

Das Verhältnis zwischen der Lift- und Schubkraft beim Bewegungsbeginn der Sedimente nach dem Prinzip einer minimalen hydrodynamischen Kraft

Von Over Diaz-Onofre

1 Einführung

Als in der Vergangenheit damit begonnen wurde, den Bewegungsbeginn der Sedimente zu erforschen, nahmen die Forscher anfänglich bei der Ableitung ihrer Formeln an, dass die Strömungskraft nur eine Schubkraft auf die Partikel der Sohle verursacht und dass diese Schubkraft verantwortlich für den Bewegungsbeginn der Partikel ist. Im Laufe der Jahre und mit der Entwicklung der Strömungsmechanik und der Mechanik des Sedimenttransports wurde als offensichtlich akzeptiert, dass die Strömungskraft nicht nur eine Schubkraft, sondern auch eine Liftkraft auf die Partikel verursacht und infolgedessen ist es heutzutage üblich, bei der Ableitung der Formeln des Bewegungsbeginns der Sedimente diese beiden Kräfte zu berücksichtigen.

Obwohl einerseits die Kräfte, die den Bewegungsbeginn der Partikel einer Sohle verursachen, inzwischen besser identifiziert werden konnten, wird dadurch andererseits die Ableitung der Formeln des Bewegungsbeginns aufgrund der Unkenntnis des Wertes, den das Verhältnis Liftkraft zur Schubkraft F_L/F_D beim Bewegungsbeginn eines Partikels annimmt, erschwert. Entsprechend diesem Wert lässt sich in den Veröffentlichungen der Forscher feststellen, dass keine Übereinstimmung hinsichtlich einer Annahme dieses Wertes existiert; das bedeutet, das Verhältnis F_L/F_D beim Bewegungsbeginn eines Partikels variiert je nach Forscher.

In dieser Arbeit werden die Lift- und Schubkraft auf ein Partikel einer kohäsionslosen Sohle sowie das Verhältnis zwischen beiden Kräften beim Bewegungsbeginn bestimmt. Diese Kräfte wurden unter der Annahme bestimmt, dass die hydrodynamische Kraft, die den Bewegungsbeginn der Sedimente verursacht, minimal ist. Diese Annahme konnte in dieser Arbeit durch die Auswertung experimenteller Daten bestätigt werden.

In dieser Arbeit wird eine neue Methode zur Bestimmung der Kräfte, die den Bewegungsbeginn der Sedimente verursachen, vorgestellt. Die Lift- und Schubkraft sowie das Verhältnis zwischen beiden Kräften, das heißt F_L/F_D , werden durch diese neue Methode ermittelt.

2 Der Bewegungsbeginn der Sedimente

2.1 Auf ein Partikel wirkende Kräfte beim Bewegungsbeginn

Die Kräfte, die auf ein auf einer Kanalsohle liegendes Partikel beim Beginn seiner Bewegung wirken, werden in **Bild 1** dargestellt. Der Bewegungsbeginn des Partikels wird von der Strömungskraft auf das Partikel F_h verursacht. Die Kräfte, die der Strö-

mungskraft auf das Partikel entgegenwirken, sind das Gewicht unter Wasser des Partikels W und die Reaktionskraft der Sohle R .

In Bild 1 ist α der Neigungswinkel des Kanals und ϕ der Ruhewinkel des Partikels. β gibt die Neigung der hydrodynamischen Kraft F_h an.

Die hydrodynamische Kraft F_h stellt die Resultierende aus der Lift- und Schubkraft auf das Partikel F_L, F_D dar.

