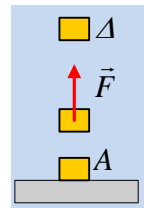


## Ρυθμοί μεταβολής κατά την κατακόρυφη κίνηση σώματος.

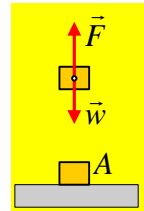
### Ένα ακόμη φύλλο εργασίας.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί στο έδαφος (θέση Α), όπου δεχόμαστε μηδενική τη δυναμική του ενέργεια. Σε μια στιγμή  $t_0=0$ , ασκούμε πάνω του μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη  $F=24\text{N}$ , μέχρι τη στιγμή  $t_1=3\text{s}$ , όπου το σώμα φτάνει στη θέση Δ και η δύναμη παύει να ασκείται. Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .



- 1) Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα (μόλις εγκαταλείπει το έδαφος) και βρείτε την επιτάχυνση του σώματος.

$$\Sigma F = M \cdot a \rightarrow a = \frac{F - w}{M} = \frac{F - Mg}{M} = \frac{24 - 2 \cdot 10}{2} \text{ m/s}^2 = 2 \text{ m/s}^2$$



- i) Η κίνηση του σώματος είναι *ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη*, οπότε τη στιγμή  $t_1$  το σώμα θα έχει αποκτήσει ταχύτητα  $v_1 = a \cdot t_1 = 6\text{m/s}$ , ενώ θα βρίσκεται σε ύψος  $h=y = \frac{1}{2} a t^2 = 9\text{m}$ .
- ii) Για το παραπάνω χρονικό διάστημα το έργο της δύναμης  $F$  είναι  $W_F = F \cdot h = 24 \cdot 9\text{J} = 216\text{J}$ , ενώ το αντίστοιχο έργο του βάρους  $W_w = w \cdot h \cdot \cos 180^\circ = -Mgh = -180\text{J}$ .

- iii) Εξάλλου η κινητική ενέργεια του σώματος είναι ίση με  $K_\Delta = \frac{1}{2} M v_1^2 = 36\text{J}$ .

- iv) Να συμπληρωθούν τα κενά στο παρακάτω κείμενο:

Από τη στιγμή που ασκήθηκε η δύναμη  $F$  στο σώμα, αυτό αρχίζει να *επιταχύνεται* προς τα πάνω. Μέσω του *έργου της  $F$*  μεταφέρεται ενέργεια στο σώμα, ίση με *216J*, ενώ *αφαιρείται ενέργεια 180J*, μέσω του έργου του βάρους. Έτσι τελικά το σώμα έχει *κινητική ενέργεια 36J*. Το έργο του βάρους εκφράζει *την αύξηση της δυναμικής ενέργειας του σώματος*. Στη θέση Β το σώμα έχει μηχανική ενέργεια *216J* ίση με το *άθροισμα* της *Κινητικής* και της *Δυναμικής ενέργειας* και επίσης ίση με την ενέργεια που μεταφέρεται *μέσω του έργου της δύναμης  $F$*  στο σώμα.

- v) Κατά την άνοδο του σώματος από τη θέση Α μέχρι τη θέση Δ, περνάει από δυο ενδιάμεσες θέσεις που βρίσκονται σε ύψος  $h_B=2\text{m}$  και  $h_\Gamma=6\text{m}$ . Να συμπληρώσετε τα κενά στον παρακάτω πίνακα με τις τιμές της κινητικής, της δυναμικής και της μηχανικής ενέργειας στις θέσεις που αναφέρονται και με τα έργα των δυνάμεων, από την αρχική θέση, μέχρι τις θέσεις που αναφέρονται.

θέση	$W_F$	$W_w$	$U$	$K$	$E_{\text{μηχ}}$
<i>A</i>			<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>
<i>B</i>	<i><math>W_{A \rightarrow B} = 48\text{J}</math></i>	<i><math>W_{A \rightarrow B} = -40\text{J}</math></i>	<i>40J</i>	<i>8J</i>	<i>48J</i>
<i>Γ</i>	<i><math>W_{A \rightarrow \Gamma} = 144\text{J}</math></i>	<i><math>W_{A \rightarrow \Gamma} = -120\text{J}</math></i>	<i>120J</i>	<i>24J</i>	<i>144J</i>
<i>Δ</i>	<i><math>W_{A \rightarrow \Delta} = 216\text{J}</math></i>	<i><math>W_{A \rightarrow \Delta} = -180\text{J}</math></i>	<i>180J</i>	<i>36J</i>	<i>216J</i>

vi) Η μέση ισχύς της δύναμης  $F$ , στο παραπάνω χρονικό διάστημα είναι ίση  $P_F = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{216}{3} W = 72W$

και η αντίστοιχη μέση ισχύς του βάρους  $P_w = \frac{W_w}{\Delta t} = \frac{-180}{3} W = -60W$ . Κατά την παραπάνω κίνηση

ο μέσος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι  $\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{36}{3} J/s = 12J/s$ , ο μέσος ρυθμός

μεταβολής της δυναμικής ενέργειας  $\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{180}{3} J/s = 60J/s$ , ενώ ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβο-

λής της μηχανικής ενέργειας  $\frac{\Delta E_{μηχ}}{\Delta t} = \frac{\Delta K}{\Delta t} + \frac{\Delta U}{\Delta t} = 12J/s + 60J/s = 72J/s$ .

vii) Τη χρονική στιγμή  $t'=2s$  το σώμα έχει ταχύτητα  $v' = a \cdot t' = 4m/s$ . Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:

α) η ισχύς της δύναμης  $F$ :  $P_F = F \cdot v \cdot \cos 0^\circ = F \cdot v = 24 \cdot 4W = 96W$ .

