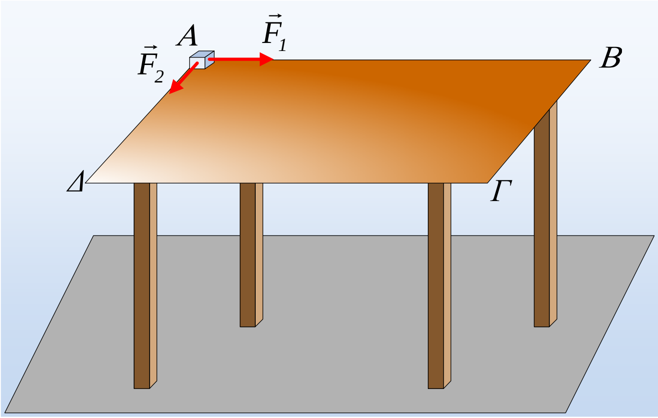
Η κίνηση ενός σώματος πάνω σε ένα τραπέζι.

Στην κορυφή Α ενός ορθογώνιου τραπεζιού ηρεμεί ένα μικρό σώμα μάζας m=0,5kg. Σε μια στιγμή δέχεται δυο σταθερές δυνάμεις, όπου η πρώτη F_1 έχει μέτρο F_1=0,8N και κατεύθυνση προς την κορυφή Β και η δεύτερη μέτρου F_2=0,6N με κατεύθυνση προς την κορυφή Δ.



Το αποτέλεσμα της δράσης των παραπάνω δυνάμεων, είναι το σώμα να κινηθεί και μετά από 1,5s να φτάσει στην απέναντι κορυφή Γ του τραπεζιού. Το σώμα δεν παρουσιάζει τριβή με το τραπέζι, ενώ $g=10m/s^2$.

i) Να βρεθεί το μέτρο και η κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα.

ii) Να υπολογιστεί η διαγώνιος ΑΓ του τραπεζιού.

iii) Να βρεθούν τα μήκη των πλευρών ΑΒ και ΒΓ του τραπεζιού.

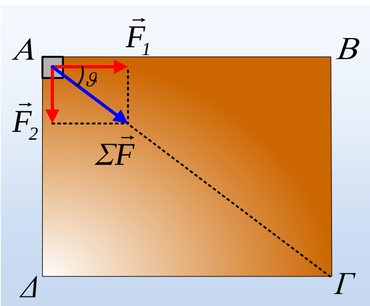
iv) Για την παραπάνω μετακίνηση του σώματος να βρεθούν:

α) Το έργο κάθε δύναμης και το έργο της συνισταμένης δύναμης.

β) Η (στιγμιαία) ισχύς κάθε δύναμης και η ισχύς της συνισταμένης, τη στιγμή που το σώμα φτάνει στην κορυφή Γ του τραπεζιού.

Απάντηση:

Ας αφήσουμε έξω από τους υπολογισμούς μας το βάρος και την κάθετη αντίδραση του επιπέδου, μιας και η συνισταμένη τους είναι μηδενική, αφού το σώμα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση (ούτε θα πετάξει!!! ούτε θα τρυπήσει το τραπέζι!!!) και ας κοιτάξουμε το σώμα πάνω από το τραπέζι (κάτοψη). Τότε η εικόνα που θα έχουμε είναι αυτή του παρακάτω σχήματος.



i) Με τη μέθοδο του παραλληλογράμμου, βρίσκουμε τη συνισταμένη ΣF, η οποία έχει μέτρο:

$$\Sigma F=\sqrt{F_1^2+F_2^2}=\sqrt{0,8^2+0,6^2}\,N=1N$$

Ενώ σχηματίζει με την F_1 γωνία θ, όπου $\varepsilon\phi\vartheta=\frac{F_2}{F_1}=\frac{0,6N}{0,8N}=\frac{3}{4}$.

ii) Η συνισταμένη που υπολογίσαμε παραπάνω, έχει σταθερό μέτρο και σταθερή διεύθυνση, συνεπώς το σώμα θα αποκτήσει και σταθερή επιτάχυνση, στην ίδια κατεύθυνση με μέτρο:

$$\alpha=\frac{\Sigma F}{m}=\frac{1N}{0,5kg}=2m/s^2 .$$

Αλλά τότε το σώμα θα κινηθεί ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα κατά μήκος της διαγωνίου και θα ισχύουν:

$$x=\frac{1}{2}at^2 \text{ και } \upsilon=\alpha t$$

Και με αντικατάσταση, όπου x το μήκος της διαγωνίου ΑΓ:

$$x=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}2\cdot 1,5^2 m=2,25m \text{ και } \upsilon=2\cdot 1,5m/s=3m/s$$

iii) Προηγούμενα βρήκαμε τη διεύθυνση της συνισταμένης δύναμης, υπολογίζοντας την εφθ. Ας επιστρέψουμε στην ίδια γωνία:

$$\eta\mu\vartheta=\frac{F_2}{\Sigma F}=\frac{(B\Gamma)}{(A\Gamma)}\rightarrow(B\Gamma)=\frac{F_2}{\Sigma F}\cdot(A\Gamma)=\frac{0,6N}{1N}\cdot 2,25m=1,35m$$

$$\sigma\upsilon\nu\vartheta=\frac{F_1}{\Sigma F}=\frac{(AB)}{(A\Gamma)}\rightarrow(AB)=\frac{F_1}{\Sigma F}\cdot(A\Gamma)=\frac{0,8N}{1N}\cdot 2,25m=1,8m$$

iv) α) Για τα παραγόμενα έργα των δυνάμεων έχουμε:

$$W_{F_1}=F_1x\cdot\sigma\upsilon\nu\theta=F_1x\cdot\frac{(AB)}{(A\Gamma)}=0,8\cdot 2,25\cdot\frac{1,8}{2,25}J=1,44J$$

$$W_{F_2}=F_2x\cdot\sigma\upsilon\nu(90^o-\theta)=F_2x\cdot\eta\mu\vartheta=F_2x\cdot\frac{(B\Gamma)}{(A\Gamma)}=0,6\cdot 2,25\cdot\frac{1,35}{2,25}J=0,81J$$

$$W_{\Sigma F}=\Sigma F\cdot x\cdot\sigma\upsilon\nu 0^o=1\cdot 2,25J=2,25J$$

Εύκολα μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι $W_{\Sigma F}=W_{F1}+W_{F2}$.

β) Αντίστοιχα για την (στιγμιαία) ισχύ κάθε δύναμης έχουμε:

$$P_1=F_1\upsilon\cdot\sigma\upsilon\nu\vartheta=F_1\upsilon\cdot\frac{(AB)}{(A\Gamma)}0,8\cdot 3\cdot\frac{1,8}{2,25}W=1,92W$$

$$P_2=F_2\upsilon\cdot\sigma\upsilon\nu(90^o-\vartheta)=F_2\upsilon\cdot\frac{(B\Gamma)}{(A\Gamma)}0,6\cdot 3\cdot\frac{1,35}{2,25}W=1,08W$$

$$P_{\Sigma F}=\Sigma F\cdot\upsilon\cdot\sigma\upsilon\nu 0^o=1\cdot 3\cdot 1W=3W$$

Διαπιστώνουμε επίσης ότι $P_{\Sigma F}=P_{F_1}+P_{F_2}$ πράγμα αναμενόμενο, αφού η συνισταμένη εξ ορισμού είναι η δύναμη αυτή, που μπορεί να αντικαταστήσει τις συνιστώσες δυνάμεις.

dmargaris@gmail.com