2.2 Kritische Bedingung beim Bewegungsbeginn eines Partikels

Die kritische Bedingung beim Bewegungsbeginn des Partikels kann durch die folgende Reibungsformel ermittelt werden:

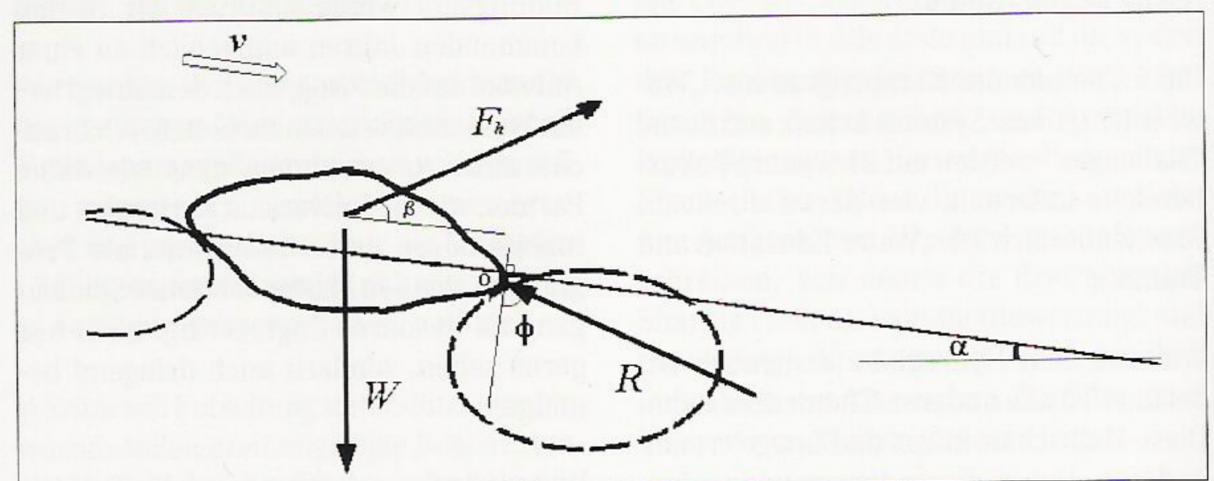


Bild 1: Auf ein Partikel beim Bewegungsbeginn wirkende Kräfte
Fig. 1: Forces acting on the particle at the beginning of movement

Tabelle 1: Von einigen Autoren angenommene Werte für das Verhältnis F_L/F_D beim Bewegungsbeginn eines Partikels [4]
 Table 1: Value assumed by some authors for ratio F_L/F_D at the beginning of movement of the particle [4]

Autor	F_L/F_D	Angaben
Yu/Fang (1995)	0,25	für Sand
Hansen (1985)	0,2	für Steine
Hassinger (1991)	0,6	für Steine
Buffington u. a. (1992)	0,5	für Kies
Ikeda (1982)	0,0 bis 0,4	für Sand
James (1990)	0,5	für Sand und Kies
Van Radecke (1989)	0,5	für Sand
Wiberg/Smith (1985, 1987)	0,5	Kalibrierungswert, angepasst an die Shieldskurve
Komar/Li (1986)	0,75	Wert von Chepil (1961)
Kirchner u. a. (1990)	0,5	Kalibrierungswert, angepasst an die Shieldskurve
Komar (1989)	0,5	Kalibrierungswert, angepasst an Daten anderer Autoren, für Sand und Kies
Power-Meneses (1981)	0,1	angenommen für die Shieldskurve
Beloshapkova u. a. (1994)	0,8	angenommen
Garde (1970)	0,85	für Sand, Kies und kleine Steine
Li u. a. (1976)	0,85	für Steine
Li/Simons (1979)	2,85	für Steine
Smith (1986)	0,85, 2,85	für Steine

$$\frac{R_X}{R_Y} = \tan \phi \quad (1)$$

R_X = Komponente der Reaktionskraft R parallel zur Sohle
 R_Y = Komponente der Reaktionskraft R senkrecht zur Sohle

Werden die auf das Partikel wirkenden Kräfte in ihre Komponenten, parallel und senkrecht zur Kanalsohle, zerlegt, erhalten wir beim Gleichgewicht:

$$R_X = W \sin \alpha + F_D \quad (2)$$

und
 $R_Y = W \cos \alpha - F_L \quad (3)$

F_D = Komponente der hydrodynamischen Kraft F_h parallel zur Sohle oder Schubkraft

F_L = Komponente der hydrodynamischen Kraft F_h senkrecht zur Sohle oder Liftkraft

Wir setzen die Beziehungen für R_X und R_Y in Gleichung (1) ein und erhalten schließlich:

$$\frac{W \sin \alpha + F_D}{W \cos \alpha - F_L} = \tan \phi \quad (4)$$

Diese Formel gibt die kritische Bedingung des Bewegungsbeginns eines Sohlpartikels an [7], [14].

