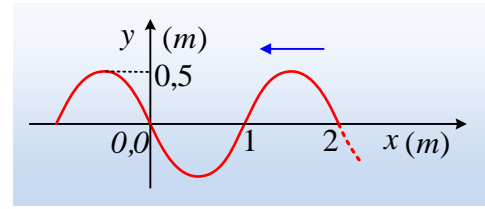


Το κύμα μας «ξέφυγε» προς τ' αριστερά.

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδεται ένα αρμονικό κύμα, χωρίς απώλειες ενέργειας και στο διπλανό σχήμα φαίνεται η μορφή του μέσου, κάποια στιγμή που παίρνουμε ως $t_0=0$. Τη στιγμή αυτή, η κινητική ενέργεια μιας στοιχειώδους μάζας $2mg$ που βρίσκεται στη θέση $x=1m$, είναι $10^{-5}J$.



- i) Να βρεθούν η συχνότητα, το μήκος κύματος και η ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
- ii) Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος.
- iii) Να σχεδιάσετε ένα στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1=1,5s$.
- iv) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της φάσης της απομάκρυνσης ενός σημείου Β στη θέση $x_1=-0,4m$. Θεωρείστε ότι $\pi^2 \approx 10$.

Απάντηση:

- i) Με βάση το διάγραμμα που μας δίνεται $\lambda=2m$ και $A=0,5m$. Εξάλλου η κινητική ενέργεια της στοιχειώδους μάζας, η οποία περνά από τη θέση ισορροπίας της, συνεπώς έχει μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης, δίνεται από την εξίσωση:

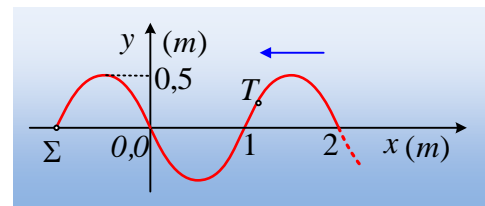
$$K = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2K}{mA^2}} = \frac{1}{A} \sqrt{\frac{2K}{m}} = \frac{1}{0,5} \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-6}}} \text{ rad/s} = 2\pi \text{ rad/s}$$

$$\text{Οπότε } f = \frac{\omega}{2\pi} = 1\text{Hz} \text{ και } v = \lambda \cdot f = 2\text{m/s}.$$

- ii) Το σημείο Σ του σχήματος στη θέση $x=-1m$, στο οποίο φτάνει το κύμα, βρίσκεται στη θέση ισορροπίας και θα κινηθεί προς τα πάνω (θετική κατεύθυνση), συνεπώς η εξίσωση της απομάκρυνσής του θα ικανοποιεί την εξίσωση:

$$y_{\Sigma} = A \cdot \eta \mu \omega t$$



Αλλά τότε αν πάρουμε ένα τυχαίο σημείο T, στη θέση x, αυτό έχει ξεκινήσει νωρίτερα την ταλάντωσή του κατά χρονικό διάστημα $t_1 = \frac{d}{v} = \frac{x - (-1)}{2} = \frac{x+1}{2}$, οπότε η εξίσωση της απομάκρυνσής του θα είναι:

$$y = A \cdot \eta \mu \omega (t + t_1) = 0,5 \cdot \eta \mu 2\pi \left(t + \frac{x+1}{2} \right) \rightarrow$$

$$y = 0,5 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t + \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \right) \text{ (S.I.) με } t \geq 0 \text{ και } x \geq -1-2t$$

Η σχέση αυτή είναι και η εξίσωση του κύματος.

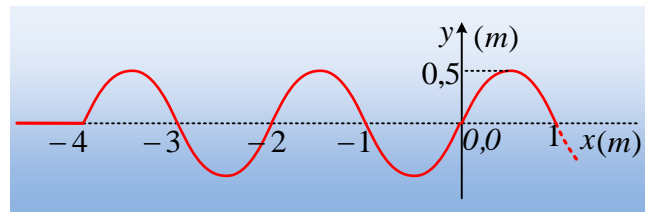
iii) Αντικαθιστώντας στην εξίσωση του κύματος $t=1,5s$ παίρνουμε:

$$y = 0,5 \cdot \eta\mu 2\pi \left(t + \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \right) = 0,5 \cdot \eta\mu 2\pi \left(1,5 + \frac{x}{2} + 0,5 \right) = 0,5 \cdot \eta\mu (4\pi + \pi x) = 0,5 \cdot \eta\mu (\pi x)$$

Με $x \geq -1-2t$ ή $x \geq (-1-2 \cdot 1,5) \text{ m}$ ή $x \geq -4\text{m}$.

(Εναλλακτικά το κύμα στο μεταξύ έχει διαδοθεί κατά $d=vt_1=3\text{m}$, φτάνοντας στην θέση $x=-4\text{m}$).

Οπότε το ζητούμενο στιγμιότυπο είναι όπως στο σχήμα:

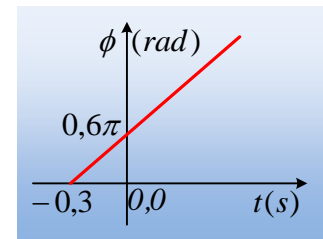


iv) Η φάση του σημείου Β στη θέση $x_1=-0,4\text{m}$ δίνεται από την εξίσωση:

$$\varphi = 2\pi \left(t + \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \right) = 2\pi \left(t + \frac{-0,4}{2} + \frac{1}{2} \right) \rightarrow$$

$$\varphi = 2\pi(t + 0,3) = 2\pi + 0,6\pi \text{ (S.I.)}$$

Αλλά και $\varphi \geq 0$ ή $2\pi + 0,6\pi \geq 0$ ή $t \geq -0,3s$, οπότε η ζητούμενη γραφική παράσταση έχει τη μορφή του διπλανού σχήματος.



Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιάζεις πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης