

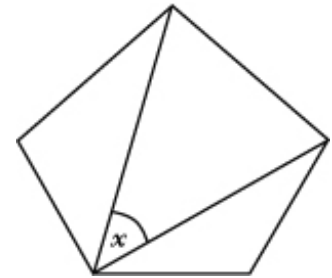
Aprendizajes esperados

- Transformar la medida de un ángulo a los distintos sistemas de medición.
- Clasificar a los ángulos según su medida.
- Reconocer relaciones angulares.
- Clasificar polígonos de acuerdo al número de lados.
- Identificar propiedades generales de los polígonos.
- Identificar propiedades en polígonos regulares.
- Aplicar las propiedades de los polígonos en la resolución de ejercicios.

Pregunta oficial PSU

En el pentágono regular de la figura, ¿cuánto mide el ángulo x ?

- A) 24°
- B) 36°
- C) 60°
- D) 72°
- E) Faltan datos para determinarlo.



Fuente : **DEMRE - U. DE CHILE**, Proceso de admisión 2011.

1. Ángulos

2. Polígonos

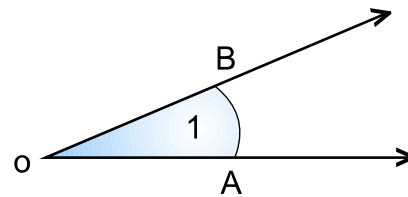
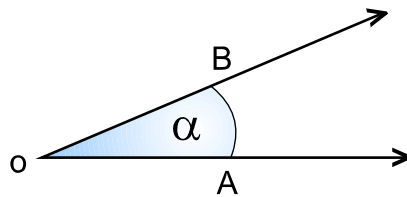
1. Ángulos

1.1 Definición

Un ángulo es la región del plano formado por la intersección de dos rayos. Se mide positivamente en **sentido contrario** a los punteros del reloj.

Para nombrarlos, se utilizan las letras del alfabeto griego (α , β , ϵ ,...) o números (1, 2, 3, 4...) sobre el ángulo.

En la figura, $\alpha = \angle AOB = 1$



1. Ángulos

1.2 Sistemas de medición

- **Sistema sexagesimal**

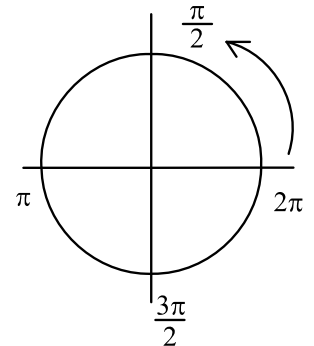
La circunferencia es dividida en 360 partes iguales. Cada una de estas partes corresponde a un grado sexagesimal (1°). Cada grado se divide en 60 partes iguales llamadas minutos y cada minuto se divide en otras 60 partes iguales llamadas segundos.

- **Sistema centesimal**

La circunferencia es dividida en 400 partes iguales. Cada una de estas partes corresponde a un grado centesimal o gradián (g).

- **Sistema circular**

En este sistema de medición, la unidad es el radián (rad).



1. Ángulos

1.3 Transformaciones

Para transformar ángulos de un sistema a otro, debemos considerar la siguiente relación:

$$360^\circ = 2\pi \text{ (radianes)} = 400^g \text{ (gradianes)}$$

Ejemplo:

Usando proporciones o “regla de tres simple”, se obtienen las siguientes equivalencias:

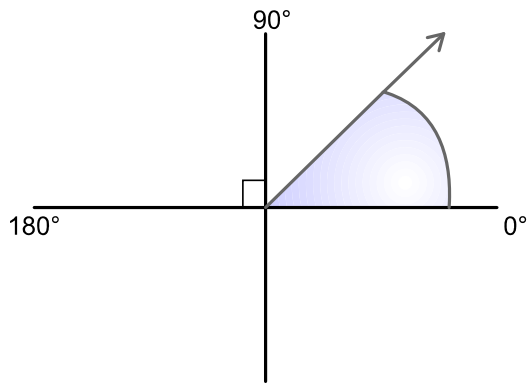
$$\begin{aligned} \text{Como } 360^\circ &= 2\pi \text{ rad, entonces: } 180^\circ = \pi \text{ rad} \\ 90^\circ &= \frac{\pi}{2} \text{ rad} \end{aligned}$$

