# Οι επιταχύνσεις τη στιγμή μηδέν.

|  |
| --- |
|  |

Ένας λεπτός ομογενής δίσκος μάζας Μ=6kg και ακτίνας R=0,5m, κρέμεται από ένα μη ελαστικό νήμα, το οποίο έχει δεθεί σε σημείο Α της περιφέρειάς του. Δένουμε σε ένα άλλο σημείο Γ της περιφέρειας του δίσκου, στο άκρο μιας οριζόντιας ακτίνας ΚΓ, ένα άλλο αβαρές και μη ελαστικό νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου δένουμε ένα σώμα Σ μάζας m=1kg, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο. Συγκρατούμε τα δυο σώματα, ώστε τα νήματα να είναι κατακόρυφα και τεντωμένα και τη στιγμή t=0, τα αφήνουμε ελεύθερα να κινηθούν. Για τη στιγμή, αμέσως μόλις αφεθούν τα σώματα ελεύθερα (t=0+) να βρεθούν:

i) Η επιτάχυνση του κέντρου Κ του δίσκου και η επιτάχυνση του σώματος Σ.

ii) Οι τάσεις των δύο νημάτων.

iii) Η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου.

iii) Οι επιταχύνσεις των σημείων Α και Γ που έχουν δεθεί τα δυο νήματα.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονά του Ι= ½ ΜR2 και g=10m/s2.

***Απάντηση:***

|  |
| --- |
|  |

* 1. Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στα δυο σώματα, όλες κατακόρυφες δυνάμεις. Εφαρμόζοντας το 2ο νόμο του Νεύτωνα για κάθε σώμα χωριστά και θεωρώντας την κίνηση του δίσκου σύνθετη, μια μεταφορική του κέντρου μάζας Κ και μια στροφική γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το Κ, παίρνουμε:

Σώμα Σ: *ΣF=ΣFy=m1∙α1 → m1g-Τ1=m1∙α1* (1)

Δίσκος: *ΣF=ΣFy=Μαcm → Μg+Τ1΄-Τ2=Μ∙αcm* (2)

*ΣτΚ=Ιcm∙αγων → Τ1΄R = ½ ΜR2∙αγων →*

*Τ1΄ = ½ ΜR∙αγων* (3)

Η εξίσωση (2) αναφέρεται στην επιτάχυνση του κέντρου μάζας Κ του δίσκου, αλλά αφού οι δυνάμεις είναι κατακόρυφες, κατακόρυφη θα είναι και η επιτάχυνση του κέντρου μάζας. Όμως αφού το πρώτο νήμα δεν παρουσιάζει ελαστικότητα, ο δίσκος δεν μπορεί να επιταχυνθεί κατακόρυφα και αcm=0, οπότε η (2) γίνεται:

*Μg+Τ1΄-Τ2=0* (2α)

Εξάλλου, αφού το δεύτερο νήμα είναι αβαρές Τ1=Τ1΄, ενώ όλα τα σημεία του νήματος αποκτούν την ίδια επιτάχυνση, συνεπώς α1=αΓ=αγων∙R, όπου αΓ η επιτάχυνση του σημείου Γ, εξαιτίας της επιταχυνόμενης στροφικής κίνησης του δίσκου, η λεγόμενη και επιτρόχια επιτάχυνση του Γ. Να σημειωθεί ότι τη στιγμή αυτή ω=0, οπότε το σημείο Γ δεν έχει κεντρομόλο επιτάχυνση. Έτσι το σύστημα των εξισώσεων (1) και (3) γίνεται:

*m1g-Τ1=m1∙α1*

*Τ1= ½ ΜR∙αγων= ½ Μ∙α1*

*m1g=(m1+ ½ Μ)∙α1→*

**+**



* 1. Από την εξίσωση (1) παίρνουμε:

*m1g-Τ1=m1∙α1 → Τ1=m1g-m1∙α1=1∙10Ν-1∙2,5Ν=7,5Ν.*

και επανερχόμενοι στην εξίσωση (2α) βρίσκουμε:

*Μg+Τ1΄-Τ2=0 → Τ2=Μg+Τ1=6∙10Ν+7,5Ν=67,5Ν.*

* 1. Από την (3) εξίσωση και αφού Τ1΄=Τ1 παίρνουμε:

*Τ1΄ = ½ ΜR∙αγων →*

|  |
| --- |
|  |

* 1. Με βάση τα παραπάνω τα σημεία Α και Γ εκτελούν επιταχυνόμενη κυκλική κίνηση γύρω από το κέντρο Κ του δίσκου. Δεν έχουν κεντρομόλο επιτάχυνση, αφού τη στιγμή t=0 η γωνιακή ταχύτητα είναι μηδενική, έχουν όμως επιτρόχια επιτάχυνση:

*αεπ=αγων∙R=2,5m/s2*

ίση κατά μέτρο και με την επιτάχυνση του σώματος Σ, όπως υπολογίστηκε στο i) ερώτημα, με διεύθυνση εφαπτόμενη στο δίσκο, οριζόντια για το Α και κατακόρυφη για το σημείο Γ, όπως στο διπλανό σχήμα.

**dmargaris@gmail.com**