Chap. 4 – DENOMBREMENT

Plan :

COURS CHAP. 4 – DENOMBREMENT :

1. ON CHERCHE À DÉTERMINER UN NOMBRE DE CAS POSSIBLES :

<u>1.1 Première situation :</u> *Quels sont les nombres de deux chiffres que l'on peut former sachant que ces deux chiffres sont inférieurs ou égaux à 4 ?*

Arbre

Dizaine : 1 2 3 4

Unité : 0 1 2 3 4 0 1 2 3 4 0 1 2 3 4 0 1 2 3 4

Nombre : 10 11 12 13 14 20 21 22 23 24 30 31 32 33 34 40 41 42 43 44

Il y a donc 20 nombres possibles

Tableau

dizaines / unités	1	2	3	4
0	10	20	30	40
1	11	21	31	41
2	12	22	32	42
3	13	23	33	43
4	14	24	34	44

Faire les exercices du livre p65: 8, p67: 15, puis les exercices en annexe: A, B, C, D, E, F, G

<u>1.2 Deuxième situation :</u> *Combien de nombres de 5 chiffres distincts peut-on former ?*

<u>Choix successifs</u>

Il y a 10 choix possibles pour le 1er chiffre, 9 pour le 2ème, 8 pour le 3ème, 7 pour le 4ème et 6 pour le 5ème.
Il y a donc en tout $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 30240$ nombres de 5 chiffres distincts.

Faire les exercices en annexe: H, I, J, K, L

<u>1.3 Dans un exercice, que choisir : arbre, tableau ou choix successifs ?</u>

- Le tableau prend moins de place que l'arbre mais il est limité a deux entrées alors que l'arbre peut avoir plus de deux niveaux
- Les choix successifs sont très rapides et peuvent être utilisés quand arbre et tableau prennent trop de place mais ils ne donnent que le nombre total de possibilités, ils ne les détaillent pas.

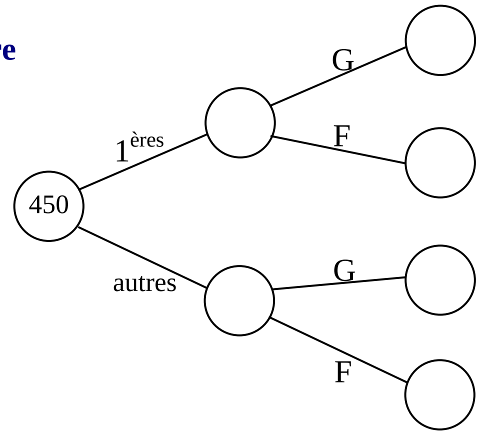
2 ON CHERCHE À DÉTERMINER UNE RÉPARTITION :

<u>2.1 Première situation :</u> *Dans un groupe de 450 élèves, 30% des élèves sont en première, 64% des élèves sont des filles et 75 filles sont en première*

Tableau

	filles	garçons	total
premières	75	60	135
autres classes	213	102	315
total	288	162	450

Arbre



30% des élèves sont en 1ère soit $\frac{450 \times 30}{100}$ = 135 élèves de 1ère

Le nombre d'élèves qui sont dans d'autres classes est 450 – 135 = 315

64% des élèves sont des filles soit (450*64)/100=288 filles

Le nombre de garçons de 1ère est 135 – 75 = 60
Le nombre de filles qui sont dans d'autres classes est 288 – 75 = 213
Le nombre total de garçons est 450 – 288 = 162
Le nombre de garçons qui sont dans d'autres classes est 162 – 60 = 102

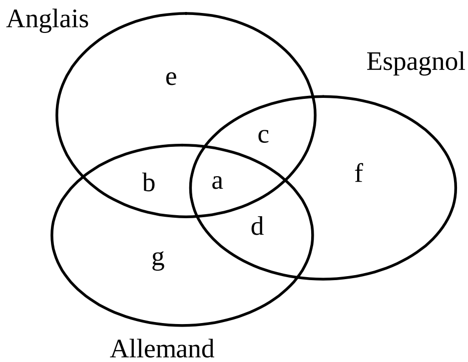
Remarque :

- Identifiez bien les différences entre cet arbre et celui du I)1) !
- La somme des nombres qui sont sur une même verticale est toujours : identique, ici 450.

Faire les exercices du livre p61-67: 1, 2, 5, 6, 10, 11, 13, 16

<u>2.2 Deuxième situation</u> *: Dans une classe, chaque élève étudie au moins l'une des 3 langues suivantes : Anglais, Allemand, Espagnol. Combien y a-t-il d'élèves en tout ?*

Combien y' a-t-il d'élèves dans la classe sachant que :	Traduction des hypothèses :
5 élèves étudient les 3 langues	a = 5
7 élèves étudient l'anglais et l'allemand	a + b = 7
8 élèves étudient l'anglais et l'espagnol	a + c = 8
9 élèves étudient l'allemand et l'espagnol	d = 9
En tout, 20 élèves font de l'anglais	e + c + b + a = 20
15 élèves font de l'allemand	b + a + d + g = 15
18 élèves font de l'espagnol	c + a + d + f = 18



Par hypothèses :

a = 5 et a + b = 7 donc b= 7 – 5 = 2
a + c = 8 donc c = 8 – 5 = 3
a + d =9 donc d = 9 – 5 =4

a + b + c + e = 20 donc e = 20 – 5 – 2 – 3 = 10
a + b + d + g = 15 donc g = 15 – 5 – 2 – 4 = 4
a + c + d + f = 18 donc f = 18 – 5 – 3 – 4 = 6

Bilan: a + b + c + d + e + f + g = 34 Il y a donc en tout 34 élèves.

2.3 Dans un exercice, que choisir : arbre, tableau ou diagramme ?

- Entre arbre et tableau, cf 1 à ceci près qu'ici, le tableau a une ligne total qui est parfois bien utile.
- Le diagramme est aussi général que l'arbre mais souvent plus facile à manipuler.

