# Ισορροπία, πτώση και μήκος νήματος.

|  |
| --- |
|  |

Δύο ομόκεντροι ομογενείς δίσκοι με ακτίνες R1=0,2m και R2=0,3m είναι κολλημένοι δημιουργώντας ένα στερεό s. Το στερεό s μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος έχει στερεωθεί σε κατακόρυφο τοίχο και διέρχεται από τα κέντρα των δίσκων, ως προς τον οποίο, το στερεό s παρουσιάζει ροπή αδράνειας Ι=0,24kg∙m2. Πάνω στον μεγάλο δίσκο στηρίζεται μια ομογενής οριζόντια λεπτή δοκός μήκους 4m, η οποία είναι αρθρωμένη στο άκρο της Α, μάζας Μ=3kg. Η δοκός στηρίζεται στο σημείο Β, όπου (ΑΒ)=3m. Γύρω από τον μικρό δίσκο ακτίνας R1, τυλίγουμε ένα μακρύ αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου δένουμε ένα σώμα Σ, το οποίο απέχει h=0,5m από το έδαφος.

i) Αν η μάζα του σώματος Σ είναι m=1,5kg, αυτό ισορροπεί. Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ δοκού και δίσκου, για την ισορροπία αυτή;

ii) Αν το σώμα Σ έχει μάζα m=2kg, τότε κινείται προς τα κάτω, φτάνοντας στο έδαφος με ταχύτητα υ=1m/s, όπου και προσκολλάται.

α) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση με την οποία κινήθηκε το σώμα Σ.

β) Να υπολογιστεί η τριβή που ασκείται στη δοκό από τον δίσκο κατά την πτώση του σώματος Σ, καθώς και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ δοκού και δίσκου.

γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας του στερεού s, μέχρι τη στιγμή t΄=2s.

δ) Πόσο θα είναι τελικά το μήκος του νήματος που θα παραμείνει σε επαφή με το έδαφος;

Δίνεται ότι το νήμα δεν γλιστρά στο μικρό δίσκο ενώ και g=10m/s2.

***Απάντηση:***



* 1. Στο παραπάνω σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στη δοκό, στο στερεό s και στο σώμα Σ. Από την ισορροπία κάθε σώματος παίρνουμε:

Σώμα Σ: ΣF=0 → Τ1=w=mg=15Ν, όπου Τ1 η τάση του νήματος.

Στερεό s: Η τάση του νήματος Τ1΄=15Ν, αφού το νήμα είναι αβαρές, η οποία τείνει να περιστρέψει δεξιόστροφα το στερεό. Αλλά τότε θα δεχτεί τριβή Τs΄ από τη δοκό με φορά προς τα αριστερά.

*ΣτΟ=0 → Τs΄∙R2-Τ1΄∙R1* =*0*→ 

Η δοκός δέχεται την αντίδραση της Τs΄, την Τs=10Ν και ισορροπεί οπότε:

*ΣτΑ=0* → → 

Αλλά για να μην υπάρχει ολίσθηση πρέπει:



Συνεπώς ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής για να μην περιστραφεί το στερεό s και έχουμε ολίσθηση είναι μs/min=0,5.

* 1. Αν η μάζα του σώματος Σ είναι 2kg, το στερεό s στρέφεται και το σώμα Σ πέφτει. Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Νεύτωνα για κάθε σώμα χωριστά παίρνουμε:

Σώμα Σ: *ΣF=m∙α → mg-Τ1=m∙α* (1)

Στερεό s: *Στο= Ιs ∙αγων →Τ1΄R1-Τολ∙R2*= (2)

|  |
| --- |
|  |

Σύνδεσμος: Κάθε σημείο του νήματος κινείται με την ίδια επιτάχυνση, συνεπώς η επιτάχυνση του σώματος Σ είναι ίση με την επιτρόχια επιτάχυνση του σημείου Γ, όπου το νήμα συναντά τον δίσκο R1. Δηλαδή:

*α=αεπ/Γ= αγων∙R1* (3)

Από το σύστημα των εξισώσεων (1), (2) και (3), παίρνουμε για την επιτάχυνση του σώματος Σ:

(4)

α) Η τριβή ολίσθησης όμως που αναπτύσσεται μεταξύ δοκού και στερεού s, είναι σταθερή, οπότε με βάση την σχέση (4) το σώμα Σ κινείται κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, για την οποία ισχύουν:

*υ=α∙t* και *Δy= ½ αt2.*

και με απαλοιφή του χρόνου για Δy=h παίρνουμε:



β) Λύνουμε την (4) ως προς Τολ, παίρνουμε:



Η δοκός βέβαια ισορροπεί, οπότε ξανά Ν=20Ν, συνεπώς για την παραπάνω τριβή έχουμε:

*Τολ=μ∙Ν* → 

γ) Μόλις το σώμα Σ ακινητοποιηθεί στο έδαφος, το νήμα χαλαρώνει, παύοντας να ασκεί δύναμη στο στερεό s, το οποίο αρχίζει να επιβραδύνεται εξαιτίας της ροπής της τριβής. Δουλεύοντας με αλγεβρικές τιμές των μεγεθών έχουμε:

*Στο= Ιs ∙αγων1 → -Τολ∙R2=Ιs∙αγων1* →



Αλλά αν Δt το χρονικό διάστημα μέχρι να σταματήσει την περιστροφή, έχουμε:



ενώ ω1 η γωνιακή ταχύτητα του s, τη στιγμή που το σώμα Σ φτάνει στο έδαφος, όπου η ταχύτητα του σώματος θα είναι ίση με την ταχύτητα του σημείου Γ (στο παραπάνω σχήμα) με αποτέλεσμα υ=ω1∙R1 οπότε 

Τη στιγμή εξάλλου που σταματά η περιστροφή του στερεού s, ω=0, οπότε



|  |
| --- |
|  |

Όμως η πτώση του σώματος Σ διαρκεί χρόνο t1, όπου:

*υ=α∙t1* → 

Με βάση αυτά, η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας του στερεού s, μεταβάλλεται όπως στο διπλανό σχήμα.

δ) Κατά η διάρκεια της επιβράδυνσης το στερεό s, στρέφεται κατά γωνία Δθ, ίση αριθμητικά με το εμβαδόν του κίτρινου τριγώνου, στο παραπάνω διάγραμμα ω-t. Έτσι:



Οπότε ελευθερώθηκε νήμα μήκους:



Ίσου μήκος νήματος συνεπώς θα βρίσκεται στο έδαφος (προφανώς άλλα 50cm νήματος θα κρέμονται από το στερεό s)

**dmargaris@gmail.com**