

MICROECONOMIA, III

GAETANO BLOISE

Esercitazione, 4 giugno 2009

Esercizio 1 (Elasticità costante di sostituzione). Si consideri la funzione d'utilità $u : \mathbb{R}_{++} \times \mathbb{R}_{++} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$u(x_1, x_2) = (x_1^\rho + x_2^\rho)^{\frac{1}{\rho}}, \text{ con } \rho \leq 1.$$

Si descriva una generica curva d'indifferenza quando: (a) $\rho \rightarrow 1$ (perfetti sostituti); (b) $\rho \rightarrow 0$ (Cobb-Douglas); (c) $\rho \rightarrow -\infty$ (perfetti complementi). Si determinino la domanda marshalliana e la funzione d'utilità indiretta.

Esercizio 2 (Preferenze quasi lineari). Si consideri la funzione d'utilità $u : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$u(x_1, x_2) = x_1^\alpha + x_2, \text{ con } 0 < \alpha < 1.$$

Si descriva una generica curva d'indifferenza. Si determinino la domanda marshalliana e la funzione d'utilità indiretta.

Esercizio 3 (Ottimo non interno). Si consideri la funzione d'utilità $u : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$u(x_1, x_2) = \min \{2x_1 + x_2, x_1 + 2x_2\}.$$

Si descriva una generica curva d'indifferenza. Si determinino la domanda marshalliana e la funzione d'utilità indiretta.

Esercizio 4 (Omoteticità). Le preferenze si dicono omotetiche se, e solo se, per ogni coppia di piani di consumo (z, x) in $X \times X$,

$$z \succeq x \text{ se e solo se } \lambda z \succeq \lambda x, \text{ per ogni } \lambda \geq 0.$$

(Significa, geometricamente, che le curve d'indifferenza sono tutte parallele.) Si mostri che, se le preferenze sono omotetiche, allora la domanda marshalliana è omogenea di primo grado nel reddito, a prezzi dati, cioè $x(p, \lambda w) = \lambda x(p, w)$.

Esercizio 5 (Separabilità additiva). Si consideri una funzione d'utilità tale che

$$u(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = u_1(x_1) + \dots + u_i(x_i) + \dots + u_n(x_n),$$

in cui $u_i : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ è differenziabile, strettamente concava e strettamente crescente, con

$$\lim_{x_i \rightarrow 0} u_i'(x_i) = \infty.$$

Si mostri che, sotto queste ipotesi, non esistono merci inferiori. (**Suggerimento:** Si studino le condizioni del prim'ordine.)