1. Ángulos

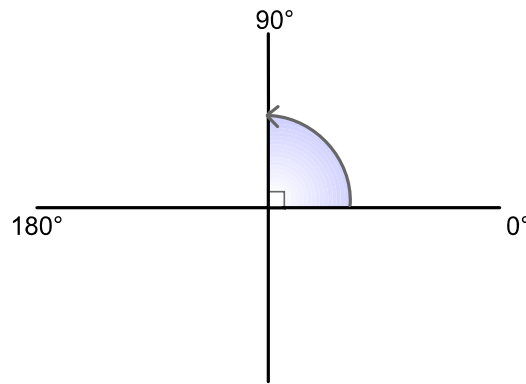
1.4 Clasificación de ángulos en el sistema sexagesimal

Los ángulos se clasifican según su medida en:

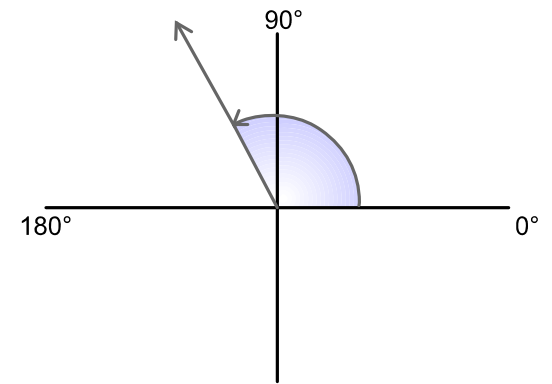
$0^\circ < \text{Agudo} < 90^\circ$



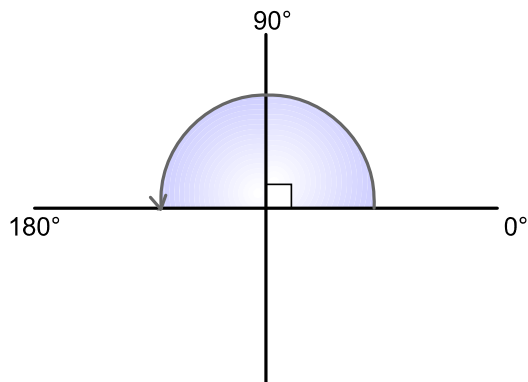
Recto = 90°



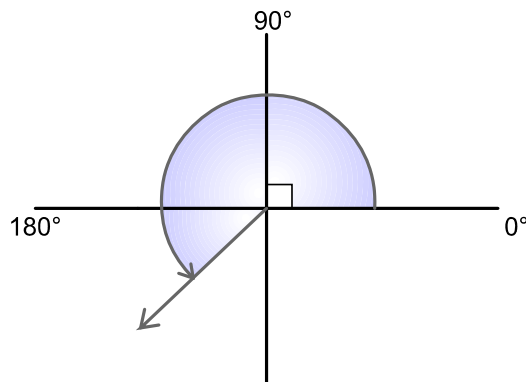
$90^\circ < \text{Obtuso} < 180^\circ$



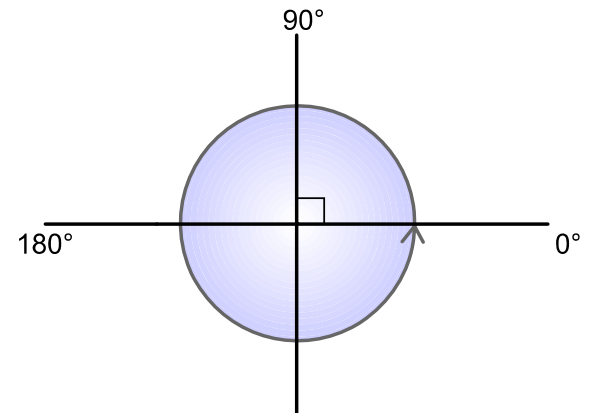
Extendido = 180°



$180^\circ < \text{Cóncavo} < 360^\circ$



Completo = 360°



1. Ángulos

1.5 Relaciones angulares

- **Ángulos congruentes**

Son aquellos que tienen la misma medida.

