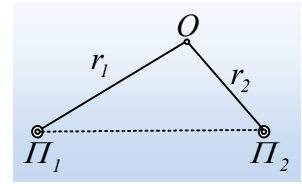


Επιφανειακή συμβολή με διαφορετικά πλάτη.

Στην επιφάνεια ενός υγρού υπάρχουν δύο πηγές εγκάρσιων κυμάτων Π_1 και Π_2 , οι οποίες αρχίζουν να ταλαντώνονται ταυτόχρονα με εξισώσεις:

$$y_1 = 0,1 \cdot \eta\mu(4\pi t) \text{ και } y_2 = 0,2 \cdot \eta\mu(4\pi t) \text{ μονάδες στο S.I.}$$

Έτσι δημιουργούνται επιφανειακά κύματα, τα οποία θεωρούμε ότι διαδίδονται με σταθερά πλάτη. Ένα σημείο O της επιφάνειας, απέχει αποστάσεις $r_1 = 6\text{m}$ και $r_2 = 4\text{m}$ αντίστοιχα από τις δύο πηγές. Το σημείο O αρχίζει να ταλαντώνεται τη στιγμή $10/3\text{s}$.



- i) Να υπολογιστεί το μήκος κύματος και η ταχύτητα των κυμάτων που δημιουργούνται.
- ii) Να βρεθεί η διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων που θα υποχρεωθεί να εκτελέσει το σημείο O , λόγω συμβολής των κυμάτων.
- iii) Ποια η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου O μετά την συμβολή των δύο κυμάτων;
- iv) Να υπολογιστεί ο λόγος K_1/K_2 , όπου K_1 η μέγιστη κινητική ενέργεια μιας μάζας m στο σημείο O και K_2 η μέγιστη **δυνατή** κινητική ενέργεια, που μπορεί να έχει η ίδια μάζα, σε κάποιο άλλο σημείο της επιφάνειας του υγρού.

Απάντηση:

- i) Τα δυο κύματα διαδίδονται στο ίδιο μέσο έχοντας την ίδια ταχύτητα διάδοσης. Προφανώς πρώτο θα φτάσει στο σημείο O , το κύμα από την πηγή Π_2 , αφού είναι πλησιέστερη στο O . Αλλά τότε:

$$v = \frac{r_2}{\Delta t} = \frac{4\text{m}}{10/3\text{s}} = 1,2\text{m/s}$$

$$\text{Ενώ } \omega = 2\pi f \rightarrow 4\pi = 2\pi f \rightarrow f = 2\text{HZ} \text{ και } v = \lambda f \rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{1,2}{2}\text{m} = 0,6\text{m}$$

- ii) Τα δυο κύματα που διαδίδονται έχουν εξισώσεις:

$$y_1 = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi \left(2t - \frac{r_1}{0,6} \right) \text{ και } y_2 = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left(2t - \frac{r_2}{0,6} \right)$$

Μεγαλύτερη φάση για την ταλάντωση του σημείου O , θα έχει το κύμα που θα φτάσει πρώτο, δηλαδή από την πηγή Π_2 , συνεπώς η διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων, τις οποίες θα **υποχρεωθεί** να εκτελέσει είναι:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi \left(2t - \frac{r_2}{0,6} \right) - 2\pi \left(2t - \frac{r_1}{0,6} \right) = 2\pi \frac{r_1 - r_2}{0,6} \rightarrow$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{r_1 - r_2}{0,6} = 2\pi \frac{6 - 4}{0,6} \text{rad} = \frac{20\pi}{3} \text{rad} = \left(6\pi + \frac{2\pi}{3} \right) \text{rad}$$

- iii) Το σημείο O , μετά την συμβολή θα εκτελέσει σύνθετη ταλάντωση. Η ταλάντωση αυτή είναι σύνθεση

