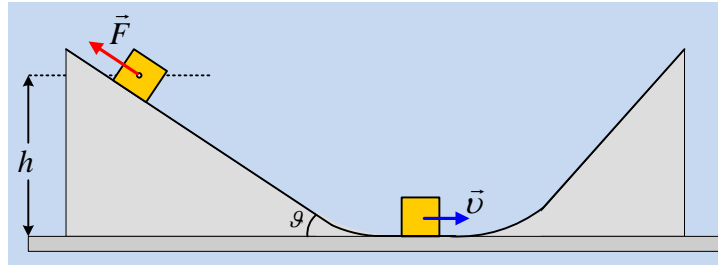


### Η κάθοδος και η άνοδος ενός σώματος.

Σε ένα μη λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως  $\theta$  (όπου  $\eta\mu\theta=0,6$  και  $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$ ) συγκρατείται ακίνητο ένα σώμα μάζας  $M=2\text{kg}$  με την επίδραση μιας δύναμης μέτρου  $F=8\text{N}$ , παράλληλης προς το επίπεδο, όπως στο διπλανό σχήμα, σε ύψος  $h=3\text{m}$  από το λείο οριζόντιο επίπεδο.



- i) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να αναλύσετε το βάρος σε δύο συνιστώσες, μια παράλληλη και μια κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο, υπολογίζοντας τα μέτρα τους.
- ii) Να υπολογίσετε την τριβή που ασκείται στο σώμα.
- iii) Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο το σώμα, το οποίο φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα  $v=6\text{m/s}$ , συνεχίζοντας στη συνέχεια να ανεβαίνει σε ένα δεύτερο λείο κεκλιμένο επίπεδο.
  - α) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του πρώτου επιπέδου και του σώματος.
  - β) Να βρεθεί το μέγιστο ύψος  $y$  από το οριζόντιο επίπεδο, στο οποίο θα φτάσει το σώμα στο δεύτερο επίπεδο.

Το σώμα θεωρείται υλικό σημείο αμελητέων διαστάσεων, οι κορυφές των κεκλιμένων επιπέδων έχουν εξομαλυνθεί, ώστε η διέλευση του σώματος από το ένα επίπεδο στο άλλο να γίνεται χωρίς κανένα πρόβλημα και  $g=10\text{m/s}^2$ .

#### Απάντηση:

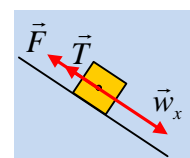
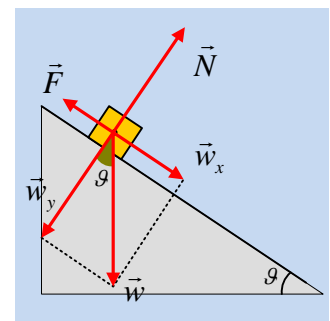
- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, όπου η γωνία μεταξύ του βάρους  $\vec{w}$  και της συνιστώσας  $\vec{w}_y$  είναι ίση με τη γωνία  $\theta$ , την κλίση του επιπέδου (γωνίες και κάθετες πλευρές). Με βάση την Τριγωνομετρία παίρνουμε:

$$\eta\mu\theta = \frac{w_x}{w} \rightarrow w_x = Mg\eta\mu\theta = 2 \cdot 10 \cdot 0,6\text{N} = 12\text{N}$$

$$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{w_y}{w} \rightarrow w_y = Mg\sigma\upsilon\nu\theta = 2 \cdot 10 \cdot 0,8\text{N} = 16\text{N}$$

- ii) Στην διεύθυνση την παράλληλη με το επίπεδο, (άξονας x) στο σώμα ασκούνται η συνιστώσα  $w_x=12\text{N}$  και η δύναμη  $F=8\text{N}$ . Συνεπώς το σώμα τείνει να κινηθεί προς τα κάτω, οπότε αναπτύσσεται δύναμη τριβής με φορά προς τα πάνω, όπως στο σχήμα και αφού ισορροπεί:

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F + T - w_x = 0 \rightarrow T = w_x - F = 12\text{N} - 8\text{N} = 4\text{N}.$$



iii) α) Μόλις αφηθεί το σώμα, τότε επιταχύνεται προς τα κάτω και φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα  $\vec{v}$ . Παίρνοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την κίνηση μέχρι να φτάσει το σώμα στο οριζόντιο επίπεδο έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{wx} + W_{wy} + W_N + W_T \rightarrow$$

Αλλά  $W_{wy} = W_N = 0$  αφού οι δυνάμεις είναι κάθετες στην μετατόπιση, οπότε η παραπάνω εξίσωση γίνεται:

$$\frac{1}{2} Mv^2 - 0 = Mg\eta\mu\theta \cdot x - T \cdot x \rightarrow$$

Αλλά  $\eta\mu\theta = \frac{h}{x} \rightarrow x = \frac{h}{\eta\mu\theta}$  και  $T = \mu \cdot N = \mu \cdot w_y$ , οπότε παίρνουμε:

$$\frac{1}{2} Mv^2 - 0 = Mgh - \mu Mg\sigma\nu\theta \cdot \frac{h}{\eta\mu\theta} \rightarrow$$

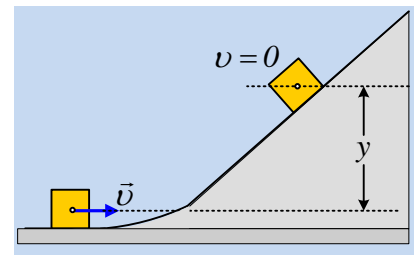
$$\mu = \frac{2gh - v^2}{2gh \cdot \frac{\sigma\nu\theta}{\eta\mu\theta}} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 3 - 36}{2 \cdot 10 \cdot 3 \cdot \frac{0,8}{0,6}} = 0,3$$

β) Κατά την άνοδο του σώματος στο δεξιό επίπεδο, η μόνη δύναμη που παράγει έργο, είναι το βάρος, οπότε η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή. Αν λοιπόν σταματήσει την άνοδό του όταν βρίσκεται σε ύψος  $y$  από το οριζόντιο επίπεδο και θεωρώντας μηδενική τη δυναμική ενέργεια στο οριζόντιο επίπεδο, θα έχουμε:

$$K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} Mv^2 + 0 = 0 + Mgy \rightarrow$$

$$y = \frac{v^2}{2g} = \frac{6^2}{20} m = 1,8m$$



[dmargaris@sch.gr](mailto:dmargaris@sch.gr)