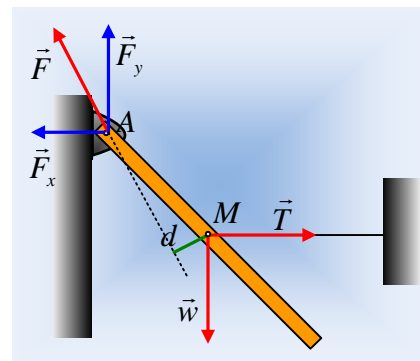
$$2) \Sigma \tau = 0 \quad (3) \text{ ως προς οποιοδήποτε σημείο.}$$

Αν εφαρμόσουμε την (3) ως προς το μέσον Μ της ράβδου θα έχουμε:

$$\tau_w + \tau_T + \tau_F = 0 \rightarrow w \cdot 0 + T \cdot 0 + F \cdot d = 0 \rightarrow d = 0 \quad (4)$$

Όπου d η απόσταση του σημείου Μ από τον φορέα

της δύναμης F. Αλλά τότε ο φορέας της δύναμης F, δεν έχει την κατεύθυνση του σχήματος αλλά βρίσκεται πάνω στον άξονα της ράβδου (στη διεύθυνση ΑΜ).

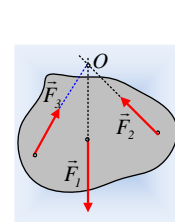


Σχόλιο:

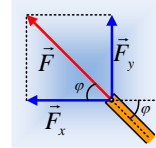
Το παραπάνω αποτέλεσμα αποτελεί ένα γενικότερο πόρισμα.

Αν πάνω σε ένα στερεό σώμα ασκούνται τρεις δυνάμεις και το στερεό ισορροπεί, αν οι φορείς των δύο δυνάμεων τέμνονται σε ένα σημείο Ο, τότε και ο φορέας της 3^{ης} διέρχεται από το Ο! Γενικότερα:

Αν στο στερεό ασκούνται ν δυνάμεις και οι φορείς των ν-1 συναντώνται σε ένα σημείο Ρ, τότε και ο φορέας της νιοστής δύναμης, θα περνά από το ίδιο σημείο Ρ.

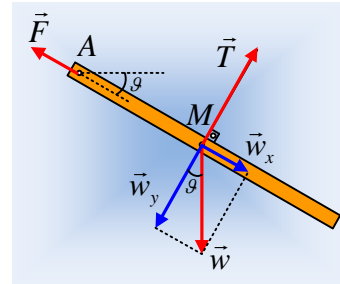


- ii) Από την (1) παίρνουμε $T-F_x=0 \rightarrow T=F_x$ (1^α) και από την (2) $F_y-w=0$ ή $F_y=w=100\text{N}$. Αλλά από το παραλληλόγραμμο των δύο συνιστωσών F_x και F_y , αφού ο φορέας της F έχει τη διεύθυνση του άξονα της ράβδου τότε $\varphi=45^\circ$, οπότε το παραλληλόγραμμο είναι τετράγωνο και $F_x=F_y=100\text{N}=T$ και:



$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{100^2 + 100^2} \text{ N} = 100\sqrt{2} \text{ N}$$

- iii) Σύμφωνα με τα προηγούμενα, η δύναμη από τον άξονα θα έχει ξανά τη διεύθυνση του άξονα της ράβδου, όπως στο διπλανό σχήμα, αφού θα πρέπει να περνά από το κοινό σημείο των φορέων του βάρους και της τάσης του νήματος. Έτσι αναλύοντας το βάρος σε δυο συνιστώσες w_x και w_y από τη συνθήκη ισορροπίας παίρνουμε:



$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow \Sigma F_x = 0 \quad (1) \quad \text{και} \quad \Sigma F_y = 0 \quad (2)$$

$$F - w_x = 0 \rightarrow F = w \cdot \eta \mu \theta \rightarrow$$

$$\eta \mu \theta = \frac{F}{w} = \frac{50\text{N}}{100\text{N}} = \frac{1}{2}$$

Συνεπώς η γωνία που σχηματίζει η ράβδος με την οριζόντια διεύθυνση είναι ίση με $\theta=30^\circ$.

Εξάλλου από την (2):

$$T - w_y = 0 \rightarrow$$

$$T = w \cdot \sigma \upsilon \nu \theta = 100\text{N} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}\text{N}$$

dmargaris@gmail.com