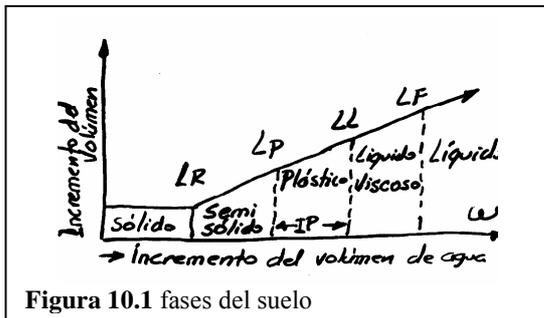


**CAPÍTULO 10**

**ESFUERZOS EN UNA MASA DE SUELO**

**10.1 Introducción**

Se han visto aspectos relacionados con las deformaciones de un suelo sometido a la acción de fuerzas externas (caso del edómetro), y hemos integrado el efecto del agua a su comportamiento; igualmente se han definido los límites y estudiado las relaciones de fase del suelo, visto como una estructura trifásica, compuesta por sólidos, agua y aire.



LF : Límite de fluidez.  
 LL y LP Límites líquido y plástico.  
 IP = LL – LP Rango de estado plástico  
 LR : Límite de retracción

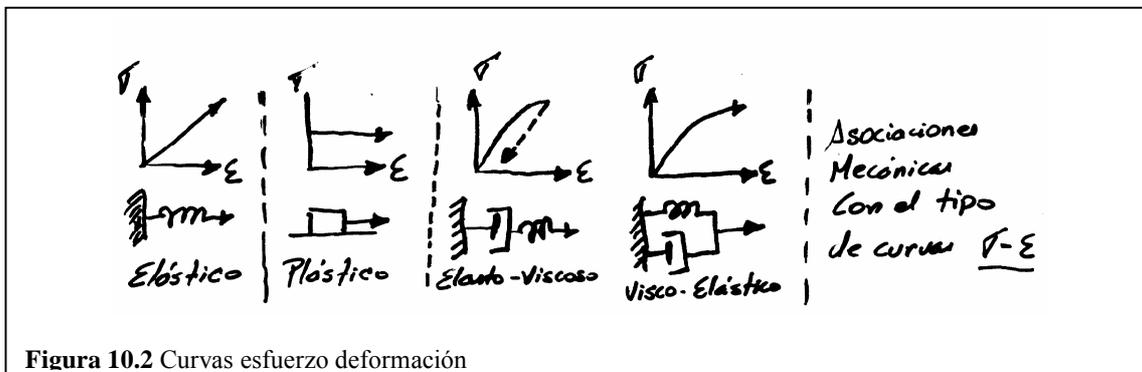
En el estudio de capilaridad (Sección 6.1.3), se vio el efecto de contracción de un suelo arcilloso, por pérdida de agua. También en la sección 4.1 se discutió la actividad de las arcillas, ligada al estado plástico del suelo, por depender de la cantidad de agua adsorbida sobre las partículas del suelo.

La utilidad de los límites es importante para clasificar suelos, pero también cuando tenemos problemas geotécnicos relacionados con los cambios de volumen por variación de humedad en el suelo. En un talud arcilloso que se seca, se contrae y al agrietarse se degrada. Un suelo activo, expuesto a variaciones de humedad, puede desencadenar problemas de ingeniería por su inestabilidad volumétrica.

$$A = \frac{IP}{\% \text{ en peso } < 2\mu} \quad (10.1)$$

geotécnicos relacionados con los cambios de volumen por variación de humedad en el suelo. En un talud arcilloso que se seca, se contrae y al agrietarse se degrada. Un suelo activo, expuesto a variaciones de humedad, puede desencadenar problemas de ingeniería por su inestabilidad volumétrica.

Pero el comportamiento de un suelo sometido a esfuerzos, no es el mismo cuando la velocidad e intensidad de los esfuerzos varía. La consolidación enseña que, un suelo que responde rígidamente a una carga súbita e instantánea, responderá plásticamente, ante una carga de largo plazo, en virtud de un proceso de drenaje controlado por la permeabilidad del suelo.

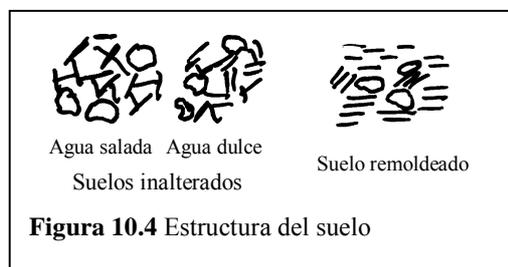


**10.2 Estructura del suelo y esfuerzos**



La fábrica textural del suelo, tiene dos posibilidades extremas: es floculada como los suelos marinos que presentan contacto borde – cara, gracias a fuerzas de atracción eléctrica, o dispersa cuando las partículas se disponen paralelas, porque se repelen eléctricamente. Al cargar un suelo, los desplazamientos por deformación de carga tienden a desplazar las partículas y los enlaces electroquímicos pueden deshacerse, para que la fábrica estructural quede dispuesta en forma paralela.

El comportamiento mecánico dependerá de la estructura del suelo. El suelo floculado ofrece mayor permeabilidad, alta resistencia y baja compresibilidad, gracias a las fuerzas electroquímicas entre las partículas.



**Figura 10.4** Estructura del suelo

**Tabla 10.1** Factores de comportamiento del suelo.

Suelo	Factores de formación del suelo		Factores de comportamiento
Consolidado	Naturaleza de los sedimentos	→	Esfuerzos
	Método de transporte y sedimentación	→	Tiempo
	Naturaleza del medio de sedimentación	→	Agua
Compacto	Naturaleza del suelo	→	Entorno físico
	Energía y tipo de compactación	→	Perturbación.
	Humedad de la muestra en obra	→	Medio y factores intrínsecos.

- a. Presión:** Con el aumento de presión, aumenta la resistencia al esfuerzo cortante, disminuye la compresibilidad y se reduce la permeabilidad. Lo contrario cuando disminuye la presión de confinamiento de un suelo, después de retirar cargas (de suelo u otras). Si el suelo está en equilibrio, bajo la misma presión que ha experimentado en su historia geológica, se denomina suelo normalmente consolidado (NC). En el canal de Panamá, las lutitas de los taludes fallaron porque, después del movimiento de tierras, perdieron resistencia al cortante.
- b. Tiempo:** Esta variable también influye en el comportamiento, como las presiones, la humedad y las condiciones del medio. El agua puede salir por efecto de cargas, y los esfuerzos son asumidos por el suelo. Las reacciones químicas y otros procesos de degradación, requieren tiempo, y también la velocidad de aplicación de las cargas, que condicionan el tipo de respuesta del suelo.
- c. Agua:** Los dos efectos principales sobre el suelo, causados por el agua, son: la reducción de la cohesión entre las partículas arcillosas y la modificación de los esfuerzos del suelo (aumenta  $U$  y disminuye  $\sigma'$ ). La arcilla, en estado seco es resistente y sumergida no.
- d. El entorno:** También puede condicionar y modificar el comportamiento: la naturaleza del fluido intersticial y la temperatura de una arcilla sedimentaria o compactada, pueden variar en el tiempo. Si la arcilla era marina, por lixiviación, el flujo primitivo se hace menos salino y con ello, se reduce la fuerza

de atracción electrostática entre partículas del suelo, variando su resistencia al corte, la arcillas sensitivas, que son de elevada susceptibilidad a los fenómenos de lixiviación, son de naturaleza marina, depositadas en alto grado por floculación; pero si el deslavado reduce los enlaces cara borde, la arcilla tiende a la dispersión y el suelo, a presentar fallas por cortante.

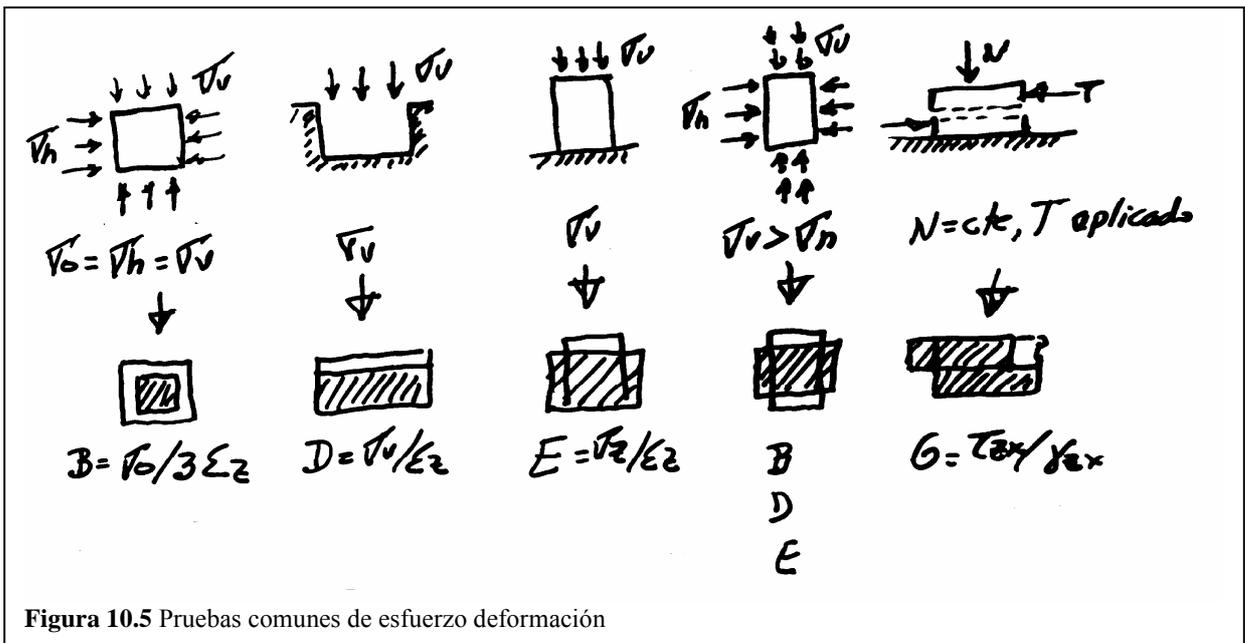
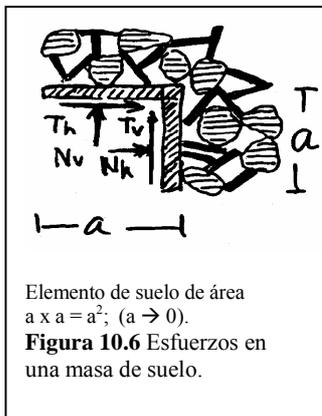