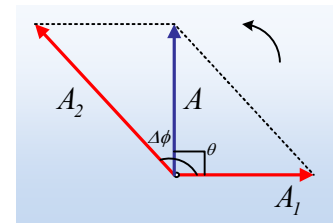
δύο ταλαντώσεων της ίδιας συχνότητας με πλάτη $A_1 = 0,1m$ και $A_2 = 0,2m$ και με διαφορά φάσης $2\pi/3$, οπότε το αποτέλεσμα της σύνθεσης θα είναι μια νέα αρμονική ταλάντωση της ίδιας συχνότητας, πλάτους:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$$

$$A = \sqrt{(0,1)^2 + 0,2^2 + 2 \cdot 0,1 \cdot 0,2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{0,01 + 0,04 - 0,02}m = 0,1\sqrt{3}m$$

Και με διαφορά φάσης $\epsilon\phi\theta = \frac{A_2\eta\mu\phi}{A_1 + A_2\cos\phi} = \frac{0,2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{0,1 + 0,2\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{0,1\sqrt{3}}{0} \dots$ δεν ορίζεται!

Ας δούμε λίγο τα περιστρεφόμενα διανύσματα για τις δύο αυτές ταλαντώσεις. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ότι το περιστρεφόμενο διάνυσμα που αναπαριστά το πλάτος A_2 προηγείται κατά $\Delta\phi = 2\pi/3$ (στην πραγματικότητα κατά $6\pi + 2\pi/3!!!$) του A_1 , ενώ το διάνυσμα A για την συνισταμένη ταλάντωση είναι κάθετο στο A_1 !



Έτσι η εξίσωση της απομάκρυνσης του O για $t \geq \frac{r_1}{v}$ ή $t \geq 5s$ είναι:

$$y = 0,1\sqrt{3} \cdot \eta\mu\left[2\pi\left(2t - \frac{r_1}{0,6}\right) + \frac{\pi}{2}\right] = 0,1\sqrt{3} \cdot \eta\mu\left[2\pi\left(2t - \frac{6}{0,6}\right) + \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow$$

$$y = 0,1\sqrt{3} \cdot \eta\mu\left(4\pi - 20\pi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{S.I.}) \quad (\alpha)$$

$$\text{ή } y = 0,1\sqrt{3} \cdot \eta\mu\left(4\pi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{S.I.}) \quad (\beta)$$

iv) Η μέγιστη δυνατή κινητική ενέργεια που μπορεί να έχει μια μάζα m , είναι αυτή που αντιστοιχεί σε μέγιστο δυνατό πλάτος. Αλλά αυτό θα είναι $A' = A_1 + A_2 = 0,3m$, πράγμα που συμβαίνει στην περίπτωση που έχουμε ενισχυτική συμβολή των δύο κυμάτων. Το πλάτος αυτό επιτυγχάνεται όταν η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο ταλαντώσεων είναι $\Delta\phi = 2k\pi$ ή ισοδύναμα όταν $r_1 - r_2 = k\lambda$. Αλλά τότε ο λόγος γίνεται:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m(\omega A)^2}{\frac{1}{2}m(\omega A')^2} = \left(\frac{A}{A'}\right)^2 = \left(\frac{0,1\sqrt{3}}{0,3}\right)^2 = \frac{1}{3}$$

Σχόλιο:

Οι εξισώσεις (α) και (β) Μαθηματικά είναι ισοδύναμες και μας δίνουν την απομάκρυνση για τη σύνθετη τα-

λάντωση του σημείου Ο. Η (α), για $t=5\text{s}$ για παράδειγμα, δίνει φάση $\varphi=\pi/2$ και μας δείχνει ότι η ταλάντωση αυτή ξεκινά από την θέση $+A$. Αξίζει να τονισθεί ότι $t=0$, δεν είναι η στιγμή που ξεκινά η σύνθετη ταλάντωση, αλλά η στιγμή που ξεκίνησαν την ταλάντωσή τους οι πηγές. Αν θέλαμε βέβαια συνάρτηση όπου για $t=0$ να ξεκινά η νέα σύνθετη ταλάντωση, η εξίσωση με τη μορφή (β) είναι σωστή, όπου θα μπορούσαμε να την γράψουμε με τη μορφή:

$$y = 0,1\sqrt{3} \cdot \eta\mu\left(4\pi t' + \frac{\pi}{2}\right)$$

Όπου $t' = t - \frac{r_1}{v}$ είναι ο χρόνος ταλάντωσης του σημείου Ο, μετά τη συμβολή.

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης