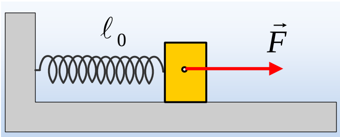
Ασκώντας μια δύναμη για λίγο.



Ένα σώμα, ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m. Σε μια στιγμή t=0, στο σώμα α-σκείται μια σταθερή οριζόντια δύναμη F=20N, όπως στο σχήμα, μέχρι τη στιγμή που θα μηδενιστεί για πρώτη φορά η ταχύτητα του σώματος, οπότε και η δύναμη καταργείται.

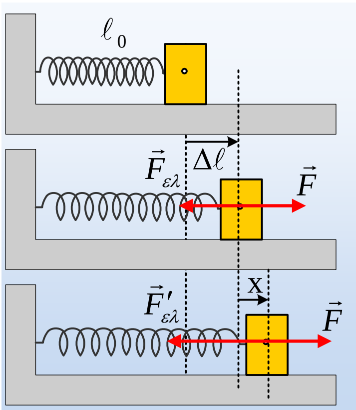
i) Να αποδείξετε ότι για όσο χρόνο ασκείται η δύναμη F, το σώμα εκτελεί ΑΑΤ, της οποίας να υπολογί-σετε το πλάτος και την ενέργεια ταλάντωσης.

ii) Πόση είναι η ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμη F;

iii) Να βρεθεί το πλάτος και η ενέργεια της νέας ταλάντωσης του σώματος, μετά την κατάργηση της δύ-ναμης F.

iv) Ποια από τις δύο ταλαντώσεις έχει μεγαλύτερη περίοδο και γιατί;

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη θέση ισορροπίας όπου το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell$ και σε μια τυχαία θέση, η οποία απέχει κατά x από τη θέση ισορρο-πίας (Για να μην επιβαρυνθεί το σχήμα, έχουν παραληφθεί οι κατα-κόρυφες δυνάμεις, βάρος και κάθετη αντίδραση του επιπέδου).

Για την θέση ισορροπίας $\Sigma F_x=0$ ή $F=F_{\varepsilon\lambda}$ ή

$$F=k\Delta\ell \quad \rightarrow \Delta\ell=\frac{F}{k}=0{,}2m.$$

Για την τυχαία θέση:

$$\Sigma F=F-F'_{\varepsilon\lambda}=k\ \Delta\ell-k(x+\ \Delta\ell)=-kx$$

Συνεπώς το σώμα εκτελεί ΑΑΤ, με σταθερά D=k, γύρω από μια θέση που το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί κατά $\Delta\ell=0{,}2m.$

Αλλά αφού το σώμα ξεκινά την ταλάντωσή του χωρίς αρχική ταχύτητα, από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, τότε $A_1=\ \Delta\ell=0{,}2$m, ενώ η ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση:

$$E_1=\frac{1}{2}DA_1^2=\frac{1}{2}kA_1^2=\frac{1}{2}100\cdot 0{,}2^2\,J=2J$$

ii) Η ενέργεια που μεταφέρεται από τη δύναμη F στο σώμα, είναι ίση με το έργο της:

$$W_F=F\cdot s=F\cdot 2A=20\cdot 0{,}4J=8J$$

iii) Μόλις πάψει να ασκείται η δύναμη F, το σώμα απέχει κατά 0,4m από τη θέση φυσικού μήκους του ε-λατηρίου, θέση, η οποία θα είναι η νέα θέση ισορροπίας, για την νέα ταλάντωση που θα επακολουθή-σει. Αλλά αφού σε αυτή τη θέση έχει μηδενική ταχύτητα, τότε το νέο πλάτος θα είναι:

$$A_2=2A_1=0{,}4m$$

Και η ενέργεια ταλάντωσης:

$$E_2 = \frac{1}{2}DA_2^2 = \frac{1}{2}kA_2^2 = \frac{1}{2}100 \cdot 0{,}4^2\,J = 8J$$

iv) Η περίοδος και των δυο ταλαντώσεων είναι ίδια, αφού δεν εξαρτάται από τις δυνάμεις ή τα πλάτη των ταλαντώσεων, αλλά είναι ίση με:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Σχόλια:

1) Δεν πρέπει να συνδέεται **άκριτα**, το έργο της ασκούμενης δύναμης F, με την ενέργεια ταλάντωσης. Για την ταλάντωση που πραγματοποιεί το σώμα, γι όσο χρόνο ασκείται η δύναμη, δεν ισχύει ότι $W_F = E_\tau$!

   Η ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με την ενέργεια που πρέπει να προσφέρουμε στο σώμα, ώστε να ταλαντωθεί, με την προϋπόθεση ότι αρχικά το σώμα ηρεμεί στη θέση ισορροπίας.

   Αν αγνοηθεί όμως η πρώτη ταλάντωση, τότε αρχικά το σώμα ηρεμούσε στη θέση φυσικού μήκους, η οποία είναι και θέση ισορροπίας της δεύτερης ταλάντωσης και τότε βέβαια θα ισχύει ότι $W_F = E_\tau = 8J$.

2) Και βέβαια **προσοχή**, δεν ισχύει καμιά διατήρηση ενέργειας ταλάντωσης, για δυο διαφορετικές ταλαντώσεις, όπως παραπάνω. Αν θέλουμε να μιλήσουμε για διατήρηση ενέργειας, ας το κάνουμε μιλώντας για μηχανική ενέργεια. Έτσι αναφερόμενοι στην ακραία δεξιά θέση (τη στιγμή που παύει να ασκείται η δύναμη F), θα έχουμε:

   Στο σύστημα δόθηκε ενέργεια μέσω του έργου της δύναμης, ίση με 8J και η ενέργεια αυτή έχει αποθηκευτεί στο ελατήριο, το οποίο έχει δυναμική ενέργεια ελαστικότητας:

$$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2 = \frac{1}{2}100 \cdot 0{,}4^2\,J = 8J$$

   Αλλά για την ίδια θέση, για την πρώτη ταλάντωση:

$$U_1 = E_1 = 2J$$

   ενώ για την δεύτερη ταλάντωση

$$U_2 = E_2 = 8J\,.$$

dmargaris@gmail.com