

## TEORIA DEI GIOCHI, III

GAETANO BLOISE

Esercitazione, 4 giugno 2009

**Esercizio 1** (Strategia strettamente dominata). Si consideri il seguente gioco in forma normale:

$$\begin{pmatrix} 1, 4 & 2, 0 & 5, 1 \\ 3, 0 & 1, 6 & 7, 2 \end{pmatrix}.$$

Si determinino tutti gli equilibri di Nash (in strategie pure e in strategie miste). (**Suggerimento:** All'equilibrio di Nash, un giocatore non adotterà una strategia strettamente dominata.)

**Esercizio 2** (Denuncia di un delitto). Si consideri una comunità composta da  $n$  individui identici,  $\mathcal{J} = \{1, \dots, i, \dots, n\}$ . Ciascun membro della comunità  $i$  in  $\mathcal{J}$  è stato testimone di un delitto e valuta l'opportunità di denunciarlo. Se l'individuo  $i$  in  $\mathcal{J}$  non denuncia il delitto e un altro individuo lo denuncia, la sua utilità è  $u_i = v$ ; se l'individuo  $i$  in  $\mathcal{J}$  non denuncia il delitto e nessun altro individuo lo denuncia, la sua utilità è  $u_i = 0$ ; infine, se l'individuo  $i$  in  $\mathcal{J}$  denuncia il delitto, la sua utilità è  $u_i = v - c$ . Si supponga che

$$v > c > 0.$$

Si determini l'equilibrio di Nash in strategie miste simmetrico, nel quale ciascun individuo  $i$  in  $\mathcal{J}$  denuncia il delitto con la stessa probabilità. Qual è la probabilità che il delitto venga denunciato e come varia al crescere dell'ampiezza della comunità (al crescere di  $n$ )?

**Esercizio 3** (Gioco della moneta esteso). Ciascun giocatore  $i$  in  $\mathcal{J} = \{1, 2\}$  decide un numero in  $S_i = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ . Se entrambi scelgono lo stesso numero, il giocatore 2 corrisponde una data somma monetaria al giocatore 1. Altrimenti, nessuna somma monetaria viene corrisposta. Le utilità dei giocatori sono date dalle somme monetarie ottenute. Si determinino tutti gli equilibri di Nash in strategie pure e in strategie miste.

**Esercizio 4** (Salario e occupazione). Due imprese,  $\mathcal{F} = \{1, 2\}$ , sono presenti sul mercato del lavoro e ciascuna ha un posto di lavoro vacante. I salari offerti dalle due imprese sono tali che

$$\frac{1}{2}w_1 < w_2 < w_1.$$

Due lavoratori,  $\mathcal{J} = \{1, 2\}$ , possono presentare domanda a una sola delle due imprese. Se i due lavoratori presentano domande a imprese distinte, ambedue vengono occupati. Se i due lavoratori presentano domanda alla stessa impresa, allora hanno uguale probabilità di essere occupati (e, quindi, di rimanere disoccupati). Le utilità dei giocatori sono date dal salario ottenuto, se occupati, e sono nulle, se disoccupati. Ambedue applicano il principio dell'utilità attesa nel valutare l'incertezza. Si determinino tutti gli equilibri di Nash in strategie pure e in strategie miste.