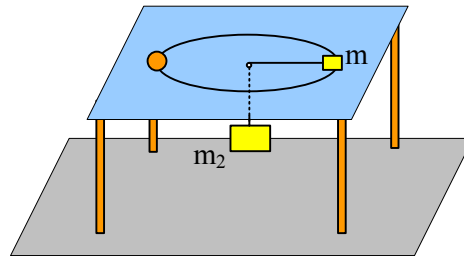


### Θα μείνει τεντωμένο το νήμα;

Το κιβώτιο του παρακάτω σχήματος είναι κύβος πλευράς  $2R$  μάζας  $m=1\text{kg}$  και μπορεί να κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι ύψους  $H=1,25\text{m}$  εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας  $R_1=2\text{m}$  με την βοήθεια οριζώντιου τεντωμένου σκοινιού η άλλη άκρη του οποίου βρίσκεται δεμένη με δεύτερο σώμα μάζας  $m_2=5\text{kg}$  που ισορροπεί κατακόρυφα.



Σφαίρας μάζας  $M=3\text{kg}$  και ακτίνας  $R=0,1\text{m}$  τοποθετείτε σε ένα σημείο της περιφέρειας της κυκλικής τροχιάς που εκτελεί το σώμα μάζας  $m_1$  με κατάλληλη αρχική γωνιακή ταχύτητα παράλληλη προς το επίπεδο του τραπεζιού και με φορά προς το κέντρο του κύκλου. Κάποια στιγμή τα δύο σώματα συγκρούονται ακαριαία κεντρικά και ελαστικά. Αν μετά την κρούση των δύο σωμάτων η σφαίρα κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει και το νήμα είναι συνεχώς τεντωμένο να βρεθούν:

- A) Το μέτρο της αρχικής ταχύτητας του κύβου.
- B) Το μέτρο της αρχικής γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας
- Γ) Το μέγιστο ύψος που θα κατέβει το σώμα μάζας  $m_2$
- E) Ποια η τελική κινητική ενέργεια της σφαίρας λίγο πριν χτυπήσει στο έδαφος.

Για την σφαίρα  $I_{cm}=0,4MR^2$ .

### ΑΠΑΝΤΗΣΗ

A) Για την ισορροπία του σώματος μάζας  $m_2$  θα έχουμε  $T=m_2g$  άρα  $T=50\text{N}$

Ο κύβος εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση και η τάση του νήματος έχει το ρόλος της κεντρομόλου δύναμης. Έτσι  $T=F_c$  άρα  $T=mv^2/R$  και μετά από τις πράξεις  $v=10\text{m/s}$

B) Η κρούση του κύβου και της σφαίρας είναι κεντρική και ελαστική. Οι δυνάμεις κατά την κρούση είναι κεντρικές και έτσι δεν θα προκαλέσουν μεταβολή στην στροφοπή της σφαίρας. Ισχύουν οι τύποι της κεντρικής ελαστικής κρούσης με την σφαίρα αρχικά ακίνητη μεταφορικά

Έτσι

$$v_1' = \frac{m-M}{m+M}v = -5m/s \quad \text{και} \quad v_2' = \frac{2m}{m+M}v = 5m/s$$

Επειδή η σφαίρα αμέσως μετά την κρούση κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει θα πρέπει να ισχύει η συνθήκη κύλισης άρα  $v_{cm2}' = \omega_0 R$  άρα  $\omega_0 = 50 \text{r/s}$ .

Γ) Επειδή συνολικά οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο δεν δημιουργούν ροπή η στροφορμή του κύβου διατηρείται σταθερή. Με την βοήθεια της ΑΔΣ θα έχουμε:

$$mv_1' R_1 = mv_{\text{τελ}}(R_1 - y) \quad \text{ή} \quad v_{\text{τελ}} = 10/(2-y) \quad (1)$$

Με την βοήθεια της ΑΔΕ για όλο το σύστημα και μέχρι να σταματήσει να κατεβαίνει στιγμιαία το σώμα μάζας  $m_2$  θα έχουμε

$$\frac{1}{2} mv_1'^2 + m_2 g y = \frac{1}{2} mv_{\text{τελ}}^2 \quad \text{ή} \quad 12,5 + 50y = 0,5v_{\text{τελ}}^2 \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) θα καταλήξουμε στην εξίσωση  $4y^3 - 15y^2 + 12y = 0$  με λύσεις το

$y=0\text{m}$   $y=2,59\text{m}$  &  $y=1,15\text{m}$  με δεκτή φυσικά την τελευταία μιας και το  $y$  δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερο του  $R$ .

Ε) Με τη βοήθεια της ΑΔΕ για την σφαίρα μετά την κρούση θα έχουμε

$$\frac{1}{2} Mv_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{cm}\omega_0^2 + MgH = K_{\text{ολεδαφους}} \quad \text{θα έχουμε μετά από τις πράξεις} \quad K_{\text{εδαφους}} = 90\text{J}$$

[xristoselef@gmail.com](mailto:xristoselef@gmail.com)