Figura 10.5 Pruebas comunes de esfuerzo deformación



10.3 ESFUERZO VERTICAL Y HORIZONTAL (suelo seco)

En un elemento de suelo, a una profundidad Z, se puede considerar las fuerzas normales N y tangenciales T que, sobres sus caras, carga las partículas de suelo: Sea “h” la dirección horizontal y “v” la dirección vertical. Entonces:

$$\sigma_v = \frac{N_v}{a^2}; \quad \sigma_h = \frac{N_h}{a^2} \quad (10.2)$$

$$\tau_v = \frac{T_v}{a^2}; \quad \tau_h = \frac{T_h}{a^2}$$

10.4 ESFUERZOS GEOSTÁTICOS VERTICALES ( $\sigma_v$ )  $\equiv$  sobrecarga

$$\sigma_v = \gamma \times Z \quad (10.3)$$

Los esfuerzos al interior del suelo se aplican por dos razones: El peso propio del suelo y el efecto de las cargas exteriores aplicadas al suelo. Los esfuerzos geostáticos (verticales) son los debidos al peso propio del suelo; y pueden variar con la profundidad, cuando varía el peso unitario del suelo.

Si  $\gamma_d = 1,6 \text{ Ton/m}^3$ , para calcular  $\sigma_v$  se tiene la siguiente tabla

UNIDADES DE $\sigma_v$	UNIDADES DE Z	EXPRESIÓN DE $\sigma_v$
Libras / pie <sup>2</sup>	Pies	$\sigma_v = 100 Z$
Libras / pulgada <sup>2</sup>	Pies	$\sigma_v = 0,694 Z$
Kg / cm <sup>2</sup>	Metros	$\sigma_v = 0,160 Z$
Atmósferas	Pies	$\sigma_v = 0,0473 Z$

Sin  $\gamma_d$  varía con la profundidad:  $\sigma_v = \sum \gamma_i (\Delta Z_i)$  por tratarse de variación discontinua; o  $\sigma_v = \int_0^z \gamma dz$ , para continua (10.1)

**10.5 ESFUERZO GEOSTÁTICO HORIZONTAL, K y K<sub>0</sub>**

La relación entre los esfuerzos horizontal  $\sigma_h$  y vertical  $\sigma_v$ , se expresa por el COEFICIENTE de ESFUERZO LATERAL K o coeficiente de presión de tierras. La relación no es exclusiva de los esfuerzos geostáticos y su valor TEÓRICO está en un rango que es amplio:

$$K = \frac{\sigma_h}{\sigma_v} \quad (10.4)$$

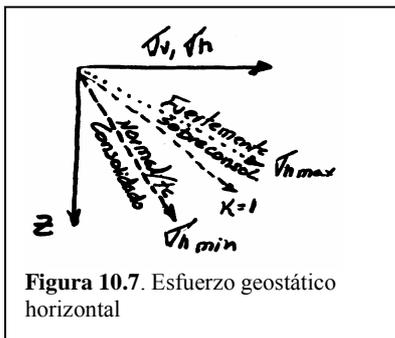


Figura 10.7. Esfuerzo geostático horizontal

$$0 \leq K \leq 1; \quad K = \frac{\mu}{1 - \mu} \quad (10.5)$$

y  $\mu_{max} = 0,5$ . En lo real,  $K > 1$  y empíricamente vale  $K = 1 - \text{sen}^2 \phi$  en arcillas NC. En arcillas NC y en arenas  $K < 1$ . En arcillas PC y arcillas compactas o arenas compactas  $K_0 > 1$ .

Cuando un depósito sedimentario se forma por acumulación en capas horizontales, se va incrementando  $\sigma_v$  y no necesariamente  $\sigma_h$ , por lo que  $K < 1$ . En depósitos de arena sedimentaria,  $K = 0,4 - 0,5$ .

Si no existe deformación horizontal por presión de sepultura, el valor de K es K<sub>0</sub> coeficiente de tierras en reposo. Así que en procesos sedimentarios, es típico el valor  $\sigma_h = K_0 \sigma_v$ ,

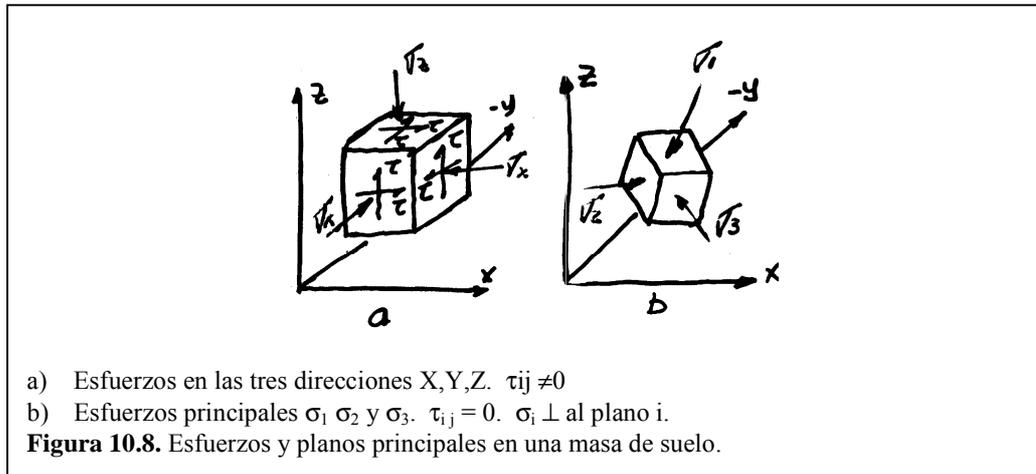
y el valor

$$\text{tg } \alpha_0 = \frac{\sigma_v - \sigma_h}{\sigma_v + \sigma_h} = \frac{\sigma_v(1 - K_0)}{\sigma_v(1 + K_0)} = \frac{1 - K_0}{1 + K_0} \quad (10.6)$$

se representará en la Figura 11.6.

En rocas  $\mu = 0,25$ , normalmente, por lo que  $K = \frac{0,25}{1 - 0,25}$ , o sea,  $K_{(rocas)} = 3/4$ , lo que significa  $\sigma_h = 3/4 \sigma_v$ , normalmente.

### 10.6 ESFUERZOS PRINCIPALES $\sigma_1$ $\sigma_2$ $\sigma_3$ Y PLANOS PRINCIPALES



El cubo a muestra las 3 componentes de los esfuerzos principales  $\sigma_1$   $\sigma_2$  y  $\sigma_3$ ; las caras de ese cubo son paralelas a los 3 planos del sistema cartesiano.

El cubo b muestra una rotación, tal que  $\sigma_1$   $\sigma_2$  y  $\sigma_3$  no tengan componentes  $\tau$  sobre sus caras.  $\sigma_1$   $\sigma_2$  y  $\sigma_3$  son perpendiculares a las caras del cubo, llamadas PLANOS PRINCIPALES, mientras  $\sigma_1$   $\sigma_2$   $\sigma_3$  se denominan esfuerzos principales.

### 10.7 ESFUERZOS PRODUCIDOS POR CARGAS APLICADAS

La teoría de la elasticidad frecuentemente se emplea para el cálculo, en una masa del suelo, de este tipo de esfuerzos. La teoría supone que ESFUERZO y DEFORMACIÓN son proporcionales; la mayoría de las soluciones útiles, que el suelo es homogéneo e isótropo; incluso suponen, el suelo es "CHILE" (continuo, homogéneo, isótropo y linealmente elástico).

**Problema 10.1:** Dado un suelo y dada una estructura, la pregunta es:  
¿cuál es la magnitud del asentamiento en un tiempo dado?

**Solución:** Se suponen 4 etapas de cálculo, que en su orden son:

1. Esfuerzos iniciales.
2. Incremento de esfuerzos totales.
3. Incremento de los esfuerzos efectivos para el tiempo t.
4. Cálculo de las deformaciones para ese tiempo.

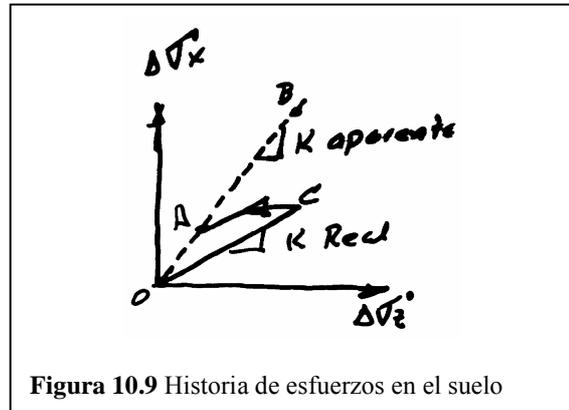
De lo anterior, es importante destacar algunos conceptos:

- a) El numeral 1 alude a los esfuerzos geostáticos (Ecuación 10.4) donde  $K = \frac{\sigma_h}{\sigma_v}$  (coeficiente de esfuerzo lateral) puede escribirse en función del incremento de los esfuerzos y de la relación  $\mu$ :

$$K = \frac{\Delta\sigma_x}{\Delta\sigma_z} = \frac{\mu}{1-\mu} \therefore \Delta\sigma_h = \frac{\mu}{1-\mu} \Delta\sigma_v; (\mu \text{ máximo} = 0,5)$$

b) En esfuerzos geostáticos, las deformaciones sólo se dan en la profundidad:  $\epsilon_z \neq 0 = \epsilon_x = \epsilon_y$

c) La relación de sobreconsolidación  $RS = \sigma'_p / \sigma'_0$ , que relaciona el máximo esfuerzo efectivo histórico con el efectivo, es  $RS > 1$  en suelos sobreconsolidados. Estos suelos tienen memoria y al descargarlos pasan de C a A, en la curva  $\Delta\sigma'_x - \Delta\sigma'_z$ , dando un K aparente (AB), diferente al K real (OC).



**10.8 CASOS DE ESFUERZOS VERTICALES.**

Como la solución analítica para unas determinadas cargas y condiciones de frontera, es bastante tediosa, los libros de Mecánica de Suelos básicos no las reportan, pero sí las emplean. Algunas son:

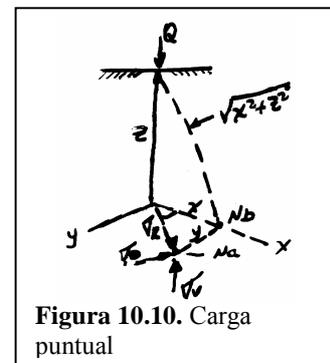
a) Carga puntual vertical Q (con  $\theta$  y R)

$$\Delta\sigma_v = \frac{3Q * Z^2}{2\pi(r^2 + Z^2)^{3/2}}$$

$$\Delta\sigma_R = \frac{Q}{2\pi} \left[ \frac{3R^2Z}{(R^2 + Z^2)^{3/2}} - \frac{1 - 2\mu}{R^2 + Z^2 + Z\sqrt{R^2 + Z^2}} \right]$$

$$\Delta\tau_{RZ} = \frac{3Q * R^2 Z^2}{2\pi(R^2 + Z^2)^{3/2}} \quad (10.6)$$

$(x, y) = (r, \theta)$   
 $\sigma_v \perp \sigma_R \perp \sigma_\theta$   
 $\sigma_y \perp \sigma_x \perp \sigma_z$   
 $R^2 = X^2 + Y^2$   
 $\theta = ar \, tg \, Y/\theta$



Expresiones de BOUSSINESQ para el incremento del esfuerzo en un punto N a una profundidad Z y distancia horizontal R, del punto de aplicación de la fuerza Q.

b) Carga lineal vertical de longitud infinita: (figura 10.11, con X y con Y)

$$\Delta\sigma_V = \frac{2Q * Z^3}{\pi(X^2 + Y^2)^2} \quad \Delta\sigma_X = \frac{2Q * \pi * X^2 * Y^2}{\pi(X^2 + Y^2)^2} \quad \Delta\tau_{XZ} = \frac{2Q * X * Z^2}{\pi(X^2 + Y^2)} \quad (10.7)$$

- c) Carga uniformemente distribuida sobre una franja infinita

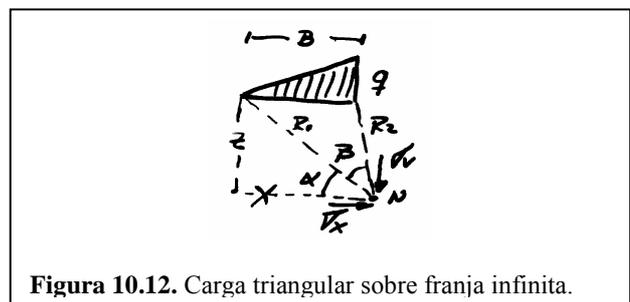
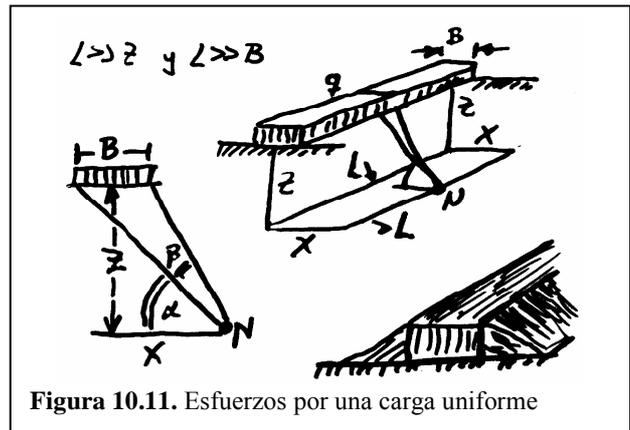
$$\begin{aligned} \Delta\sigma_V &= \frac{q}{\pi} [\alpha + \text{sen } \alpha * \cos(\alpha + 2\beta)] \\ \Delta\sigma_X &= \frac{q}{\pi} [\alpha - \text{sen } \alpha * \cos(\alpha + 2\beta)] \quad (10.8) \\ \Delta\tau_{XY} &= \frac{q}{\pi} \text{sen } \alpha * \text{sen}(\alpha + 2\beta) \end{aligned}$$

Se puede suponer los casos c) y d) en casos como terraplenes o cortes

- d) Carga con distribución triangular sobre franja infinita. (Figura 10.12)

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_V &= \frac{q}{\pi} \left[ \frac{X}{B} \alpha - \frac{1}{2} \text{sen}(2\beta) \right] \\ \Delta\sigma_X &= \frac{q}{\pi} \left[ \frac{X}{B} \alpha - \frac{Z}{B} \text{Ln} \frac{R_1^2}{R_2^2} + \frac{1}{2} \text{sen}(2\beta) \right] \quad (10.9) \\ \Delta\tau_{XZ} &= \frac{q}{2\pi} \left[ 1 + \cos(2\beta) - \frac{2Z}{B} \alpha \right] \end{aligned}$$

- e) Carga uniformemente distribuida sobre un área rectangular. (Edificio, por ejemplo)



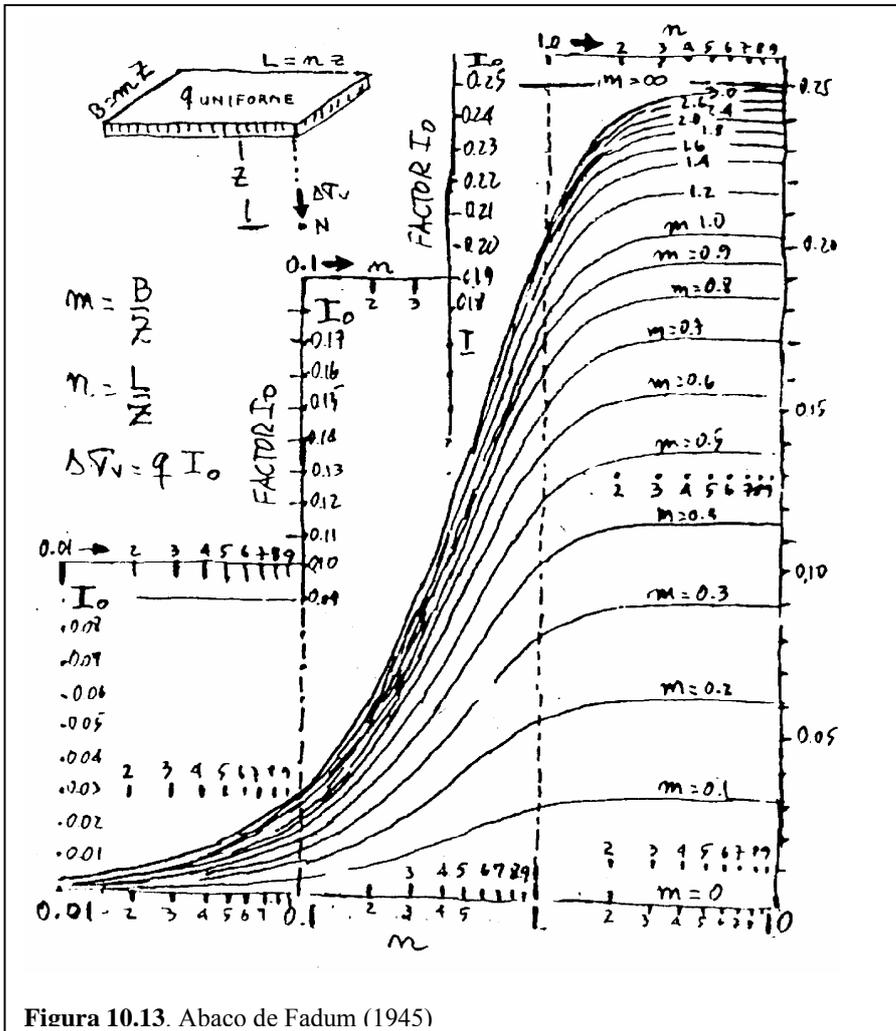


Figura 10.13. Abaco de Fadum (1945)

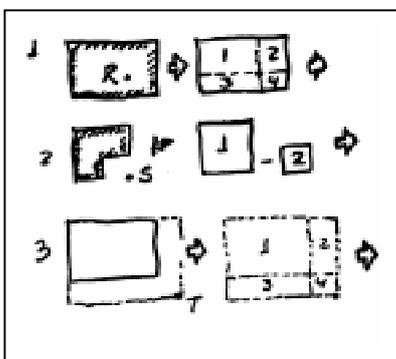
Para calcular el incremento del esfuerzo vertical  $\Delta\sigma_v$  total, bajo la esquina de un área rectangular, de lados B y L, que está uniformemente cargada. El punto N está a una profundidad Z a partir de la esquina.  $I_0$  es el FACTOR DE INFLUENCIA. m y n son "intercambiables"

$$\Delta\sigma_v = q \times I_0 \quad (10.10)$$

Rutina:  $n \rightarrow m \rightarrow I_0 \rightarrow \Delta\sigma_v$ .

**Nota:** Para puntos que no están bajo la esquina, casos R, S y T, puedo aplicar el ábaco de FADUM, de la siguiente manera: Subdivido el área de influencia en rectángulos que pasen por el punto dado y paralelos al área cargada. Aplico los principios

de superposición que se muestran a continuación, dibujos en planta, para 3 casos:



$$\Rightarrow \Delta\sigma_R = \Delta\sigma_{\text{área 1}} + \Delta\sigma_{\text{área 2}} + \Delta\sigma_{\text{área 3}} + \Delta\sigma_{\text{área 4}}$$

(Obsérvese que la partición se hace por R)

$$\Rightarrow \Delta\sigma_S = \Delta\sigma_{\text{área 1}} - \Delta\sigma_{\text{área 2}}$$

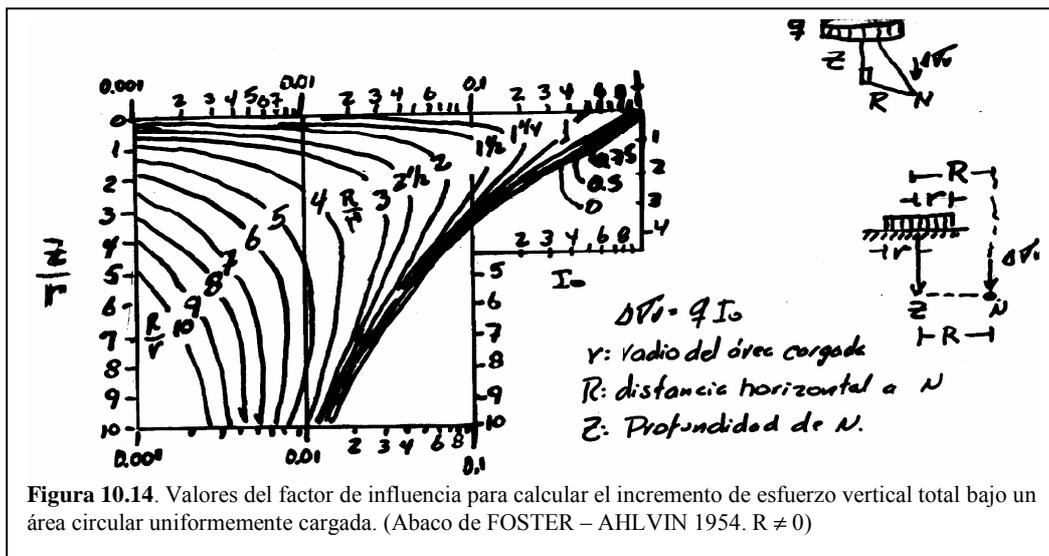
(Obsérvese que el área cargada no es cuadrada)

$$\Rightarrow \sigma_T = \sigma_{1234} - \sigma_{34} - \sigma_{24} + \sigma_4$$

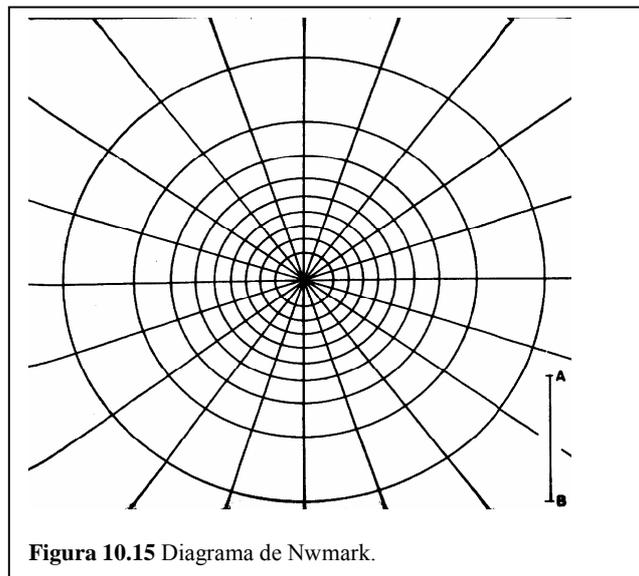
(Nótese que el área 4 se restó dos veces y se sumó una)

f) Carga uniforme sobre un área circular de radio r (Tanque, por ejemplo)

$$\Delta\sigma_v = q \left\{ 1 - \left[ \frac{1}{1 + (r/z)^2} \right]^{\frac{3}{2}} \right\} \Rightarrow \text{Para } R = 0 \quad (10.11)$$



g) Diagrama de influencia de newmark (1942), útil para áreas rectangulares en la forma, pero uniformemente cargadas. El método de cálculo es gráfico. El ábaco es una malla o una red de puntos radial y anular, con un centro para N. Se requiere conocer el efecto sobre el punto N de una carga q colocada en el terreno sobre un área A de forma cualquiera. Debo hacer iguales la escala AB del ábaco y la profundidad Z del punto (AB = Z). Ahora, los radios parten del origen y forman, con los anillos, áreas de influencia, cuadrilongos, cargados equivalentemente con el mismo incremento de carga. Si el área total del ábaco equivale a q, y son 200 cuadrilongos, el área de un solo cuadrilongo representará un cambio de esfuerzo de  $0,005q = \frac{q}{200}$ .



Dibujada la planta a escala, tal que  $Z = AB$ , y puesto N en el origen, contamos el número n de áreas de influencia, cada una con un valor de influencia  $I_0$ , ocupadas por la planta a escala, sobre el ábaco.

$$\Delta\sigma_v = q * I_0 * n \quad (10.12)$$

Para otra profundidad, el área del contorno cambia, pero para otro punto N, a igual profundidad, desplazamos el mismo contorno.

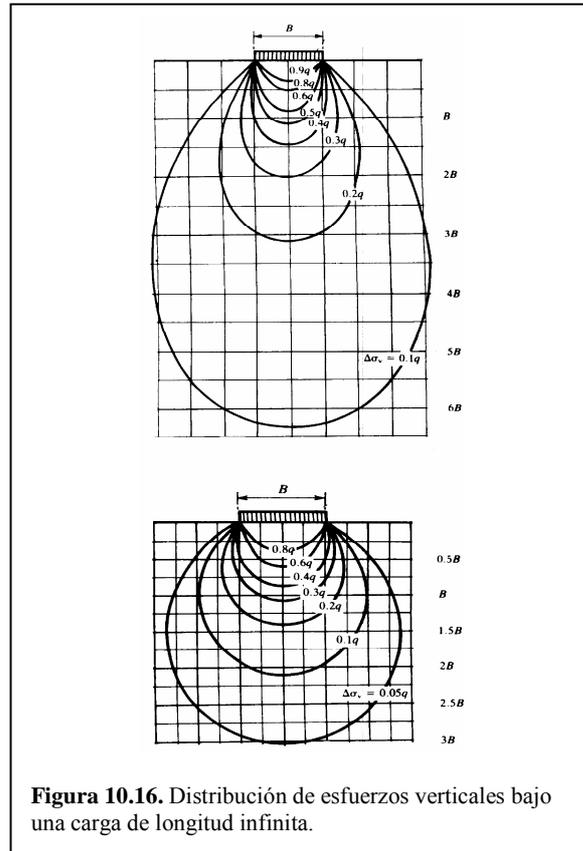
**10.9 BULBOS DE ESFUERZO.** Con las soluciones de los literales a) hasta g) puede obtenerse el conjunto de líneas de igual incremento de esfuerzo, por carga, utilizando la ecuación de BOUSSINESQ (carga puntual y superposición de cargas). El BULBO DE ESFUERZOS O DE PRESIONES, bajo el área cargada, muestra que el área más afectada, está bajo el centro.  $\Delta\sigma_v = f(q)$ .

Obsérvese que a  $Z = 6B$  en fig 10.16 y  $z = 2B$  en fig. 10.16,  $\Delta\sigma = 0,1q$ .

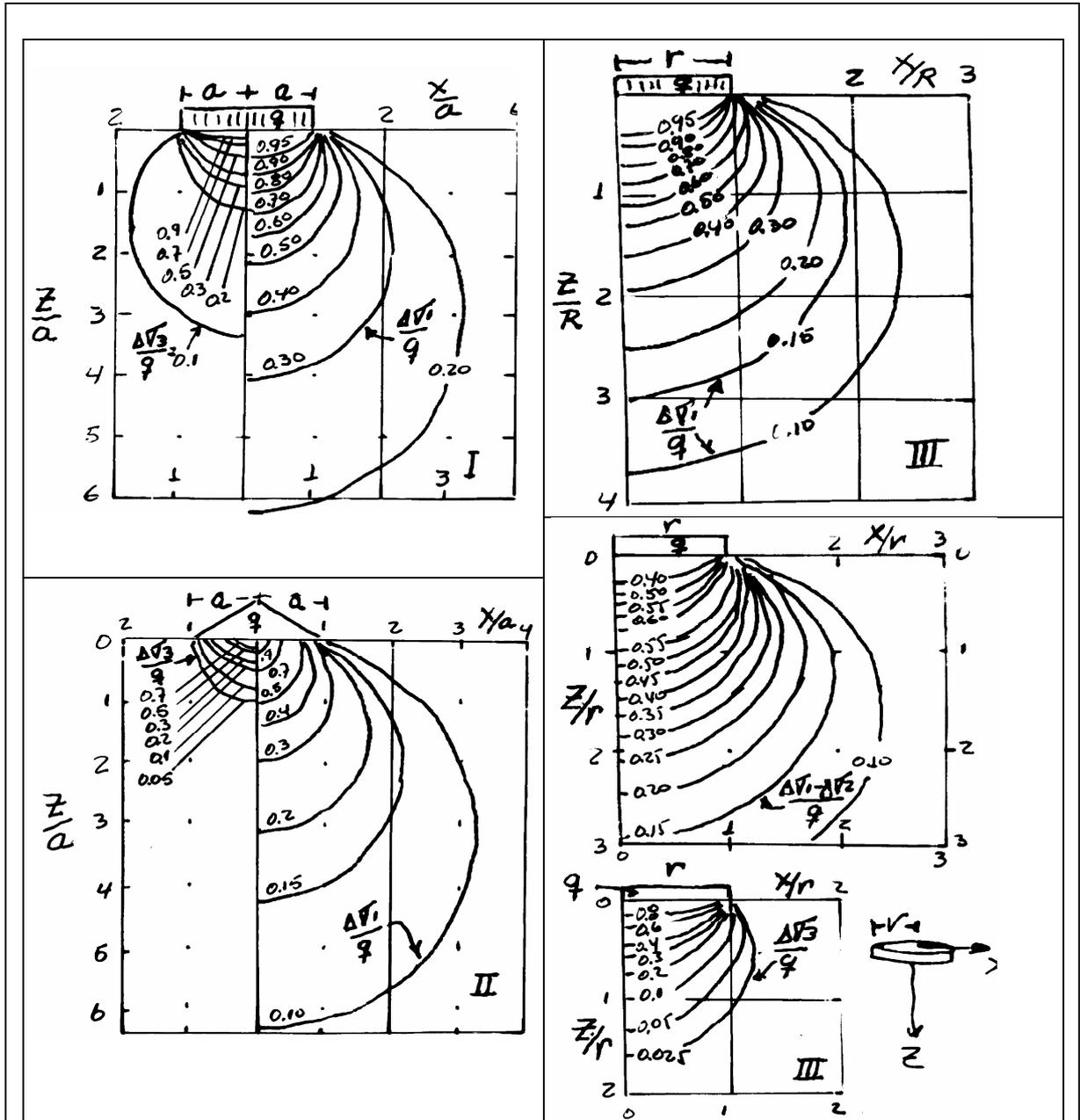
La zona de influencia de la carga, que es el bulbo, se estima arbitrariamente hasta  $0,1q$ .

