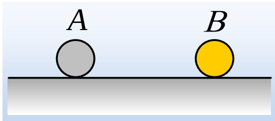
Δυο φορτισμένες σφαίρες αλληλεπιδρούν.



Σε λείο μονωτικό οριζόντιο επίπεδο συγκρατούμε δυο μικρές σφαίρες Α και Β με φορτία q_1=0,2μC και q_2=1μC σε απόσταση d=1cm.

α) Αν συγκρατήσουμε την Α και αφήσουμε την Β σφαίρα να κινηθεί, αυτή αποκτά ταχύτητα υ_2=3m/s μόλις μετακινηθεί κατά x=1cm.

β) Αν συγκρατήσουμε την Β σφαίρα και αφήσουμε την Α να κινηθεί, αυτή θα αποκτήσει ταχύτητα υ_1=6m/s τη στιγμή που απέχει κατά 4cm από την Β.

i) Να υπολογιστεί η δυναμική ηλεκτρική ενέργεια αλληλεπίδρασης των δύο σφαιρών στην αρχική τους θέση.

ii) Να βρεθούν τα έργα που παράγονται από τις δυνάμεις που ασκούνται στις δυο σφαίρες στην πρώτη περίπτωση (α).

iii) Να υπολογιστεί η μάζα της Α σφαίρας.

Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα αφήνουμε ταυτόχρονα και τις δυο σφαίρες να κινηθούν.

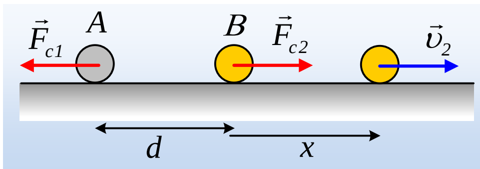
iv) Να βρεθεί η απόσταση μεταξύ τους τη στιγμή που η Β σφαίρα έχει ταχύτητα 3m/s.

Απάντηση:

i) Η αρχική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτισμένων σφαιρών είναι:

$$U = k\frac{q_1 q_2}{r} = 9\cdot 10^9 \frac{0,2\cdot 10^{-6}\cdot 10^{-6}}{1\cdot 10^{-2}} J = 0,18J$$

ii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στις δύο σφαίρες. Συγκρατώντας ακίνητη την Α σφαίρα, η δύναμη F_{c1} δεν παράγει έργο, ενώ η F_{c2} παράγει έργο:



$$W_{F_{c2}} = q_2(V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\varepsilon\lambda}) = q_2\left(k\frac{q_1}{d} - k\frac{q_1}{d+x}\right) \rightarrow$$

$$W_{F_{c2}} = kq_1q_2\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+x}\right) = 9\cdot 10^9\cdot 0,2\cdot 10^{-6}\cdot 10^{-6}\left(\frac{1}{1\cdot 10^{-2}} - \frac{1}{2\cdot 10^{-2}}\right)J = 0,09J$$

iii) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την κίνηση της Α σφαίρας, στην β) περίπτωση που η Β σφαίρα συγκρατείται ακίνητη.

$$K_{1\tau\varepsilon\lambda} - K_{1\alpha\rho\chi} = W_{F_{c1}} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - 0 = q_1(V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\varepsilon\lambda}) \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = kq_1q_2\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{r}\right) \rightarrow$$

$$m_1 = \frac{2kq_1q_2}{\upsilon_1^2}\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{r}\right) = \frac{2\cdot 9\cdot 10^9\cdot 0{,}2\cdot 10^{-6}\cdot 10^{-6}}{6^2}\left(\frac{1}{1\cdot 10^{-2}}-\frac{1}{4\cdot 10^{-2}}\right)kg \rightarrow$$

$$m_1 = 0{,}075kg = 75g$$

iv) Αρχικά ας επιστρέψουμε στο α) πείραμα και ας εφαρμόσουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την Β σφαίρα, με σκοπό να υπολογίσουμε την μάζα της.

$$K_{2\tau\varepsilon\lambda} - K_{2\alpha\rho\chi} = W_{F_{c2}} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 - 0 = W_{F_{c2}} \rightarrow$$

$$m_2 = \frac{2W_{F_{c2}}}{\upsilon_2^2} = \frac{2\cdot 0{,}09}{3^2}kg = 0{,}02kg = 20g$$

Στο τρίτο τώρα πείραμα που αφήνονται ταυτόχρονα και οι δύο σφαίρες να κινηθούν, το σύστημά τους είναι μονωμένο, οπότε η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή, από όπου:

$$\vec{P}_{\alpha\rho} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \rightarrow$$

$$0 = -m_1v_1 + m_2v_2 \rightarrow v_1 = \frac{m_2v_2}{m_1} = \frac{20\cdot 10^{-3}\cdot 3}{75\cdot 10^{-3}}m/s = 0{,}8m/s$$

Εξάλλου με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας για το σύστημα, αν r η απόσταση μεταξύ των δύο σφαιρών, θα πάρουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \rightarrow$$

$$0 + U_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 + k\frac{q_1q_2}{r} \rightarrow$$

$$r = \frac{2kq_1q_2}{2U_{\alpha\rho} - m_1v_1^2 - m_2v_2^2}$$

$$r = \frac{2\cdot 9\cdot 10^9\cdot 0{,}2\cdot 10^{-6}\cdot 10^{-6}}{2\cdot 0{,}18 - 0{,}075\cdot 0{,}8^2 - 0{,}02\cdot 3^2}m \approx 0{,}027m \approx 2{,}7cm$$

dmargaris@gmail.com