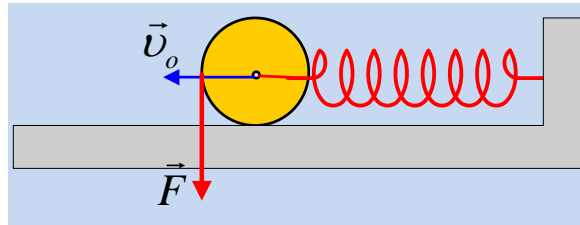


Μπορεί μία κάθετη δύναμη στην μετατόπιση να παράγει έργο;

Πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ισορροπεί δίσκος μάζας $M=10\text{kg}$ και ακτίνας $R=0,1\text{m}$. Από το κέντρο του δίσκου περνάμε οριζόντιο ελατήριο σταθεράς $K=10\pi^2\text{N/m}$ έτσι ώστε να μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές ο δίσκος και το ελατήριο να μην εμποδίζει την κίνηση του δίσκου.



Την χρονική στιγμή $t=0$ εφαρμόζουμε συνεχώς κατακόρυφη μεταβλητή δύναμη $F=10t$ (SI) στο άκρο του δίσκου και εκτοξεύουμε το δίσκο με αρχική οριζόντια ταχύτητα μέτρου $u_0=\pi/10\text{m/s}$ όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Αν η δύναμη καταργηθεί όταν η ταχύτητα του κέντρου μάζας μηδενιστεί για πρώτη φορά να βρεθούν:

- Το έργο της δύναμης
- Η μέγιστη κινητική ενέργεια του συστήματος μετά την κατάργηση της δύναμης.
- Η εξίσωση της ταχύτητας για το κατώτερο σημείο του δίσκου σε συνάρτηση με το χρόνο μετά την κατάργηση της δύναμης.

Για το δίσκο δίνεται $I_{cm}=0,5MR^2$ & $\pi^2=10$.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

A) Το επίπεδο είναι λείο. Άρα έχουμε δύο εντελώς ανεξάρτητες κινήσεις του δίσκου.

Έχουμε μία απλή αρμονική ταλάντωση του κέντρου μάζας του δίσκου με $u_0=u_{\max}=\pi/10\text{m/s}$ και

περίοδο $T=2\pi\sqrt{\frac{M}{D}}=2\text{s}$ και πλάτος $A=u_0/\omega=0,1\text{m}$.

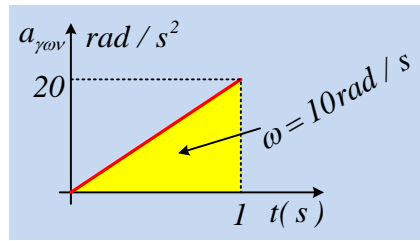
Η κατακόρυφη δύναμη προκαλεί επιταχυνόμενη στροφική κίνηση με γωνιακή επιτάχυνση που θα βρεθεί από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για την στροφική κίνηση:

$$FR=0,5MR^2\alpha_{\gamma\omega\upsilon}$$

άρα $\alpha_{\gamma\omega\upsilon}=20t$ (SI) και για όσο χρόνο ασκείται η δύναμη

δηλαδή για $\Delta t=T/2=1\text{s}$.

Με την βοήθεια της γραφικής παράστασης της $\alpha_{\gamma\omega\upsilon}-t$ θα βρούμε την γωνιακή ταχύτητα του δίσκου την στιγμή που καταργείται η δύναμη



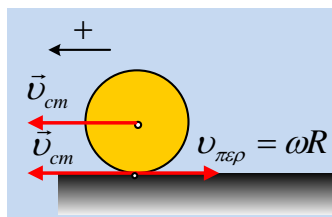
Έτσι με την βοήθεια της ΑΔΕ θα έχουμε

$$W_F = K_{περ} = \frac{1}{2} I \omega^2 = 2,5J$$

Β) Μετά την κατάργηση της δύναμης ο δίσκος εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega = 100 \text{ rad/s}$ και το κέντρο μάζας του δίσκου εκτελεί γ.α.τ με πλάτος $A = 0,1 \text{ m}$. Έτσι η μέγιστη του κινητική ενέργεια θα είναι

$$K_{\max} = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} M u_{\max}^2 = 3J$$

Γ) Το κατώτερο σημείο του δίσκου έχει την γραμμική ταχύτητα εξαιτίας της περιστροφής του δίσκου αλλά και την γραμμική ταχύτητα του κέντρου μάζας. Θεωρώντας θετική φορά την προς τα αριστερά θα έχουμε και με την βοήθεια του παρακάτω σχήματος



Έτσι η συνολική ταχύτητα του κατώτερου σημείου θα δίνεται από την σχέση

$$U_{\text{ολ}} = u_{\text{cm}} - u_{\text{περ}} = \pi/10 \sin\{\pi(t-1) + \pi/2\} - 1 \quad t \geq 1 \quad (\text{SI})$$

xristoselef@gmail.com