2.3 Kritische Schubkraft

Da normalerweise zur Ableitung der Formeln des Bewegungsbeginns die Schubkraft F_D verwendet wird, erhalten wir hier eine dimensionslose Beziehung für die Schubkraft. Diese Beziehung lässt sich aus Gleichung (4) ableiten und lautet [13]:

$$\frac{F_D}{W} = \frac{\tan \phi \cos \alpha - \sin \alpha}{1 + \tan \phi \left[\frac{F_L}{F_D} \right]} \quad (5)$$

Diese Formel ist im Grunde eine allgemeine Formel. Man kann in ihr die Bedeutung des Ruhewinkels des Partikels ϕ , des Sohlneigungswinkels α und des Verhältnisses F_L/F_D beim Bewegungsbeginn der Sedimente deutlich erkennen.

The Ratio between the Lift and Drag Force at the Beginning of Movement of the Sediments According to the Principle of a Minimal Hydrodynamic Force

by Over Diaz-Onofre

In this paper, the author determines both the lift and drag forces on a particle of a cohesionless bed as well as the ratio between both forces at the beginning of movement. These forces were determined on the assumption that the hydrodynamic force, which causes the beginning of movement of the sediments, is minimal. This assumption is confirmed here on the basis of experimental data.

Tabelle 2: Experimentelle Werte des Verhältnisses F_L/F_D von verschiedenen Autoren [4]. Die Messungen wurden nicht beim Bewegungsbeginn des Partikels durchgeführt.
 Table 2: Experimental values of ratio F_L/F_D by different authors [4]. The measurements were not carried out at the beginning of movement of the particle.

Autor	F_L/F_D	d[mm]	Kornform	p/d [-]	Strömung	Re*
Cheng/Clyde (1972)	2,2	305	Kugel	0	Wasser	$2 \times 10^5 - 3,6 \times 10^5$
Ahmed (1988)	3,5 bis 4,3	20,1	Kugel	0	Wasser	$Re = 1,5 \times 10^6 - 4,5 \times 10^6$
Brayshaw u. a. (1983)	1,8	115	Kugel	0,5	Luft	$5,2 \times 10^4$
Chepil (1961)	0,75	3 bis 51	Kugel	0,5	Luft	$2 \times 10^2 - 6,4 \times 10^3$
Okamoto (1979)	0,4	60	Kugel	1	Luft	$4,7 \times 10^4$
Patnaik u. a. (1994)	0,1 bis 2	38 bis 72	Kugel	1	Luft	$5 \times 10^3 - 6 \times 10^4$
Aksoy (1973)	0,15	20	Kugel	1	Wasser	$Re = 2,7 \times 10^3 - 6,6 \times 10^3$
Bagnold (1974)	0,5	16	Kugel	1	Wasser	8×10^2
Vav Radecke (1989)	1	10	Kugel	1	Wasser	3×10^2
Apperley (1968)	0,5 bis 0,75 0,75 bis -0,1	6,35	Kugel	0 bis 0,25 0,25 bis 1	Wasser	$4,6 \times 10^2$
Abu-Sayf (1976) [8]	0,3 bis 1	-	Kugel	-	Wasser	-

3 Das Verhältnis F_L/F_D beim Bewegungsbeginn

3.1 Bedeutung des Verhältnisses zur Berechnung der Schubkraft F_D

Zur Bestimmung der Schubkraft F_D durch die Gleichung (5) sind der Ruhewinkel des Partikels ϕ und der Sohlneigungswinkel α in der Praxis einfach zu messende Variablen. Dies trifft leider auf die Ermittlung des Verhältnisses F_L/F_D nicht zu, insbesondere nicht beim Bewegungsbeginn des Partikels. Die Probleme entstehen bei der direk-

ten Messung der auf das Partikel wirkenden hydrodynamischen Kraft. Die Messung dieses Verhältnisses F_L/F_D ist nicht nur schwierig, sondern auch wegen der erforderlichen Geräte teuer.

