«γ=0. Τι συμπεραίνετε ;»
Διδακτική προσέγγιση με χρήση Η/Υ δύο περιπτώσεων που με δυσκολία χωρούν στον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας της Φυσικής.

Παλίλης Βασίλης *Φυσικός Παιδαγωγός*
Πολυζώης Γιώργος *Φυσικός-Μαθηματικός*
Τασιοπούλου Πηνελόπη *Φυσικός*
Τσιγαρίδας Ηλίας *Πληροφορικός*
Διευθύνσεις : Γ. Παπαναδρέου 21, 12462 Δάσος Χαϊδαρίου, Αθήνα
Δελφών 83 & Εδέσσης, 12243 Αιγάλεω, Αθήνα
Τηλέφωνα: 5321081-5903208, E-mail: tatsis@hol.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η εργασία εξετάζει δύο περιπτώσεις που προκύπτουν από την ερώτηση : «γ=0. Τι συμπεραίνετε ;»

Σύμφωνα με τους νόμους του Newton το σώμα : α) Μπορεί να είναι ακίνητο και β)Μπορεί να κινείται ευθύγραμμα ομαλά .Οι περιπτώσεις αυτές δεν εξετάζονται στην εργασία μας.

Εμφανίζονται δύο ακόμα περιπτώσεις : α) Το σώμα μπορεί να έχει μέγιστη ή ελάχιστη ταχύτητα σύμφωνα με γνωστό θεώρημα της ανάλυσης (αν βέβαια εκπληρούνται οι προϋποθέσεις του) και β)Επίσης το γ=0 στην λυκειακή φυσική μπορεί να ερμηνευτεί ως $\gamma \to 0$ οπότε η ταχύτητα ασυμπτωτικά τείνει σε μια οριακή τιμή.

Οι δύο αυτές περιπτώσεις εμφανίζονται στον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας της φυσικής σε δύσκολες διδακτικές καταστάσεις κίνησης, όπως οι ταλαντώσεις ή η κίνηση σωμάτων με την επίδραση δυνάμεων που εξαρτώνται από την ταχύτητα. Οι περιπτώσεις αυτές φέρνουν σύγχυση και τεράστιες δυσκολίες στους μαθητές λόγω του <u>μαθηματικού φορμαλισμού τους.</u>

Από τα προηγούμενα συμπεραίνουμε επίσης ότι η απάντηση στις δύο αυτές καταστάσεις αναζητείται ΕΚΤΟΣ του «προγράμματος» της κινηματικής όπου η επιτάχυνση ως κινηματικό μέγεθος ορίζεται μέσω της μεταβολής της ταχύτητας σε κάποιο πολύ μικρό χρονικό διάστημα. Το σύμπτωμα αυτό εμφανίζεται έντονα στην παραδοσιακή διδασκαλία της φυσικής, έχει τις ρίζες του στους περιορισμούς που εισάγουν τα μαθηματικά στην ύλη της φυσικής και συχνά οδηγεί σε «αφύσικες» καταστάσεις . Με την εισαγωγή Η/Υ μπορούμε να εισάγουμε προσεγγιστικούς τρόπους αντικαθιστώντας τους ακριβείς τύπους καθώς επίσης και να αναδιατάξουμε κομμάτια της ύλης της φυσικής ώστε να αποφεύγονται τέτοιες «αφύσικες καταστάσεις

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στην παραδοσιακή διδασκαλία της Φυσικής το μάθημα στηρίζεται στην γνώση του δασκάλου για τα υπό εξέταση φαινόμενα και στην προσπάθειά του να την μεταδώσει στους μαθητές. Ανεξάρτητα από το πόσο καλός είναι ο δάσκαλος στην μετάδοση αυτής της γνώσης, έχουν καταγραφεί πλέον τα προβλήματα που παρουσιάζει αυτός ο τρόπος διδασκαλίας για την μάθηση της Φυσικής από τους μαθητές.