En áreas circulares, uniformemente cargadas, el bulbo tiene una influencia a profundidades similares a las de la fig. 10.17.

NOTA: El perfil  $Z$  Vs  $q$  se obtiene del bulbo, leyendo  $\Delta\sigma_v$  por debajo del punto central de la zona cargada.



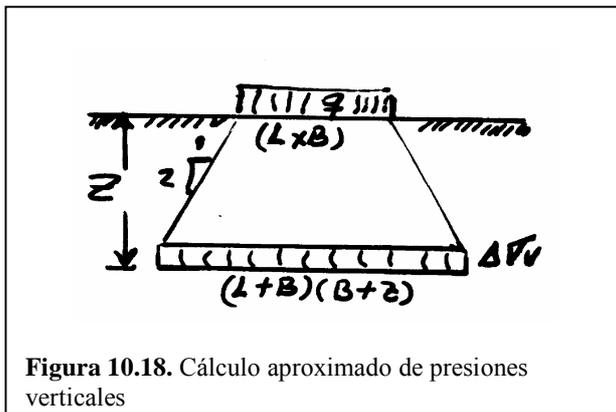
**Figura 10.16.** Distribución de esfuerzos verticales bajo una carga de longitud infinita.



I CARGA RECTANGULAR EN FAJA ( $L \gg a$ ) II CARGA TRIANGULAR EN FAJA ( $L \gg a$ )  
 III CARGA EN SUPERFICIE CIRCULAR

Figura 10.17 Esfuerzos principales bajo cargas uniformes (Lambe)

**10.10 MÉTODO APROXIMADO DE CÁLCULO PARA  $\Delta\sigma_v$**



**Figura 10.18.** Cálculo aproximado de presiones verticales

$$\Delta\sigma_v = q \frac{LB}{(L+Z)(B+Z)} \quad (10.13)$$

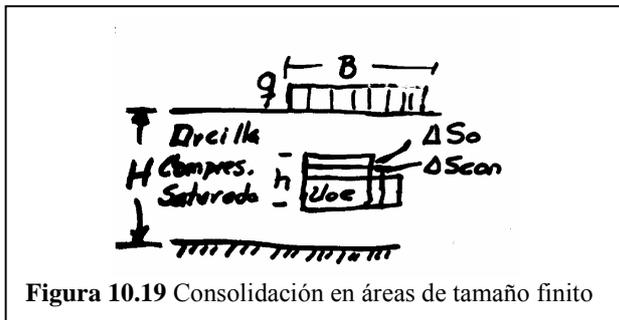
$$\Delta\sigma_v = q \frac{L^2}{(L+Z)^2} \quad (10.14)$$

$$\Delta\sigma_v = q \frac{R^2}{(R+Z)^2} \quad (10.15)$$

Se muestran expresiones para áreas, rectangular (10.13), cuadrada (10.14) y circular (10.15).

Si  $Z \geq 3L$ , las discrepancias con otros métodos son muy pequeñas.

**10.11 CONSOLIDACIÓN Y ASENTAMIENTO EN ÁREAS DE TAMAÑO FINITO**



**Figura 10.19** Consolidación en áreas de tamaño finito

Cuando  $B$  es pequeño comparado con  $H$  (zapatas por ejemplo) la consolidación es tridimensional. Por sobrecarga ( $q$ ), el elemento de suelo sufrirá un  $\Delta\sigma_v$  y un  $\Delta\sigma_h$ .  $\Delta U_{0e}$  será el exceso de p.p. y  $\Delta\sigma_h < U_{0e} < \Delta\sigma_v$ . Además,  $\Delta\sigma'_v = \Delta\sigma_v - U_{0e}$  y  $\Delta\sigma'_h = \Delta\sigma_h - U_{0e}$ .

Pero el  $\sigma'_v$  aumenta y  $\sigma'_h$  disminuye, y el elemento de suelo sufre un ASENTAMIENTO INMEDIATO  $\Delta S_p$ . Posteriormente viene la consolidación, la p.p.  $U_e$  se disipa y  $\sigma'_h$  aumenta

hasta alcanzar nuevamente el nivel  $\Delta\sigma_h$  inicial existente antes de aplicar la carga y que será superado por  $\sigma_h$  en la etapa final de consolidación, cuando aumentan los esfuerzos efectivos.

Las deformaciones laterales serán el 15% de las verticales (SKEMPTON – BJECRUM) por lo que en la práctica se considera la deformación vertical, que continúa con la consolidación, denominada ASENTAMIENTO POR CONSOLIDACIÓN.  $\Delta S_{con} = \mu_0 h \Delta\sigma_v$ .

Como  $U_{0e}$  es menor que el incremento  $\Delta\sigma_v$ , el valor  $\Delta S_{con}$  será menor que el que predice el ensayo de consolidación, en una cuantía  $\mu_0$ , factor que depende de la forma del área cargada y del parámetro  $A$  de SKEMPTON.

Por lo tanto, para el elemento de altura  $h$ , el asentamiento  $\Delta S$  es  $\Delta S_0 + \Delta S_{con}$ .

El asentamiento total, a lo largo de  $H = \Sigma h$ , estará dado por  $\Sigma \Delta S$ .

En consecuencia  $\Delta S = \Delta S_0 + \Delta S_{CON} \rightarrow$  deformación del elemento.

$\Delta S_0 =$  Asentamiento inicial.

$\Delta S_{CON} = \mu_0 m_v h \Delta \sigma_v =$  Asentamiento por consolidación.

$H = \Sigma h =$  Espesor total del estrato permeable.

$S = \Sigma \Delta S =$  Deformación total.

De lo anterior:

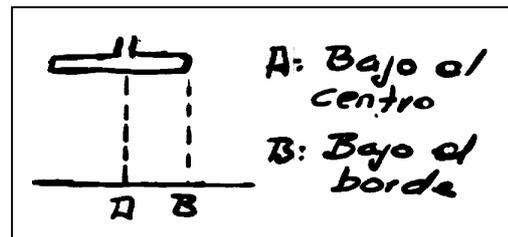
$$S = \Sigma \Delta S = \Sigma \Delta S_0 + \Sigma \Delta S_{CON}$$

$$S = S_0 + \mu_0 \Sigma M_v H \Delta \sigma_v \quad (10.16)$$

Para calcular S, es suficiente tomar 6 a 8 sucapas de espesor h, y como la influencia llega a unas 8 veces el lado de una zapata de lado B.

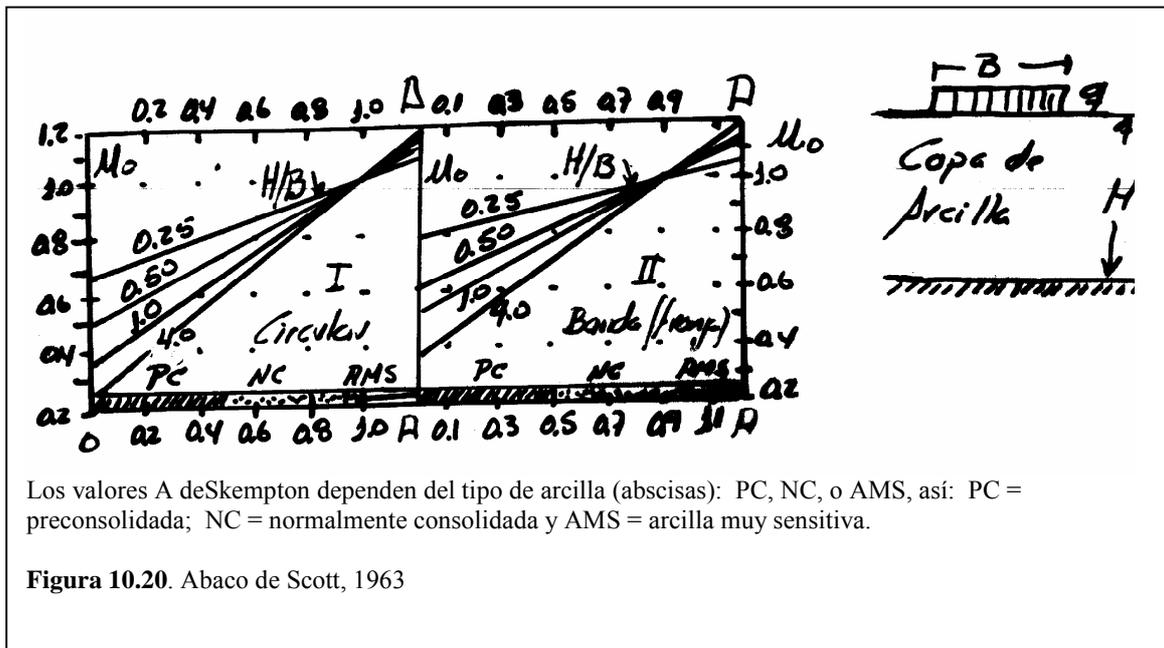
$h = \frac{1}{2} B$  en zapatas cuadradas o circulares.  
 $h = B$  para cimentaciones corridas.

Pero en cimentaciones flexibles,  $\sigma_{VA} > \sigma_{VB}$  por lo que se produce asentamiento diferencial.



En cimentaciones rígidas, el  $\sigma_{VA}$  es el 80% del valor en la flexible.

Se asume que existe asentamiento uniforme en cimentación rígida y asentamiento diferencial en cimentación flexible. El asentamiento en la rígida es el 80% de asentamiento en la flexible, y asentamiento diferencial en la flexible es la diferencia entre los asentamientos de A y B.



**10.12 ASENTAMIENTO INICIAL.**

El cálculo de los asentamientos que se dan en la superficie, cuando se carga la cimentación, puede basarse en la teoría de la elasticidad utilizando E y  $\mu$  (Sección 9.10). Sin embargo un suelo no tiene valores únicos de E y de  $\mu$ , y eso limita la aplicación del método.

En arenas el método E varía con Z, con el ancho del área cuadrada, y la relación  $\mu$  varía con la deformación. En consecuencia, se recurre a los métodos empíricos, para las arenas.

En arcillas saturadas el asentamiento inicial  $S_0$  se produce sin drenaje. Por ello  $\mu = 0,5$  y con base en ello estimaremos el asentamiento inmediato  $S_0$ , para áreas cargadas uniformemente, ya de forma rectangular (Figura 10.17 I y II) y de forma circular (Figura 10.17 III).

**10.13 CARGA EN ÁREA RECTANGULAR: H FINITO**

$$I_s = F_1 + \left[ \frac{1-2\mu}{1-\mu} \right] F_2 \quad (10.17)$$

$$S_0 = \frac{q * B(1-\mu^2)}{E} I_s \quad (10.18)$$

$S_0$  es el asentamiento inicial en la superficie y en la esquina del rectángulo de lados B y L; **ÁBACO DE STEINBRENNER:**

Los valores de  $F_1$  y  $F_2$  dependen de L/B y H/B, siendo L el largo y B el ancho, q es la carga uniforme.  $I_s$  el factor de influencia y H la profundidad.

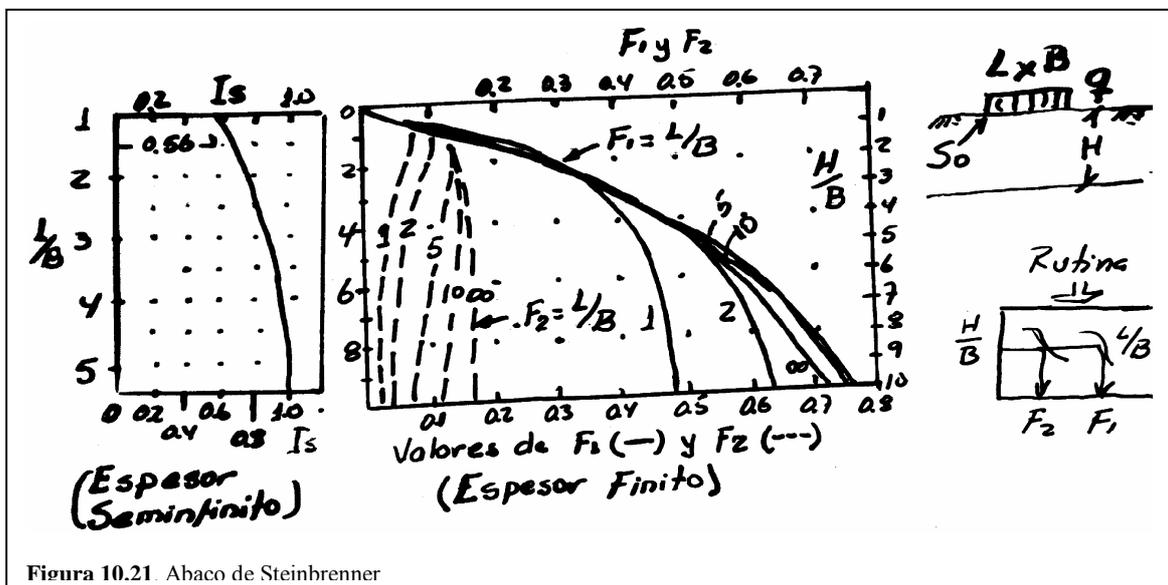


Figura 10.21. Abaco de Steinbrenner

**10.14 CARGA EN ÁREA DE FORMA CIRCULAR**

El asentamiento inicial está dado por  $S_0$

$$S_0 = \frac{q^* R^* I_0}{E} \quad (10.19)$$

$I_0$  es el factor de influencia;  $S_0$  varía con  $X$ .

$E$  y  $\mu$  son el Módulo Elástico y la Razón de Poisson.

LOS ÁBACOS son de KARL TERZAGUI – 1943

Obsérvese que son 3 ábacos para casos específicos: a) Espacio semiinfinito; b) y c) Espacios finitos dados.

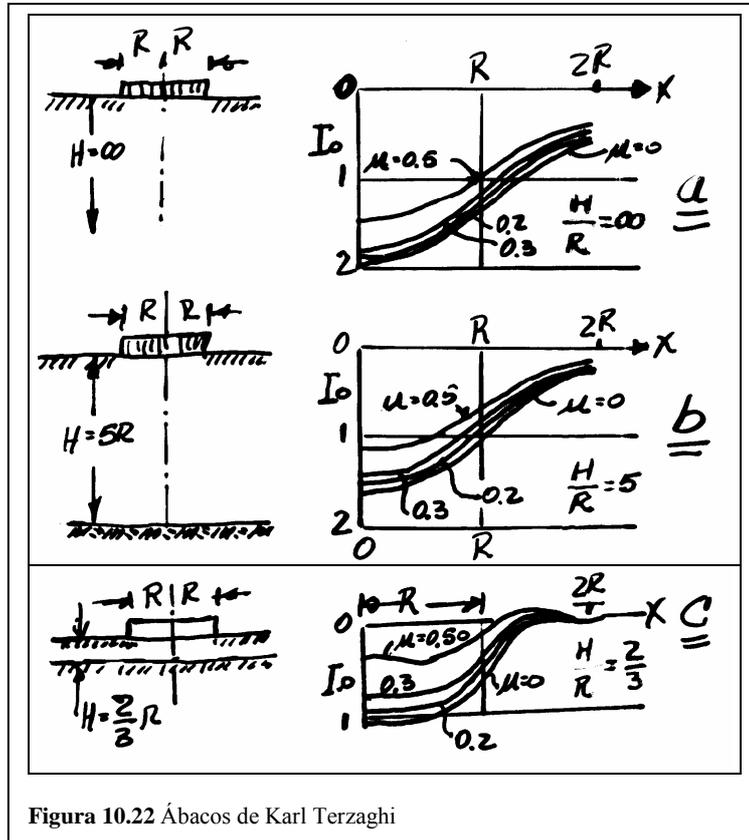


Figura 10.22 Ábacos de Karl Terzaghi

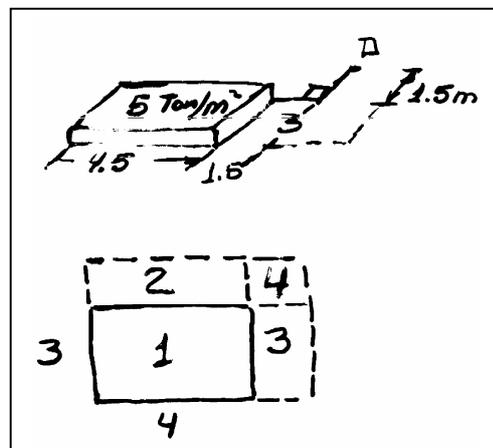
**Ejercicio 10.1.**

Para el esquema de carga uniforme, calcular el esfuerzo  $\Delta\sigma_v$  a una profundidad  $Z = 3m$  debajo de A. (Figura 10.13)

**Solución:** Aplico el principio de superposición:

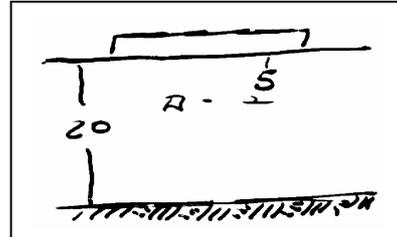
Área	B - L	m=B/Z	n=L/Z	$I_0$	$\Delta\sigma_v$ ton/m <sup>2</sup>
(1,2,3,4)	6,0-4,5	1,5	2,0	0,233	+ 1,115
(2,4)	6,0-1,5	2,0	0,5	0,135	-0,675
(3,4)	4,5-1,5	1,5	0,5	0,131	-0,665
(4)	1,5-1,5	0,5	0,5	0,850	+0,425
					+0,210

**Nota:** Obsérvese que las áreas todas pasan por A. Sólo que A es exterior.



**Ejercicio 10.2** (Berry – Reid): Cimentación FLEXIBLE

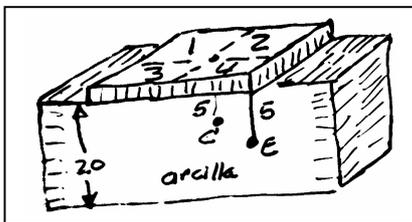
Un área rectangular flexible de  $8 * 4 \text{ m}^2$  se carga con  $40 \text{ KN/m}^2$ . El piso es un estrato arcilloso de  $Z = 20\text{m}$ . La arcilla es saturada y tiene un módulo  $E$  no drenado de  $3500 \text{ KN/m}^2$  y  $\mu = 0,5$ . Calcule  $\Delta\sigma_v$  bajo el centro y bajo la esquina del área cargada, a  $Z = 5\text{m}$ .



También el asentamiento diferencial inmediato entre el centro y la esquina.

**Solución:**

a) Las cuatro subáreas son iguales; C = centro; E = esquina.



Pto	B * L	Z	m	n	$I_0$	$\Delta\sigma_v = q I_0$
E:	4 * 8	5	0,8	1,6	0,175	$7 \text{ KN/m}^2$
C:	2 * 4	5	0,4	0,8	$0,093 * 4$	$14,9 \text{ KN/m}^2$

(FADUM)

b) Asentamiento inmediato de la superficie, para área rectangular, (Ecuación 10.16) con cimentación flexible y con estrato finito: STEINBRENNER.

