

Ένα Β' θέμα Αυτεπαγωγής.

Δίνεται το κύκλωμα του διπλανού σχήματος με το διακόπτη ανοικτό, όπου το πηνίο είναι ιδανικό, η πηγή δεν έχει εσωτερική αντίσταση, ενώ $R_1=R_2=R$.

i) Τη στιγμή $t_0=0$ κλείνουμε το διακόπτη δ. Αμέσως μετά:

- α) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το ιδανικό πηνίο είναι μηδενική.
- β) Η ηλεκτρεγερτική δύναμη που εμφανίζεται στο πηνίο έχει τιμή ίση με E με θετικό πόλο το δεξιό άκρο του.
- γ) Ο αντιστάτης R_1 διαρρέεται από ρεύμα, η ένταση του οποίου αυξάνεται με το χρόνο.

ii) Μόλις σταθεροποιηθεί το ρεύμα που διαρρέει την πηγή, τότε η τιμή της έντασης είναι:

$$I = \frac{2E}{R}$$

iii) Μετά τη σταθεροποίηση του ρεύματος, κάποια στιγμή t_1 , ανοίγουμε το διακόπτη δ.

- α) Θα διαρρέεται από ρεύμα ο αντιστάτης R_2 , αλλά όχι ο αντιστάτης R_1 .
- β) Θα αναπτυχθεί ηλεκτρεγερτική δύναμη λόγω αυτεπαγωγής στο πηνίο με τιμή $E_{avt}=2E$.
- γ) Η ενέργεια που θα μετατραπεί σε θερμική πάνω στον αντιστάτη R_2 μετά τη στιγμή t_1 θα είναι ίση με:

$$Q_2 = \frac{LE^2}{4R^2}$$

Να δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

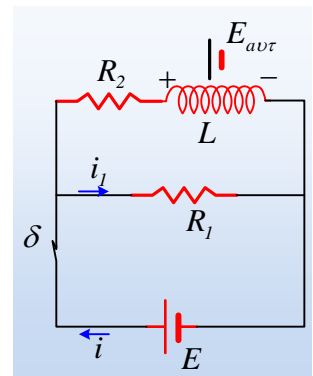
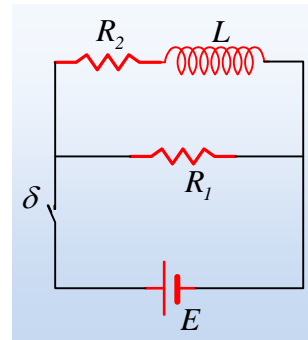
i) Αμέσως μόλις κλείσουμε το διακόπτη, η πηγή διαρρέεται από ρεύμα έντασης i , ο αντιστάτης R_1 από ρεύμα έντασης $i_1 = \frac{V_{R_1}}{R_1} = \frac{E}{R}$, ενώ ο κλάδος που περιλαμβάνει το πηνίο, λόγω αυτεπαγωγής δεν θα διαρρέεται από ρεύμα, αφού στο πηνίο εμφανίζεται $HE\Delta$ λόγω αυτεπαγωγής με πολικότητα, όπως στο διπλανό σχήμα και τιμή $|E_{avt}| = L \frac{di}{dt} = E$.

$$\text{Προφανώς } i=i_1 = \frac{E}{R}.$$

Με βάση τα παραπάνω έχουμε:

- α) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το ιδανικό πηνίο είναι μηδενική. **Σ.**
- β) Η ηλεκτρεγερτική δύναμη που εμφανίζεται στο πηνίο έχει τιμή ίση με E με θετικό πόλο το δεξιό άκρο του. **Λ.**
- γ) Ο αντιστάτης R_1 διαρρέεται από ρεύμα, η ένταση του οποίου αυξάνεται με το χρόνο. **Λ.**

ii) Μόλις πάντων τα φαινόμενα αυτεπαγωγής και σταθεροποιηθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει

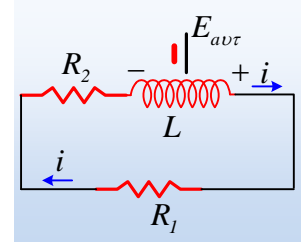


το πηνίο, τότε αυτό θα διαρρέεται από ρεύμα έντασης $i_2 = \frac{V_{R_2}}{R_2} = \frac{E}{R}$. Αλλά τότε από τον 1^ο κανόνα

του Kirchhoff παίρνουμε:

$$I = i_1 + i_2 = \frac{E}{R} + \frac{E}{R} = \frac{2E}{R}$$

iii) Μόλις ανοίξουμε το διακόπτη δ, το κύκλωμα που έχουμε είναι αυτό του διπλανού σχήματος, όπου το πηνίο θα συνεχίσει να διαρρέεται από ρεύμα, λόγω αυτεπαγωγής. Αλλά τότε η αναπτυσσόμενη ΗΕΔ έχει την πολικότητα όπως στο σχήμα και οι δύο αντιστάτες συνδέονται σε σειρά και διαρρέονται από την ίδια ένταση ρεύματος i .



α) Αλλά τότε η πρώτη πρόταση είναι λανθασμένη.

β) Η αρχική τιμή της έντασης αυτής (μετά το άνοιγμα του διακόπτη) θα είναι η ένταση $i_2 = \frac{E}{R}$ που διέρρεε το πηνίο και προηγούμενα. Αλλά από το νόμο του Ohm για το κύκλωμα αυτό δίνει:

$$i = \frac{E_{\alpha\upsilon\tau}}{R_{\sigma\lambda}} \rightarrow E_{\alpha\upsilon\tau} = i \cdot R_{\sigma\lambda} = \frac{E}{R} \cdot 2R = 2E$$

Η πρόταση είναι σωστή.

γ) Τη στιγμή που ανοίγουμε το διακόπτη δ, το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα, συνεπώς στο μαγνητικό του πεδίο έχει αποθηκευτεί ενέργεια:

$$U = \frac{1}{2} Li_2^2 = \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R} \right)^2$$

Το πηνίο πλέον λειτουργεί ως πηγή, παρέχοντας ηλεκτρική ενέργεια στο κύκλωμα, η οποία μετατρέπεται σε θερμική (και τελικά ως θερμότητα) στους δύο αντιστάτες. Αλλά κάθε στιγμή, η ισχύς σε κάθε αντιστάτη δίνεται από την σχέση $P = i^2 R$, συνεπώς όση θερμότητα θα παραχθεί στον αντιστάτη R_1 θα παραχθεί και στον αντιστάτη R_2 . Αλλά τότε η συνολική θερμότητα που θα παραχθεί στον αντιστάτη R_2 θα είναι ίση με:

$$Q_2 = \frac{1}{2} U = \frac{LE^2}{4R^2}$$

Η πρόταση συνεπώς είναι σωστή.

dmargaris@gmail.com