

## Formelsammlung Finanzen 1

### Entscheidungstheorie, Portfolio-Selection und Kapitalmarktgleichgewicht (CAPM)

$E(\tilde{r}_i) = \mu_i = \sum_{s=1}^S r_{is} \cdot p_s$	Der Erwartungswert einer Aktienrendite gibt an, welche Rendite/Ertrag man im Mittel erwarten kann.
$E[u(r_{is})] = \sum_{s=1}^S u(r_{is}) \cdot p_s$	Der erwartete Nutzen ist der Erwartungswert aller Möglicher Nutzen. Dieser (unsicher) ist bei risikoaversen Investoren stets geringer als der Nutzen des Erwartungswerts (sicher).
$\text{var}(\tilde{r}_i) = \sigma_i^2 = \sum_{s=1}^S (r_{is} - \mu_i)^2 p_s \quad \text{und} \quad \sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2}$	Die Varianz ist ein Streuungsmaß, welches die mittlere Streuung um den Erwartungswert angibt. Sie wird für einzelne Aktien als Maß für Risiko (diversifiable risk) verwendet. Die Wurzel der Varianz ist ein weiteres Risikomaß, die Standardabweichung.
$\text{cov}(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2) = \sigma_{12} = \sum_{s=1}^S [(r_{1s} - \mu_1) \cdot (r_{2s} - \mu_2)] p_s$	Die Kovarianz gibt an, wie sehr sich zwei Aktien in den verschiedenen Umweltzuständen bezüglich Rendite ähneln bzw. gleichen.
$\rho_{1,2} = \frac{\text{cov}(\tilde{r}_1, \tilde{r}_2)}{\sqrt{\text{var}(\tilde{r}_1) \cdot \text{var}(\tilde{r}_2)}} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1 \cdot \sigma_2}$	Der Korrelationskoeffizient hat die gleiche Aussage, wie die Kovarianz. Er ist jedoch normiert, um die Werte besser interpretieren zu können. Es gilt: $-1 < \rho < 1$ .
$\text{cov}(\tilde{r}_i, r_M) = \sigma_{iM} = \sum_{k=1}^m x_k \cdot \sigma_{ik}$	Die Kovarianz einer Aktie zum Marktportfolio sind die mit den Anteilen der Aktie i gewichteten Kovarianzen (siehe Kovarianz) der Aktie i aufsummiert.
$\text{var}(r_M) = \sigma_M^2 = \sum_{i=1}^m x_i \left( \underbrace{\sum_{k=1}^m x_k \cdot \sigma_{ik}}_{\text{cov}(\tilde{r}_i, r_M)} \right)$	Die Varianz des Marktportfolios ist die durchschnittliche Kovarianz der Renditen der einzelnen Aktien. Sie ist ein Risikomaß für das Marktportfolio, denn sie gibt an inwieweit sich die Renditen in den Umweltzuständen ausgleichen oder entsprechen (siehe Varianz).
$\beta_i = \frac{\text{cov}(\tilde{r}_i, r_M)}{\text{var}(r_M)}$	Beta ist ein Risikomaß für eine Aktie bei Existenz eines Marktportfolios. Es gibt nur das systematische Risiko an, denn das ist nicht diversifizierbar. Beta ist dimensionslos.
$\rho_{i,M} = \frac{\beta_i \cdot \sqrt{\text{var}(r_M)}}{\sqrt{\text{var}(\tilde{r}_i)}} = \frac{\beta_i \cdot \sigma_M}{\sigma_i}$	Wenn man die den Korrelationskoeffizienten von einer Aktie und dem Marktportfolio berechnen will, kann man die Kovarianz ersetzen, indem man die Formel für Beta nach der Kovarianz umstellt und an entsprechender Stelle bei der Formel des Korrelationskoeffizienten einsetzt.
$E(\tilde{r}_i) = \mu_i = r_f + \frac{\mu_M - r_f}{\text{var}(r_M)} \cdot \text{cov}(\tilde{r}_i, r_M)$	Die erwartete Rendite ist eine Summe aus risikolosem Zinssatz und Risikoprämie (Marktrisikoprämie $-(\mu_M - r_f)$ - pro Risikoeinheit mal Risikomaß $\beta_i$ ).
$E(\tilde{r}_i) = \mu_i = r_f + (\mu_M - r_f) \cdot \beta_i$	Die erwartete Rendite ist eine lineare Funktion des Aktienrisikos $\beta_i$ . Die Gleichung gibt die Wertpapiermarktlinie an. Investitionen oberhalb der Linie sind vorteilhaft.

$\mu = a \cdot \mu_M + (1-a) \cdot i_f$	<p>Wenn man ein Mischportfolio bestehend aus dem Marktportfolio (mit dem Anteil a) und einer Risikolosen Anlagemöglichkeit (mit dem Anteil (1-a)) bildet, hat dieses Portfolio eine (erwartete) Rendite, die sich aus der erwarteten Rendite des Marktportfolios und der Rendite des Risikolosen Zinssatzes jeweils gewichtet mit den Anteilen am Mischportfolio zusammensetzt.</p>
$\beta_U = \frac{EK}{EK + FK} \cdot \beta_{EK} + \frac{FK}{EK + FK} \cdot \beta_{FK}$	<p>Das Gesamtrisiko des Unternehmens <math>\beta_U</math> setzt sich aus den einzelnen Risiken für das Eigenkapital <math>\beta_{EK}</math> und das Fremdkapital <math>\beta_{FK}</math> zusammen (oft gilt <math>\beta_{FK}=0</math>).</p>
$\beta_{EK} = \frac{EK + FK}{EK} \cdot \beta_U$	<p>Wenn das das Fremdkapital risikolos ist (<math>\beta_{FK}=0</math>), kann man von der Finanzstruktur des Unternehmens und dessen Unternehmensbeta <math>\beta_U</math> auf das Eigenkapitalrisiko <math>\beta_{EK}</math> schließen.</p>
$\mu_{EK} = i_f + (\mu - i_f) \cdot \beta_U + (\mu_M - i_f) \cdot \beta_U \cdot \frac{FK}{EK}$	<p>Durch Einsetzen der Formel für <math>\beta_{EK}</math> in die „Wertpapiermarktlinie“ erhält man eine Gleichung für die Eigenkapitalrendite als Mindestverzinsung.</p>
$\mu_{EK} = i_f + (\mu - i_f) \cdot \beta_U + (\mu_M - i_f) \cdot \beta_U \cdot \frac{FK}{EK} = e = k$	<p>Bei unverschuldeten Unternehmen entspricht die Eigenkapitalrendite (Eigenkapitalverzinsung) den durchschnittlichen Kapitalkosten (<math>e=k</math>). Das dritte MM-Theorem besagt, dass die durchschnittlichen Kapitalkosten (<math>k</math>) eines verschuldeten Unternehmens gleich denen eines unverschuldeten Unternehmens (<math>k=e</math>) sind. Deshalb ergibt sich für verschuldete sowie für unverschuldete Unternehmen <math>\mu_{EK}=k</math>.</p>
$\beta_U = \sum_{i=1}^n a_i \cdot \beta_i$	<p>Ein Unternehmen kann in verschiedene Sparten oder Divisionen unterteilt sein. Besteht ein Unternehmen aus verschiedenen Divisionen, so entspricht das Unternehmensbeta <math>\beta_U</math> der Summe, der mit den Anteilen am Unternehmen gewichteten Divisionenbetas <math>\beta_i</math>.</p>