- **Ángulos complementarios**

Son aquellos cuya suma es 90° .

Ejemplos:

28° y 62° son **complementarios**.

28° es el **complemento** de 62° y a su vez, 62° es el **complemento** de 28° .

- **Ángulos suplementarios**

Son aquellos cuya suma es 180° .

Ejemplos:

126° y 54° son **suplementarios**.

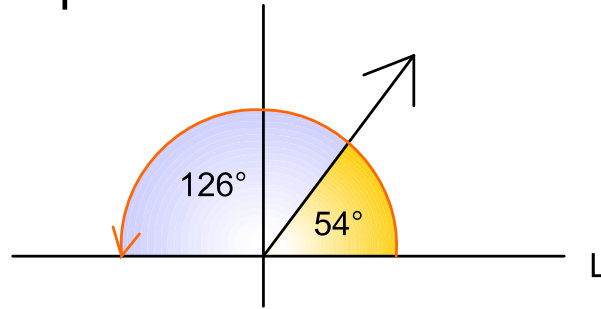
126° es el **suplemento** de 54° y a su vez, 54° es el **suplemento** de 126° .

1. Ángulos

1.5 Relaciones angulares

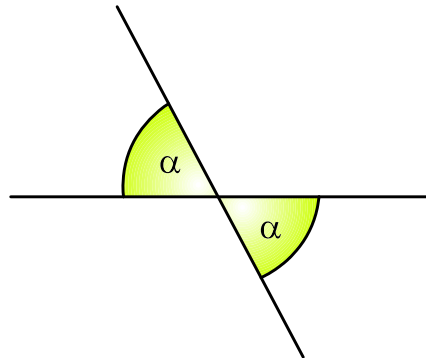
- **Ángulos adyacentes**

Son dos ángulos que tienen un lado común y los otros dos sobre la misma recta. Estos ángulos son suplementarios.



- **Ángulos opuestos por el vértice**

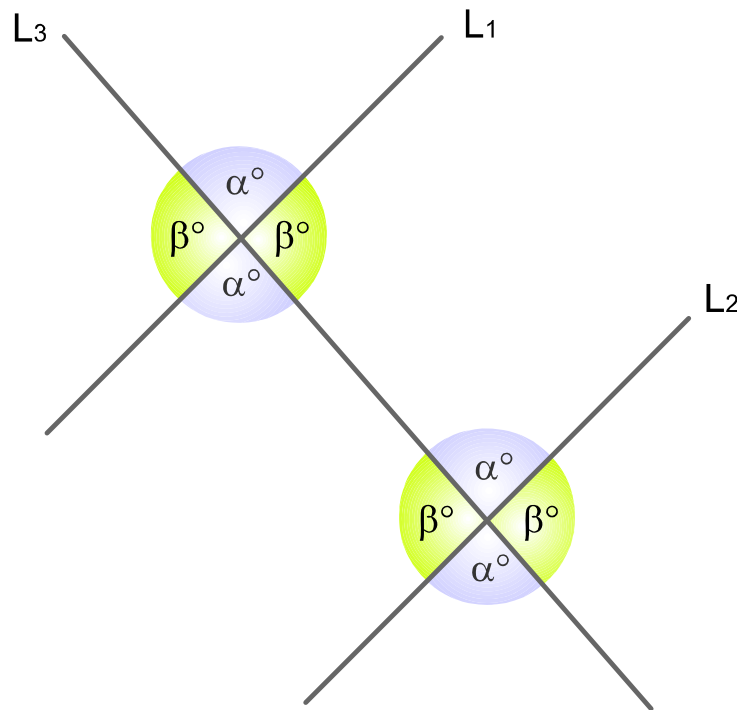
Son aquellos que se forman en la intersección de dos rectas. Los ángulos opuestos por el vértice son congruentes.



1. Ángulos

1.6 Ángulos entre paralelas

Cuando dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, se forman ocho ángulos, de los cuales, algunos son congruentes entre sí.



En la imagen, si $L_1 // L_2$ y L_3 es una transversal, se forman ocho ángulos, estos corresponden a un ángulo y su suplemento que se repiten.

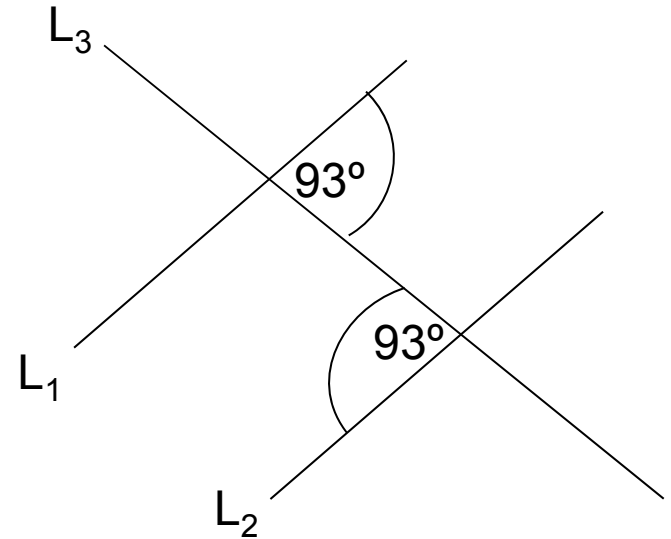
1. Ángulos

1.6 Ángulos entre paralelas

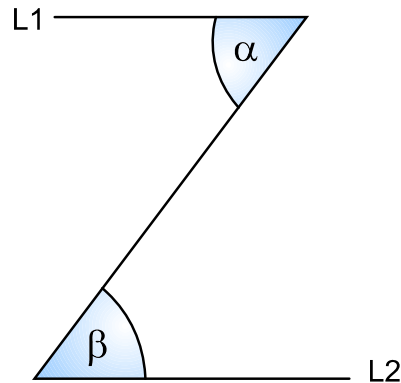
Además, si se tiene lo siguiente:

podemos determinar que $L_1 // L_2$.

Propiedades: Si $L_1 // L_2$, entonces



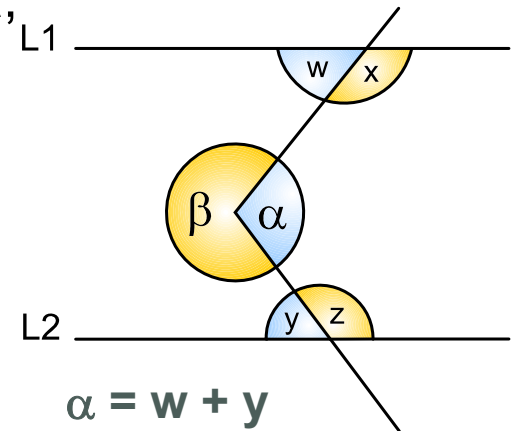
a) En la figura,



se cumple que:

$$\alpha = \beta$$

b) En la figura,



se cumple que:

$$\alpha = w + y$$

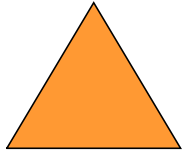
$$\beta = x + z$$

2. Polígonos

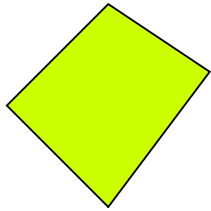
2.1 Definición

Es toda figura plana, cerrada, limitada por un número finito de lados rectos.

