# Οι ταχύτητες δύο σημείων ενός τροχού.

|  |
| --- |
|  |

Ένας τροχός ακτίνας R=0,5m κυλίεται σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα του κέντρου μάζας του Ο. Ένα σημείο Α, βρίσκεται στο άκρο μιας ακτίνας του. Τη στιγμή t1, όπου η ταχύτητα του σημείου Α γίνεται μέγιστη, ένα άλλο σημείο Β, έχει ταχύτητα μέτρου υ1=0,8m/s της ίδιας διεύθυνσης με την ταχύτητα του σημείου Α. Τη στιγμή t2 όπου η ταχύτητα του σημείου Α γίνεται η ελάχιστη δυνατή, η ταχύτητα του Β έχει μέτρο υ2= 3,2m/s.

i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα υcm του κέντρου Ο του τροχού.

ii) Να βρεθεί η θέση του σημείου Β, καθώς και η απόσταση (ΑΒ) των δύο σημείων του τροχού.

iii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ταχύτητας του σημείου Α, μεταξύ της στιγμής t1 και μιας επόμενης χρονικής στιγμής που η ακτίνα ΟΑ γίνεται οριζόντια, για πρώτη φορά.

***Απάντηση:***

* 1. Θεωρούμε την κίνηση του τροχού ως σύνθετη, μια μεταφορική με ταχύτητα υcm και μια στροφική γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο του Ο, με γωνιακή ταχύτητα ω. Συνεπώς σε κάθε θέση η ταχύτητα του σημείου Α, θα είναι ίση με το διανυσματικό άθροισμα της υcm και της γραμμικής ταχύτητας λόγω της κυκλικής του κίνησης, γύρω από το Ο, με μέτρο υγρ=ωR, όπως στο διπλανό σχήμα. Αφού ο τροχός κυλίεται για τα μέτρα των δύο αυτών ταχυτήτων ισχύει υcm=υγρ=ωR. Αλλά για να είναι μέγιστη η ταχύτητα του σημείου Α τη στιγμή t1, θα πρέπει να βρεθεί στο ανώτερο σημείο, όπως στο δεύτερο σχήμα, όπου υΑ=υcm+υγρ=2υcm, αφού σε κάθε άλλη θέση, με βάση το σχήμα υΑ<υcm+υγρ (τριγωνική ανισότητα).

 

Αφού το σημείο Β έχει ταχύτητα της ίδιας διεύθυνση με την ταχύτητα του σημείου Α, θα βρίσκεται στην ίδια διάμετρο με το σημείο Α, ή κάτω από το κέντρο (δεύτερο σχήμα) ή πάνω από το Ο ( τρίτο σχήμα).

Εξάλλου το σημείο Α έχει ελάχιστη ταχύτητα υΑ=υcm-ωR=0, τη στιγμή που βρίσκεται σε επαφή με το έδαφος. Αλλά στο 2ο σχήμα υΒ=υcm-υγρ/Β, ενώ στο 3ο υΒ=υcm+υγρ/Β. Συνεπώς ταχύτητα μικρότερου μέτρου (0,8m/s) το σημείο Β έχει στο 2ο σχήμα, ενώ στο 3ο σχήμα έχει μεγαλύτερη ταχύτητα (3,2m/s), πράγμα που σημαίνει ότι στο μεσαίο σχήμα, δείχνει τη θέση του Β, με το Α στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς του και στο τελευταίο σχήμα τη θέση του όταν το Α έρθει σε επαφή με το έδαφος. Αλλά τότε για τις ταχύτητες του Β:

 (1) και  (2)

Με πρόσθεση κατά μέλη, παίρνουμε 



* 1. Για την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τροχού έχουμε:



Ενώ από την (1) παίρνουμε:

, οπότε:



Αλλά τότε .

|  |
| --- |
|  |

* 1. Στο διπλανό σχήμα βλέπετε την ταχύτητα του σημείου Α, τη στιγμή που βρίσκεται στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του, μέτρου *υΑ=υcm+ωR=2υcm=4m/s*, καθώς και τη στιγμή που η ακτίνα ΟΑ γίνεται οριζόντια, όπου η ταχύτητά του είναι το διανυσματικό άθροισμα .

Για τη μεταβολή λοιπόν της ταχύτητάς, μεταξύ των δύο αυτών θέσεων είναι:



*Δυα/x==υcm-2υcm=-υcm*

*Δυα/y==υγρ-0=υcm*

|  |
| --- |
|  |

Αλλά τότε η μεταβολή της ταχύτητας του σημείου Α, με βάση το διπλανό σχήμα, έχει μέτρο:





Ενώ η μεταβολή της ταχύτητας σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ=45° (διαγώνιος τετραγώνου) ή γωνία φ=θ+90°=135° με την ταχύτητα υcm.

**dmargaris@gmail.com**