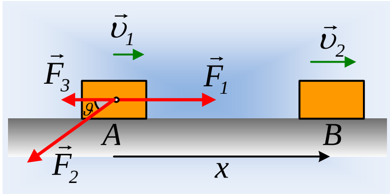
Έργα δυνάμεων και κινητικές ενέργειες.

Ένα σώμα μάζας 0,4kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση τριών σταθερών δυνάμεων, όπως στο σχήμα. Οι δυνάμεις έχουν μέτρα F_1=8N, F_2=5N και F_3=2N, ενώ η γωνία μεταξύ των δυνάμεων F_2 και F_3 είναι θ, όπου ημθ=0,6 και συνθ=0,8. Σε μια στιγμή περνά από ο σημείο Α με ταχύτητα $υ_1$=1m/s, ενώ μετά από λίγο περνά από το σημείο Β με ταχύτητα $υ_2$. Αν η απόσταση (ΑΒ)=x=0,8m και g=1m/s^2, ζητούνται:



i) Η κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση Α.

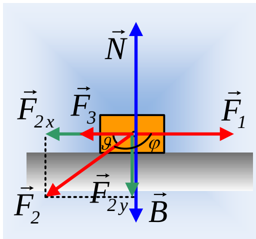
ii) Τα έργα των τριών δυνάμεων κατά τη διάρκεια της μετατόπισης από το Α στο Β.

iii) Το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από το επίπεδο, καθώς και το έργο της.

iv) Η ταχύτητα $υ_2$ του σώματος στη θέση Β.

Απάντηση:

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί, εκτός των παραπάνω τριών δυνάμεων, το βάρος και η δύναμη από το επίπεδο, όπου αφού δεν υπάρχουν τριβές, είναι κάθετη στο επίπεδο (η κάθετη αντίδραση του επιπέδου ή η δύναμη στήριξης). Ακόμη στο σχήμα η δύναμη F_2 έχει αναλυθεί σε δυο συνιστώσες, μια κατακόρυφη F_{2y} και μια οριζόντια F_{2x}.



i) Η κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση Α είναι ίση:

$$K_1 = \frac{1}{2} m υ_1^2 = \frac{1}{2} 0{,}4 \cdot 1^2 \, J = 0{,}2 J$$

ii) Για τα έργα των τριών δυνάμεων έχουμε:

$$W_{F_1} = F_1 \cdot x \cdot συν0^o = F_1 \cdot x = 8 \cdot 0{,}8 J = 6{,}4 J$$

$$W_{F_2} = F_2 \cdot x \cdot συνφ = -F_2 \cdot x \cdot συνθ = -5 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 J = -3{,}2 J$$

Αφού η γωνία μεταξύ δύναμης και μετατόπισης, η γωνία φ στο σχήμα, είναι παραπληρωματική της γωνίας θ, οπότε έχουν αντίθετα συνημίτονα!

Εναλλακτικά, αναλύουμε τη δύναμη F_2 σε δυο συνιστώσες, οπότε:

$$W_{F_2} = W_{F_{2x}} + W_{F_{2y}} = (F_2 συνθ) \cdot x \cdot συν180^o + (F_2 ημθ) \cdot x \cdot συν90^o$$

Αλλά συν90°=0, και η συνιστώσα F_{2y} η οποία είναι κάθετη στη μετατόπιση δεν παράγει έργο, οπότε:

$$W_{F_2} = (F_2 συνθ) \cdot x \cdot συν180^o = -(F_2 συνθ) \cdot x = -5 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 J = -3{,}2 J$$

$$W_{F_3} = F_3 \cdot x \cdot συν180^o = -F_3 \cdot x = -2 \cdot 0{,}8 J = -1{,}6 J$$

iii) Το σώμα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, συνεπώς:

$$ΣF_y = 0 \rightarrow N - B - F_{2y} = 0 \rightarrow N = mg + F_2 \cdot ημθ \text{ ή}$$

$$N = 0{,}4 \cdot 10 N + 5 \cdot 0{,}6 N = 7 N$$

Αλλά και η δύναμη αυτή είναι κάθετη στη μετατόπιση, οπότε δεν παράγει έργο (W_N=0).

iv) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων Α και Β για το σώμα:

$$K_2 - K_1 = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} + W_B + W_N$$

Όπου $W_B = W_N = 0$ δυνάμεις κάθετες στην μετατόπιση, οπότε παίρνουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}0{,}4\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}0{,}4 \cdot 1^2 = 6{,}4 - 3{,}2 - 1{,}6 \rightarrow$$

$$\upsilon_2 = 3m/s$$

dmargaris@gmail.com