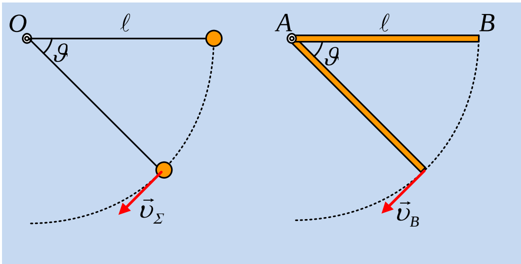
Μια σανίδα και ένα υλικό σημείο στο άκρο νήματος.

Ένα υλικό σημείο Σ μάζας m είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους ℓ, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σημείο Ο. Μια ομογενής λεπτή ράβδος Ρ της ίδιας μάζας και μήκους επίσης ℓ, μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος διέρχεται από το άκρο του Α. Αφήνουμε ταυτόχρονα τα δυο σώματα να κινηθούν σε κατακόρυφο επίπεδο, από την οριζόντια θέση, όπως στο σχήμα.



i) Πιο σύντομα θα φτάσει σε κατακόρυφη θέση:

α) Το σώμα Σ, β) η ράβδος Ρ, γ) θα φτάσουν ταυτόχρονα.

ii) Μεγαλύτερη κινητική ενέργεια θα αποκτήσει:

α) Το σώμα Σ, β) η ράβδος Ρ, γ) θα αποκτήσουν ίσες κινητικές ενέργειες.

iii) Μεγαλύτερη ταχύτητα θα αποκτήσει:

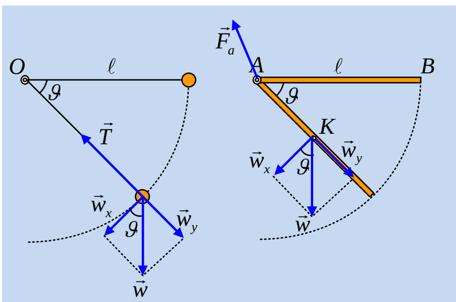
α) Το σώμα Σ, β) το άκρο Β της ράβδου, γ) θα αποκτήσουν ίσες ταχύτητες.

iv) Τη στιγμή που το νήμα και η ράβδος σχηματίζουν ίσες γωνίες με την οριζόντια διεύθυνση, τα δυο σώματα έχουν ίσους ρυθμούς μεταβολής της στροφορμής κατά (ως προς) τον άξονα περιστροφής τους. Συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το άκρο της Α $I= 1/3\, m\ell^2$.

Απάντηση:

i) Στο παρακάτω σχήμα και σε μια τυχαία θέση των δύο σωμάτων όπου το νήμα και η ράβδος σχηματίζουν την ίδια γωνία με την αρχική οριζόντια διεύθυνση, έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται στα δυο σώματα.



Για την επιτρόχια επιτάχυνση του σώματος Σ έχουμε $w_x=m\alpha_{1x} \rightarrow mg\sigma\upsilon\nu\theta=m\alpha_{1\gamma\omega\nu}\cdot \ell \rightarrow$

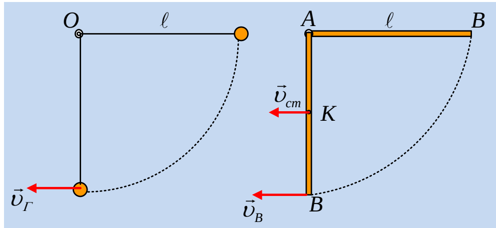
$$a_{1\gamma\omega\nu}=\frac{g\sigma\upsilon\nu\vartheta}{\ell}$$

Για την ράβδο:

$$\Sigma\tau = I_A \cdot \alpha_{2\gamma\omega\nu} \rightarrow mg\cdot\sigma\upsilon\nu\theta\frac{\ell}{2} = \frac{1}{3}m\ell^2 a_{2\gamma\omega\nu} \rightarrow$$

$$a_{2\gamma\omega\nu} = \frac{3g\sigma\upsilon\nu\vartheta}{2\ell} = 1{,}5a_{1\gamma\omega\nu}$$

Δηλαδή σε κάθε θέση η ράβδος έχει μεγαλύτερη γωνιακή επιτάχυνση, οπότε θα κινηθεί γρηγορότερα και θα φτάσει πιο σύντομα στην κατακόρυφη θέση. Σωστό το β).



ii) Θεωρώντας το οριζόντιο επίπεδο που περνά από την κατώτερη θέση του υλικού σημείου Σ και αφού η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή, θα έχουμε:

Για το υλικό σημείο Σ:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = U_{\alpha\rho\chi} = mg\,\ell \quad (1)$$

Για την ράβδο Ρ:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} + mg\,½\,\ell = mg\ell \rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} = ½\,mg\,\ell \quad (2)$$

Σωστή η πρόταση α).

iii) Από την σχέση (1) παίρνουμε $\frac{1}{2}m\upsilon_\Gamma^2 = mg\ell \rightarrow \upsilon_\Gamma = \sqrt{2g\ell}$, ενώ από την (2):

$$\frac{1}{2}I_A\omega^2 = \frac{1}{2}mg\ell \rightarrow \frac{1}{2}\frac{1}{3}m\ell^2\omega^2 = \frac{1}{2}mg\ell \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3g}{\ell}} \rightarrow$$

$$\upsilon_B = \omega\ell = \sqrt{3g\ell}$$

Σωστή η β) πρόταση.

iv) Για το σώμα Σ:

$$\frac{dL_1}{dt} = \Sigma\tau = mg\cdot\sigma\upsilon\nu\theta\cdot\ell$$

Με διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο και φορά προς τα μέσα στο σημείο Ο.

Για τη ράβδο Ρ:

$$\frac{dL_2}{dt} = \Sigma\tau = mg\cdot\sigma\upsilon\nu\theta\cdot\frac{\ell}{2} = \frac{1}{2}\frac{dL_1}{dt}$$

Με την ίδια κατεύθυνση.

Προφανώς η πρόταση είναι λανθασμένη.

dmargaris@sch.gr