Faire les exercices en annexe: M, N, O, P

ANNEXE 1: EXERCICES SUR LES DENOMBREMENTS

A) Un sac contient trois jetons indiscernables au toucher : un vert, un noir et un rouge.

1) On tire successivement deux jetons du sac de la façon suivante : après avoir tiré un jeton et noté sa couleur, on remet le jeton tiré dans le sac, on tire un second jeton et on note sa couleur.
   Dénombrer tous les résultats possibles à l'issue de ce tirage.
2) On recommence ensuite sans remettre le premier jeton dans le sac : Dénombrer tous les résultats possibles à l'issue de ce nouveau tirage.

Correction

1)

1er tirage	**2eme tirage**
V	V
	N
	R
N	V
	N
	R
R	V
	N
	R

9 résultats possibles

2)

1er tirage	**2eme tirage**
V	N
	R
N	V
	R
R	V
	N

6 résultats possibles

B) On dispose de deux dés, l'un noir (N) dont trois faces portent 1 point, deux faces portent 3 points et une face porte 5 points ; et l'autre rouge (R) dont deux faces portent 2 points, deux faces portent 4 points et deux faces portent 6 points.
On lance simultanément les deux dés et on s'intéresse à la somme S des points marqués sur la face supérieure.
1) A l'aide d'un tableau, déterminer les valeurs possibles distinctes de S.
2) De combien de façon différentes peut-on obtenir une valeur de S comprise entre 4 et 10 ?

Correction
1)

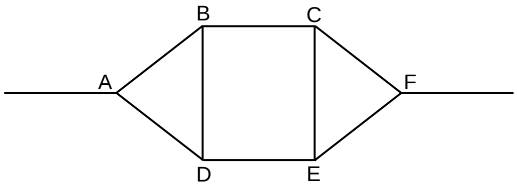
face	1	3	5
2	*3*	*5*	*7*
4	*5*	*7*	*9*
6	*7*	*9*	*11*

Tableau des sommes possibles entre les deux des

Valeurs possibles 3, 5, 7, 9, 11

2)
Il y a 7 façons différentes d'obtenir les nombres 5, 7 et 9.

C) Combien y a-t-il de chemins menant de A à F sans passer deux fois par le même point ?



Correction

<table>
<tr><td rowspan="8">A</td><td rowspan="4">B</td><td rowspan="2">D</td><td rowspan="2">E</td><td>C</td><td rowspan="8">F</td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">C</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>E</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">D</td><td rowspan="2">B</td><td rowspan="2">C</td><td></td></tr>
<tr><td>E</td></tr>
<tr><td rowspan="2">E</td><td>C</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

Il y a 8 chemins possibles

D) Un domino est formé de deux parties portant chacune un nombre de points allant de 0 à 6.
Combien y a-t-il au plus de pièces distinctes dans un jeu de dominos?
Correction

<table>
<tr><td rowspan="7">0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td></tr>
<tr><td>4</td></tr>
<tr><td>5</td></tr>
<tr><td>6</td></tr>
</table>

1	1
	2
	3
	4
	5
	6
2	2
	3
	4
	5
	6
3	3
	4
	5
	6
4	4
	5
	6
5	5
	6
6	6

Il y a 7+6+5+4+3+2+1=28 pièces distinctes dans un jeu de dominos

---

E) Une agence de voyage propose un circuit des églises romanes d'Auvergne comprenant : Saint-Nectaire, Notre-Dame-du-Port à Clermont-Ferrand, Saint-Saturnin et Orcival. On appelle N, C, S et O ces quatre sites. Pour définir un circuit, on suppose que chaque site est visité, mais ne l'est qu'une fois. On tient aussi compte de l'ordre des visites. Par exemple : N, C, S, O est différent de C, O, S, N.

1) Combien y a-t-il de circuits différents ?
2) Combien y a-t-il de circuits commençant par Orcival ?
3) Combien y a-t-il de circuits où les visites de Saint-Nectaire et d'Orcival ne se suivent pas immédiatement ?

Correction

				3)
N	C	S	O	X
		O	S	X
	S	C	O	X
		O	C	X
	O	C	S	
		S	C	
C	N	S	O	X
		O	S	
	S	N	O	
		O	N	
	O	N	S	
		S	N	X

<table>
<tr><td rowspan="6">S</td><td rowspan="2">C</td><td>O</td><td>N</td><td></td></tr>
<tr><td>N</td><td>O</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">O</td><td>C</td><td>N</td><td>X</td></tr>
<tr><td>N</td><td>C</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">N</td><td>C</td><td>O</td><td>x</td></tr>
<tr><td>O</td><td>C</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="6">O</td><td rowspan="2">N</td><td>C</td><td>S</td><td></td></tr>
<tr><td>S</td><td>C</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">C</td><td>N</td><td>S</td><td>X</td></tr>
<tr><td>S</td><td>N</td><td>X</td></tr>
<tr><td rowspan="2">S</td><td>N</td><td>C</td><td>X</td></tr>
<tr><td>C</td><td>N</td><td>X</td></tr>
</table>

1) 4*6=24 circuits différents

2) 6 circuits commencent par Orcival

3) on compte 12 circuits ou N ne touche pas O

F) On considère les quatre lettres du mot ELLE. A l'aide d'un arbre, dénombrer les anagrammes distinctes de ce mot.

Correction

<table>
<tr><td rowspan="3">E</td><td rowspan="2">L</td><td>L</td><td>E</td></tr>
<tr><td>E</td><td>L</td></tr>
<tr><td>E</td><td>L</td><td>L</td></tr>
<tr><td rowspan="3">L</td><td rowspan="2">E</td><td>L</td><td>E</td></tr>
<tr><td>E</td><td>L</td></tr>
<tr><td>L</td><td>E</td><td>E</td></tr>
</table>

Il y a 6 anagrammes.

G) Soit le nombre 1234. En permutant au hasard les quatre chiffres de ce nombre, on en obtient un autre. On dit qu'il y a coïncidence chaque fois qu'un chiffre retrouve sa place initiale. Ainsi, par exemple, si on compose le nombre 4213, il y a une coïncidence car le 2 est à sa place ; et dans 1324, il y en a deux.

1) Dressez l'arbre décrivant toutes les possibilités pour ranger les quatre chiffres et dénombrez les.
2) Combien existe-t-il de nombres présentant exactement trois coïncidences ?
3) Combien existe-t-il de nombres présentant exactement deux coïncidences ?
4) Quels sont les nombres présentant exactement une coïncidence ?
5) Quels sont les nombres ne présentant aucune coïncidence ?

Correction

<table>
<tr><td rowspan="6">1</td><td rowspan="2">2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>4</td><td>3</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>4</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>3</td><td>2</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="6">2</td><td rowspan="2">1</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>4</td><td>3</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td>1</td><td>4</td></tr>
<tr><td>4</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4</td><td>1</td><td>3</td></tr>
<tr><td>3</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="6">3</td><td rowspan="2">1</td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>4</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>1</td><td>4</td></tr>
<tr><td>4</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>2</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="6">4</td><td rowspan="2">1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>3</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>1</td><td>3</td></tr>
<tr><td>3</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>2</td><td>1</td></tr>
</table>

2) 0

3) 6

4) 1342, 1423, 2431, 3124, 3242, 4132, 4213.

5) 2143, 2314, 2341, 3142, 3412, 3421, 3421, 4123, 4312, 4321

H) Un joueur dispose d'un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et de quatre cartes : une de cœur, une de trèfle, une de pique et une de carreau. Le jeu consiste à lancer le dé, puis à tirer une carte au hasard. Chaque résultat du jeu sera inscrit sous la forme d'un couple. Par exemple, le couple (2 ; trèfle) représente le résultat « obtenir 2 avec le dé, puis tirer la carte trèfle »

Combien y a-t-il de possibilités :

1) d'obtenir un nombre impair ?
2) de tirer un trèfle ?
3) d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 3 puis de tirer la carte cœur ?
4) d'obtenir un nombre multiple de 2 et de tirer la carte cœur ou la carte carreau ?

Correction

1	♥
	♣
	♠
	♦
2	♥
	♣
	♠
	♦
3	♥
	♣
	♠
	♦
4	♥
	♣
	♠
	♦
5	♥
	♣
	♠
	♦
6	♥
	♣
	♠
	♦

1) 3*4=12
2) 6
3) 4
4) 6

I) Combien peut-il y avoir au plus de numéros de téléphone fixe en France avec notre système de numérotation à dix chiffres ?

Correction

Position du chiffre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de possibilités	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

$10*10*10*10*10*10*10*10*10*10=10^{10}=10*10^{9}$ milliards

J) Dix chevaux sont au départ du tiercé

1) De combien de façon peut-on jouer le tiercé au hasard ?
2) Pour un tiercé gagnant (dans l'ordre), combien y en a-t-il dans le désordre ?

Correction

1) 10*9*8=720
2) Par exemple pour la combinaison 1 2 3 dans l'ordre, il y a 5 combinaisons dans le désordre :

1	**2**	**3**
	3	2
2	1	3
	3	1
3	1	2
	2	1

K) Pour se rendre à son travail, un automobiliste traverse successivement quatre carrefours avec feux. Chaque feu peut être rouge (R), orange (O) ou vert (V). On appelle trajet de l'automobiliste un ensemble ordonné de quatre lettres choisies parmi R, O et V : par exemple, RRVO.

1) Combien existe-t-il de trajets possibles ?
2) Combien y a-t-il de trajets pour lesquels les deux premiers feux sont rouges ?
3) L'automobiliste s'arrête si un feu est rouge ou orange. Combien y a-t-il de trajets pour lesquels il s'arrête au moins une fois ?

Correction

1) $3^4=81$ trajets possibles
2) 9
3) Il est plus rapide de répondre tout d'abord à la question complémentaire c'est-à-dire, combien y a-t-il de trajets pour lesquels il ne s'arrête jamais ?

Pour cela il doit avoir tout les feux verts : il n'y a qu'une possibilité sur 81.

La réponse a la question initial est 81-1=80

R	R	R	R
			O
			V
		O	R
			O
			V
		V	R
			O
			V
	O	R	R
			O
			V
		O	R
			O
			V
		V	R
			O
			V
	V	R	R
			O
			V
		O	R
			O
			V
		V	R
			O
			V
O	R	R	R
			O
			V
		O	R
			O
			V
		V	R
			O
			V
	O	R	R
			O
			V
		O	R
			O
			V
		V	R
			O
			V
	V	R	R
			O
			V
		O	R
			O
			V
		V	R
			O
			V
V	R	R	R
			O
			V
		O	R
			O
			V
		V	R
			O
			V
	O	R	R
			O
			V
		O	R
			O
			V
		V	R
			O
			V
	V	R	R
			O
			V
		O	R
			O
			V

		V	R
			O
			V

L) On dispose de trois couleurs : rose, gris et violet pour colorier quatre ronds mis en ligne, côte à côte

1) Dénombrer tous les coloriages possibles.
2) Dénombrer tous les coloriages avec deux ronds roses exactement.

<u>Correction</u>

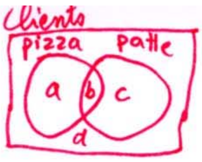
1) $3^4=81$ coloriages possibles dans le tableau ci-dessous R : rose G : gris V : violet
2) 24 (notes dans la dernière colonne du tableau)

R	R	R	R	
			G	
			V	
		G	R	
			G	X
			V	X
		V	R	
			G	X
			V	X
	G	R	R	
			G	X
			V	X
		G	R	X
			G	
			V	
		V	R	X
			G	
			V	
	V	R	R	
			G	X
			V	X
		G	R	X
			G	
			V	
		V	R	X
			G	
			V	
G	R	R	R	
			G	X
			V	X
		G	R	X
			G	
			V	
		V	R	X
			G	
			V	
	G	R	R	X
			G	
			V	
		G	R	
			G	
			V	
		V	R	
			G	
			V	
	V	R	R	X
			G	
			V	
		G	R	
			G	
			V	
		V	R	
			G	
			V	
V	R	R	R	
			G	X
			V	X
		G	R	X
			G	
			V	
		V	R	X
			G	
			V	
	G	R	R	X
			G	
			V	

			R	
		G	G	
			V	
			R	
		V	G	
			V	
			R	X
		R	G	
			V	
			R	
	V	G	G	
			V	
			R	
		V	G	
			V	

M) Chez « Italo », une pizzeria renommée, trente clients sont présents. Ils commandent en tout 12 pizzas et 7 plats de pâtes à la bolognaise. Quatre personnes ont commandé à la fois une pizza et des pâtes à la bolognaise. Aucun client n'a commandé plusieurs pizzas ou plusieurs pâtes à la bolognaise.
Combien de client n'ont commandé ni pizza, ni pâtes à la bolognaise ?
Correction

M)



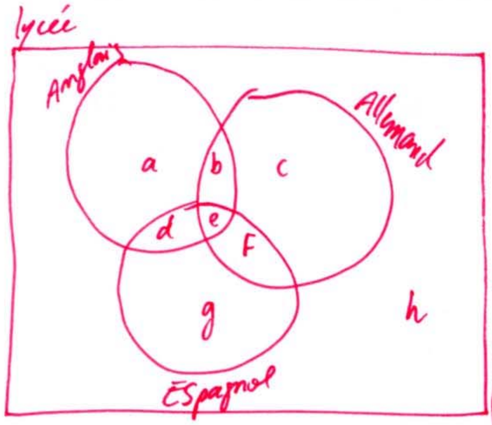
hypothèses

$$\begin{cases} a+b+c+d=30 \\ b=4 \\ a+b=12 \\ b+c=7 \end{cases} \qquad \begin{cases} b=4 \\ a=12-4=8 \\ c=7-4=3 \\ d=30-8-4-3=15 \end{cases}$$

15 clients ont jeunés.

N) Parmi les 1000 élèves d'un lycée, 720 suivent les cours d'anglais, 500 les cours d'allemand, 250 les cours d'espagnol. De plus, parmi ceux qui font de l'anglais, 340 suivent aussi les cours d'allemand et 140 les cours d'espagnol. Parmi ceux qui font de l'espagnol, 130 font aussi de l'allemand. Enfin 40 apprennent les trois langues.
Indiquer le nombre d'élèves n'apprenant :
1) que l'anglais,
2) que l'allemand,
3) que l'espagnol,
4) aucune de ces trois langues
Correction

N)



hypothèses

$$\begin{cases} a+b+c+d+e+f+g+h=1000 \\ a+b+e+d=720 \\ b+c+e+f=500 \\ d+e+f+g=250 \\ b+e=340 \\ d+e=140 \\ e+f=130 \\ e=40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} e=40 \\ f=130-e=130-40=90 \\ b=340-e=340-40=300 \\ d=140-e=140-40=100 \\ g=250-d-e-f=250-100-40-90=20 \\ a=720-b-e-d=720-300-40-100=280 \\ c=500-b-e-f=500-300-40-90=70 \\ h=1000-a-b-c-d-e-f=1000-40-300-70-100-40-90=100 \end{cases}$$

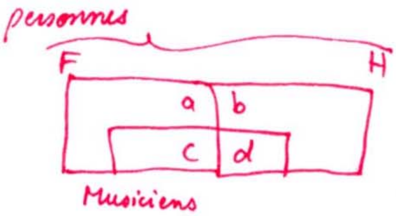
O) Une enquête est faite auprès de la population étudiante d'un campus. On note F la population féminine, H la population masculine et M l'ensemble des étudiants garçons et filles sachant jouer d'un instrument de musique. L'enquête révèle que sur 100 personnes du campus interrogées :

• F a un effectif de 48 étudiants ;
• M a un effectif de 40 étudiants ;
• il y a, dans le groupe M, 18 étudiants du groupe F.

1) Combien d'étudiants du groupe H savent jouer d'un instrument de musique ?
2) Combien d'étudiants ne savent jouer d'aucun instrument ?

Correction

O)



hypothèses

$$\begin{cases} a+b+c+d=100 \\ a+c=48 \\ c+d=40 \\ c=18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c=18 \\ a=48-18=30 \\ d=40-18=22 \\ b=100-30-18-22=30 \end{cases}$$

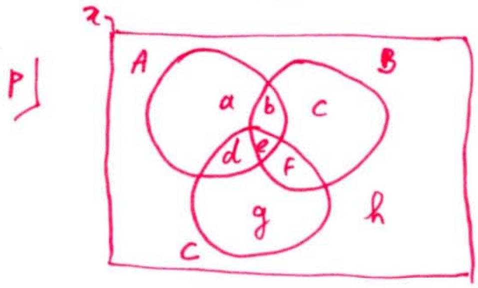
1) 22 étudiants
2) $a+b=60$ non musiciens

P) Un sondage demandé par trois magasins A, B et C a donné les résultats qui suivent :

Sur le groupe de personnes interrogées, 40 se servent au magasin A, 45 au B, 50 au C. Parmi celles-ci, 15 achètent dans les deux magasins A et B, 15 dans les magasins A et C, 10 dans les magasins B et C. Enfin, 5 d'entre elles se servent dans les trois magasins et 8 dans aucun de ces magasins.

1) Parmi les personnes interrogées, quel est le pourcentage de celles qui ne fréquentent qu'un seul magasin ?
2) Quel est le pourcentage de celles qui fréquentent au moins deux magasins différents ?