<u>Γενικές παρατηρήσεις γύρω από την παραδοσιακή διδασκαλία και την μάθηση στην Φυσική[1].</u>

1. Ο παραδοσιακός τρόπος διδασκαλίας για ένα δεδομένο εννοιολογικό πλαίσιο, στο οποίο μπορεί να βασιστεί η διδασκαλία της Φυσικής, μειονεκτεί ως προς τις διαδικασίες μάθησης. Είναι

βέβαιο ότι απαιτούνται διαδικασίες μέσα από τις οποίες οι μαθητές θα καταλαβαίνουν τις ομοιότητες αλλά και τις διαφορές μεταξύ των φυσικών εννοιών.
2. Με τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας της Φυσικής οι εννοιολογικές δυσκολίες δεν αναδεικνύονται πάντοτε.
3. Αύξηση της κατανόησης εκ μέρους των μαθητών και της δυνατότητάς τους για παροχή ποιοτικών εξηγήσεων που θα αποδεικνύουν την κατανόηση αυτή, δεν είναι εύκολο να προέλθει από την παραδοσιακή διδασκαλία της Φυσικής.
4. Συσχετίσεις εννοιών, διαφορετικές αναπαραστάσεις καθώς και πραγματικά προβλήματα συχνά λείπουν από την παραδοσιακή διδασκαλία της Φυσικής.
5. Η ικανότητα λύσης αλγεβρικών προβλημάτων δεν αποτελεί κριτήριο για την εννοιολογική κατανόηση στη Φυσική. Απαιτούνται ποιοτικές εξηγήσεις των καταστάσεων (προβλημάτων) και διατυπώσεις των συσχετισμών των εμφανιζομένων μεγεθών χωρίς τη χρήση μαθηματικών τύπων. Τέτοιες δε ποιοτικές εξηγήσεις και διατυπώσεις πρέπει να προηγούνται των αλγεβρικών λύσεων.
6. Η διδασκαλία υπό μορφή διάλεξης δεν είναι ο πλέον ενδεδειγμένος τρόπος για την κατανόηση της Φυσικής από τους μαθητές. Οπωσδήποτε η πειραματική υποστήριξη της διδασκαλίας βοηθά στην κατανόηση της Φυσικής. Η εκτέλεση, όμως, πειραμάτων δεν λύνει από μόνη της το πρόβλημα· χρειάζονται ενεργητικές μέθοδοι διδασκαλίας στις τάξεις των πολλών μαθητών.

2. ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ

Ο μαθητής εισέρχεται στα εισαγωγικά μαθήματα Φυσικής έχοντας προ-έννοιες (preconception) που στην πλειοψηφία τους είναι λανθασμένες (misconception, intuitive reasoning). Η παραδοσιακή διδασκαλία της Φυσικής στο Δημοτικό και στο Γυμνάσιο όχι μόνο δεν βελτιώνει τις υπάρχουσες δυσκολίες αλλά καθοδηγεί και τη μαθησιακή διαδικασία στην αλγεβρική αντιμετώπιση της Φυσικής. Η γνώση, επομένως, του μαθητή του Λυκείου βασίζεται συνήθως σε κάποιες εξισώσεις που έχει καταχωρήσει στη μνήμη του και προσπαθεί να αντεπεξέλθει σε μια διδασκαλία προσανατολισμένη στην λύση προβλημάτων, χρησιμοποιώντας τες λίγο πολύ με τυχαίο και διαισθητικό τρόπο. Βλέπει τη Φυσική περισσότερο ως σύνολο ελατηρίων, σχοινιών, κεκλιμένων επιπέδων και τροχαλιών παρά ως ένα αυτοσυνεπές εξηγητικό σχήμα.
Λύση προβλημάτων (problem solving) για τους μαθητές σημαίνει υπολογισμός ενός ή περισσοτέρων αγνώστων. Ο μαθητής για να αντεπεξέλθει σε αυτές τις διαδικασίες χρησιμοποιεί το φορμαλισμό (τύπο) και αποφεύγει οποιαδήποτε ποιοτική εξήγηση ή χρήση διαγραμμάτων.
Πρόσφατες έρευνες : O.C.S.P[2], Thorton[3], Hake[4], Arons[5] παρέχουν ολοκληρωμένους τρόπους για την παιδαγωγική αντιμετώπιση του παραπάνω προβλήματος. Κύρια συνιστώσα των ερευνών αυτών αποτελεί ο προσανατολισμός τους στις πολλαπλές αναπαραστάσεις ενός φυσικού φαινομένου.
Είναι βέβαιο ότι ο συσχετισμός πολλαπλών αναπαραστάσεων δίνει πληρέστερη εικόνα από ό,τι η κάθε μία από αυτές ξεχωριστά. Έτσι, η χρήση τους επιβάλλεται σε μία ενεργητική διδασκαλία Φυσικής. Μέρος των αναπαραστάσεων πραγματοποιείται με τη χρήση των Η/Υ. Φύλλα εργασίας[6] και Zoom[7,8] αποτελούν ισχυρά εργαλεία για την πραγματοποίηση αναπαραστάσεων στη Φυσική.

3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ ΚΑΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Η μέχρι τώρα διδασκαλία της Φυσικής βασίζεται σε δύο διαφορετικές προσεγγίσεις:

1. Την προσέγγιση της διάλεξης, της οποίας τα βασικά στοιχεία της είναι ο πίνακας και το βιβλίο *και*
2. Την πειραματική προσέγγιση, της οποίας το βασικό στοιχείο της είναι το εργαστήριο.

Σήμερα, είναι δεδομένο ότι η χρήση Υπολογιστών αποκαθιστά ένα είδος ισορροπίας μεταξύ των δύο αυτών διαφορετικών προσεγγίσεων. Οι έρευνες[9,10,11,12] που έχουν πραγματοποιηθεί δείχνουν την σπουδαιότητα των Υπολογιστών στην διδασκαλία της Φυσικής. Η χρήση Υπολογιστών συνιστά έναν ενεργητικό τρόπο μάθησης και σε ορισμένες περιοχές της Φυσικής μπορεί να επιφέρει δραστικές αλλαγές στις υπάρχουσες μαθησιακές διαδικασίες.

Βασικά πλεονεκτήματα από την χρήση των Υπολογιστών είναι :

1. Η δημιουργία καταστάσεων που χωρίς Υπολογιστές είναι αδύνατον να πραγματοποιηθούν (πειράματα ή γραφικές παραστάσεις).
2. Η σύζευξη μεταξύ της θεωρίας και του πειράματος.
3. Η δημιουργία μοντέλων.
4. Η παραγωγή εικόνων που συντελούν στη μείωση των παρανοήσεων.
5. Η εισαγωγή στο μαθηματικό μέρος μιας θεωρίας ξεκινώντας από κάποιες εικόνες στην οθόνη του υπολογιστή.
6. Η μέσω απλών επιδείξεων ή προσομοιώσεων προσέγγιση δύσκολων και πολύπλοκων φαινομένων (π.χ. Χάος).
7. Η πρόκληση του ενδιαφέροντος του μαθητή και μετατροπή του μαθήματος σε πιο συναρπαστικό.

Όμως, η χρήση των Υπολογιστών :

1. Δεν εγγυάται την πρόοδο σε κάποια συγκεκριμένη εκπαιδευτική διαδικασία.
2. Απαιτεί προσεκτική επιλογή της παρουσιαζόμενης ύλης.
3. Απαιτεί ολοκληρωμένα προγράμματα με υψηλές δομές αλληλεπίδρασης.
4. Τα μεγάλα προγράμματα (π.χ. Mathematica) απαιτούν γνώσεις προγραμματισμού έστω και για την απλή τους χρήση.

Στην Ελλάδα η χρήση του υπολογιστή βρίσκεται σε εμβρυακό επίπεδο. Η άποψη της ομάδας μας είναι ότι πρέπει να δημιουργηθούν βαθιές ρωγμές (χτυπήματα) στο σύστημα ώστε να γίνει πιεστική η ανάγκη για συζήτηση έστω, των εφαρμογών των Η/Υ στη Μέση Εκπαίδευση. Η ομάδα μας ασχολείται από διετίας με τις αλλαγές που μπορεί να επιφέρουν οι Η/Υ στο πιο ζωντανό ίσως κομμάτι του ελληνικού εκπαιδευτικού συστήματος «στα θέματα των ΓΕΝΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ». Με έκπληξη μπορεί να δει κάποιος ότι τα θέματα που επιλέγονται είναι δύσκολα και κρίνουν τους καλύτερους των υποψηφίων τα δύο τελευταία χρόνια είναι τόσο οριακές περιπτώσεις στο σύστημα της παραδοσιακής φυσικής, που δεν αντέχουν καν στην στοιχειώδη επεξεργασία από Η/Υ[13].

4. ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΠΛΑΙΣΙΑ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.

5. Η εργασία εξετάζει δύο περιπτώσεις που προκύπτουν από την ερώτηση :

«γ=0. Τι συμπεραίνετε ;»

Σύμφωνα με τους νόμους του Newton το σώμα :

- Μπορεί να είναι ακίνητο
- Μπορεί να κινείται ευθύγραμμα ομαλά .

Οι περιπτώσεις αυτές δεν εξετάζονται στην εργασία μας.
Εμφανίζονται δύο ακόμα περιπτώσεις :

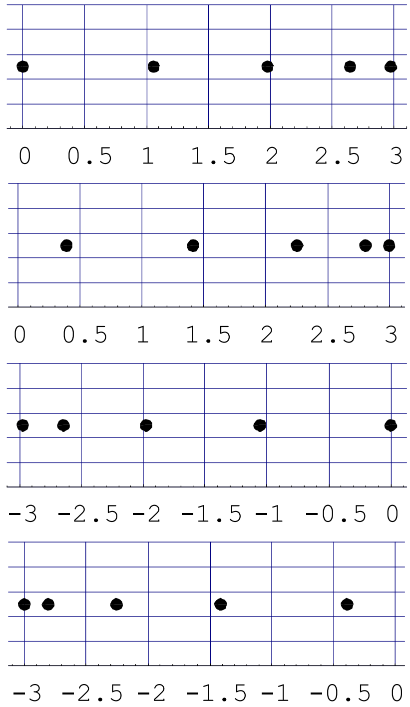
- Το σώμα μπορεί να έχει μέγιστη ή ελάχιστη ταχύτητα σύμφωνα με γνωστό θεώρημα της ανάλυσης (αν βέβαια εκπληρούνται οι προϋποθέσεις του).
- Επίσης το γ=0 στην λυκειακή φυσική μπορεί να ερμηνευτεί ως $\gamma \to 0$ οπότε η ταχύτητα ασυμπτωτικά τείνει σε μια οριακή τιμή.

Οι δύο αυτές περιπτώσεις εμφανίζονται στον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας της φυσικής σε δύσκολες διδακτικές καταστάσεις κίνησης, όπως οι ταλαντώσεις ή η κίνηση σωμάτων με την επίδραση δυνάμεων που εξαρτώνται από την ταχύτητα. Οι περιπτώσεις αυτές φέρνουν σύγχυση και τεράστιες δυσκολίες στους μαθητές λόγω του <u>μαθηματικού φορμαλισμού τους.</u>

