

Ένα αυτοκίνητο είναι σταματημένο στο φανάρι που είναι «κόκκινο». Τη στιγμή που ανάβει το «πράσινο», έστω $t_0=0$, το αυτοκίνητο μαρσάρει, οπότε αποκτά σταθερή επιτάχυνση με αποτέλεσμα τη χρονική στιγμή $t_1=8s$ να έχει ταχύτητα $v_1=24m/s$. Στη συνέχεια συνεχίζει με σταθερή ταχύτητα, μέχρι να φτάσει στο επόμενο «πράσινο» φανάρι, που απέχει $s=240m$ από το προηγούμενο.

- i) Να βρείτε την επιτάχυνση με την οποία κινήθηκε στο χρονικό διάστημα $0-t_1$.
- ii) Πόσο απέχει από το πρώτο φανάρι (όπου θεωρούμε ότι $x_0=0$) το αυτοκίνητο, τη στιγμή που παύει να επιταχύνεται;
- iii) Ποια στιγμή φτάνει το όχημα στο δεύτερο φανάρι;
- iv) Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας και της θέσης του κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας $x=0$ τη θέση του πρώτου φαναριού.
- v) *Αν το 2^ο φανάρι γίνεται πορτοκαλί τη στιγμή $t'=13s$ και το αυτοκίνητο φτάνει σε αυτό τη στιγμή αλλαγής του χρώματος, ενώ κινήθηκε αρχικά με την ίδια επιτάχυνση, όπως προηγούμενα, μέχρι να αποκτήσει μια ταχύτητα v_2 , με την οποία συνέχισε την κίνησή του, να υπολογιστεί το χρονικό διάστημα επιτάχυνσής του και η τελική του ταχύτητα.

*Ερώτημα μόνο για καλούς μαθητές.

Απάντηση:

- i) Για την ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση του αυτοκινήτου από $0-t_1$ ισχύουν:

$$v = at \quad (1) \quad \text{και} \quad x = \frac{1}{2}at^2 \quad (2)$$

Από την (1) βρίσκουμε:

$$a = \frac{v}{t} = \frac{v_1}{t_1} = \frac{24}{8} m/s^2 = 3 m/s^2$$

- ii) Από την σχέση (2) για $t=t_1$ παίρνουμε:

$$x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8^2 m = 96 m$$

- iii) Μετά τη στιγμή t_1 το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα v_1 , μετατοπιζόμενο κατά $\Delta x = s - x_1 = 240m - 96m = 144m$, οπότε:

$$\Delta x = v_1 \cdot \Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v_1} = \frac{144}{24} \text{ s} = 6 \text{ s}$$

Συνεπώς φτάνει στο 2^ο φανάρι τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \Delta t = 8 \text{ s} + 6 \text{ s} = 14 \text{ s}$.

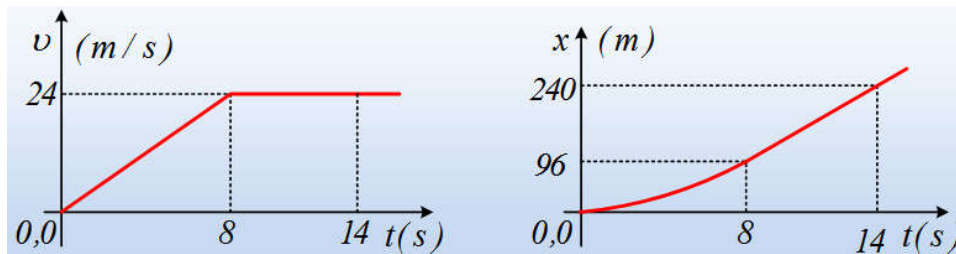
iv) Με βάση τις παραπάνω τιμές των μεγεθών και λαμβάνοντας υπόψη ότι:

- Από την σχέση (1), η ταχύτητα από 0-8s είναι ανάλογη του χρόνου, ενώ στη συνέχεια παραμένει σταθερή.
- Από την σχέση (2) στο χρονικό διάστημα 0-8s η θέση είναι ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου και η γραφική παράσταση είναι παραβολή, με τα κοίλα άνω. Στη συνέχεια $\Delta x = v_1 \cdot \Delta t$ οπότε:

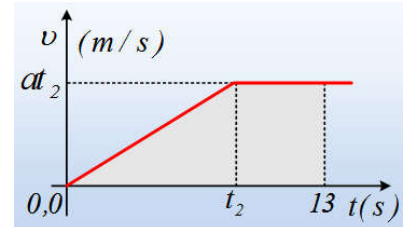
$$x = x_1 + v_1 \cdot (t - 8) = 96 + 24t - 192 = 24t - 96$$

Και η γραφική παράσταση θα είναι τμήμα ευθείας.

οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις είναι:



v) Το αυτοκίνητο κινήθηκε αρχικά με κάποια σταθερή επιτάχυνση, μέχρι τη στιγμή t_2 , αποκτώντας ταχύτητα $v_2 = at_2$ και στη συνέχεια με σταθερή ταχύτητα, μέχρι τη στιγμή $t' = 13 \text{ s}$. Συνεπώς η γραφική παράσταση της ταχύτητας, όμοιας μορφής με αυτή του προηγούμενου ερωτήματος, θα είναι όπως στο διπλανό διάγραμμα. Αλλά τότε το εμβαδόν του τραpezίου με γκρι χρώμα είναι αριθμητικά ίσο με την συνολική μετατόπισή του, δηλαδή 240m.



$$\frac{B + \beta}{2} v = s \rightarrow \frac{13 + (13 - t_2)}{2} 3t_2 = 240 \rightarrow$$

$$39t_2 - 1,5t_2^2 = 240 \rightarrow 1,5t_2^2 - 39t_2 + 240 = 0$$

$$\text{Οπότε } t_2 = \frac{39 \pm \sqrt{39^2 - 4 \cdot 1,5 \cdot 240}}{3} = \frac{39 \pm 9}{3} \rightarrow$$

Η $t_2 = 10 \text{ s}$ ή $t_2 = 16 \text{ s}$ απορρίπτεται αφού $t_2 < 13 \text{ s}$.

Ενώ η τελική του ταχύτητα είναι ίση:

$$v_2 = at_2 = 3 \cdot 10 \text{ m/s} = 30 \text{ m/s}$$

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης