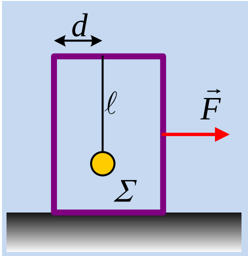
Το νήμα, το κιβώτιο και η επιτάχυνση.



Ένα κιβώτιο μάζας M= 4,8kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,4. Στο εσωτερικό του κιβωτίου κρέμεται με νήμα μήκους ℓ=0,8m μια μικρή σφαίρα Σ μάζας m=0,2kg, αμελητέων διαστάσεων. Η απόσταση της σφαίρας από την αριστερή πλευρά του κιβωτίου είναι d=0,2m.

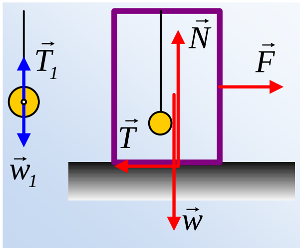
i) Θέτουμε το κιβώτιο σε κίνηση με σταθερή ταχύτητα $υ_1$=1m/s με την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμη **F.** Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης **F**, καθώς και να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα Σ, υπολογίζοντας τα μέτρα τους.

ii) Αλλάζοντας το μέτρο της ασκούμενης δύναμης, **πετυχαίνουμε** τόσο το κιβώτιο, όσο και η σφαίρα να κινούνται με την ίδια σταθερή επιτάχυνση α=2m/s^2. Πόσο απέχει η σφαίρα Σ από την αριστερή πλευρά του κιβωτίου στην περίπτωση αυτή;

iii) Αυξάνουμε πολύ αργά το μέτρο της δύναμης στην τιμή F=40N, οπότε παρατηρούμε το σώμα να κινείται αργά προς στην πίσω πλευρά του κιβωτίου, στην οποία τελικά μένει σταθερά προσκολλημένο. Να υπολογίστε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το κιβώτιο στη σφαίρα.

Δίνεται g=10m/s^2, ενώ δεν αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής μεταξύ κιβωτίου και σφαίρας.

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί χωριστά, πρώτα οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα Α και δίπλα οι δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα κιβώτιο-σφαίρα Σ, όταν τα σώματα κινούνται με σταθερή ταχύτητα.

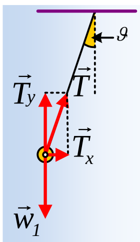
Αφού η σφαίρα κινείται με σταθερή ταχύτητα $\Sigma\vec{F}=0$, οπότε:

$$T_1=w_1=mg=0{,}2\cdot 10N=2N$$

Όπου T_1 η τάση του κατακόρυφου νήματος.

Εξάλλου και το σύστημα κιβώτιο-σφαίρα κινείται με σταθερή ταχύτητα, οπότε $\Sigma\vec{F}=0$, από όπου:

$$\Sigma\vec{F}=0\rightarrow\begin{cases}\Sigma F_y=0\rightarrow N=w=(M+m)g=50N\\ \Sigma F_x=0\rightarrow F=T=\mu\cdot N=0{,}4\cdot 50N=20N\end{cases}$$



ii) Αφού η σφαίρα έχει επιτάχυνση, το νήμα πλέον δεν είναι κατακόρυφο, αφού πρέπει να ασκείται στη σφαίρα συνισταμένη δύναμη. Έστω θ η γωνία που σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφη, όπως στο διπλανό σχήμα.

Η σφαίρα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε $\Sigma F_y=0$ ή $T_y=w_1=mg=2N$ ή

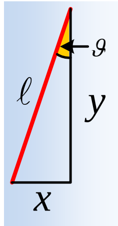
$$T\cdot συνθ=2N \quad (1)$$

$$\text{Ενώ } \Sigma F_x=m\cdot α \rightarrow T\cdot ημθ=m\cdot α=0{,}4N \quad (2)$$

Με διαίρεση των (2) και (1) κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{T \cdot \eta\mu\theta}{T \cdot \sigma\upsilon\nu\theta} = \frac{0{,}4}{2} \rightarrow \varepsilon\varphi\theta = 0{,}2$$

Αλλά από το ορθογώνιο τρίγωνο που σχηματίζει το νήμα, με την κατακόρυφη και οριζόντια διεύθυνση, όπως φαίνεται στο σχήμα παίρνουμε:



$$\varepsilon\varphi\vartheta = \frac{x}{y} = \frac{x}{\sqrt{\ell^2 - x^2}} = 0{,}2$$

Υψώνοντας στο τετράγωνο παίρνουμε:

$$\frac{x^2}{\ell^2 - x^2} = 0{,}04 \rightarrow x^2 = 0{,}04\ell^2 - 0{,}04x^2 \rightarrow x = \frac{0{,}2\ell}{\sqrt{1{,}04}} \approx 0{,}16m$$

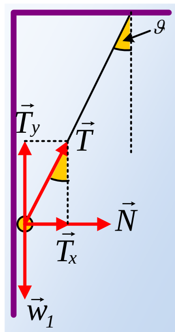
Συνεπώς η σφαίρα απέχει από την αριστερή πλευρά του κιβωτίου απόσταση:

$$d\text{-}x = 0{,}04m = 4cm.$$

iii) Προφανώς και πάλι ασκείται στο κιβώτιο τριβή ολίσθησης μέτρου 20N, οπότε το σύστημα αποκτά επιτάχυνση:

$$a = \frac{\Sigma F_x}{M+m} = \frac{F-T}{M+m} = \frac{40N - 20N}{5kg} = 4m/s^2$$

Στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται τώρα στη σφαίρα, όπου N η κάθετη δύναμη από την αριστερή πλευρά του κιβωτίου.



Η σφαίρα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε:

$$\Sigma F_y = 0 \text{ ή } T_y = w_1 = mg = 2N \text{ ή}$$

Αλλά $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{y}{\ell} = \frac{\sqrt{\ell^2 - d^2}}{\ell} = \frac{\sqrt{0{,}8^2 - 0{,}2^2}}{0{,}8} \approx 0{,}97$, οπότε:

$$T = \frac{w_1}{\sigma\upsilon\nu\theta} = \frac{2N}{0{,}97} \approx 2{,}07N$$

Ενώ $\Sigma F_x = m \cdot \alpha \rightarrow N + T \cdot \eta\mu\theta = m \cdot \alpha \rightarrow$

$$N = m \cdot \alpha - T \cdot \frac{d}{\ell} = 0{,}2 \cdot 4N - 2{,}07 \cdot \frac{0{,}2}{0{,}8} N \approx 0{,}28N$$

dmargaris@sch.gr