β) η ισχύς του βάρους:  $P_w = w \cdot v \cdot \cos 180^\circ = -w \cdot v = -20 \cdot 4W = -80W$ .

γ) ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{ολ}}{dt} = P_F + P_w = 96W - 80W = 16J/s.$$

δ) ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας:

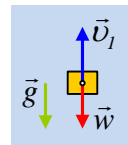
$$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_w}{dt} = -P_w = +80J/s.$$

Μπορείτε να βρείτε και να διατυπώστε ένα συμπέρασμα, όσον αφορά τις σχέσεις μεταξύ των παραπάνω τιμών των διαφόρων φυσικών μεγεθών, που υπολογίσατε;

*Κάθε χρονική στιγμή, (συνεπώς και τη στιγμή  $t'=2s$ ), ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρει ενέργεια στο σώμα η δύναμη  $F$ , θα ισούται με το άθροισμα του ρυθμού αύξησης της κινητικής ενέργειας και του ρυθμού αύξησης της δυναμικής ενέργειας του σώματος. Ή με άλλα λόγια αυξάνεται η μηχανική ενέργεια του σώματος επειδή μεταφέρεται ενέργεια μέσω του έργου της ασκούμενης δύναμης  $F$ . Η αύξηση δε της μηχανικής ενέργειας (ίση με το άθροισμα κινητικής και δυναμικής ενέργειας) είναι ίση με το έργο της δύναμης  $F$ .*

2) Μόλις πάψει να ασκείται η δύναμη  $F$ , το σώμα θα κινηθεί προς τα πάνω ή προς τα κάτω; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας αναλυτικά.

*Τη στιγμή που σταματά να ασκείται η δύναμη  $F$ , το σώμα έχει ταχύτητα  $v_1=6m/s$ , με φορά προς τα πάνω, ενώ δέχεται το βάρος, δύναμη κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω, με αποτέλεσμα να αποκτήσει επιτάχυνση  $g$ , με φορά προς τα κάτω. Έτσι κινείται προς τα πάνω επιβραδυνόμενο μέχρι τη θέση που μηδενίζεται η ταχύτητά του:*



i) Τη στιγμή  $t_2=3,6s$  το σώμα έχει φτάσει σε μια θέση  $E$ . Στη θέση αυτή έχει ταχύτητα:

$$v = v_1 - g(t_2 - t_1) = 6m/s - 10 \cdot (3,6s - 3s) = 0$$

και βρίσκεται σε ύψος:

$$h_E = y_A + v_I \cdot \Delta t - \frac{1}{2} g (\Delta t)^2 = 9\text{m} + 6 \cdot 0,6\text{m} - \frac{1}{2} 10 \cdot 0,6^2\text{m} = 10,8\text{m}$$

Στη θέση αυτή έχει κινητική ενέργεια  $K=0$ , δυναμική ενέργεια  $U=216\text{J}$ , ενώ η μηχανική ενέργεια είναι ίση  $E_{μηχ}=216\text{J}$

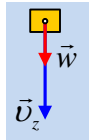
ii) Την παραπάνω στιγμή να βρεθούν οι (στιγμιαίοι) ρυθμοί (χρησιμοποιείται το σύμβολο  $\frac{d...}{dt}$  = αντί του γνωστού  $\frac{\Delta...}{\Delta t}$  για να τονισθεί ότι μιλάμε για στιγμιαίο ρυθμό και όχι μέσο):

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot v \cdot \cos \nu \theta = 0, \quad \frac{dU}{dt} = -P_w = -Mg \cdot v \cdot \cos \nu \theta = 0,$$

$$\frac{dE_{μηχ}}{dt} = 0, \quad \frac{dW_w}{dt} = Mg \cdot v \cdot \cos \nu \theta = 0$$

iii) Μετά από λίγο χρόνο το σώμα περνά από μια άλλη θέση Z η οποία απέχει 5,8m από το έδαφος. Για την θέση αυτή να βρεθούν:

- α) η δυναμική ενέργεια,                      β) η κινητική ενέργεια,                      γ) η ισχύς του βάρους,  
 δ) οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας.



α)  $U = Mgh_z = 2 \cdot 10 \cdot 3\text{J} = 60\text{J}$ .

β) Από ΑΔΜΕ:  $K + U = E_{μηχ} \rightarrow K = E_{μηχ} - U = 216\text{J} - 116\text{J} = 100\text{J}$

γ)  $P_w = Mg \cdot v$

Αλλά  $K_z = \frac{1}{2} M v_z^2 \rightarrow v_z = \sqrt{\frac{2K_z}{M}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100}{2}} \text{m/s} = 10\text{m/s}$ , οπότε:

$$P_w = Mg \cdot v = 2 \cdot 10 \cdot 10\text{W} = 200\text{W}$$

δ)  $\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot v \cdot \cos \nu \theta = Mg \cdot v = 2 \cdot 10 \cdot 10\text{J/s} = 200\text{J/s}$

$$\frac{dU}{dt} = -P_w = -Mg \cdot v \cdot \cos \nu \theta = -2 \cdot 10 \cdot 10\text{J/s} = -200\text{J/s}$$

dmargaris@sch.gr