Como la arcilla es saturada,  $\mu = 0,5$ ; entonces  $I_s = F_1$ ; (fórmula 10.17)

Pto	B * L	H	L / B	H / B	$I_s = F_1$
E	4 * 8	20	2	5	0,525
C	2 * 4	20	2	10	$0,640 * 4$

Formula (10.18): Aplico aquí los valores de  $I_s$  anteriores

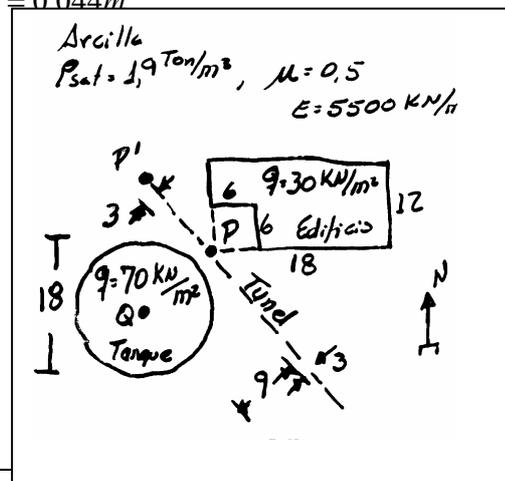
$$S_{0_E} = \frac{q * B(1 - \mu^2)}{E} I_s = \frac{40 * 4 * (1 - 0,5^2)}{3500} 0,525 = 0,018\text{m}$$

$$S_{0_C} = \frac{q * B(1 - \mu^2)}{E} I_s = \frac{40 * 4 * (1 - 0,5^2)}{3500} 0,640 * 4 = 0,044\text{m}$$

R // El asentamiento diferencias es  $\Delta S = S_{0_C} - S_{0_E} = 26\text{mm}$

**Ejercicio 10.3** (Berry – Reid.)

Sobre un suelo arcilloso se tiene una planta industrial (FIG). Cerca al edificio, orientado E – W, y al túnel PP', orientado N 45° W, se construirá un tanque, tal que QP = 12m tenga rumbo N 45° E. La cimentación está hecha



sobre arcilla homogénea de gran potencia (H) la que cruza el túnel a 12 metros de profundidad. La cimentación del tanque será flexible y superficial. Calcule  $\Delta\sigma_v$  en P para  $Z = 12m$  y calcule  $S_0$  en P y Q, en caso de construir el tanque.

**Solución:** Para P con  $Z = 12m$ , calculamos  $\sigma_v$  (total) =  $\sigma_{vP}$

1)  $\sigma_v$  = sobrecarga + incremento por edificio + incremento por tanque .:

$$\sigma_{vP} = \sigma_{v0} + \Delta\sigma_{VE} + \Delta\sigma_{VT} = 223,67 + 3,45 + 12,60 = 239,72 \text{ KN/m}^2$$

a  $\sigma_{v0} = \gamma_{SAT} Z = \rho_{SAT} * g * Z$

b  $\Delta\sigma_{VE} = \Delta\sigma_{Vrect} - \Delta\sigma_{Vcuadrado}$

c  $\Delta\sigma_{VT} = \Delta\sigma_v$  NEWMARK (O FOSTER - A)

(a)  $\sigma_{v0} = \gamma_{SAT} Z = 1,9 * 9,81 * 12 = 223,67 \text{ KN/m}^2$

(b)

FIG	L	B	Z	$m = \frac{B}{Z}$	$n = \frac{L}{Z}$	$I_0$	q	$I_0 * q$	$\Delta\sigma_{VP}$
RECT	24	12	12	1	2	+ 0,198	30	+ 5,94	} 3,45 $\text{KN/m}^2$
CUAD	6	6	12	0,5	0,5	- 0,083	30	- 2,49	

(c) Tanque: La escala AB = Z = 12m

(d) Newmark: La escala AB = A = 12m. Luego

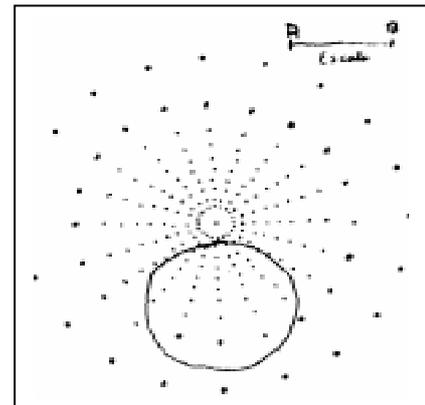
$$\phi \text{ tanque} = \frac{18}{12} AB = 1,5 AB$$

Dibujo PQ a escala. PQ = 12m = AB (P en el origen) a la distancia PQ dibujo el tanque ( $\phi = 1,5 AB$ ).

↑  
(Chequeo)  
↓

Contamos cuadrilongos (o punticos de la malla): n = 36

$$\Delta\sigma_{VT} = q I_n = 70 * 0,005 * 36 = 12,60 \text{ KN/m}^2$$



FOSTER - A.: R = 12m; r = 9m; Z = 9m

$$\therefore \frac{Z}{r} = 1 \frac{1}{3}; \frac{R}{r} = 1 \frac{1}{3}; I_0 = 0,18$$

$$\Delta\sigma_{vF} = q I_0 = 70 * 0,18 = 12,60 \text{ KN/m}^2$$

2) Asentamiento: (utilizo ábaco de Scott, fig 10.20). Los asentamientos por las estructuras anteriores ya se dieron. El inmediato por el tanque solamente en la superficie (figura 10.22), se puede calcular con el ábaco de Terzagui para espacio semiinfinito, que es el a). (Suponemos H indefinido).

$$q = 70 \text{ KN/m}^2; \quad R = 9m; \quad E = 5500 \text{ KN/m}^2; \quad \mu = 0,5; \quad \frac{H}{R} = \infty \text{ Entonces}$$

$$S_0 = \frac{q * R}{E} (I_0) = \frac{70 * 9}{5500} (1,5) = 0,172m \quad (\text{para } X = 0; \text{ punto Q})$$

$$S_0 = \frac{q * R}{E} (I_0) = \frac{70 * 9}{5500} (1,0) = 0,115m \quad (\text{para } X = R; \text{ borde})$$

$$S_0 = \frac{q \cdot R}{E} (I_0) = \frac{70 \cdot 9}{5500} (0,75) = 0,086m$$

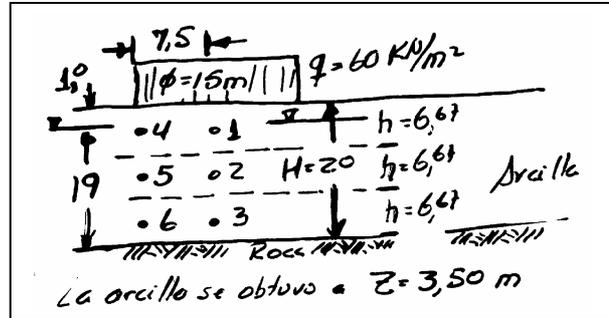
(para X = 12m; punto P)

**Ejercicio 10.4.** (Berry – Reid, ejm 4.3.) Un tanque de petróleo de base flexible (fig) se cimenta en arcilla blanda NC que descansa sobre roca. El NAF está 1m abajo del terreno. Calcule los asentamientos máximo y diferencial para el tanque, si la arcilla tiene:

$\rho_{SAT} = 1,90 \frac{Mg}{m^3}$   $C_c = 0,2$ . La muestra de arcilla se obtuvo a  $Z = 3,5m$  (\*);  $E = 2500 \frac{KN}{m^2}$  ;

$A = 0,7$  (SKEMPTON). Los ensayos de  $e - \sigma'_v$ , en laboratorio, dieron:

$\sigma'_v \frac{KN}{m^2}$	= 25	50	100	200	400	⇒ { datos para obtener $m_v$ , para un determinado nivel de $\sigma'_v$
e	= 1,06	1,03	0,97	0,91	0,85	



**Solución:** Se consideran aquí CONSOLIDACIÓN y ASENTAMIENTOS (Figura 10.19)

Asentamiento inmediato, por carga circular (Sección 10.14)

$q = 60 \frac{KN}{m^2}$  ;  $R = 7,5m$ ;  $E = 2500 \frac{KN}{m^2}$  ;  $H = 20m$ ;  $H/R = h = 2,67m$

$\mu = 0,5$  (arcilla saturada);  $I_0 = f(H/R; \mu; X)$ , interpolo situaciones de los ábacos b) y c), que tienen  $H/R = 5$  y  $H/R = 2/3$  (es aproximado)

INTERPOLACIÓN DE $I_0$ Con $\mu = 0,5$ en b) y c)	$\frac{H}{R} = 5$ $I_0$	$\frac{H}{R} = \frac{2}{3}$ $I_0$	$\frac{H}{R} = \frac{20}{7,5} = 2,67$ $5 > 2,67 > \frac{2}{3}$ El valor $I_0$ está en este rango
Centro del tanque → $X = 0$	1,07	0,28	$0,28 + \frac{(1,07-0,28)(2,67-\frac{2}{3})}{(5-\frac{2}{3})} = I_0$
Borde del tanque → $X = R$	0,64	0,06	$0,06 + \frac{(0,64-0,06)(2,67-\frac{2}{3})}{(5-\frac{2}{3})} = I_0$

Centro del tanque ⇒  $I_0 = 0,615$  (valor intermedio entre 1,07 y 0,28)

Borde del tanque ⇒  $I_0 = 0,353$  (valor intermedio entre 0,64 y 0,06)

Con estos factores de influencia, podemos calcular  $S_0$ , así:

Centro del tanque  $S_0 = \frac{q \cdot R \cdot I_0}{E} = \frac{60 \cdot 7,5 \cdot 0,615}{2500} = 0,111m$

Borde del tanque  $S_0 = \frac{q \cdot R \cdot I_0}{E} = \frac{60 \cdot 7,5 \cdot 0,353}{2500} = 0,064m$

Asentamiento por consolidación (ábaco de Scott, figura 10.20)

Para cimentación circular, el espesor necesario es  $h_0 = \frac{B}{2} = \frac{15}{2} = 7,5m$ .

