

Μια θερμάστρα για την καντίνα

Ένας ιδιοκτήτης καντίνας σε παραλία, αγόρασε μια θερμική συσκευή με στοιχεία κανονικής λειτουργίας $220V, 2200W$. Η καντίνα χρησιμοποιούσε γεννήτρια στρεφόμενου πλαισίου, εμβαδού $A = 0,5\sqrt{2} \text{ m}^2$, με $N = 100$ σπείρες και εσωτερική αντίσταση $R_{\Pi} = 2\Omega$, μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου $B = 0,2T$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, που άρχισε η λειτουργία της γεννήτριας το εμβαδικό διάνυσμα $\vec{\eta}$ ήταν ομόρροπο με την ένταση του μαγνητικού πεδίου.

α) Ποια είναι η μέγιστη ένταση του ρεύματος κανονικής λειτουργίας της συσκευής και η αντίστασή της;

β) Ποια έπρεπε να είναι η μέγιστη ΗΕΔ επαγωγής του στρεφόμενου πλαισίου για να λειτουργεί κανονικά η συσκευή;

γ) Με ποια γωνιακή ταχύτητα πρέπει να στρέφεται τότε το πλαίσιο της γεννήτριας; Γράψτε τις χρονικές εξισώσεις της εναλλασσόμενης ΗΕΔ και της αντίστοιχης τάσης στα άκρα της γεννήτριας και κάνετε τις γραφικές παραστάσεις τους σε κοινό σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.

δ) Γράψτε την εξίσωση που δίνει τη στιγμιαία ισχύ που καταναλώνει η συσκευή και κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση σε βαθμολογημένο σύστημα αξόνων για 2 περιόδους λειτουργίας.

ε) Ποιες χρονικές στιγμές στη διάρκεια μιας περιόδου η στιγμιαία ισχύς είναι $p = 3300W$;

στ) Η περιστροφή του πλαισίου της γεννήτριας γίνεται με τη βοήθεια βενζινοκινητήρα, ο οποίος έχει κατανάλωση $2,8L/h$. Αν γνωρίζουμε ότι η θερμαντική αξία της βενζίνης είναι $35MJ/L$, ποια είναι η % απόδοση της γεννήτριας;

Απάντηση

α) Στις συσκευές εναλλασσόμενου ρεύματος αναγράφεται η μέση ισχύς και η ενεργός τάση κανονικής λειτουργίας. Άρα

$$\bar{P} = V_{\epsilon\nu} \cdot I_{\epsilon\nu} \Leftrightarrow I_{\epsilon\nu} = \frac{\bar{P}}{V_{\epsilon\nu}} \Leftrightarrow I_{\epsilon\nu} = \frac{2200}{220} \Leftrightarrow I_{\epsilon\nu} = 10A$$

η ενεργός ένταση του ρεύματος κανονικής λειτουργίας.

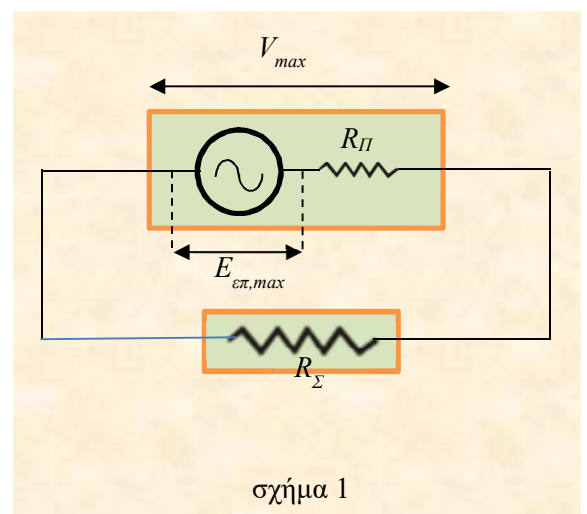
$$\text{Τότε: } I_{\max} = I_{\epsilon\nu} \sqrt{2} \Leftrightarrow I_{\max} = 10\sqrt{2}A$$

Από τον ορισμό αντίστασης

$$R_{\Sigma} = \frac{V_{\epsilon\nu}}{I_{\epsilon\nu}} \Leftrightarrow R_{\Sigma} = \frac{220}{10} \Leftrightarrow R_{\Sigma} = 22\Omega$$

β) Θα μπορούσαμε σχηματικά να παραστήσουμε το κύκλωμα της γεννήτριας με τη θερμική συσκευή, όπως στο σχήμα 1. Βλέπουμε ότι η τάση στους πόλους της γεννήτριας δεν ισούται με την ΗΕΔ επαγωγής που παράγει, λόγω ύπαρξης εσωτερικής αντίστασης στο πλαίσιο.

Επειδή $V_{\max} = V_{\epsilon\nu} \sqrt{2} \Leftrightarrow V_{\max} = 220\sqrt{2}V$, το πλάτος της τάσης που πρέπει να έχει η γεννήτρια στους πόλους της, θα συνδέεται με το πλάτος της ΗΕΔ που παράγει, με τη σχέση που γνωρίζουμε από το συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα



$$V_{max} = E_{max} - I_{max}R_{II} \Leftrightarrow E_{max} = V_{max} + I_{max}R_{II}$$

$$\Leftrightarrow E_{max} = 220\sqrt{2} + 10\sqrt{2} \cdot 2 \Leftrightarrow E_{max} = 240\sqrt{2}V$$

Θα μπορούσαμε να καταλήξουμε στο ίδιο αποτέλεσμα αν εφαρμόζαμε το νόμο Ohm σε κλειστό κύκλωμα:

$$E_{max} = I_{max} \cdot (R_{II} + R_{\Sigma}) \Leftrightarrow E_{max} = 10\sqrt{2} \cdot 24 \Leftrightarrow E_{max} = 240\sqrt{2}V$$

γ) Η μέγιστη ΗΕΔ επαγωγής θα είναι

$$E_{max} = N\omega BA \Leftrightarrow \omega = \frac{E_{max}}{NBA} \Leftrightarrow \omega = \frac{240\sqrt{2}}{100 \cdot 0,2 \cdot 0,5\sqrt{2}} \Leftrightarrow \omega = \frac{240}{10} \Leftrightarrow \omega = 24 \text{rad} / \text{s}$$

Τότε στα άκρα της γεννήτριας

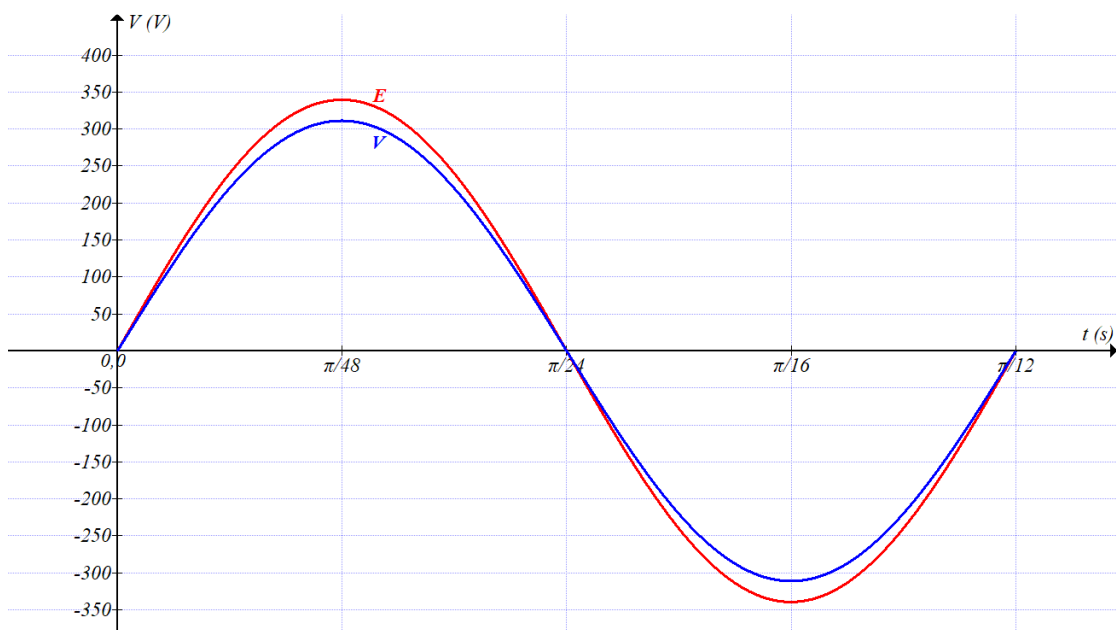
$$V = V_{max}\eta\mu(\omega t) \Leftrightarrow V = 220\sqrt{2} \cdot \eta\mu(24t) \text{ (S.I.)}$$

ενώ η ΗΕΔ που παράγει

$$E = E_{max}\eta\mu(\omega t) \Leftrightarrow E = 240\sqrt{2} \cdot \eta\mu(24t) \text{ (S.I.)}$$

$$\text{Η περίοδος είναι } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{24} = \frac{\pi}{12} \text{ s}$$

Η γραφική παράσταση είναι η παρακάτω, όπου φαίνεται η διαφοροποίηση της τάσης από την ΗΕΔ επαγωγής.

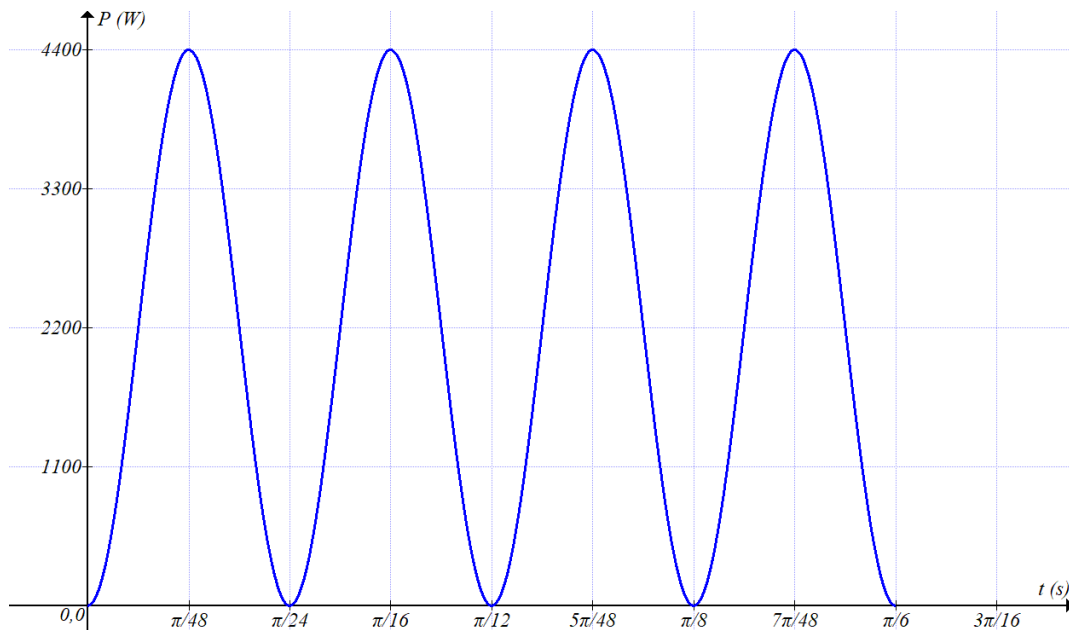


δ) Η στιγμιαία ισχύς της συσκευής είναι

$$p = \frac{V^2}{R_{\Sigma}} \Leftrightarrow p = \frac{[220\sqrt{2} \cdot \eta\mu(24t)]^2}{22} \Leftrightarrow p = 4400 \cdot \eta\mu^2(24t) \text{ (S.I.)}$$

Η περίοδος αυτής της συνάρτησης είναι $T' = T/2 = \pi/24 \text{ s}$.

Η γραφική παράσταση είναι η παρακάτω:



ε) Θέτουμε στην εξίσωση της στιγμιαίας ισχύος

$$p = 3300 \Leftrightarrow 4400 \cdot \eta \mu^2(24t) = 3300 \Leftrightarrow \eta \mu^2(24t) = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \eta \mu(24t) = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Η πρώτη ομάδα λύσεων δίνει

$$24t = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad \text{ή} \quad 24t = 2k\pi + \frac{2\pi}{3}$$

$$t = \frac{6k\pi + \pi}{72} \quad \text{ή} \quad t = \frac{6k\pi + 2\pi}{72}$$

$$\text{Για } k = 0 \text{ προκύπτουν } t = \frac{\pi}{72} \text{ s} \quad \text{ή} \quad t = \frac{2\pi}{72} \text{ s}$$

Η δεύτερη ομάδα λύσεων δίνει

$$24t = 2k\pi + \frac{4\pi}{3} \quad \text{ή} \quad 24t = 2k\pi - \frac{\pi}{3}$$

$$t = \frac{6k\pi + 4\pi}{72} \quad \text{ή} \quad t = \frac{6k\pi - \pi}{72}$$

$$\text{Για } k = 0 \text{ προκύπτουν } t = \frac{4\pi}{72} \text{ s} \quad \text{ή} \quad t = -\frac{\pi}{72} \text{ s}$$

$$\text{Για } k = 1 \text{ προκύπτουν } t = \frac{10\pi}{72} \text{ s} \quad \text{ή} \quad t = \frac{5\pi}{72} \text{ s}$$

Σε αύξουσα σειρά οι ζητούμενες χρονικές στιγμές θα είναι

$$\frac{\pi}{72} \text{ s}, \frac{2\pi}{72} \text{ s}, \frac{4\pi}{72} \text{ s}, \frac{5\pi}{72} \text{ s}$$

στ) Σε χρόνο $t = 1 \text{ h}$, η γεννήτρια θα καταναλώσει $2,8L$, άρα θα πάρει από τη βενζίνη θερμική

$$\text{ενέργεια } Q = 2,8L \cdot 35 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{L}} \Leftrightarrow Q = 98 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$\text{Η θερμάστρα θα χρειαστεί } W = I_{\text{ev}}^2 \cdot R \cdot t \Leftrightarrow W = 100 \cdot 22 \cdot 3600 \Leftrightarrow W = 7,92 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Η απόδοση της γεννήτριας θα είναι

$$n = \frac{W}{Q} \cdot 100 \Leftrightarrow n = \frac{7,92 \cdot 10^6}{98 \cdot 10^6} \cdot 100 \Leftrightarrow n \approx 8\%$$

Σχόλιο

Μην ξεχνάμε ότι σε περιοχές όπου δεν υπάρχει το δίκτυο της ΔΕΗ, όπως παραλίες, πλοία κ.λ.π. χρησιμοποιούνται γεννήτριες εναλλασσόμενου ρεύματος, με την ίδια ενεργό τάση $220V$, αφού σε αυτήν λειτουργούν όλες οι συσκευές του εμπορίου. Για την περιστροφή τους, χρησιμοποιούν δίχρονο ή τετράχρονο κινητήρα εσωτερικής καύσης. Ως καύσιμο συνήθως βάζουμε αμόλυβδη βενζίνη ή πετρέλαιο diesel και η απόδοσή τους βρίσκεται γύρω στο 10%. Αν μας φαίνεται μικρή, ας σκεφτούμε λίγο τι μάθαμε στη Θερμοδυναμική για την απόδοση μιας θερμικής μηχανής. Μόνος του, π.χ. ο βενζινοκινητήρας, έχει μια απόδοση γύρω στο 25%. Στη συνέχεια υπάρχουν απώλειες σε μια γεννήτρια, εξαιτίας μηχανικών τριβών, ηλεκτρικών αντιστάσεων, ρευμάτων Foucault, μαγνητικών υστερήσεων,...

Τι μένει;



Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Ανδρέας Φιζόπουλος