# Η γωνιακή ταχύτητα και το cm ενός στερεού.

|  |
| --- |
|  |

Στην περιφέρεια μιας στεφάνης μάζας m και ακτίνας R=0,5m, έχει συνδεθεί ένα σημειακό σώμα Α ίδιας μάζας m, δημιουργώντας έτσι ένα στερεό s. Το στερεό s κυλίεται σε οριζόντιο επίπεδο με **σταθερή** ταχύτητα του κέντρου Ο της στεφάνης υο=4m/s.

i) Πόση είναι η ταχύτητα του σημείου Β, επαφής του στερεού με το έδαφος;

ii) Το κέντρο μάζας του στερεού s, είναι το σημείο Κ, στο μέσον της ακτίνας ΟΑ. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σημείου Κ στην θέση που δείχνει το σχήμα, καθώς και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του στερεού s τη στιγμή αυτή.

iii) Μετά από λίγο η ακτίνα ΟΑ γίνεται οριζόντια. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος Α στη θέση αυτή.

***Απάντηση:***

* 1. Αφού το στερεό s (στεφάνη-σώμα Α) κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει), το σημείο επαφής Β με το οποίο έρχεται σε επαφή με το επίπεδο, θα έχει την ταχύτητα ενός σημείου Β΄ του επιπέδου, συνεπώς θα έχει μηδενική ταχύτητα, υΒ=0.
  2. Το κέντρο μάζας Κ στην θέση αυτή θα έχει οριζόντια ταχύτητα υcm, όπως στο σχήμα. Αλλά τότε θεωρώντας την κίνηση του στερεού ως σύνθετη, μια μεταφορική με ταχύτητα υcm και μια στροφική **γύρω από το Κ** με γωνιακή ταχύτητα ω, το Ο θα έχει ταχύτητα υcm-υγρ, ενώ το Α ταχύτητα υcm+υγρ, όπως στο σχήμα.



Αλλά η ταχύτητα του σημείου Β είναι μηδενική, οπότε:

*υcm=υγρ/Β →*  (1)

Ενώ για την ταχύτητα του Ο έχουμε:

*υο=υcm-υγρ/ο* →  (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) παίρνουμε:

 (3) ή



Και 

***Σχόλιο:***

|  |
| --- |
|  |

Αξίζει να σημειωθεί το αποτέλεσμα της σχέσης (3) υο=ωR. Σχέση που θυμίζει τη σχέση του βιβλίου, αλλά **ΠΡΟΣΟΧΗ**, η ταχύτητα υο δεν είναι η ταχύτητα του κέντρου μάζας Κ αλλά του άξονα περιστροφής του στερεού s.

Γιατί να ισχύει η ίδια σχέση; Ας το δούμε αναλυτικά.

Αν ο άξονας περιστροφής που περνά από το κέντρο της στεφάνης, κινείται με σταθερή ταχύτητα υο, σε χρόνο dt θα έχει μετατοπισθεί οριζόντια κατά dx=υο∙dt. Στον ίδιο χρόνο, αν η γωνιακή ταχύτητα είναι ω, το στερεό θα έχει περιστραφεί κατά γωνία dθ και ένα σημείο Β της περιφέρειάς του θα έχει στραφεί κατά τόξο ds, όπου ds=dθ∙R. Για να έχουμε κύλιση θα πρέπει dx=ds ή

*υο∙dt=ω∙dt∙R → υο=ω∙R* (3)

* 1. Έστω υcm η ταχύτητα του κέντρου μάζας Κ του στερεού s, οπότε την ίδια ταχύτητα θα έχουν και όλα τα σημεία του στερεού, όσον αφορά τη μεταφορική κίνηση. Αλλά τότε το σημείο Β, το οποίο έχει μηδενική ταχύτητα, θα έχει και μια γραμμική ταχύτητα αντίθετης φοράς, λόγω περιστροφικής κίνησης γύρω από το Κ.



Αλλά τότε η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα υcm με την οριζόντια διεύθυνση, είναι ίση με τη γωνία ΟΒΚ (οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές) όπου , ενώ:

 (4)

Ερχόμαστε τώρα στο σημείο Ο (δεύτερο σχήμα). Αφού η ταχύτητά του παραμένει σταθερή, οριζόντια με μέτρο υο=4m/s, θα έχουμε υcmx=υο →



Εξάλλου για να είναι οριζόντια η ταχύτητα του άξονα Ο, θα πρέπει υγρ/ο=υcmy ή



Πράγμα αναμενόμενο, με βάση το προηγούμενο σχόλιο, ότι ισχύει η σχέση υο=ω∙R για την ταχύτητα του άξονα και τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του στερεού s.

Ερχόμαστε τώρα στο σώμα Α και στο 3ο σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις συνιστώσες ταχύτητας, όπου *υcmy=υγρ=ω∙ ½ R=8∙ ½ ∙0,5m/s=2m/s* και *υΑy=υcmy+υγρ=4m/s*, ενώ υΑx=υο=4m/s. Έτσι για το μέτρο της ταχύτητας του Α έχουμε:



Ενώ η διεύθυνσή της σχηματίζει γωνία φ=45° με την οριζόντια διεύθυνση (διαγώνιος τετραγώνου.

***Σχόλιο για καθηγητές.***

Αν δουλεύαμε με την βοήθεια του στιγμιαίου άξονα περιστροφής του στερεού, οριζόντιο άξονα κάθετο στο επίπεδο που περνά από το σημείο επαφής Β, προφανώς τα πράγματα θα ήταν πολύ ευκολότερα στην διαπραγμάτευσή τους…

**dmargaris@gmail.com**