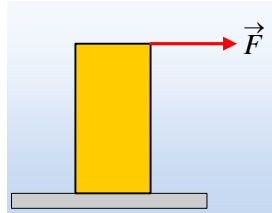


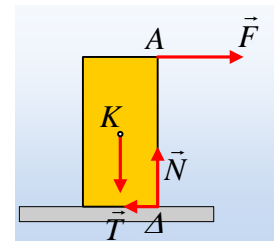
Η μέγιστη επιτάχυνση σε μεταφορική κίνηση.

Ένας κύλινδρος μάζας 10kg, ακτίνας x και ύψους $4x$, ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,2$. Ποια είναι η μέγιστη δυνατή επιτάχυνση που μπορεί να αποκτήσει ο κύλινδρος με την εξάσκηση μιας οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο άκρο μιας ακτίνας στην πάνω έδρα του, όπως στο σχήμα, χωρίς να ανατρέπεται; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



Απάντηση:

Αν αυξάνουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης, ο φορέας της κάθετης αντίδρασης από το επίπεδο, μετακινείται προς τα δεξιά. Συνεπώς όταν η δύναμη πάρει τη μέγιστη τιμή της θα έχουμε την παρακάτω εικόνα, όπου ο κύλινδρος θα έρχεται σε επαφή με το οριζόντιο επίπεδο μόνο με το σημείο Δ , στο άκρο της ακτίνας της βάσης, η οποία είναι παράλληλη με την ασκούμενη δύναμη F .



Από την ισορροπία του κυλίνδρου στην κατακόρυφη διεύθυνση $\Sigma F_y=0$ ή $N=Mg$, οπότε $T=\mu N=\mu Mg=0,2 \cdot 10 \cdot 10\text{N}=20\text{N}$.

Αλλά αφού δεν ανατρέπεται ο κύλινδρος (δεν περιστρέφεται) $\Sigma \tau=0$, ως προς κέντρο μάζας K του κυλίνδρου:

$$\begin{aligned} \Sigma \tau_K &= 0 \rightarrow \\ N \cdot x - F \cdot 2x - T \cdot 2x &= 0 \rightarrow \\ F &= \frac{Mg - 2T}{2} = \frac{100 - 40}{2} = 30\text{N} \end{aligned}$$

Συνεπώς για την οριζόντια διεύθυνση από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= ma_{cm} \rightarrow \\ a_{cm} &= \frac{F - T}{m} = \frac{30\text{N} - 20\text{N}}{10\text{kg}} = 1\text{m/s}^2 \end{aligned}$$

Σχόλιο.

Ένα εύκολο λάθος θα ήταν κάποιος, να θεωρήσει ότι αφού δεν περιστρέφεται ο κύλινδρος θα ισχύει $\Sigma \tau=0$ ως προς οποιοδήποτε σημείο και να μην χρησιμοποιήσει το κέντρο μάζας K , αλλά ας πούμε το σημείο Δ , που φαίνεται πιο εύκολο. **Αν το κάνει, θα έχει κάνει λάθος.**

Η $\Sigma \tau=0$ ως προς οποιοδήποτε σημείο, ισχύει μόνο αν η συνισταμένη δύναμη είναι μηδενική. Μόνο τότε, αν επιταχύνεται περιστροφικά, αυτό θα οφείλεται σε ζεύγος δυνάμεων, όπου η ροπή του είναι η ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο. Στην περίπτωση λοιπόν που $\Sigma F=0$, αν το σώμα δεν αποκτά γωνιακή επιτάχυνση, σημαίνει επιπλέον ότι και η συνολική ροπή (που οφείλεται σε ζεύγος δυνάμεων) ως προς οποιοδήποτε

σημείο θα είναι μηδέν. Εδώ υπάρχει συνισταμένη δύναμη αφού ο κύλινδρος επιταχύνεται, οπότε για να μην περιστρέφεται θα πρέπει $\Sigma\tau=0$ ως προς το κέντρο μάζας.

Γιατί; Μα ο κύλινδρος είναι ένα ελεύθερο στερεό και αν περιστραφεί, θα περιστραφεί γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του και ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα για την στροφική κίνηση επιβάλλει $\Sigma\tau_K=I_{cm}\cdot\alpha_{γων}$. Αν λοιπόν δεν στρέφεται, $\alpha_{γων}=0$, οπότε και $\Sigma\tau_{cm}=0$.

dmargaris@gmail.com