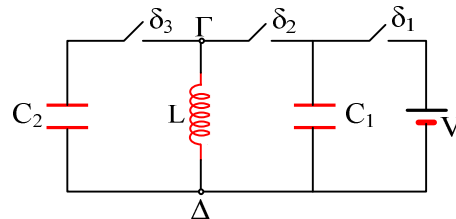


### Δυο διαδοχικές ηλεκτρικές Ταλαντώσεις.

Για το ηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος, δίνονται  $C_1=4\mu\text{F}$ ,  $C_2=1\mu\text{F}$ , ενώ το ιδανικό πηνίο έχει αυτεπαγωγή  $L=0,09\text{H}$ . Φορτίζουμε τον πρώτο πυκνωτή, κλείνοντας το διακόπτη  $\delta_1$  από πηγή τάσης  $V=30\text{V}$  και κατόπιν ανοίγουμε το διακόπτη.



Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  κλείνουμε τον διακόπτη  $\delta_2$ .

A) Για την χρονική στιγμή  $t_1=5\pi \cdot 10^{-4}\text{s}$ , να βρεθούν:

- i) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και η τάση  $V_{\Gamma\Delta}$ .
- ii) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος.
- iii) Οι ρυθμοί μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή και του πηνίου.

B) Την χρονική στιγμή  $t_1$ , μέσω ενός αυτόματου ηλεκτρονικού συστήματος, ανοίγει ο διακόπτης  $\delta_2$  και ταυτόχρονα κλείνει ο διακόπτης  $\delta_3$ .

- iv) Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη  $\delta_3$ , να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.
- v) Να γίνει το διάγραμμα  $i=f(t)$  της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο σε συνάρτηση με το χρόνο από  $t_0$ , μέχρι τη στιγμή  $t_2=11\pi \cdot 10^{-4}\text{s}$ .

**Απάντηση:**

Ο πυκνωτής χωρητικότητας  $C_1$  φορτίστηκε από την πηγή αποκτώντας φορτίο  $Q_1=C_1V=120\mu\text{C}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  κλείνει ο διακόπτης  $\delta_2$ , οπότε στο κύκλωμα πραγματοποιείται ηλεκτρική ταλάντωση κυκλικής

$$\text{συχνότητας } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC_1}} = \frac{1}{\sqrt{9 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}} \text{ rad / s} = \frac{10^4}{6} \text{ rad / s} .$$

- i) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι της μορφής  $i=-I \cdot \eta\mu\omega t$ , όπου:

$$I=Q_1 \cdot \omega = 120 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{10^4}{6} \text{ A} = 0,2 \text{ A} ,$$

$$\text{Οπότε } i = -0,2 \cdot \eta\mu \frac{10^4}{6} t$$

$$\text{Έτσι τη στιγμή } t_1 \text{ έχουμε: } i_1 = -0,2 \cdot \eta\mu \frac{10^4}{6} t = -0,2 \cdot \eta\mu \frac{10^4}{6} \cdot 5\pi \cdot 10^{-4} = -0,1 \text{ A}$$

Αντίστοιχα το φορτίο του πυκνωτή (το φορτίο του πάνω οπλισμού του), είναι:

$$q_1 = Q_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\omega t \rightarrow$$

$$q_1 = 120 \cdot 10^{-6} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{5\pi}{6} = -60\sqrt{3} \mu\text{C}$$

$$\text{Και η τάση } V_{\Gamma\Delta} = V_C = \frac{q_1}{C_1} = \frac{-60\sqrt{3} \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-6}} \text{ V} = -15\sqrt{3} \text{ V}$$

- ii) Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η κατάσταση τη στιγμή  $t_1^-$ , ελάχιστα πριν ανοίξουμε το διακόπτη  $\delta_2$ . Για την ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίου ισχύει:

$$E_{\text{αυτ}} = -L \cdot \frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{E_{\text{αυτ}}}{L} = -\frac{-15\sqrt{3}}{0.09} \text{ A/s} = \frac{500\sqrt{3}}{3} \text{ A/s}$$

- iii) Τη στιγμή αυτή μεταφέρεται ενέργεια από το πηνίο στον πυκνωτή, ο οποίος φορτίζεται, συνεπώς:

$$\frac{dU_B}{dt} = -|V_{\Gamma\Delta}| \cdot |i_1| = -15\sqrt{3} \cdot 0,1 \text{ J/s} = -1,5\sqrt{3} \text{ J/s}$$

$$\text{και } \frac{dU_E}{dt} = |V_{\Gamma\Delta}| \cdot |i_1| = 15\sqrt{3} \cdot 0,1 \text{ J/s} = 1,5\sqrt{3} \text{ J/s}$$

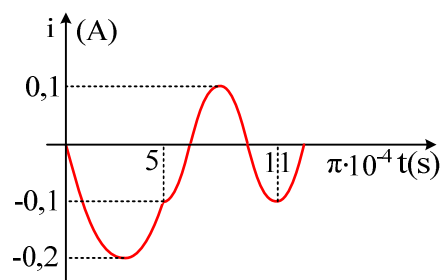
- iv) Μόλις κλείσει ο διακόπτης στο αριστερό κύκλωμα, η κατάσταση είναι αυτή του διπλανού σχήματος, όπου το πηνίο λόγω αυτεπαγωγής, θα συνεχίσει να διαρρέεται από ρεύμα, φορτίζοντας με θετικό φορτίο τον κάτω οπλισμό του πυκνωτή. Αλλά ας ξαναγυρίσουμε τη στιγμή  $t_1^+$ , αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη  $\delta_3$ . Ο πυκνωτής  $C_2$  είναι αφόρτιστος, συνεπώς η τάση στα άκρα του είναι μηδενική, άρα και η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή είναι μηδενική και  $di/dt=0$ .

- v) Στο κύκλωμα τώρα θα πραγματοποιηθεί ηλεκτρική ταλάντωση με κυκλική συχνότητα :

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC_2}} = \frac{1}{\sqrt{9 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}} \text{ rad/s} = \frac{10^4}{3} \text{ rad/s}$$

$$\text{ή αν θέλετε με περίοδο } T_2 = 2\pi\sqrt{LC_2} = 6\pi \cdot 10^{-4} \text{ s.}$$

Το πλάτος της έντασης του ρεύματος θα είναι τώρα ίσο, με την ένταση του ρεύματος που τη στιγμή αυτή διαρρέει το πηνίο, δηλαδή  $I_2=0,1$  A και η ζητούμενη γραφική παράσταση θα έχει τη μορφή του παρακάτω διαγράμματος.



### Σχόλιο:

- Μόλις κλείσουμε το διακόπτη  $\delta_3$  η ένταση του ρεύματος έχει μέγιστη τιμή (ο ρυθμός μεταβολής της έντασης είναι μηδέν και αυτό πρέπει να φαίνεται στο διάγραμμα).
- Για να χαράξουμε τη γραφική παράσταση θα μπορούσαμε να βρούμε και την εξίσωση της έντασης του ρεύματος, με κλειστό τον διακόπτη  $\delta_3$ .

Η ένταση έχει τη μορφή  $i = I_2 \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega_2 t' + \phi_0)$  όπου για  $t=0$   $i_1 = -0,1$   $A=I_2$ , συνεπώς:

$\sigma\upsilon\nu\phi_0 = -1$  και  $\phi_0 = \pi$ , ενώ  $t' = t - t_1$ . Άρα:

$$i = 0,1 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{10^4}{3}(t - 5\pi \cdot 10^{-4}) + \pi\right) \text{ (S.I.)}$$

[dmargaris@sch.gr](mailto:dmargaris@sch.gr)