

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΗΣ ΤΡΟΧΙΑΣ ΓΗΣ, ΑΡΗ ΚΑΙ ΔΙΑΣΤΗΜΟΠΛΟΙΟΥ ΑΠΟ ΤΗ ΓΗ ΣΤΟΝ ΑΡΗ

Γη και Άρης κινούνται σε κυκλικές τροχιές γύρω από τον ακίνητο ήλιο με ακτίνες $r_{Γ} = 150.000.000 \text{ km}$ και $r_{Α} = 228.000.000 \text{ km}$. Δίνονται:

Περίοδος περιφοράς της Γης γύρω από τον ήλιο $T_{Γ} = 365$ ημέρες, περίοδος περιφοράς του Άρη γύρω από τον ήλιο $T_{Α} = 686$ ημέρες.

1.Βρείτε τις ταχύτητες με τις οποίες περιφέρονται οι δύο πλανήτες γύρω από τον ήλιο.

2.Οι αποστολές στον Άρη πραγματοποιούνται κοντά στην ημερομηνία που ο Άρης βρίσκεται στη μικρότερη απόσταση από τη γη. Υποδείξτε μία θέση για τη Γη στην τροχιά της και μία για τον Άρη ώστε οι δύο πλανήτες να βρίσκονται στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση. Πόση είναι αυτή η απόσταση;

3.Ο Άρης άλλοτε φαίνεται πολύ λαμπρός στον ουρανό και άλλοτε πολύ αμυδρός ή δεν μπορούμε να τον διακρίνουμε. Γιατί συμβαίνει αυτό; Πόσο απέχει ο Άρης από την γη στο μέγιστο της λαμπρότητάς του και πόσο στο ελάχιστο;

4.Συνοδική περίοδος περιφοράς του Άρη γύρω από τον ήλιο ονομάζεται ο χρόνος μεταξύ δυο διαδοχικών θέσεων όπου ο Άρης βρίσκεται στην ελάχιστη απόσταση από τη Γη. Να βρεθεί η συνοδική περίοδος περιφοράς του Άρη.

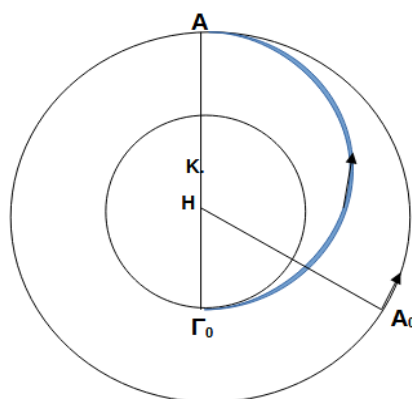
5.Η **NASA** εκτόξευσε το **Rover Perseverance(επιμονή)** με προορισμό τον Άρη στις 30 Ιουλίου 2022. Πότε είναι η επόμενη κατάλληλη ημερομηνία για αποστολή στον Άρη;

Οι στόχοι του rover Perseverance περιλαμβάνουν τον εντοπισμό αρχαίων περιβαλλόντων του Άρη ικανά να υποστηρίξουν τη ζωή, την αναζήτηση αποδεικτικών στοιχείων για την ύπαρξη πρώην μικροβιακής ζωής σε αυτά τα περιβάλλοντα, τη συλλογή δειγμάτων πετρωμάτων και εδάφους για αποθήκευση στην επιφάνεια του Άρη και τη δοκιμή παραγωγής οξυγόνου από την ατμόσφαιρα του Άρη. Το rover συνοδεύεται από ένα **μίνι ελικόπτερο – drone το Ingenuity** για εξερεύνηση της ατμόσφαιρας του κόκκινου πλανήτη.

Το όνομα του Rover επελέγη ανάμεσα σε **28000 προτάσεις μαθητών**. «**Νικητής**» ο **12χρονος Alexander Mather** από τη Βιρτζίνια ο οποίος έγραψε στο κείμενο που συνόδευε την πρότασή του.

«Περιέργεια. Διορατικότητα. Πνεύμα. Ευκαιρία. Αν το καλοσκεφτείτε, όλα αυτά τα ονόματα προηγούμενων Rover στον Άρη είναι ιδιότητες που έχουμε ως άνθρωποι. Είμαστε πάντα περίεργοι και αναζητούμε ευκαιρίες. Έχουμε το πνεύμα και τη διορατικότητα για να εξερευνήσουμε τη Σελήνη, τον Άρη και όχι μόνο. Αλλά αν τα rovers αντικατοπτρίζουν τα προσόντα μας στον αγώνα για την κατάκτηση του διαστήματος, λείπει το πιο σημαντικό. Επιμονή. Εμείς ως άνθρωποι εξελιχθήκαμε ως πλάσματα ώστε να προσαρμοζόμαστε σε οποιαδήποτε κατάσταση, όσο σκληρή κι αν είναι. Είμαστε ένα είδος εξερευνητών και θα συναντήσουμε πολλές αναποδιές στο δρόμο προς τον Άρη. Ωστόσο, μπορούμε να επιμένουμε, όχι ως έθνος αλλά ως άνθρωποι. Δεν θα τα παρατήσουμε. Η ανθρώπινη φυλή θα επιμένει πάντα στο μέλλον»

6.



Ένας υποθετικός παρατηρητής στον ήλιο θα έβλεπε το διαστημόπλοιο να κινείται από τη γη στον Άρη σε μία τροχιά που έχει τα ίδια χαρακτηριστικά με μία ένα ημικύκλιο $\Gamma_0 A$ (μπλέ), τμήμα ενός κύκλου με κέντρο το K και ακτίνα $r = K\Gamma_0 = KA = \frac{r_A + r_G}{2}$.

Μεταξύ 1617 και 1621 ο Γερμανός μαθηματικός και αστρονόμος Johannes Kepler μετά από πολλά χρόνια παρατηρήσεων δημοσίευσε **τους περίφημους 3 νόμους της κίνησης των πλανητών** γύρω από τον ήλιο (**ηλιοκεντρικό σύστημα Κοπέρνικου**) που όπως συμπληρώθηκαν από τον **Νεύτωνα** ισχύουν μέχρι σήμερα 4 αιώνες μετά και περιγράφουν την κίνηση των πλανητών και των δορυφόρων τους και την κίνηση των τεχνητών δορυφόρων – διαστημικών τηλεσκοπίων –

διαστημικών σταθμών. Χρησιμοποιούνται επίσης στο σχεδιασμό διαστημικών αποστολών.

Ο 3^{ος} νόμος του Kepler αναφέρει:

«Οι κύβοι των ακτίνων των κυκλικών τροχιών των πλανητών γύρω από τον ήλιο προς το τετράγωνο του χρόνου περιφοράς τους είναι λόγος σταθερός»

$$\frac{r^3}{T^2} = c \text{ όπου } c = 3.4 \times 10^{18} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

Προφανώς και το διαστημόπλοιο μας είναι ένας μικρός πλανήτης κινούμενος γύρω από τον ήλιο.

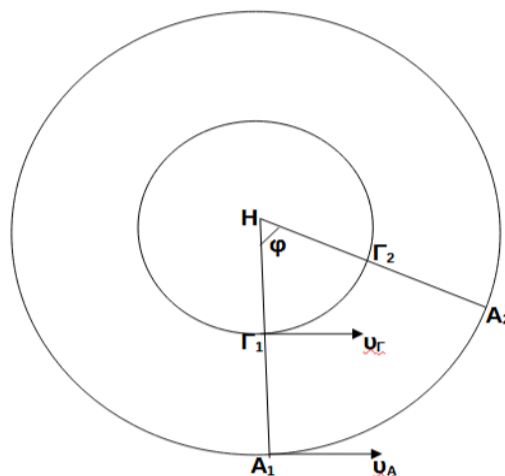
α) Πόσο διαρκεί το ταξίδι από τη γη στον Άρη και ποια η μέση ταχύτητα την οποία μετράει ο παρατηρητής για το διαστημόπλοιο.

β) Όταν το διαστημόπλοιο φτάσει στον προορισμό του θα πρέπει εκεί να συναντηθεί με τον Άρη. Πόσες μοίρες πίσω από το σημείο συνάντησης πρέπει να βρίσκεται ο Άρης κατά την εκκίνηση του διαστημόπλοιου ώστε να συναντηθούν;

7. Αν το διαστημόπλοιο έχει μάζα $m = 500 \text{ kg}$ πόση ενέργεια πρέπει να του δοθεί;

ΛΥΣΗ

1.



$$H\Gamma_1 = r_\Gamma = 150.000.000.000 \text{ m}$$

$$HA_1 = r_A = 228.000.000.000 \text{ m}$$

$$\text{Ταχύτητα περιφοράς γης γύρω από τον ήλιο } u_\Gamma = \frac{2\pi r_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{2\pi \times 150.000.000.000 \text{ m}}{365 \times 24 \times 3600 \text{ s}}$$

$$\Rightarrow u_\Gamma = \mathbf{29886 \text{ m/s}} \text{ ή περίπου } \mathbf{30 \text{ km/s}}$$

$$\text{Για τον Άρη γύρω από τον ήλιο } u_A = \frac{2\pi r_A}{T_A} = \frac{2\pi \times 228.000.000.000 \text{ m}}{686 \times 24 \times 3600 \text{ s}} \Rightarrow$$

$$u_A = \mathbf{24170 \text{ m/s}} \text{ ή περίπου } \mathbf{24 \text{ km/s}}$$

2. Στο παραπάνω σχήμα όταν ο Άρης βρίσκεται στη θέση A_1 και η γη στη Γ_1 τότε οι δύο πλανήτες βρίσκονται στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση $d_{\min} = \Gamma_1 A_1 = HA_1 - H\Gamma_1 = r_A - r_\Gamma = 228.000.000 - 150.000.000$
 $\Rightarrow d_{\min} = \mathbf{78.000.000 \text{ km}}$

3. Προφανώς ο Άρης θα είναι πιο λαμπρός όταν είναι πιο κοντά στη γη στα 78.000.000 km και πιο αμυδρός όταν είναι πιο μακριά από τη γη στο αντιδιαμετρικό σημείο του A_1 που απέχει από τη γη $d_{\max} = r_1 + r_2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow d_{\max} = \mathbf{378.000.000 \text{ km}}$

4. Από το παραπάνω σχήμα έστω A_2 και Γ_2 οι θέσεις Άρη και γης στην επόμενη κοντινότερη απόσταση μεταξύ τους. Ο Άρης θα φτάσει στη θέση A_2 αφού η επιβατική του ακτίνα γράψει γωνία ϕ , η γη επειδή κινείται με μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα όταν φτάσει στο Γ_2 θα είναι μπροστά από τον Άρη, επομένως όταν ο Άρης φτάσει στο A_2 η γη θα φτάσει στο Γ_2 αφού η επιβατική της ακτίνα γράψει γωνία $\theta = 2\pi + \phi$.

Αν t_Σ η συνοδική περίοδος περιφοράς του Άρη τότε:

$$\text{Για τον Άρη } \phi = \frac{2\pi}{T_A} t_\Sigma \quad (1)$$

$$\text{Για τη Γη } \theta = \frac{2\pi}{T_\Gamma} t_\Sigma = 2\pi + \phi \quad (2)$$

$$(1)(2) \Rightarrow \frac{2\pi}{T_\Gamma} t_\Sigma = 2\pi + \frac{2\pi}{T_A} t_\Sigma \Rightarrow \left(\frac{1}{T_\Gamma} - \frac{1}{T_A}\right) t_\Sigma = 1 \Rightarrow t_\Sigma = \frac{T_A T_\Gamma}{T_A - T_\Gamma} = \frac{686 \times 365}{686 - 365} \Rightarrow$$

$$t_\Sigma = \mathbf{780 \text{ ημέρες}}$$

5. Η επόμενη κατάλληλη ημερομηνία θα είναι μετά από 780 ημέρες = 2 χρόνια και 50 ημέρες = 2 χρόνια 1 μήνας και 20 ή 19 ημέρες

$$30 \text{ Ιουλίου } 2022 + t_\Sigma = \mathbf{19 \text{ Σεπτεμβρίου } 2024}$$

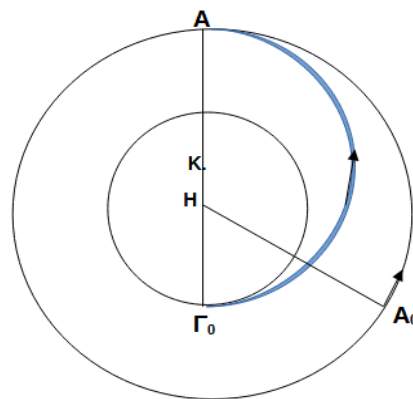
$$6. \alpha) r = \frac{r_A + r_\Gamma}{2} = \frac{228.000.000 + 150.000.000}{2} \Rightarrow r = 189.000.000 \text{ km} = 189 \times 10^9 \text{ m}, \quad \frac{r^3}{T^2} = 3,4 \times 10^{18} \Rightarrow T = r \sqrt{\frac{r}{3,4 \times 10^{18}}} = 189 \times 10^9 \sqrt{\frac{18,9 \times 10^{10}}{3,4 \times 10^{18}}} = 189 \sqrt{\frac{18,9}{3,4}} \times 10^5 \text{ s} = 44.560.828 \text{ s}$$

όμως το διαστημόπλοιο κινείται σε ημιπεριφέρεια και ο χρόνος κίνησης του από τη γη στον Άρη είναι $t = T/2 = 22.280.414 \text{ s} = 258$ ημέρες. **Δηλαδή ένα ταξίδι στον Άρη διαρκεί περίπου 258 ημέρες ή περίπου 8 μήνες.**

Το διάστημα που διανύει το διαστημόπλοιο από τη γη στον Άρη είναι $s = 2\pi r/2 = \pi r = 593.460.000.000 \text{ m}$ σε $t = 22.280.414 \text{ s}$ επομένως η μέση ταχύτητα με την οποία κινήθηκε το διαστημόπλοιο για τον παρατηρητή στον ήλιο θα είναι $u_\mu = \frac{s}{t} \Rightarrow$

$$u_\mu = 26636 \text{ m/s}$$

β)



Το διαστημόπλοιο χρειάζεται 258 ημέρες για να φτάσει από τη γη Γ_0 στον Άρη Α.

Επομένως ο Άρης πρέπει τη στιγμή εκτόξευσης του διαστημόπλοιου από το Γ_0 να βρίσκεται σε μία θέση A_0 τέτοια ώστε να διαγράψει το τόξο A_0A σε 258 ημέρες και να συναντηθεί με το διαστημόπλοιο.

Ο Άρης σε 686 ημέρες διαγράφει 360° σε 258 ημέρες διαγράφει τόξο $(A_0A) = (360 \times 258) / 686 \Rightarrow (A_0A) = 135^\circ$

Δηλαδή ο Άρης τη στιγμή της εκτόξευσης του διαστημόπλοιου πρέπει να βρίσκεται 135° πίσω από το σημείο συνάντησης ή 45° μπροστά από το σημείο εκτόξευσης.

7. Η ενέργεια E που πρέπει να δοθεί στο διαστημόπλοιο είναι ίση με την κινητική ενέργεια που αποκτά.

$$E = \frac{1}{2} m v_{\mu}^2 = 250 \times 26636^2 \Rightarrow$$

$$E = 177.369.124.000 \text{ J}$$

ΣΗΜ. Όμως δεν υπάρχει κανένα διαθέσιμο μέσο που θα μπορούσε να δώσει όλη αυτή την ενέργεια ακαριαία και να εκτοξεύσει το διαστημόπλοιο με 26,636 km/s ή 95890 km/h. Έτσι καταφεύγουμε στη λύση του πυραύλου ο οποίος θα δώσει αυτή την ενέργεια σταδιακά. Όμως ο πύραυλος έχει μάζα πολύ μεγαλύτερη από αυτή του διαστημόπλοιου που φτάνει τα 500.000 kg γιατί πρέπει να κουβαλάει μαζί του και τα καύσιμα μαζί και υγρό οξυγόνο για να γίνει η καύση σταδιακά. Καταλαβαίνουμε επομένως ότι για να ανεβάσουμε το διαστημόπλοιο στον Άρη το κόστος είναι υπέρογκο. Μόνο σε καύσιμο χρειαζόμαστε περίπου 300.000 kg καυσίμου, δηλαδή $300.000:500 = 600$ kg καυσίμου για κάθε kg που ανεβάζουμε στον Άρη.