

Fractales y resistencias eléctricas

E. Arneodo, C. Lamas, C. Schmiegelow

Laboratorio de Experimentos Electromagnéticos, Dpto. de Física, Fac. Cs. Exactas. U.N.L.P.

(Dated: July 9, 2003)

Se determinó experimentalmente la dimensión fractal de transporte de una red de Sierpinski triangular y otra tetraédrica construyendo éstas con resistencias y midiendo la resistencia equivalente entre sus extremos para distintas generaciones.

INTRODUCCIÓN

Se postula que las resistencias equivalentes entre dos vértices de una red de Sierpinski de longitud característica L siguen la ley

$$R(L) \sim L^s \quad (1)$$

Las resistencias equivalentes fueron calculadas utilizando el método triángulo-estrella para la red triangular (Ver Ref [1]) y el de las corrientes circulantes para la tetraédrica (Ver Ref [3]). Calculando las resistencias equivalentes, en ambos casos, para dos generaciones sucesivas se encuentra una recurrencia para las resistencias equivalentes de redes e distinta longitud característica. A partir de éstas y de la relación ?? se encuentra que para una red triangular $s = \text{Log}(5/3)/\text{Log} 2$ y para una red tetraédrica $s = \text{Log}(3/2)/\text{Log} 2$.

PARTE EXPERIMENTAL

Se armaron redes de Sierpinski tomando a la unidad de longitud fundamental como una resistencia de R_0 . En adelante entonces; cuando se habla de un triángulo o de un tetraedro de longitud característica nL_0 ; se está refiriendo a una figura de n resistencias de lado. Se midió la resistencia equivalente entre los extremos de triángulos de Sierpinski de longitud característica de 1,2,4,8 y 16 unidades de longitud fundamental. El valor la resistencia característica usado fue $R_0 = 1k\Omega$ con un error del 5%.

Se procedió de la misma manera para una red de Sierpinski tetraédrica con $R_0 = 1k\Omega$ con un error del 5%.

RESULTADOS

Los siguientes gráficos muestran los resultados obtenidos en escalar logarítmica base 2. Se ve en los gráficos que, como se había predicho, la resistencia en función de la longitud característica sigue una ley de potencias. El exponente se calculó haciendo un ajuste lineal para cada caso.

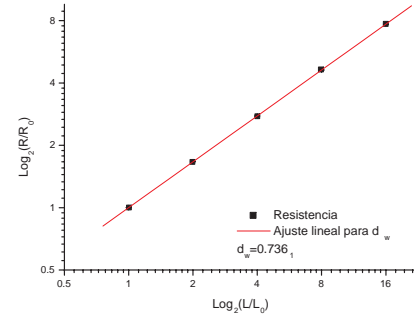


FIG. 1: Valores de resistencias equivalentes para distintas longitudes características en la red triangular.

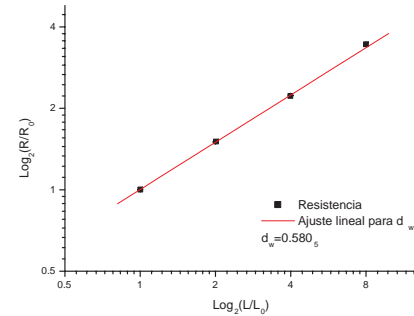


FIG. 2: Valores de resistencias equivalentes para distintas longitudes características en la red tetraédrica.

Se muestra a continuación una tabla con los valores obtenidos y los calculados analíticamente.

	Teórico	Experimental
Red triangular	0.73697	0.736(1)
Red tetraédrica	0.58496	0.580(5)

CONCLUSIONES

Se verificó mediante un experimento sencillo que la relación entre la longitud característica y las resistencias equivalentes es una ley de potencias y que los exponentes son los predichos analíticamente.

[1] "Overcoming resistance with Fractals", W. K Ching, M. Erickson, P. Garik, P. Hickman, J. Jordan, S. Schwarzer, and L. Shore., Phys. Teach. 32, Dec, 1994,

546-551

[2] "Feynman Lectures on Physics" Richard P. Feynman, Vol. 1 Caps.41 y 43.

[3] "Static and Dynamic Electricity" W. Smithe, McGraw-Hill, 1950.