Correction



$$\begin{cases} a+b+e+d=40 \\ b+c+e+f=45 \\ d+e+f+g=50 \\ b+e=15 \\ d+e=15 \\ e+f=10 \\ e=5 \\ h=8 \\ a+b+c+d+e+f+g+h=x \end{cases}$$

$$\begin{cases} e=5 \\ h=8 \\ b=15-5=10 \\ d=15-5=10 \\ f=10-5=5 \\ c=45-10-5-5=25 \\ a=40-10-5-10=15 \\ g=50-5-5-10=30 \\ x=15+10+25+10+5+5+30+8=108 \end{cases}$$

1) $\dfrac{a+c+g}{x}\times 100 = \dfrac{40+25+30}{108}\times 100 = \dfrac{95}{108}\times 100 \simeq 88\%$

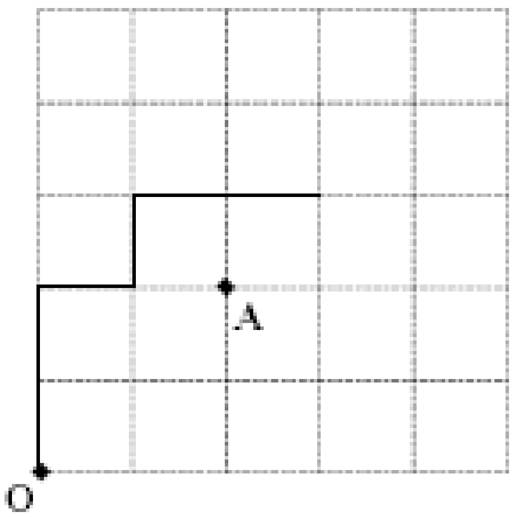
2) $\dfrac{b+e+d+f}{x}\times 100 = \dfrac{10+5+10+5}{108}\times 100 = \dfrac{30}{108}\times 100 \simeq 28\%$

Nom : ……………..…………………………..…………..Prénom : …………………… **LFKL 1ere L**

<table>
<tr><td colspan="2">Note :
…………… / 20</td><td>Appréciation :</td><td>Signature d'un parent :</td></tr>
<tr><td>11 janvier 2006</td><td>Temps de préparation 4 semaines</td><td colspan="2">Devoir a la Maison n°4</td></tr>
</table>

ANNEXE 2: DEVOIR A LA MAISON SUR LES DENOMBREMENTS (DM4)

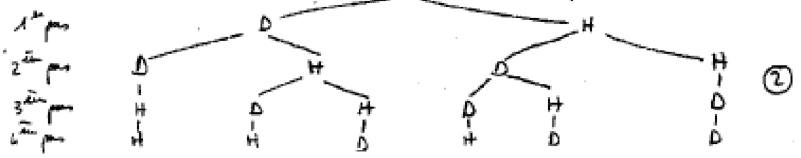
I) On se déplace sur le quadrillage ci-contre.
Chaque chemin part de O et est constitué uniquement de "pas" vers la droite notés D ou de "pas" vers le haut notés H.
Par exemple HHHDHDD permet de coder un chemin de 7 "pas" et le chemin HHDHDD de 6 "pas" est représenté sur le dessin.
1) Combien y a-t-il de chemins de 4 "pas" ?
2) Combien y a-t-il de chemins de 5 "pas" passant par A ?
3) Combien y a-t-il de chemins de 6 "pas" passant par A composés en tout de 4 H et 2 D ? (peu importe l'ordre)



Correction :

I 1) A chaque pas, il y a deux possibilités : D ou H. Il y a donc 2 possibilités pour le 1er pas, 2 pour le 2d, 2 pour le 3ème et 2 pour le 4ème soit : $2\times2\times2\times2 = \boxed{16 \text{ chemins de 4 pas possibles}}$ 2

2) Pour passer par A, il faut que dans les 4 premiers pas il y ait 2 D et 2 H. Faisons donc un arbre :



Il y a donc 6 façons d'arriver en A !
Comme pour le 5ème pas, il y a 2 possibilités (D et H), il y a donc 6×2 c'est-à-dire $\boxed{\text{12 chemins}}$ de 5 pas passant par A 2

3) Pour arriver en A, il a fallu 2D et 2H, donc après A, il reste 2H : il n'y a donc qu'une seule possibilité pour le 5ème pas et une seule pour le 6ème. Il y a donc 6×1×1 c'est-à-dire $\boxed{\text{6 chemins}}$ de 6 pas passant par A composés au total de 4H et 2D. 2

II) Dans un hypermarché, on distribue au hasard 10000 billets numérotés de 0000, 0001 à 9999.
Tout billet terminé par 5 gagne un bon d'achat de 100 €
Tout billet commençant par 77 gagne un bon d'achat de 1 000 €
Tout billet ayant quatre chiffres identiques gagne un bon d'achat de 5 000 €
Déterminer le nombre de billets rapportant exactement :
6100 € ? 6000 € ? 5100 € ? 1100 € ? 5000 € ? 1000 € ? 100 € ? (faire un diagramme).

Correction

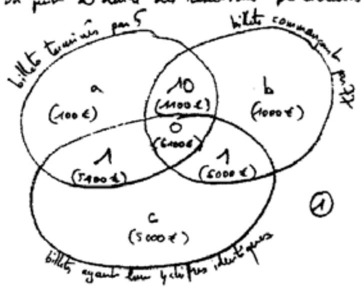
III. billets = 6100 € : aucun billet ne peut commencer par 77, terminer par 5 et avoir ses 4 chiffres identiques !!
$\boxed{\text{Il n'y a donc aucun billet = 6100 €}}$ 1

billets = 6000 € : Il n'y a qu'un seul billet possible commençant par 77 et ayant ses 4 chiffres identiques : il s'agit du billet 7777
$\boxed{\text{Il n'y a qu'un billet = 6000 €}}$ 1

billets = 5100 € : Il n'y a qu'un seul billet possible terminant par 5 et ayant ses 4 chiffres identiques : il s'agit du billet 5555
$\boxed{\text{Il n'y a qu'un billet = 5100 €}}$ 1

billets = 1100 € : Ce sont les billets commençant par 77 et terminant par 5 :
Il y a 1 choix pour le 1er chiffre, 1 pour le 2d, 10 pour le 3ème, 1 pour le 4ème
$1 \times 1 \times 10 \times 1 = 10$
$\boxed{\text{Il y a donc 10 billets = 1100 €}}$ 1

On peut déduire des résultats précédents le diagramme ci-dessous :



billets = 100 €
Déterminons le nombre de possibilités pour qu'un billet soit terminé par 5 :
Il y a 10 choix pour le 1er chiffre, 10 pour le 2d, 10 pour le 3ème, 1 pour le 4ème
On a donc $a + 10 + 1 + 0 = 10 \times 10 \times 10 \times 1$ donc $a = 1000 - 11 = 989$
$\boxed{\text{Il y a donc 989 billets = 100 €}}$ 1

billets = 1000 €
Déterminons le nombre de possibilités pour qu'un billet commence par 77 :
Il y a 1 choix pour le 1er chiffre, 1 pour le 2d, 10 pour le 3ème, 10 pour le 4ème
On a donc $b + 10 + 1 + 0 = 1 \times 1 \times 10 \times 10$ donc $b = 100 - 11 = 89$
$\boxed{\text{Il y a donc 89 billets = 1000 €}}$ 1

billet = 5000 €
Ce sont les billets : 0000 ; 1111 ; 2222 ; 3333 ; 4444 ; 6666 ; 8888 ; 9999
$\boxed{\text{Il y a donc 8 billets = 5000 €}}$ 1

III) La valeur de revente d'un certain matériel baisse chaque année de 15% par rapport à l'année précédente. Son prix d'achat neuf était 120 000 F.
1) Quelle est sa valeur de revente après 1 an d'utilisation ? Après 5 ans ? Après 10 ans ?
2) Au bout de combien d'années la valeur de revente de ce matériel sera-t-elle inférieure à 30 000 F ?

Correction

I) 1) Appelons V_n la valeur de revente de ce matériel après n années : $V_n = 120\,000\left(1 - \frac{15}{100}\right)^n = 120000 \times 0{,}85^n$ 1
donc $V_1 = 120000 \times 0{,}85 = \boxed{102\,000\ F}$ 1 $V_5 = 120000 \times 0{,}85^5 \approx \boxed{53245\ F}$ 1 $V_{10} = 120000 \times 0{,}85^{10} \approx \boxed{23625\ F}$ 1

2) On remarque que $V_8 \approx 32639\ F$ et $V_9 \approx 27794\ F$. C'est donc pendant la 9ème année que la valeur de revente passera en dessous de la barre des 30000F 2

IV) Voici une feuille de remboursement suite à la consultation d'un pédiatre.
Pour toute dépense (consultation d'un médecin, médicament…) la sécurité sociale a défini une "base de remboursement" qui est le prix "normal" selon elle de cette consultation ou de ce remboursement. Dans la pratique, les consultations de médecins sont souvent plus chères que cette base de remboursement. Mais attention, la sécurité sociale ne rembourse pas totalement la somme correspondant à la base remboursement, elle n'en prend en charge qu'une partie. C'est la raison pour laquelle la plupart des gens souscrivent à une mutuelle dont les remboursements viennent compléter ceux de la sécurité sociale.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	SOIN				SECURITE SOCIALE		MUTUELLE		BILAN DU REMBOURSEMENT	
2	Intitulé	Date	Dépense (F)	Base de remboursement (F)	Taux (%)	Remboursement (F)	Taux (%)	Remboursement (F)	Somme remboursée : sécu+mutuel	Somme non remboursée (F)
3	Consultation spécialiste	17-mars	260,00	150,00	70	105,00	30	45,00	150,00	110,00
4	Pharmacie1	17-mars	157,20	157,20		102,18	35			
5	Pharmacie2	17-mars	82,70	60,00	60				54,00	
6	TOTAL									

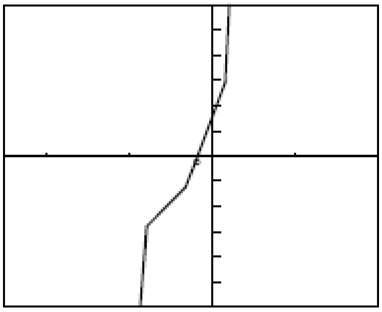
Remplir toutes les cellules vides (non grisées), non pas avec le résultat, mais avec la formule Excel qu'il faudrait mettre pour calculer ce résultat (par ex : =A3*B4…)

Correction

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	SOIN				SECURITE SOCIALE		MUTUELLE		BILAN DU REMBOURSEMENT	
2	Intitulé	Date	Dépense (F)	Base de remboursement (F)	Taux (%)	Remboursement (F)	Taux (%)	Remboursement (F)	Somme remboursée : sécu+mutuel	Somme non remboursée (F)
3	Consultation spécialiste	17-mars	260,00	150,00	70	105,00	30	45,00	150,00	110,00
4	Pharmacie1	17-mars	157,20	157,20	$=\frac{F4\times 100}{D4}$	102,18	35	$= D4 \times \frac{G4}{100}$	= F4+H4	= C4−I4
5	Pharmacie2	17-mars	82,70	60,00	60	$= D5 \times \frac{E5}{100}$	$=\frac{H5\times 100}{D5}$	= I5−F5	54,00	= C5−J5
6	TOTAL		=C3+C4+C5			=F3+F4+F5		=H3+H4+H5	=I3+I4+I5	=J3+J4+J5

6,5

V) Pour avoir une idée des variations de la fonction *f* définie par :
$x \mapsto 32x^3 + 36x^2 + 12x$, un élève utilise d'abord un logiciel permettant de tracer des courbes représentatives de fonction et obtient le tracé donné ci-dessous :



1) A la vue du graphique, il en conclut que la fonction est probablement croissante sur l'intervalle [-1 ; 1] Calculer *f* (0) et expliquer pourquoi il est sûr que le tracé n'a pas été demandé avec suffisamment de soin et est trop approximatif.
2) Pour "explorer" un peu plus la situation, l'élève établit le tableau ci-dessous : (à compléter)

x	-1	-0,75	-0,5	-0,25	0	0,25	0,5	0,75	1
f(x)									

3) Peut-on en conclure que la fonction est croissante sur l'intervalle [-1 ; 1] ?
Correction

1) $f(0) = 32 \times 0^3 + 36 \times 0^2 + 12 \times 0 = 0$. Or le graphique ne passe pas du tout par le point de coordonnées $(0,0)$ donc le tracé est trop approximatif. 1

2)

x	-1	$-0,75$	$-0,5$	$-0,25$	0	$0,25$	$0,5$	$0,75$	1
$f(x)$	-8	$-2,25$	-1	$-1,25$	0	$5,75$	19	$42,75$	80

2,5

3) On remarque que $-0,5 < -0,25$ mais que $f(-0,5) > f(-0,25)$ donc f ne peut être toujours croissante sur $[-1 ; 1]$ 2

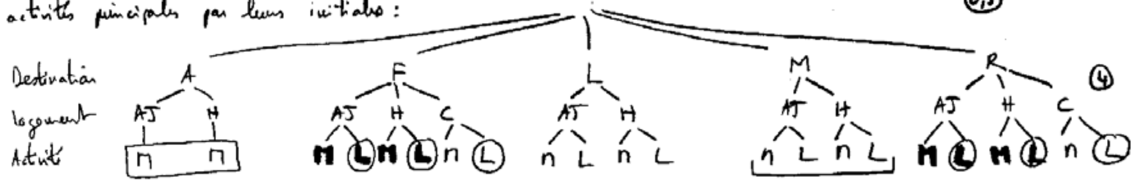
Nom : ……………..……………………..…………..Prénom : ……………………		**LFKL 1ere L**
Note : …………. / **20**	Appréciation :	Signature d'un parent :
18 janvier 2006	Temps de rédaction 1h30	**Maths Devoir Surveillé n°2**

ANNEXE 3: DEVOIR SURVEILLE SUR LES DENOMBREMENTS (DS2)

I) (sur 6 points) Pierre, qui désire passer une semaine dans une ville européenne, consulte un catalogue de voyages. 5 destinations sont proposées : Athènes, Florence, Londres, Madrid et Rome.
Pour chacune de ces destinations, on peut être hébergé dans une auberge de jeunesse ou dans un hôtel. Dans le cas de l'Italie, on peut également choisir de loger dans un couvent.
2 activités principales peuvent être retenues : la découverte des musées de la ville ou le perfectionnement dans la langue officielle du pays (sauf à Athènes ou seule la découverte des musées est possible).
Une « Formule de voyage » est déterminée par le choix d'une destination, d'un mode d'hébergement et d'une activité principale.
1) Quel est le nombre total de formules offertes ?
2) Quel est le nombre de formules offertes à Pierre s'il choisit de :
    a) se rendre à Madrid ;
    b) visiter les musées d'Athènes ;
    c) se perfectionner en italien ;
    d) se rendre en Italie, mais pas dans un couvent.

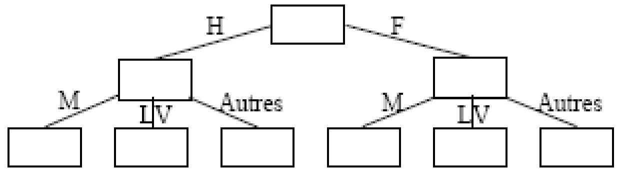
Correction :

I) Faisons un arbre pour représenter l'ensemble des formules possibles. On codera les destinations, types de logement et activités principales par leurs initiales : 0,5

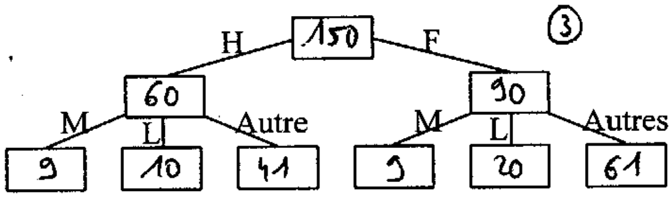


1) Grâce à l'arbre ci-dessus, on dénombre 22 formules possibles. 1,5
2) On a souligné les formules permettant de se rendre à Madrid : Il y en a 4. 1,5
On a encadré les formules permettant de visiter les musées d'Athènes : Il y en a 2. 1,5
On a entouré les formules permettant se perfectionner en italien : Il y en a 6. 1,5
On a écrit en gras les formules permettant de se rendre en Italie, mais pas dans un couvent : Il y en a 8. 1,5

II) (sur 3 points) Au lycée Vian, il y a 150 enseignants : 60% sont des femmes, 12% sont professeurs de mathématiques, 20% sont professeurs de langues. Un professeur de Maths sur deux est un homme, et un tiers des professeurs de langues sont des hommes.
Compléter l'arbre ci-contre par les effectifs (Justifier vos calculs !)



Correction :

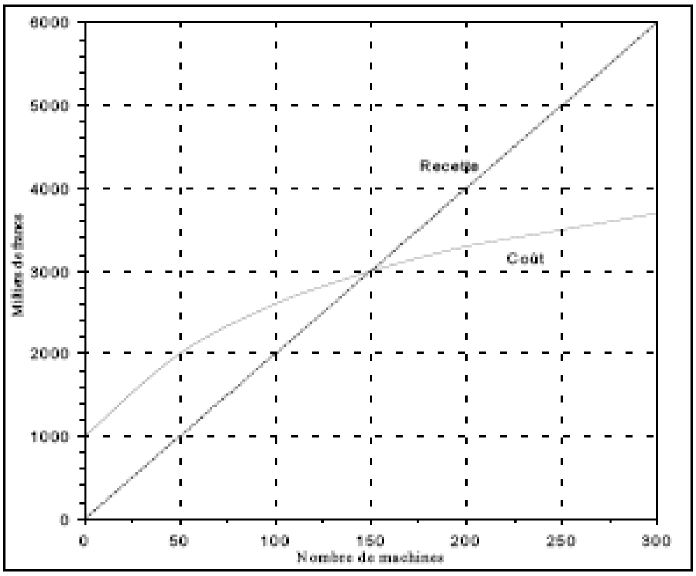


III) **(sur 3 points)** Une entreprise construit et vend sur commande un certain nombre de machines. On a tracé ci-contre les représentations graphiques du coût de fabrication C et
de la recette R, exprimés en milliers de francs, en fonction du nombre de machines construites. Tous les résultats seront obtenus par lecture graphique.

1) On suppose que l'entreprise construit 100 machines. Quel est le coût de la fabrication ? Quelle est la recette ? Est-ce rentable pour l'entreprise ? (Justifier)

2) Combien de machines l'entreprise doit-elle construire pour équilibrer ses comptes ? Et pour réaliser un bénéfice de 2 000 000 F ?

3) Déterminer le bénéfice réalisé par l'entreprise lorsqu'elle construit 250 machines.



Correction :

III) 1) Sur la courbe C, le point d'abscisse 100 a pour ordonnée environ 2600 donc pour 100 machines, le coût de fabrication est d'environ $\boxed{2600\ 000\ F}$. De même en utilisant la courbe R, on voit que la recette est $\boxed{2000\ 000\ F}$ 2
la recette étant inférieure au coût de fabrication, il n'est pas rentable pour l'entreprise de produire 100 machines.

2) Pour équilibrer les comptes, la recette doit être égale au coût de fabrication. On cherche donc l'abscisse du point d'intersection des deux courbes : il faut produire $\boxed{150 \text{ machines}}$ 1,5
Pour réaliser un bénéfice de 2000 milliers de F, il faut que la courbe des recettes soit 2000 unités au dessus de celle des coûts. Il faut donc produire environ $\boxed{280 \text{ machines}}$ 1,5

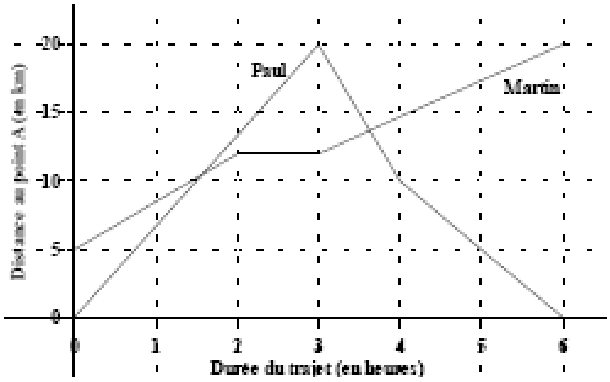
3) Si l'entreprise construit 250 machines, la recette est de 5000 000 F et le coût d'environ 3500 000 soit un bénéfice d'environ $\boxed{1500\ 000\ F}$ 1

IV) **(sur 4 points)** Martin et Paul se déplacent sur une route rectiligne reliant deux points A et B. La distance de A à B est 20 km. On a indiqué ci contre leur distance à A.

1) L'un des deux personnages se déplace à pied, l'autre à bicyclette. Les identifier.

2) Préciser les lieux de départ de Paul et de Martin et le nombre de kilomètres

parcourus par chacun d'eux au bout de 6 heures.



3) Au bout de combien de temps environ Paul dépasse-t-il Martin ?
4) On considère que la vitesse de Paul est constante pendant les trois premières heures de son trajet. Quelle est-elle ? En faisant la même hypothèse (vitesse uniforme), déterminer les vitesses avec lesquelles il progresse pendant la quatrième heure puis pendant les deux dernières heures de son trajet.

Correction :

I 1) La courbe représentant les déplacements de Martin a une pente plus faible, c'est donc lui qui va le moins vite.
Donc Martin est à pied et Paul en vélo. (2)
2) Paul est parti de A et a fait un aller-retour complet soit $\boxed{40 \text{ km}}$ (1)
Martin est parti à 5 km de A pour arriver en B soit $\boxed{15 \text{ km}}$ (1)
3) L'abscisse de la 1ère intersection entre les deux courbes est un peu plus de 1,5. Donc Paul dépasse Martin un peu après $\boxed{1^h30}$ du départ. (1)
4) Pendant les 3 premières heures, Paul a fait 20 km soit une moyenne de $20/3 \approx$ 6,7 km/h
Pendant l'heure suivante, —— 10 km —— $10/1 =$ 10 km/h
Pendant les 2 dernières heures, —— 10 km —— $10/2 =$ 5 km/h (3)

V) **(sur 4 points)** Chaque pièce d'un jeu de domino est faite, non pas d'une combinaison de deux chiffres, mais d'une combinaison de deux lettres. "AC" et "KK" sont deux exemples de dominos possibles.
1) Combien peut-il y avoir de pièces différentes dans ce jeu ?
2) Un de vos amis a un jeu de dominos du même genre mais fait avec des lettres de l'alphabet Khatoy sur la planète Naboo. Sachant que ce jeu a 171 pièces différentes, combien y a-t-il de lettres dans l'alphabet Khatoy ?

Correction :

VI 1) Il y a 26 lettres dans notre alphabet donc 26 dominos formés de deux lettres identiques.
Pour les dominos formés de deux lettres différentes, il y a 26 choix pour la 1ère lettre et 25 pour la seconde … mais en comptant ainsi on les a tous deux fois : "AC" et "CA" sont en fait identiques. Il y a donc $\frac{26 \times 25}{2}$ dominos formés de deux lettres distinctes. Bilan, il y a donc au maximum $26 + \frac{26 \times 25}{2} = \boxed{351}$ pièces différentes dans ce jeu 4

2) n étant le nombre de lettres de l'alphabet Khatoy, d'après la question 1) on a $n + \frac{n \times (n-1)}{2}$ pièces dans le jeu.
On doit donc résoudre : $n + \frac{n(n-1)}{2} = 171 \iff \frac{2n}{2} + \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2} = 171 \iff n^2 + n = 342$
[soit vous vous rappelez comment résoudre une équation du 2d degré, soit comme n est entier vous cherchez par tâtonnements la solution]
Bilan, il y a donc $\boxed{\text{18 lettres}}$ dans l'alphabet Khatoy 4