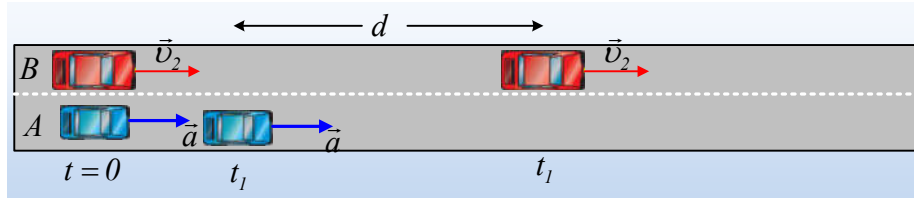


Όσο και αν απομακρυνθείς, θα σε φτάσω!

Ένα αυτοκίνητο A είναι ακίνητο, στην άκρη ενός ευθύγραμμου δρόμου. Σε μια στιγμή (ας θεωρήσουμε $t_0=0$), περνά δίπλα του ένα δεύτερο αυτοκίνητο B, το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα v_2 . Την ίδια στιγμή ο οδηγός του A, θέτει σε κίνηση το αυτοκίνητό του με σταθερή επιτάχυνση $a=1\text{m/s}^2$, με αποτέλεσμα η απόσταση των δύο αυτοκινήτων να είναι $d=72\text{m}$ τη χρονική στιγμή $t_1=4\text{s}$.



- i) Να βρεθεί η ταχύτητα με την οποία κινείται το B αυτοκίνητο.
- ii) Ποια η απόσταση των δύο αυτοκινήτων τη στιγμή t_2 που έχουν ίσες ταχύτητες;
- iii) Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_3 , όπου $t_3 > t_2$, κατά την οποία το B αυτοκίνητο προηγείται κατά 150m του A. Σε ποιες θέσεις βρίσκονται τη στιγμή αυτή τα δυο οχήματα;
- iv) Αν τη στιγμή t_3 το A αυτοκίνητο σταματά να επιταχύνεται, κινούμενο πλέον με σταθερή ταχύτητα, ποια χρονική στιγμή t_4 , τα δυο αυτοκίνητα, θα βρεθούν το ένα δίπλα στο άλλο και σε πόση απόσταση από την αρχική θέση θα συμβεί αυτό;
- v) Να κάνετε στο ίδιο διάγραμμα τις γραφικές παραστάσεις για τις θέσεις των δύο αυτοκινήτων σε συνάρτηση με το χρόνο (x-t), μέχρι τη στιγμή t_4 .

Απάντηση:

Θεωρούμε ότι η κίνηση πραγματοποιείται κατά μήκος ενός άξονα x, με αρχή την θέση των δύο αυτοκινήτων τη στιγμή $t=0$ και με θετική κατεύθυνση την κατεύθυνση προς τα δεξιά. Με βάση τον άξονα αυτό, οι εξισώσεις θέσης των κινητών είναι:

$$x_1 = \frac{1}{2}at^2 \quad (1), \quad x_2 = v_2t \quad (2)$$

Ενώ η ταχύτητα του A δίνεται από την εξίσωση $v_1 = at$ (3).

- i) Τη στιγμή t_1 η απόσταση των δύο αυτοκινήτων είναι $d=x_2-x_1$ και με βάση τις σχέσεις (1) και (2):

$$v_2t_1 - \frac{1}{2}at_1^2 = d \rightarrow$$

$$v_2 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4^2 = 72 \rightarrow 4v_2 = 72 + 8 \rightarrow v_2 = 20\text{m/s}$$

- ii) Τη στιγμή που οι ταχύτητες είναι ίσες, $v_1=20\text{m/s}$ και από την εξίσωση (3) παίρνουμε:

$$v_1 = at_2 \rightarrow t_2 = \frac{v_1}{a} = \frac{20}{1}\text{s} = 20\text{s}$$

Αλλά τότε τα δυο αυτοκίνητα βρίσκονται στις θέσεις:

$$x_1 = \frac{1}{2}at_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 20^2 \text{ m} = 200\text{m} \quad \text{και} \quad x_2 = v_2 t_2 = 20 \cdot 20\text{m} = 400\text{m}$$

Αλλά τότε η απόσταση μεταξύ τους είναι ίση:

$$d_2 = x_2 - x_1 = 400\text{m} - 200\text{m} = 200\text{m}$$

iii) Τη στιγμή t_3 θα ισχύει $x_2 - x_1 = d_3$ ή

$$v_2 t_3 - \frac{1}{2}at_3^2 = d_3 \rightarrow$$

$$20 \cdot t_3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot t_3^2 = 150 \rightarrow t_3^2 - 40 \cdot t_3 + 300 = 0 \rightarrow$$

$$t_3 = \frac{40 \pm \sqrt{40^2 - 4 \cdot 1 \cdot 300}}{2} = \frac{40 \pm 20}{2} \rightarrow t_3 = 10\text{s} \quad \text{ή} \quad t_3 = 30\text{s}$$

Αφού όμως θέλουμε $t_3 > t_2$, δεχόμαστε τη λύση $t_3 = 30\text{s}$.

$$\text{Αλλά τότε} \quad x_{1,3} = \frac{1}{2}at_3^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 30^2 \text{ m} = 450\text{m} \quad \text{και} \quad x_{2,3} = v_2 t_3 = 20 \cdot 30\text{m} = 600\text{m}$$

iv) Τη στιγμή t_3 το Α αυτοκίνητο έχει αποκτήσει ταχύτητα $v_1 = at_3 = 30\text{m/s}$, ενώ βρίσκεται στη θέση

$$x_{1/3} = \frac{1}{2}at_3^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 30^2 \text{ m} = 450\text{m}$$

Στη συνέχεια θα κινηθεί ευθύγραμμα ομαλά, οπότε για τη θέση του έχουμε:

$$\Delta x_1 = v_1 \cdot \Delta t \rightarrow x_1 - x_{1/3} = v_1 \cdot (t - t_3) \quad \text{ή}$$

$$x_1 = x_{1/3} + v_1 \cdot (t - 30) \rightarrow$$

$$x_1 = 450 + 30t - 900 \quad \text{ή}$$

$$x_1 = -450 + 30t \quad (\text{S.I}) \quad (4)$$

Τη στιγμή όμως που τα αυτοκίνητα βρίσκονται το ένα δίπλα στο άλλο, $x_1 = x_2$, οπότε από (2) και (4):

$$-450 + 30t = 20t \quad \text{ή}$$

$$10t = 450 \quad \text{ή}$$

$$t_4 = 45\text{s}$$

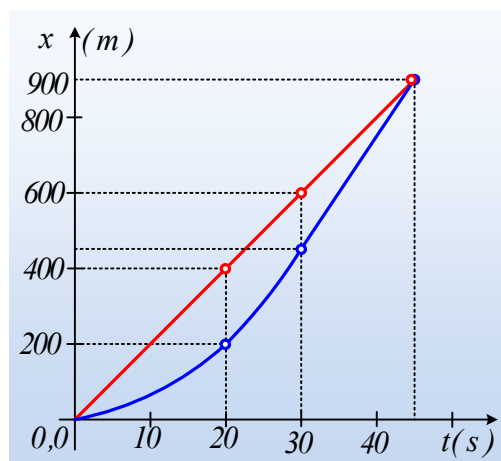
Με αντικατάσταση δε, στην (2) ή στην (4) βρίσκουμε τη θέση:

$$x_{2/4} = 20t_4 = 20 \cdot 45\text{m} = 900\text{m}$$

v) Με βάση τις παραπάνω τιμές θέσης και λαμβάνοντας υπόψη ότι κατά την επιταχυνόμενη κίνηση του Α αυτοκινήτου η γραφική παράσταση θα είναι μια παραβολή, με τα κοίλα άνω, χαράσσουμε τις γραφικές

παραστάσεις για τη θέση των κινητών, όπως στο παρακάτω διάγραμμα.

t(s)	x ₁ (m)	x ₂ (m)
0	0	0
20	200	400
30	450	600
45	900	900



Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης