

Lectura 1

Conceptos Preliminares

1.1. Sistema y señal

El concepto de *sistema* resulta sumamente útil para la descripción, análisis y diseño en ingeniería, así como en otras áreas del conocimiento. Esto se debe principalmente a que permite describir en forma abstracta un objeto o un fenómeno de acuerdo al atributo del mismo que sea de interés para el ingeniero, por ejemplo, un calentador eléctrico puede ser estudiado como un sistema eléctrico, como un sistema térmico o como un mecanismo controlado por reloj. En consecuencia:

La finalidad y carácter de un sistema varían según el juicio o los objetivos del observador.

Aunque no es fácil encontrar una definición exacta de sistema, en un sentido amplio, podemos entender por sistema a “aquello que se va a estudiar”. Tal definición es extremadamente vaga, pero pone de manifiesto la necesidad de delimitar el objeto de estudio, de imponerle unas fronteras precisas, no necesariamente de naturaleza física. El propósito de este curso no es, por supuesto, estudiar cualquier tipo de sistema, sino un tipo específico de sistemas que suelen denominarse, en el contexto de la Física, la Matemática y la Ingeniería, como *sistemas dinámicos*. Para precisar qué tipo de sistemas son estos, necesitamos establecer una serie de atributos para tal clase de sistemas. Primero se establecerá una definición de sistema útil a nuestro propósito:

Definición 1.1 *Un sistema es un conjunto bien delimitado de elementos que interactúan entre sí para cumplir con un objetivo u objetivos claramente definidos, los cuales no pueden llevarse a cabo de manera independiente por alguno de los elementos que forman al sistema.*

Esta definición es vaga a propósito, ya que permite describir situaciones tan disímiles como sea posible. En la figura 1.1 se presenta en forma esquematizada lo que debemos entender como sistema: un ente compuesto por elementos entrelazados entre sí que interactúan no sólo entre ellos sino también con su entorno, y que además, está bien definido a través de fronteras no necesariamente físicas.

Observación 1.1 *Comúnmente las palabras **proceso** y **planta** se utilizan en ingeniería como sinónimos de sistema.*

Una vez definido el concepto de sistema, se introducirá ahora de una forma intuitiva el concepto de *sistema dinámico*. Una característica que debe cumplir un sistema para poder ser considerado un sistema dinámico, dentro de nuestro contexto, es que actúe ya sea como un almacenador o como un transformador de toda aquella energía que le es suministrada por su entorno. En consecuencia, partiremos de la suposición de que el objeto de estudio no es capaz de generar energía por sí solo a partir de la nada. La anterior suposición es en realidad un hecho que se cumple para todo sistema físico y que se justifica mediante la Ley Fundamental de la Termodinámica (La cual afirma que: "La energía ni se crea ni se destruye, simplemente se transforma en otro tipo de energía"). Este hecho constituye el principal atributo de los sistemas dinámicos que serán considerados, el cual se define a continuación:

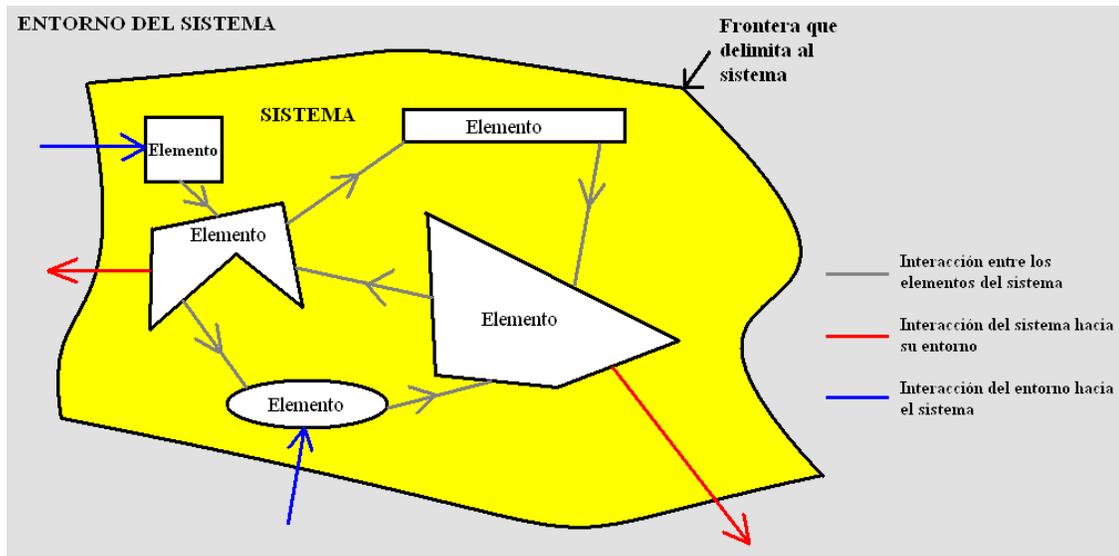


Figura 1.1: Estructura básica de un sistema

Definición 1.2 Cuando un sistema no recibe energía del entorno y no posee ningún residuo de energía en su interior, se dice entonces que dicho sistema se encuentra en un estado de reposo, estado estático o simplemente que se encuentra relajado.

Suponga que un sistema, al que denominaremos G , se encuentra en reposo. Si en el instante de tiempo t el sistema es excitado mediante una inyección de energía por parte de su entorno, entonces G comenzará a procesar dicha energía. En consecuencia, el sistema comenzará a desarrollar una actividad a nivel interno, la cual puede ser observada o registrada a través de una serie de comportamientos que pueden ser representados numéricamente o simbólicamente a lo largo del tiempo (o del espacio). Estos comportamientos se denominarán *variables del sistema*.

Definición 1.3 Todos aquellos comportamientos que un sistema físico genere como consecuencia de una excitación se denominarán **variables de sistema**, las cuales se denotarán como $x(\cdot)$.

Definición 1.4 Se denomina *señal* a toda aquella información numérica, gráfica o simbólica capaz de representar cuantitativamente la evolución, ya sea en el tiempo o en el espacio, de las variables del sistema.

Observación 1.2 Una señal puede ser expresada matemáticamente mediante una función del tiempo o de la frecuencia, o bien, mediante el registro de una secuencia de números o símbolos (banco de datos o gráficas de conducta).

Ejemplo 1.1 Los latidos del corazón son señales que se producen a intervalos que varían de 80 a 120 pulsaciones por minuto.

Ejemplo 1.2 En un circuito eléctrico formado por una fuente de voltaje, un capacitor y una resistencia, las variables de sistema son: voltajes, corrientes, cargas eléctricas, flujos magnéticos, calor en la resistencia, etc.

Ejemplo 1.3 Las señales comúnmente empleadas para establecer la condición del clima en un país son: temperatura, humedad, velocidad y dirección del viento de las principales zonas geográficas.

Ejemplo 1.4 Una sonda que explora el espacio exterior envía de regreso información acerca de un planeta lejano a una estación terrestre. La información puede tener la forma de imágenes del radar que representan perfiles de la superficie del planeta, imágenes infrarrojas que llevan información acerca de la temperatura del mismo, o imágenes ópticas que revelan la presencia de nubes alrededor del planeta.

Es importante tener siempre presente que *las señales son representaciones matemáticas de las variables del sistema*, que pueden ser expresadas con base en funciones o gráficas. Por ello:

El primer paso en el estudio de un sistema es conocer las características y propiedades de las señales que pueda generar.

Definición 1.5 *Cuando la señal es una función que depende de una sola variable se dice que la señal es **unidimensional**. Similarmente, si una función depende de dos o más variables independientes se dice entonces que es una señal multidimensional.*

Ejemplo 1.5 *Cualquier variable cuya evolución dependa del tiempo pero no del espacio califica como señal unidimensional, y puede caracterizarse mediante una función matemática que sólo depende del tiempo, llamada señal temporal, por ejemplo: el sonido de un motor, el voltaje en una resistencia, la fuerza que un robot pueda aplicar, etc*

Ejemplo 1.6 *En el caso de señales multidimensionales están: La presión atmosférica, la imagen en la pantalla de una televisión, el movimiento de una sonda de exploración en el planeta marte, los píxeles en una fotografía, etc.*

Definición 1.6 *Se dice que una señal es **univaluada** si para cada instante de tiempo la función sólo puede tomar un único valor.*

El valor que una señal univaluada puede tomar puede ser un número real, en cuyo caso hablamos de una señal de valor real, o puede ser un número complejo. El hecho de que las señales a considerar sean funciones únicamente del tiempo permite el empleo de gráficas fáciles de generar e interpretar. Por esto, el curso se centrará entonces en el estudio de señales unidimensionales asociadas a un sistema físico, definidas como funciones univaluadas del tiempo.

Definición 1.7 *Se denomina **forma de onda** de una señal a las variaciones en el valor de una señal como función del tiempo. Es decir, la forma de onda de una señal es la **traza** o **trayectoria** que la función de la señal produce en una gráfica.*

Comúnmente, el comportamiento de un sistema es registrado en forma experimental y desplegado mediante gráficas, para después construir una función matemática que la aproxime (que la modele). Si esto no es posible, el ingeniero deberá conformarse con los datos recopilados en la experimentación y con la representación gráfica de la señal. Por otro lado, la representación gráfica suele ser un medio útil para la interpretación física de la señal.

Ejemplo 1.7 *Una inductancia eléctrica al ser excitada por una fuente sinusoidal de voltaje, presenta una reacción, la cual puede ser registrada mediante el uso de variables tales como el _____ entre de sus terminales de conexión, la _____ que circula en su bobinado o el _____ que se genera en su núcleo.*

1.2. Señales de entrada y de salida

Todas aquellas señales de estímulo que el entorno aplique a un sistema G se denominarán **señales de entrada** y se denotarán mediante la letra u . Por otro lado, todos aquellos comportamientos que tienen lugar en el interior de un sistema G , como consecuencia de la aplicación de una señal de entrada, *y que el entorno es capaz de registrar* se denominarán **señales de salida** de G , las cuales se denotarán mediante la letra y . En otras palabras:

Las señales de entrada y salida son el medio a través del cual el sistema interactúa con su entorno.



Figura 1.2: Esquema gráfico de un sistema y sus señales de entrada y de salida.

La Figura 1.2 muestra en forma gráfica ésta interacción: El sistema es representado por una “caja negra”, es decir, es un objeto perfectamente aislado de su entorno; Las flechas que apuntan hacia dicha caja, etiquetadas como u_1, u_2, \dots, u_m , representan las m -entradas al sistema, mientras que las flechas que dan la apariencia de salir de la caja, y_1, y_2, \dots, y_p , representan las p -señales de salida del sistema.

La representación esquemática de la Figura 1.2 es aplicable a cualesquier tipo de sistema ya que no requiere de información sobre la naturaleza física del mismo, del número y tipo de subsistemas o elementos que lo componen, ni tampoco sobre la manera en la cual dichos subsistemas o elementos actúan entre sí.

Observación 1.3 *Generalmente, en el campo de la ingeniería, y con base en la gráfica anterior, un sistema es considerado como una caja dentro de la cual una determinada señal de entrada es “procesada” en una o varias señales de salida. En éste contexto, las señales de entrada suelen ser denominadas como causas o estímulos, mientras que las señales de salida suelen llamarse efectos o respuestas*

Observación 1.4 *Una señal de entrada $u(t)$ es entonces la representación matemática de la energía o información que el entorno inyecta al sistema.*

Observación 1.5 *La señal de salida $y(t)$ incluye en general a todas aquellas variables de interés para el análisis del sistema, por ejemplo, las variables que pueden ser físicamente medibles o aquellas cuyo comportamiento es de particular interés para algún determinado propósito, las cuales no siempre son físicamente medibles en forma directa.*

Ejercicio 1.1 *Marque con una \times si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos*

Enunciado	Verdadero	Falso
Todas las variables de sistema son señales de salida		
Todas las variables de salida son variables de sistema		
Toda señal de entrada es una variable de sistema		

Ejercicio 1.2 *Considere los elementos mostrados en la figura 1.3, los cuales conforman un “universo” particular de elementos físicos. Construya a partir de dicho universo un sistema eléctrico.*

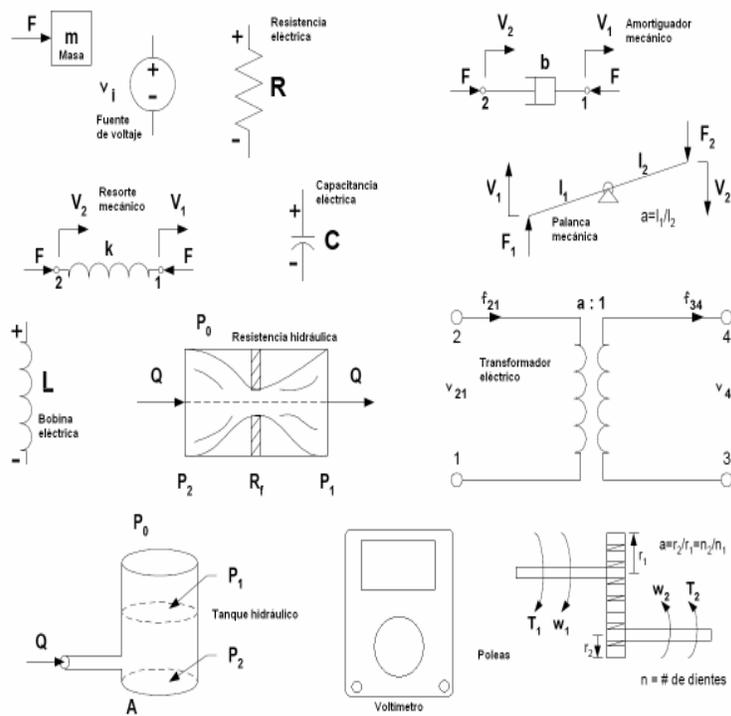


Figura 1.3: Universo de componentes físicos ideales para el ejemplo

Definición 1.8 Cuando un sistema recibe una única señal de entrada y produce una única señal de salida, se dice que es un sistema **SISO** (del inglés Single Input Single Output), mientras que si recibe varias entradas y produce varias salidas, se dice que es un sistema **MIMO** (del inglés Multiple Input Multiple Output). También existen las denominaciones **MISO** para sistemas de varias entradas y una sólo salida, y **SIMO** para el caso en el que se tenga una entrada y varias salidas.

1.3. Condición inicial

Las respuestas de un sistema físico en el instante de tiempo en que empieza a ser observado pueden depender también de la energía ya existentes (almacenadas) en el interior del mismo. Los sistemas con esta capacidad de almacenamiento se denominan genéricamente como **sistemas dinámicos**.

Ejemplo 1.8 ¿Cada vez que enciende el televisor o la radio éstos se encuentran siempre en el mismo canal o la misma estación?

Ejemplo 1.9 ¿Cuando entra a su cuarto éste siempre se encuentra a la misma temperatura, independientemente de la hora o del día del año?

Ejemplo 1.10 Todas las mañanas ¿usted amanece siempre con la misma condición física y anímica?

Definición 1.9 Se denomina **condición inicial** (en el tiempo t_0) al conjunto de variables $\{x_1(t_0), x_2(t_0), \dots\}$ del cual es posible extraer información sobre cómo el sistema ha procesado la energía que el entorno le ha suministrado desde el pasado hasta el instante presente t_0 . El instante de tiempo t_0 se conoce como **tiempo inicial**.

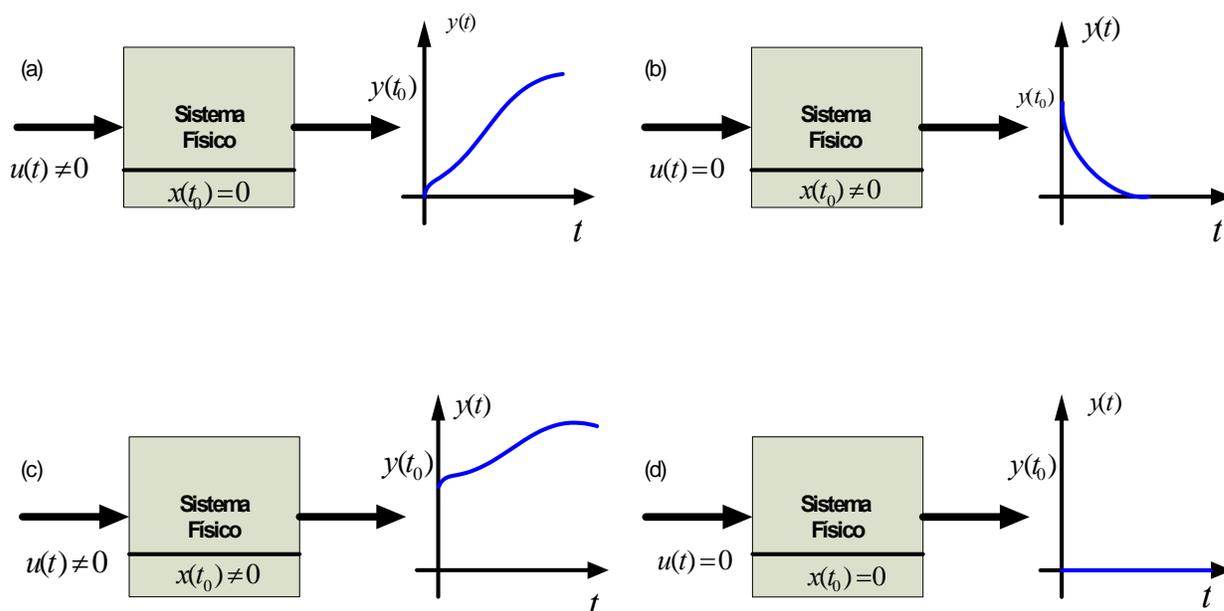


Figura 1.4: Distintos escenarios que muestran la relación entre la señal de salida y las señales de excitación de un sistema físico.

La condición inicial de un sistema es un parámetro que indica cuanta energía se ha almacenado en su interior desde el pasado hasta el instante en que comienza a ser observado. En cursos posteriores, se demostrará como las condiciones iniciales constituyen un indicador de la historia pasada (**memoria**) de las variables del sistema. Debido a que los sistemas físicos que se considerarán en el curso son sistemas que de manera natural procesan energía, si no hay ninguna fuente de energía externa alimentándolos, entonces procesarán la energía que conserven en su interior. Es debido a este hecho que las condiciones iniciales son referidas como **señales de excitación interna** del sistema.

En resumen, los escenarios bajo los cuales un sistema físico presentará un comportamiento son:

1. Cuando el sistema se encuentre sometido únicamente a señales de excitación externa (señales de entrada), véase la figura (1.4-a)
2. Cuando el sistema se encuentre sometido únicamente a señales de excitación interna (condiciones iniciales), véase la figura (1.4-b)
3. Cuando el sistema se encuentre sometido a excitaciones tanto internas como externas, véase la figura (1.4-c).

Ejercicio 1.3 ¿Que nombre recibe el estado del sistema bajo las condiciones de excitación mostradas en la figura (1.4-d).