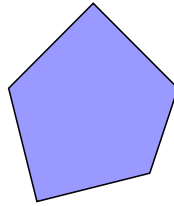
De acuerdo al número de lados, los más utilizados se clasifican en:



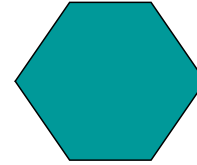
Triángulos
3 lados



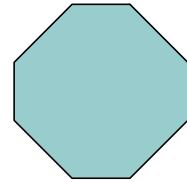
Cuadriláteros
4 lados



Pentágonos
5 lados



Hexágonos
6 lados



Octágonos
8 lados

2. Polígonos

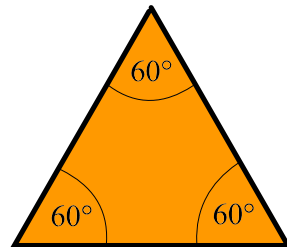
2.2 Tipos de polígonos

- **Polígonos regulares**

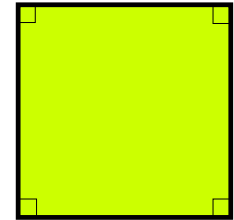
Se denomina polígono regular a aquel que tenga todos sus lados y ángulos interiores congruentes.

Ejemplos:

Triángulo
equilátero



Cuadrado

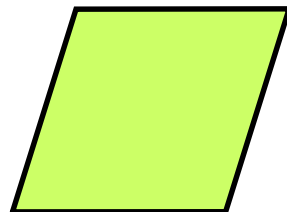


- **Polígonos irregulares**

Son aquellos que **NO** son regulares, es decir, no cumplen una o ambas condiciones de los polígonos regulares.

Ejemplos:

Rombo



Rectángulo



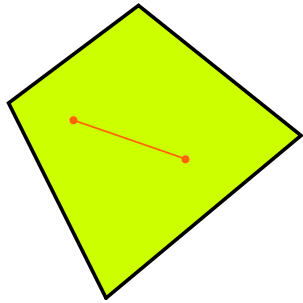
2. Polígonos

2.2 Tipos de polígonos

- **Polígonos convexos**

Son aquellos polígonos que poseen todos sus ángulos interiores menores a 180° .

Ejemplo:

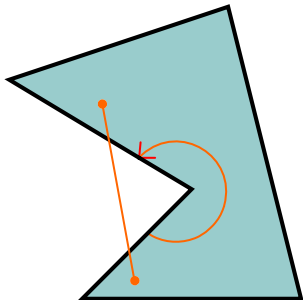


Todo segmento que une a dos puntos de la región interior del polígono, está enteramente incluido en ella.

- **Polígonos cóncavos**

Son aquellos polígonos que poseen, al menos, un ángulo interior que mide más de 180° .

Ejemplo:



Al menos un segmento que une un par de puntos de la región interior del polígono, no está enteramente incluido en dicha región.

2. Polígonos

2.3 Generalidades de un polígono convexo de n lados

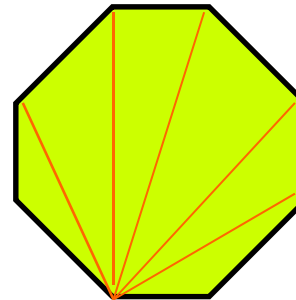
- **Número de diagonales desde un vértice (d)**

Si **n** es el número de lados de un polígono, entonces el total de diagonales que se pueden trazar desde uno de sus vértices está dado por la fórmula:

$$d = n - 3$$

Por ejemplo, en un octágono:

$$d = 5$$



2. Polígonos

2.3 Generalidades de un polígono convexo de n lados

- **Número total de diagonales (D)**

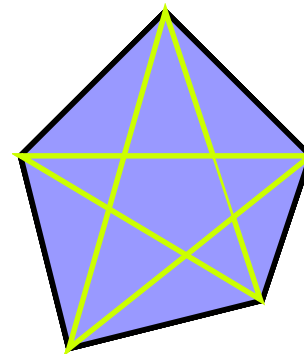
Si **n** es el número de lados de un polígono, entonces el total de diagonales que se pueden trazar está dado por la fórmula:

$$D = \frac{n(n-3)}{2}$$

Por ejemplo, en un pentágono, el total de diagonales es:

$$D = \frac{5(5-3)}{2}$$

$$D = 5$$



2. Polígonos

2.3 Generalidades de un polígono convexo de n lados

- **Suma de los ángulos interiores (S_i)**

Si n es el número de lados de un polígono, entonces la suma de los ángulos interiores está dado por la fórmula:

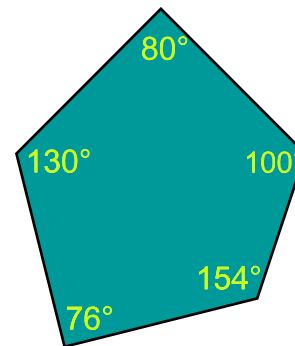
$$S_i = 180^\circ (n - 2)$$

Por ejemplo, en un pentágono, la suma de sus ángulos interiores es:

$$S_i = 180^\circ \cdot (5 - 2)$$

$$S_i = 180^\circ \cdot (3)$$

$$S_i = 540^\circ$$



2. Polígonos

2.3 Generalidades de un polígono convexo de n lados

- **Suma de los ángulos exteriores (S_e)**

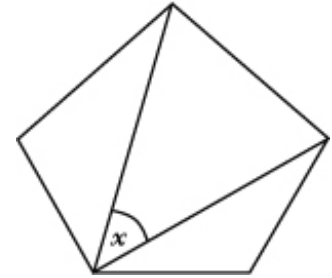
La suma de los ángulos exteriores de un polígono es siempre 360° .

$$S_e = 360^\circ$$

Pregunta oficial PSU

En el pentágono regular de la figura, ¿cuánto mide el ángulo x ?

- A) 24°
- B) 36°
- C) 60°
- D) 72°
- E) Faltan datos para determinarlo.



*Fuente : **DEMRE - U. DE CHILE**, Proceso de admisión 2011.*

**ALTERNATIVA
CORRECTA**

B

Tabla de corrección

Nº	Clave	Unidad temática	Habilidad
1	A	Ángulos y polígonos	Aplicación
2	D	Ángulos y polígonos	Comprensión
3	B	Ángulos y polígonos	Comprensión
4	E	Ángulos y polígonos	Comprensión
5	C	Ángulos y polígonos	Comprensión
6	A	Ángulos y polígonos	Aplicación
7	B	Ángulos y polígonos	Aplicación
8	D	Ángulos y polígonos	Aplicación
9	C	Ángulos y polígonos	Aplicación
10	C	Ángulos y polígonos	Aplicación
11	B	Ángulos y polígonos	Aplicación
12	D	Ángulos y polígonos	Aplicación

Tabla de corrección

Nº	Clave	Unidad temática	Habilidad
13	B	Ángulos y polígonos	Análisis
14	A	Ángulos y polígonos	Análisis
15	A	Ángulos y polígonos	Análisis
16	C	Ángulos y polígonos	Análisis
17	B	Ángulos y polígonos	Análisis
18	D	Ángulos y polígonos	Comprensión
19	A	Ángulos y polígonos	Análisis
20	E	Ángulos y polígonos	Análisis
21	B	Ángulos y polígonos	Análisis
22	C	Ángulos y polígonos	Análisis
23	E	Ángulos y polígonos	Análisis
24	C	Ángulos y polígonos	Evaluación
25	D	Ángulos y polígonos	Evaluación

Síntesis de la clase

Ángulos

Clasificación de ángulos

$0^\circ < \text{Agudo} < 90^\circ$

Recto = 90°

$90^\circ < \text{Obtuso} < 180^\circ$

Extendido = 180°

Completo = 360°

Relaciones angulares

Congruentes
(ángulos iguales)

Complementarios
 $\alpha + \beta = 90^\circ$

Suplementarios
 $\alpha + \beta = 180^\circ$

Adyacentes

Opuestos
por el vértice

Ángulos
entre paralelas

Polígonos convexos

Regulares

Irregulares

Generalidades

Número diagonales desde un vértice
 $d = n - 3$

Número total de diagonales
 $D = \frac{n(n-3)}{2}$

Suma de ángulos interiores
 $S_i = 180^\circ (n - 2)$

Suma de ángulos exteriores
 360°