An dieser Stelle muss hervorgehoben werden, dass die Existenz des Verhältnisses F_L/F_D , obwohl einige Forscher seinen Wert gemessen haben, bis heute nicht allgemein bekannt ist. Aus den starken Abweichungen zwischen den Messergebnissen der verschiedenen Forscher (siehe **Tabelle 2**) lässt sich schließen, dass das Verhältnis F_L/F_D noch tiefergehende Forschungen verdient.

Infolge der großen Bedeutung des Verhältnisses F_L/F_D bei der Berechnung der Schubkraft F_D (gemäß Formel (5)) ist es zuerst notwendig, dieses Verhältnis F_L/F_D zu bestimmen, um so präzisere Ergebnisse bei der Bestimmung des Bewegungsbeginns zu erhalten. In dieser Arbeit wird zuerst eine Formel für die Variable F_L/F_D und im Anschluss eine Formel für die Schubkraft F_D ermittelt.

3.2 Herkömmliche Kriterien zur Einschätzung des Verhältnisses F_L/F_D

Wie man aus der obigen Analyse ersehen kann, spielt das Verhältnis F_L/F_D eine wichtige Rolle beim Bewegungsbeginn der Sedimente [12]. Dieses Verhältnis ist gemäß einer vom Autor durchgeführten Analyse der über F_L/F_D vorliegenden Forschungen nicht konstant [4].

In der wissenschaftlichen Literatur finden sich normalerweise zwei Kriterien, um das Verhältnis F_L/F_D zu bestimmen, je nachdem, ob man von einer Existenz der Liftkraft ausgeht oder nicht.

a) *Nicht-Bestehen der Liftkraft ($F_L = 0$)*
 In diesem Fall nehmen die Forscher an, dass die Liftkraft F_L nicht existiert bzw. zu klein ist, um den Bewegungsbeginn des Partikels zu beeinflussen. Infolgedessen ist F_L/F_D gleich 0. Unter den Forschern, die $F_L/F_D = 0$ angenommen haben, finden wir z. B.: Du Boys (1879) [5], Shieds (1936) [10], Rubey (1938) [9], White (1940) [11],

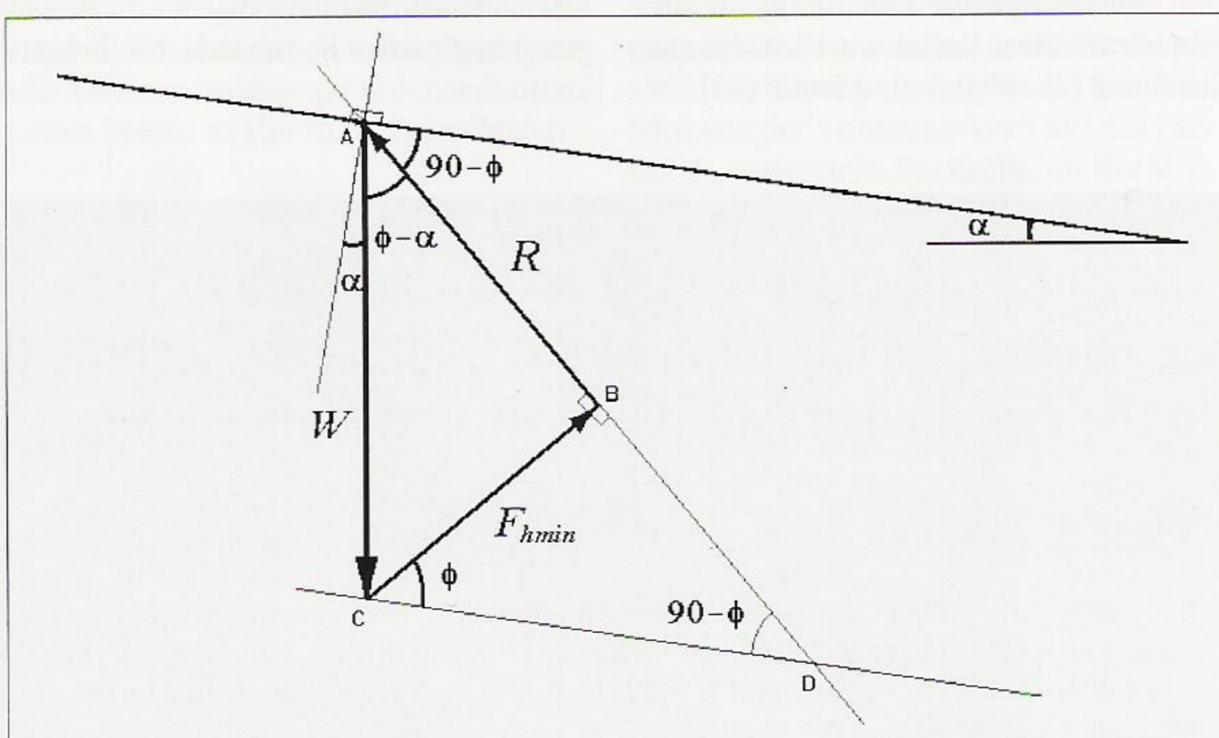


Bild 2: Die minimale hydrodynamische Kraft
 Fig. 2: Minimal hydrodynamic force

Bagnold (1957) [1] und Bathurst/Graf/Cao (1983, 1987) [2, 3].

b) Bestehen der Liftkraft ($F_L \neq 0$)

Hiervon geht heute die Mehrheit der Forscher, die bessere Ergebnisse beim Bewegungsbeginn der Sedimente anstreben, aus. Leider existiert in diesem Fall keine Methode oder kein angemessenes Kriterium, um den Wert des Verhältnisses F_L/F_D zu berechnen, infolgedessen werden die Forscher gezwungen, Werte von F_L/F_D anzunehmen, die gewöhnlich von 0 bis 2,85 variieren (siehe **Tabelle 1**). Obwohl die meisten Werte von F_L/F_D auf Messergebnissen basieren, existiert keine Übereinstimmung unter den von den Forschern angenommenen Werten von F_L/F_D für eine bestimmte Partikelgröße, wie **Tabelle 1** zeigt. So finden wir z. B., dass die von Hansen (1985) und Li/Simons (1979) angenommenen Werte von F_L/F_D für Steine sehr stark voneinander abweichen (siehe **Tabelle 1**). Hansen (1985) nimmt den Wert 0,2 und Li/Simons (1979) den Wert 2,85 für das Verhältnis F_L/F_D an.

Diese mangelnde Übereinstimmung kann darin begründet sein, dass die Forscher den Messwert von F_L/F_D willkürlich festlegen und dabei nicht in Betracht ziehen, dass die Messungen des Verhältnisses F_L/F_D nicht im Moment des Bewegungsbeginns des Partikels durchgeführt wurden; außerdem entsprechen die von den Forschern bei der Messung von F_L/F_D berücksichtigten Verhältnisse von Strömung (Re^*), von Form und Lage des Partikels auf der Sohle (p/d) (siehe **Tabelle 2**) normalerweise in der Praxis nicht den Verhältnissen des Bewegungsbeginns des Partikels. p/d stellt hierbei die relative Herausragung eines Partikels aus der Sohle dar (siehe **Bild 3**).

4 Die minimale hydrodynamischen Kraft

4.1 Prinzip der Bewegung der Körper unter einer minimalen Kraft

Die Idee, dass die Bewegung eines Körpers von einer Kraft, die für diesen Körper eine minimale Kraft ist, verursacht wird, ist nicht neu. In der Vergangenheit sind einige berühmte Physiker indirekt darauf gestoßen [4]. Anscheinend gab es nur einen Wissenschaftler, der diese minimale Kraft explizit erwähnte, nämlich Euler (1752). Euler behauptete, dass die Trägheit eines Körpers von einer minimalen Kraft überwunden wird [6].

4.2 Prinzip der minimalen hydrodynamischen Kraft

Als Folge dessen schlägt der Autor die Hypothese einer minimalen hydrodynamischen Kraft beim Bewegungsbeginn der Sedimente vor, um das Verhältnis Liftkraft zu Schubkraft F_L/F_D bestimmen zu können.

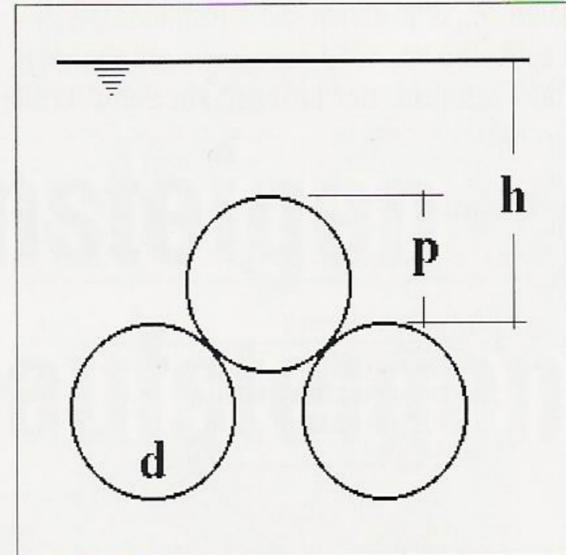


Bild 3: Relative Herausragung des Partikels aus der Sohle

Fig. 3: Protrusion of the particle from bed

Aus **Bild 2** (Dreieck ABC) erhält man durch die Anwendung einfacher Geometrie die folgende Beziehung für die hydrodynamische Kraft:

$$F_{h \min} = W \sin(\phi - \alpha) \quad (6)$$

Die Richtung der hydrodynamischen Kraft wird hier durch den Winkel β definiert (siehe **Bild 1**). Aus **Bild 2** (Winkel BCD) folgt

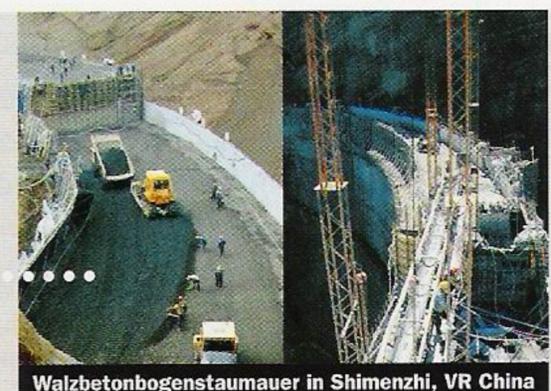
Tabelle 3: Überprüfung des Verhältnisses $F_L/F_D = \tan\phi$ [4]
Table 3: Checking of ratio $F_L/F_D = \tan\phi$ [4]

Autor	d [mm]	ϕ [°]	F_L/F_D (experimentell)	F_L/F_D (durch Formel)	Fehler %
Chepil (1961)	8	33	0,75	0,65	-13
Chen/Carstens (1973)	25,4	54,7	1,42	1,41	0
Jüpner (1993)	120	43*	1,00	0,93	-7

* eingeschätzt

Thermische Überwachung von Staumauern
Leckortung an Dämmen und Deichen

Temperaturüberwachung mittels faseroptischer Messtechnik in konventionellem Massenbeton und in Walzbeton +++ Bestimmung thermischer Materialparameter in situ und im Labor +++ Faseroptische Leckortung an Dichtungen in weltweit mehr als 20 Staudämmen +++ Leckortung an mehr als 500 km Dämmen und Deichen, sowie an mehr als 25 Schleusen und Wehren mittels Temperatursondierungen +++ Thermische Leckortung an Dichtwänden und in mehr als 100 Trogbaugruben



Walzbetonbogenstaumauer in Shimenzhi, VR China



auch, dass β gleich dem Ruhewinkel des Partikels ϕ ist. Auf dieser Basis erhalten wir das Verhältnis der Liftkraft zur Schubkraft F_L/F_D :

$$\frac{F_L}{F_D} = \tan \phi \quad (7)$$

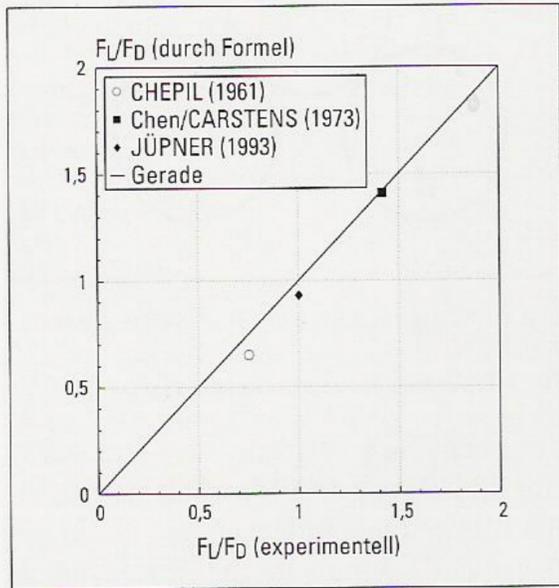


Bild 4: Vergleich zwischen den berechneten und experimentellen Werten des Verhältnisses F_L/F_D beim Bewegungsbeginn eines Partikels

Fig. 4: Comparison between the calculated value and the experimental value of ratio F_L/F_D at the beginning of movement

Mittels Gleichung (6) und Bild 2 erhalten wir außerdem folgende Beziehungen:

$$F_L = W \sin(\phi - \alpha) \sin \phi \quad (8)$$

und

$$F_D = W \sin(\phi - \alpha) \cos \phi \quad (9)$$

Diese letzte Formel kann ebenso durch Einsatz der Gleichung (7) in Gleichung (5) ermittelt werden.

Aus Bild 2 (Dreieck ABC) kann gleichfalls die Reaktionskraft R ermittelt werden:

$$R = W \cos(\phi - \alpha) \quad (10)$$

4.3 Bestätigung der Wirkung einer minimalen hydrodynamischen Kraft beim Bewegungsbeginn der Sedimente

Um die Hypothese der minimalen hydrodynamischen Kraft zu verifizieren, macht man sich die Werte des Verhältnisses F_L/F_D , die von einigen Forschern in etwa beim Bewegungsbeginn des Partikels gemessen wurden, zunutze. Diesbezüglich hat der Autor in der wissenschaftlichen Literatur nur die Werte F_L/F_D von 3 Forschern finden können (Tabelle 3).

Der Vergleich der Werte F_L/F_D beim Bewegungsbeginn mit den durch die Formel

$F_L/F_D = \tan \phi$ ermittelten Werte zeigt, dass die durch diese Formel ermittelten Werte den gemessenen Werten von F_L/F_D sehr nahe kommen (siehe Bild 4). Die durch diese Formel erhaltene gute Annäherung bestätigt die Gültigkeit einer minimalen hydrodynamischen Kraft beim Bewegungsbeginn des Partikels.

Da die Gültigkeit der vorgeschlagenen Hypothese bereits bestätigt wurde, sind die abgeleiteten Formeln für die hydrodynamische Kraft F_h , die Liftkraft F_L und die Schubkraft F_D ebenfalls gültig (Gleichungen (6) bis (10)).

5 Schlussfolgerung

Durch eine neue Methode, die auf dem Prinzip der Wirkung einer beim Bewegungsbeginn eines Sohlpartikels minimalen hydrodynamischen Kraft basiert, hat man eine Formel zur Berechnung des Verhältnisses der Liftkraft zur Schubkraft beim Bewegungsbeginn eines Sohlpartikel erhalten. Diese wichtige Beziehung lautet:

$$\frac{F_L}{F_D} = \tan \phi$$

Die Lift- und Schubkraft auf ein Sohlpartikel beim Bewegungsbeginn konnten auch explizit ermittelt werden. Diese Kräfte lauten:

$$F_L = W \sin(\phi - \alpha) \sin \phi$$

und

$$F_D = W \sin(\phi - \alpha) \cos \phi$$

Die durch Messdaten bestätigte gute Annäherung des Verhältnisses F_L/F_D beweist, dass die auf das Partikel beim Bewegungsbeginn wirkende hydrodynamische Kraft F_h für das Partikel selbst eine minimale Kraft ist.

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt den Herren Prof. Dr.-Ing. U. Drewes und Prof. Dr.-Ing. K. Römisch vom Leichtweiß-Institut für Wasserbau der TU Braunschweig für ihre stete Unterstützung bei der Entwicklung meiner Theorie.



Kunden-Service:
(06 11) 78 78 - 1 51

Literatur

- [1] Bagnold, R. A. (1957) The flow of cohesionless grains in fluids. Philosophical transactions of the Royal Society of London, Series A, Vol. 249, S. 235–297.
- [2] Bathurst, J. C.; Graf, W. H.; Cao, H. H. (1983) Initiation of sediment transport in steep channels with coarse bed material, in Mechanics of Sediment Transport, Euromech 156, 12–14 July, Istanbul, edited by Summer, B. and Müller, A., Balkema, Rotterdam, The Netherlands, S. 207–213.
- [3] Bathurst, J. C.; Graf, W. H.; Cao, H. H. (1987) Bed load discharge equations for steep mountain rivers, in: Sediment Transport in Gravel-bed Rivers, Edited by C. R. Thorne, J. C. Bathurst, R. D. Hey, John Wiley & Sons Ltd., S. 453–491.
- [4] Diaz-Onofre, O. (1998) Grenzgeschwindigkeit beim Bewegungsbeginn kohäsionsloser Sohlmaterialien nach dem Prinzip der minimalen hydrodynamischen Kraft, Dissertation, Leichtweiß-Institut für Wasserbau, TU Braunschweig.
- [5] Du Boys, M. P. (1879) Le Rhone et les Rivières a Lit affouillable. Mémoires et Documents, Annales des Ponts et Chaussées, Série 5, Tome XVIII, S. 141–195.
- [6] Dugas, R. (1955) A history of mechanics, Editions du Griffon, Neuchatel-Switzerland.
- [7] Graf, W. H. (1971) Hydraulics of Sediment Transport, New York/USA, Mc Graw-Hill.
- [8] Hassinger, R. (1991) Beitrag zur Hydraulik und Bemessung von Blocksteinrampen in flexibler Bauweise, Mitteilung des Instituts für Wasserbau, Universität Stuttgart, Heft 74.
- [9] Rubey, W. W. (1938) The force required to move particles on a stream bed, U.S. Geological Survey, Prof. Paper 189-E, S. 121–141.
- [10] Shields, A. (1936) Anwendung der Ähnlichkeitsmechanik und der Turbulenzforschung auf die Geschiebebewegung. Mitteilungen der Preußischen Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, Berlin. Heft 26.
- [11] White, C. M. (1940) The equilibrium of grains on the bed of a stream. Proc. of the Royal Society of London, Series A, Vol. 174, S. 322–338.
- [12] Whittaker, J.; Jäggi, M. (1986) Blockschwellen. Mitteilung Nr. 91 der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie an der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich.
- [13] Wiberg, P. L.; Smith, J. D. (1987) Calculations of the critical shear stress for motion of uniform and heterogeneous sediments. Water Resources Research, Vol. 23, No. 8, S. 1471–1480.
- [14] Zanke, U. (1996) Lösungen für das universelle Geschwindigkeitsverteilungsgesetz und die Shields-Kurve. Wasser und Boden, 48. Jahrg, Heft 9, S. 21–26.

Anschrift des Verfassers:

Dr.-Ing. Over Diaz-Onofre

Gertrudenstraße 13, 38102 Braunschweig

E-Mail: diaz_onofre@yahoo.com

Web-Adresse: <http://www.overdiaz.de.tf>

