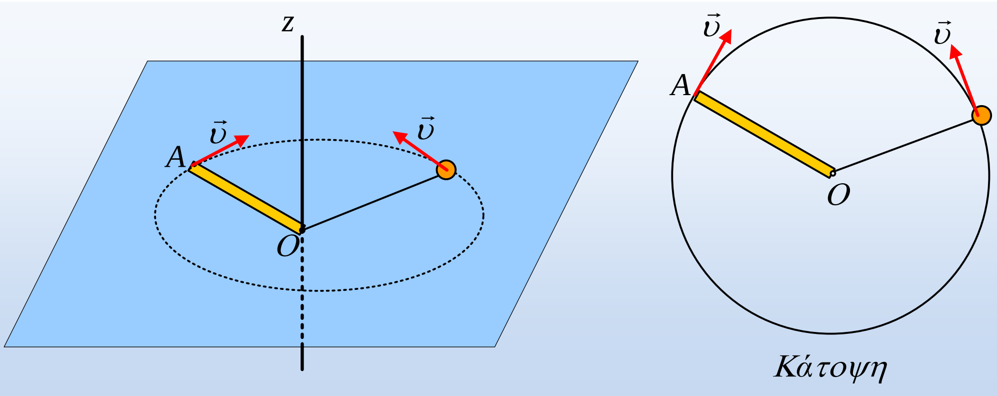
Στροφορμή ράβδου και σφαίρας.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο και γύρω από έναν σταθερό κατακόρυφο άξονα z, στρέφεται μια ομογενής ράβδος ΟΑ μήκους ℓ και μάζας Μ και μια σφαίρα ίσης μάζας, η οποία θεωρείται υλικό σημείο, δεμένη στο άκρο νήματος μήκους επίσης ℓ, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο στον άξονα, όπως στο σχήμα.



Η ταχύτητα υ του άκρου Α έχει το ίδιο μέτρο με την ταχύτητα της σφαίρας.

i) Μεγαλύτερη κατά μέτρο στροφορμή κατά (ως προς) τον άξονα z, έχει:

α) Η ράβδος, β) η σφαίρα, γ) έχουν στροφορμές ίσου μέτρου.

ii) Η συνολική στροφορμή κατά (ως προς) τον άξονα z:

α) Είναι οριζόντια με κατεύθυνση προς το άκρο Α

β) Είναι οριζόντια με κατεύθυνση προς τη σφαίρα.

γ) Είναι κατακόρυφη με κατεύθυνση προς τα πάνω.

δ) Είναι κατακόρυφη με κατεύθυνση προς τα κάτω.

iii) Αν Κ η αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας, και μετά την κρούση, η σφαίρα προσκολλάται στο άκρο Α της ράβδου, τότε η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση είναι:

α) $\Delta E < K$, β) $\Delta E = K$, γ) $\Delta E > K$

Να δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το άκρο της Ο, $I = 1/3\, M\ell^2$.

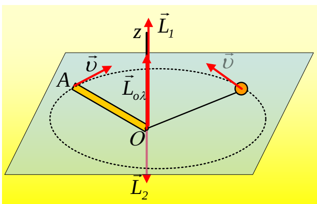
Απάντηση:

i) Η στροφορμή της σφαίρας έχει μέτρο: $L_1 = M\upsilon R = M\upsilon\ell$,

ενώ της ράβδου: $L_2 = I\cdot\omega = \frac{1}{3}M\ell^2\omega = \frac{1}{3}M\ell^2\frac{\upsilon_A}{\ell} = \frac{1}{3}M\upsilon\ell$.

Σωστή η β) πρόταση.

ii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των παραπάνω στροφορμών, των δύο σωμάτων, κατά (ως προς) τον άξονα z, οπότε το διανυσματικό τους άθροισμα θα έχει φορά προς τα πάνω και μέτρο:



$$L_{ολ} = L_1 - L_2.$$

Σωστή η γ) πρόταση.

iii) Κατά την πλαστική κρούση μεταξύ ράβδου και σφαίρας η στροφορμή κατά τον άξονα z παραμένει σταθερή:

$$\vec{L}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{L}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \rightarrow$$

$$M\upsilon\ell - \frac{1}{3}M\upsilon\ell = I_O\omega_\kappa \,(1)$$

Όπου $I_O = I_\rho + I_\sigma = \frac{1}{3}M\ell^2 + M\ell^2 = \frac{4}{3}M\ell^2$

Οπότε η σχέση (1) δίνει:

$$\frac{2}{3}M\upsilon\ell = \frac{4}{3}M\ell^2\omega_\kappa \rightarrow \ \omega_\kappa = \frac{\upsilon}{2\ell}$$

Έτσι η απώλεια της (μηχανικής) Κινητικής ενέργειας κατά την κρούση είναι:

$$\Delta E = K_{\pi\rho\iota\nu} - K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2}M\upsilon^2 + \frac{1}{2}I_\rho\omega^2 - \frac{1}{2}I_O\omega_\kappa^2 \rightarrow$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}M\upsilon^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{3}M\ell^2\left(\frac{\upsilon}{\ell}\right)^2 - \frac{1}{2}\frac{4}{3}M\ell^2\left(\frac{\upsilon}{2\ell}\right)^2 = \frac{1}{2}M\upsilon^2 = K$$

Σωστή η β) πρόταση.

dmargaris@gmail.com