Como  $H = 20\text{m}$ , se requiere considerar un máximo de 3 capas, por lo que  $h = 2,67\text{m}$  (ver figura del ejercicio 10.4, con los 3 espesores)

El incremento de  $\Delta\sigma_v$  en el plano medio de cada subcapa (puntos 1 a 6), se determina con el diagrama de Newmark (Figura 10.15, con  $AB = Z$  variable).

Para una arcilla NC,  $m_v$  promedio (para nuestro caso son 3 valores) se obtiene en el plano medio ( $Z_1, Z_2, Z_3$ ). A esa profundidad se tienen 2 valores de  $\sigma'_v$  (antes y después del tanque):  $\sigma'_{vi}$  y  $\sigma'_{vf}$ . Luego:

$$m_v = \frac{\Delta e}{1 + e_0} * \frac{1}{\Delta\sigma'_v} = \frac{C_c \log\left(\frac{\sigma'_{vi}}{\sigma'_{vf}}\right)}{(1 + e_0)\Delta\sigma'_v} \quad (\text{ver Sección 9.13})$$

$$\Delta S_{CONS} = \mu_0 m_v h \Delta\sigma_v \quad (\text{tomando } \Delta\sigma \text{ por } \Delta\sigma')$$

$$\Delta S_{CONS} = \frac{\mu_0 * C_c * h}{(1 + e_0)} \log\left[\frac{\sigma'_{vf}}{\sigma'_{v0}}\right] \quad (1)$$

$$S_{CONS} = \sum_1^3 \Delta S_{CONS}$$

Se obtienen los siguientes valores para los 6 puntos, así:

Pto	Z (m)	n #	E <sub>0</sub>	ANTES $\text{KN}/\text{m}^2$			DESPUES $\text{KN}/\text{m}^2$			$\Delta S_{CONS}$ (m)	
				$\sigma'_{vi}$	U	$\sigma'_{vi}$	$\Delta\sigma_v$	$\sigma'_{vf}$	$\sigma'_{vf}$		
1	3,34	188	1,05	62,25	22,96	39,29	56,40	118,65	95,69	0,211	(1)
2	10,00	100	0,97	186,39	88,29	98,10	30,00	216,39	128,10	0,063	(2)
3	16,67	48	0,93	310,91	153,72	156,99	14,40	325,11	171,39	0,021	(3)
4	3,34	84	1,05	62,25	22,96	39,29	25,20	87,45	64,49	0,112	(4)
5	10,00	55	0,97	186,39	88,29	98,10	16,50	202,89	114,60	0,037	(5)
6	16,67	35	0,93	310,71	153,72	156,99	10,50	321,21	167,49	0,016	(6)

#### NOTAS:

Z = La profundidad de cada punto.

n = El número de cuadrilongos en el diagrama de Newmark.

$e_0$  = Relación de vacíos.

$\sigma'_{vi}$  = Esfuerzo total inicial ( $\sigma_v = \gamma_{SAT} z$ ).

U = p.p. que es  $(Z - 1)\gamma_w$  y que juega dos veces en  $\sigma - U$ .

$\sigma'_{vi}$  = Esfuerzo efectivo inicial ( $\sigma_{vi} - U$ ).

$\Delta\sigma_v = q I_n$ , el incremento del esfuerzo efectivo vertical.

$\sigma'_{vf} = \sigma_{vi} + \Delta\sigma_v$ , el esfuerzo total final.

$\sigma'_{vf} = \sigma_{vf} - U$  es el esfuerzo efectivo final.

Los esfuerzos en  $\text{KN}/\text{m}^2$

#### Por lo tanto

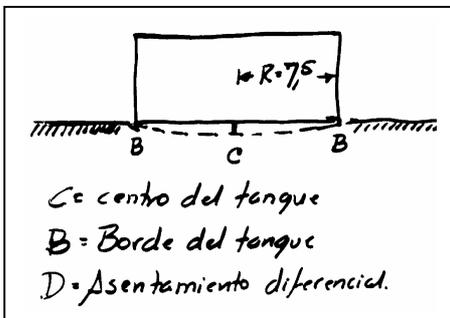
Asentamiento por consolidación bajo el centro del tanque (1) + (2) + (3):

$$S_{CONS} = \sum_1^3 \Delta S_{CONS} = 0,201 + 0,063 + 0,021 = 0,285m$$

Asentamiento por consolidación bajo el borde del tanque (4) + (5) + (6)

$$S_{CONS} = \sum_1^3 \Delta S_{CONS} = 0,112 + 0,037 + 0,016 = 0,165$$

ASENTAMIENTOS TOTALES



$$S = S_0 + S_{CONS}$$

(Fórmula (10.16))

$$S_C = 0,111 + 0,285 = 0,396m$$

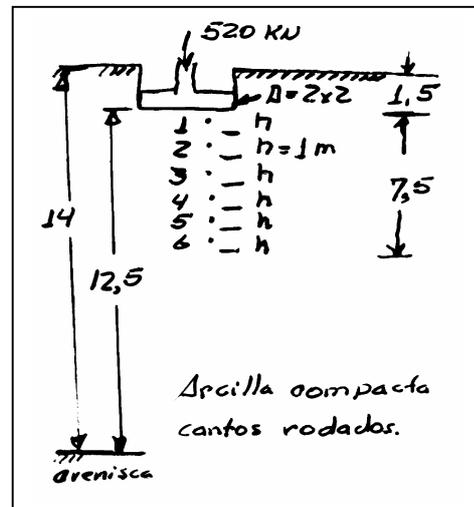
$$S_B = 0,064 + 0,165 = 0,229m$$

$$S_D = S_C - S_B = 0,167m$$

C = Centro del tanque  
 B = Borde del tanque  
 D = Asentamiento diferencial

**Ejercicio 10.5:** (Berry – Reid, ejm 4.4.) Cimentación rígida

La zapata de la figura es de concreto y recibe una columna vertical. La zapata es cuadrada y se cimenta en una arcilla saturada completamente, cuyo basamento es una arenisca. La arcilla tiene en el registro E = 10500 KN/m<sup>2</sup>, A = 0,4 (Skempton), m<sub>v</sub> = 0,00012 KN/m<sup>2</sup>. Desprecie la diferencia de densidades entre concreto y arcilla, y calcule el asentamiento total S = S<sub>0</sub> + S<sub>CONS</sub>.



**Solución:** En cimentación rígida, no hay asentamiento diferencial y basta calcular S en el centro, como si fuera cimentación flexible para tomar el 80% del valor (Sección 10.11)

Asentamiento inmediato (Steinbrenner) partiendo la zapata

$$S'_0 = \frac{q * B(1 - \mu^2)}{E} I_s \quad \text{donde} \quad I_s = F_1 + \left[ \frac{1 - 2\mu}{1 - \mu} \right] F_2$$

pero  $q = \frac{520}{2 * 2} = 130 \text{ KN/m}^2$ ;  $\mu = 0,5$  (arcilla saturada); H = 12,5m

E = 10500 KN/m<sup>2</sup>; I<sub>s</sub> = F<sub>1</sub> (porque  $\mu = 0,5$ ); B = 2/2 = 1m; F<sub>1</sub> = 0,49

$$S'_0 = \frac{130 * 2(1 - 0,25)}{10500} (0,49) = 0,0046m \quad (\text{una esquina})$$

**NOTA:** En el ábaco de Steinbrenner, con  $H/B = 12,5$  y  $L/B = 1$  obtengo  $F_1 = 0,49$ , que es el valor de  $I_s$  para una esquina (Figura 10.21).

Se tomó  $B = 1m$  porque el ábaco no permite calcular el centro sino la esquina. Luego, parto en 4 la zapata (superposición).

El asentamiento inmediato en la superficie y en el centro de la zapata es:

$$S_0 = 0,0046 * 4 = 0,018m \quad \leftarrow (4 \text{ veces } S'_0)$$

Asentamiento por consolidación (Aplico fórmula pág. 10.16)

$$\Delta S_{CONS} = \mu_0 m_v h \Delta \sigma_v$$

$\mu_0$  se obtiene en el ábaco de la figura 10.20 con  $A$  y con  $H/B$ .

Para  $H/B = 12,5/2 = 6,25$  y  $A = 0,4$ ,  $\mu_0 = 0,60$  (banda) y  $0,53$  (círculo). La zapata es más círculo que faja o banda:  $\mu_0 = 0,53$ . Asumiendo  $m_v$  más o menos constante en todo el depósito y tomando  $h = 1/2 B$  (cimentación cuadrada), con 6 subcapas (ver pág. 117), calculando  $\Delta \sigma_v$  en el plano medio de cada subcapa, utilizando el ábaco de FADUM (Figura 10.12).

Pto	Z m	B	L	B/Z	B/Z	L/Z	L/Z	$I_0$	$\Delta \sigma_v \text{ KN/m}^2$	$\Delta S_{CONS} \text{ (m)}$
1	0,5	1	1	2,0	2,0	0,229	119,08	0,0076		
2	1,5	1	1	0,67	0,67	0,123	63,96	0,0041		
3	2,5	1	1	0,40	0,40	0,060	31,20	0,0020		
4	3,5	1	1	0,29	0,29	0,037	19,24	0,0012		
5	4,5	1	1	0,22	0,22	0,024	12,48	0,0008		
6	5,5	1	1	0,18	0,18	0,016	8,32	0,0005		

$$\Sigma = 0,0162 \text{ m}$$

Entonces, el asentamiento total de una zapata flexible sería  $S = 0,018 + 0,016 = 0,034m$ . Debemos tomar el 80%. El real asentamiento de la zapata rígida, que es el caso, es este:

$$S = (S_0 + S_{CONS}) * 0,80 = (0,034) * 0,80 = 0,027m \text{ (valor satisfactorio)}$$

#### Nota

Estos ejercicios sólo ilustran la relación asentamiento – consolidación. Para que una zapata esté adecuadamente proyectada, son dos los requisitos:

1. Que  $\Delta q_s$  no supere la capacidad de carga del terreno.}
2. Que el asentamiento sea inferior a un cierto valor admisible.

No puede fallar, ni el suelo ni la estructura, en la realidad.

Regresar a Contenido  
del libro M d S