Geldpolitik und Wechselkurs

mit einer Geldangebotsfunktion ähnlich der aus Kapitel 2.2.2 (Seite 7 mitte).

Ich verwende zunächst das übliche monetäre Wechselkursmodell aus dem Skript:

$$s_t = \frac{1}{1+\alpha_2} \cdot z_t + \frac{\alpha_2}{1+\alpha_2} \cdot E_t s_{t+1}$$

Desweiteren soll folgender Geldangebotsprozess gelten, wobei u_{t+1} ein Störterm mit Erwartungswert $E_t[u_{t+1}]=0$:

$$\boxed{m_{t+1} = \rho \cdot m_t + \mu + u_{t+1}}$$

Für die Entwicklung der Fundamentaldaten z unterstelle ich, dass sich diese genau wie die logarithmierte inländischen Geldmenge m verändert. D.h. alle anderen Fundamentaldaten verändern sich nicht:

$$\Delta z = \Delta m$$

Ich wähle für die Methode der unbestimmten Koeffizienten folgenden Lösungsansatz:

$$\boxed{s_t = a + b \cdot z_t + c \cdot m_t}$$
$$s_{t+1} = a + b \cdot z_{t+1} + c \cdot m_{t+1}$$
$$s_{t+1}^e = a + b \cdot z_{t+1}^e + c \cdot m_{t+1}^e$$

Nun muss die Veränderung Δm_t ermittelt werden:

$$m_{t+1} = \rho \cdot m_t + \mu + u_{t+1}$$
$$m_{t+1} = (\rho - 1) \cdot m_t + 1 \cdot m_t + \mu + u_{t+1}$$
$$m_{t+1} - m_t = (\rho - 1) \cdot m_t + \mu + u_{t+1}$$
$$\Delta m_{t+1} = \Delta z_{t+1} = (\rho - 1) \cdot m_t + \mu + u_{t+1}$$

Außerdem wird der Erwartungswert von m_{t+1} benötigt:

$$m_{t+1} = \rho \cdot m_t + \mu + u_{t+1}$$
$$E_t[m_{t+1}] = m_{t+1}^e = \rho \cdot m_t + \mu$$

Da die Veränderung von m der Veränderung von z entspricht, kann man schreiben:

$$z_{t+1} = z_t + \Delta z_{t+1}$$
$$z_{t+1} = z_t + \Delta m_{t+1}$$
$$z_{t+1} = z_t + (\rho - 1) \cdot m_t + \mu + u_{t+1}$$
$$E_t z_{t+1} = z_{t+1}^e = z_t + (\rho - 1) \cdot m_t + \mu$$

Einsetzen in den Lösungsansatz liefert:

$$s_{t+1}^{e}=a+b\cdot z_{t+1}^{e}+c\cdot m_{t+1}^{e}$$
$$s_{t+1}^{e}=a+b\cdot(z_t+(\rho-1)\cdot m_t+\mu)+c\cdot(\rho\cdot m_t+\mu)$$

Weiteres Einsetzen in das monetäre Wechselkursmodell liefert:

$$s_t=\frac{1}{1+\alpha_2}z_t+\frac{\alpha_2}{1+\alpha_2}E_t s_{t+1}$$
$$s_t=\frac{1}{1+\alpha_2}z_t+\frac{\alpha_2}{1+\alpha_2}\cdot(a+b\cdot(z_t+(\rho-1)\cdot m_t+\mu)+c\cdot(\rho\cdot m_t+\mu))$$
$$s_t=\frac{1}{1+\alpha_2}z_t+\frac{\alpha_2}{1+\alpha_2}\cdot(a+b\,z_t+b(\rho-1)\cdot m_t+b\,\mu+c\cdot\rho\cdot m_t+c\cdot\mu)$$
$$s_t=\frac{1}{1+\alpha_2}z_t+\frac{\alpha_2\cdot a}{1+\alpha_2}+\frac{\alpha_2\cdot b}{1+\alpha_2}\cdot z_t+\frac{\alpha_2\cdot b\cdot(\rho-1)}{1+\alpha_2}\cdot m_t+\frac{\alpha_2\cdot b\cdot\mu}{1+\alpha_2}+\frac{\alpha_2\cdot c\cdot\rho}{1+\alpha_2}\cdot m_t+\frac{\alpha_2\cdot c\cdot\mu}{1+\alpha_2}$$
$$s_t=\frac{\alpha_2\cdot a+\alpha_2\cdot b\cdot\mu+c\cdot\mu}{1+\alpha_2}+\frac{1+\alpha_2\cdot b}{1+\alpha_2}z_t+\frac{\alpha_2\cdot b\cdot(\rho-1)+\alpha_2\cdot c\cdot\mu}{1+\alpha_2}\cdot m_t$$

Koeffizientenvergleich liefert:

$$b=\frac{1+\alpha_2\cdot b}{1+\alpha_2}$$
$$b+b\cdot\alpha_2=1+\alpha_2\cdot b$$
$$b=1$$
$$c=\frac{\alpha_2\cdot b\cdot(\rho-1)+\alpha_2\cdot c\cdot\mu}{1+\alpha_2}$$
$$c+c\cdot\alpha_2=\alpha_2\cdot 1\cdot(\rho-1)+\alpha_2\cdot c\cdot\mu$$
$$c\cdot(1+\alpha_2-\alpha_2\cdot\mu)=\alpha_2\cdot(\rho-1)$$
$$c=\frac{\alpha_2\cdot(\rho-1)}{1+\alpha_2-\alpha_2\cdot\mu}$$
$$a=\frac{\alpha_2\cdot a+\alpha_2\cdot b\cdot\mu+\alpha_2\cdot c\cdot\mu}{1+\alpha_2}$$
$$a+a\cdot\alpha_2=\alpha_2\cdot a+\alpha_2\cdot 1\cdot\mu+\alpha_2\cdot c\cdot\mu$$
$$a=\alpha_2\cdot\mu+\alpha_2\cdot c\cdot\mu$$
$$a=\alpha_2\cdot\mu+\alpha_2\cdot\mu\cdot\frac{\alpha_2\cdot(\rho-1)}{1+\alpha_2-\alpha_2\cdot\mu}$$
$$a=\alpha_2\cdot\mu\cdot\left(1+\frac{\alpha_2\cdot(\rho-1)}{1+\alpha_2-\alpha_2\cdot\mu}\right)$$

Damit wird der Wechselkurs durch folgende Gleichung determiniert:

$$s_t=a+b\cdot z_t+c\cdot m_t$$
$$s_t=\alpha_2\cdot\mu\cdot\left(1+\frac{\alpha_2\cdot(\rho-1)}{1+\alpha_2-\alpha_2\cdot\mu}\right)+1\cdot z_t+\frac{\alpha_2\cdot(\rho-1)}{1+\alpha_2-\alpha_2\cdot\mu}\cdot m_t$$

Die Lösung ist auch mit der Lösung im Skript konform, denn wenn man $\rho=1$ einsetzt, bekommt man die Lösung im Skript (Seite 33 unten).

$$s_t = \alpha_2 \cdot \mu + z_t$$