2. Η πλήρης μελέτη των παραπάνω κινήσεων απαιτεί την λύση διαφορικών εξισώσεων. Η δυσκολία αυτή στις ταλαντώσεις παρακάμπτεται με την επινόηση του διδακτικού μοντέλου της προβολής σε άξονα ενός σώματος που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Στην κίνηση σωμάτων με την επίδραση δυνάμεων που εξαρτώνται από την ταχύτητα παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της λύσης μιας διαφορικής εξίσωσης (π.χ. $M = M_0(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$) και από αυτήν εξάγονται συμπεράσματα.
3. Στα παραπάνω πλαίσια, ο μηδενισμός της επιτάχυνσης (που είναι κινηματικό μέγεθος) κάποια χρονική στιγμή στην ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ, συνάγεται από τον μηδενισμό της συνισταμένης των δυνάμεων που δρουν πάνω στο σώμα (δηλ. με δυναμικό τρόπο). Ο μηδενισμός της επιτάχυνσης ερμηνεύεται ως «στιγμιαία» ομαλή κίνηση, οπότε αν το κινητό πριν εκτελούσε επιταχυνόμενη κίνηση και κατόπιν επιβραδυνόμενη, η στιγμιαία αυτή τιμή της ταχύτητας αποτελεί τη μέγιστη ταχύτητα.(Τα παραπάνω από μαθηματική σκοπιά αποτελούν τις συνθήκες μαθηματικού θεωρήματος για την ύπαρξη ακροτάτων). Ο συλλογισμός δεν συνοδεύεται από κανενός είδους βοήθεια (π.χ. από γραφική προσέγγιση). Είναι βέβαια απορίας άξιο πως απαιτούμε από τους μαθητές αφηρημένους συλλογισμούς σε μια φυσική κατάσταση που έχει καταγραφεί από την διδακτική της φυσικής ως «διδακτικό εμπόδιο»[14,15].
4. Στα ίδια πλαίσια η ΟΡΙΑΚΗ τιμή που τείνει η ταχύτητα, όταν στο σώμα δρουν δυνάμεις που εξαρτώνται από την ταχύτητα, δικαιολογείται γραφικά (αυτό είναι μια κάποια πρόοδος από διδακτική άποψη) και χρησιμοποιούνται επιχειρήματα του τύπου «τείνει» συνεχώς ένα μέγεθος (π.χ. η ταχύτητα) σε κάποια τιμή[16]. Οι εξηγήσεις αυτές ουσιαστικά είναι σύμφωνες με την έννοια του ορίου και διδακτικά ωφέλιμες αν συνοδεύονται και με προσεγγιστικούς τρόπους μελέτης των φαινομένων. Χωρίς την σύνδεση αυτή εισαγάγουν παρανοήσεις τόσο στο μαθητή όσο και στο διδάσκοντα[17].
5. Από τα προηγούμενα συμπεραίνουμε επίσης ότι η απάντηση στις δύο αυτές καταστάσεις αναζητείται ΕΚΤΟΣ του «προγράμματος» της κινηματικής όπου η επιτάχυνση ως κινηματικό μέγεθος ορίζεται μέσω της μεταβολής της ταχύτητας σε κάποιο πολύ μικρό χρονικό διάστημα. Το σύμπτωμα αυτό εμφανίζεται έντονα στην παραδοσιακή διδασκαλία της φυσικής, έχει τις ρίζες του στους περιορισμούς που εισάγουν τα μαθηματικά στην ύλη της φυσικής και συχνά οδηγεί σε «αφύσικες» καταστάσεις . Με την εισαγωγή Η/Υ μπορούμε να εισάγουμε προσεγγιστικούς τρόπους αντικαθιστώντας τους ακριβείς τύπους καθώς επίσης και να αναδιατάξουμε κομμάτια της ύλης της φυσικής ώστε να αποφεύγονται τέτοιες «αφύσικες καταστάσεις»[18,19,20]. Μια τέτοια «τεχνική» παρουσιάζεται σε αυτή την εργασία.

5. ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ (Α.Α.Τ)

1. Η απλή αρμονική ταλάντωση μπορεί να οριστεί ως περιοδική κίνηση που η απομάκρυνση του σώματος από την θέση ισορροπίας δίνεται από την συνάρτηση :
   $x=x_o$ημωt και η περίοδός της είναι T. (Δεν γίνεται καμιά προσπάθεια ορισμού των x_o και ω).
   Στο παράδειγμά μας x=3ημ(1.2·t).



Εικόνα 1 Στιγμιότυπα της κίνησης

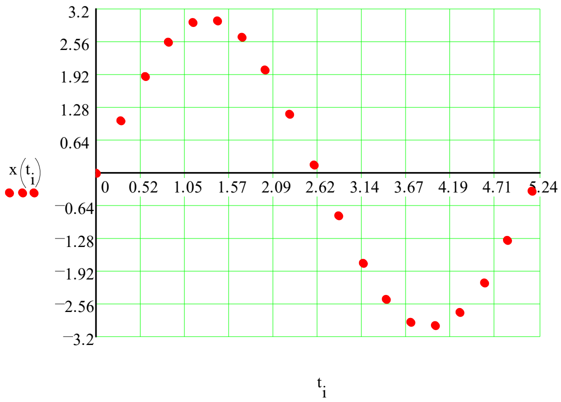
t_i
0
0.29
0.57
0.86
1.14
1.43
1.71
2
2.28
2.57
2.86
3.14
3.43
3.71
4
4.28
4.57
4.86
5.14

$x(t_i)$
0
1.01
1.9
2.57
2.94
2.97
2.65
2.03
1.17
0.17
-0.85
-1.76
-2.48
-2.9
-2.99
-2.73
-2.15
-1.32
-0.34

Αντί της συνάρτησης αυτής μπορούν να δοθούν στιγμιότυπα της κίνησης[i] σε ίσα χρονικά διαστήματα[21], όπου με διαδοχικές μετρήσεις υπολογίζονται οι τιμές της απομάκρυνσης και γίνεται η x-t γραφική παράσταση. Κάνοντας fitting[ii] ένας μαθητής από μια πολύ απλή βιβλιοθήκη

[i] Δημιουργήσαμε την εικόνα που περιέχει τα στιγμιότυπα με πρόγραμμα προσομοίωσης σε Η/Υ. Η εικόνα λειτουργεί ανάλογα με φωτογραφία πολλαπλής λήψεως (στροβοσκοπική μέθοδος).

τεσσάρων-πέντε βασικών συναρτήσεων που συναντούνται στην λυκειακή φυσική, θα μπορούσε να καταλήξει στο συμπέρασμα :
x~ημιτόνου[22]

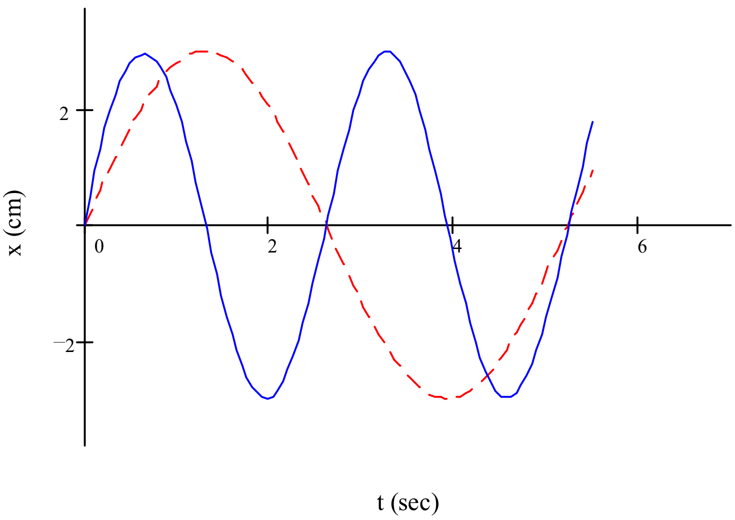


Εικόνα 2 Γραφική παράσταση x-t

Η x-t γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα :

Στην γραφική αυτή παράσταση δικαιολογείται το πλάτος $x_o=\pm 3$ ως η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της απομάκρυνσης. Επίσης στον άξονα των χρόνων εμφανίζεται η περίοδος Τ. Αλλάζοντας την δεδομένη συνάρτηση (π.χ. x=3ημ(0.5t)) ή τα στιγμιότυπα της κίνησης, μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι οι συντελεστές του χρόνου στο ημίτονο, δηλαδή το ω, σχετίζονται με την περίοδο[23].

[ii] Για τη χρήση του fitting και τα συμπεράσμασμα που προκύπτουν από αυτό απαιτούνται περισσότερες επεξηγήσεις. Στην εργασία μας απλώς υποδηλώνεται για πληρότητα, μιας και δεν είναι το κύριο ζητούμενο.



Εικόνα 3 Γραφική παράσταση x-t με διαφορετικά **ω**

t_i	x_i
0	0
0.4	1.38534
0.8	2.45757
1.2	2.97438
1.6	2.81894
2	2.02639
2.4	0.77586
2.8	-0.65003
3.2	-1.929
3.6	-2.77199
4	-2.98849
4.4	-2.52956
4.8	-1.49893
5.2	-0.12952
5.6	1.26917
6	2.381
6.4	2.95471

Πίνακας 1
x-t Πίνακας
Δt=0.4

t_i	x_i
0	0
0.5	1.69393
1	2.79612
1.5	2.92154
2	2.02639
2.5	0.42336
3	-1.32756
3.5	-2.61473
4	-2.98849
4.5	-2.31829
5	-0.83825
5.5	0.93462
6	2.381
6.5	2.99563

Πίνακας 2
x-t Πίνακας
Δt=0.5

2. Από τη συνάρτηση με έναν <u>απλό χειρισμό</u> σε κάποιο μαθηματικό πρόγραμμα (π.χ. Mathcad) μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε τα σημεία που έχουμε στη διάθεσή μας για την μετατόπιση και να δώσει τον δεξιό πίνακα (όπου Δt=0.5).

Επίσης στον πίνακα αυτό μπορούμε με απλό τρόπο να μεταβάλουμε το χρόνο Δt που χρησιμοποιούμε. Ο αριστερός πίνακας για Δt=0.4 γίνεται :

3. Οι παραπάνω διεργασίες αποσκοπούν στο να δημιουργήσουν στο μαθητή έναν πίνακα δεδομένων για επεξεργασία. Ο πίνακας αυτός μπορούσε (ίσως) να δημιουργηθεί και από πειράματα.

Από τον πίνακα αυτό των δεδομένων υπολογίζουμε την μετατόπιση $\Delta x_k = x_{k+1} - x_{k-1}$ και την ταχύτητα $u_k = \frac{x_{k+1} - x_{k-1}}{t_{k+1} - t_{k-1}}$ [24,25].

t_i	x_i	dx_i	u_i
0	0	0	0
0.3	1.05682	1.97815	3.29692
0.6	1.97815	1.58905	2.64842
0.9	2.64587	0.99622	1.66037
1.2	2.97438	**0.27567**	0.45945
1.5	2.92154	-0.48022	-0.80037
1.8	2.49415	-1.17455	-1.95758
2.1	1.74699	-1.71829	-2.86382
2.4	0.77586	-2.04174	-3.4029
2.7	-0.29475	-**2.10342**	-3.5057
3	-1.32756	-1.89543	-3.15905
3.3	-2.19018	-1.44443	-2.40739
3.6	-2.77199	-0.80825	-1.34709
3.9	-2.99843	-**0.06845**	-0.11408
4.2	-2.84044	0.68013	1.13356
4.5	-2.31829	1.34152	2.23586
4.8	-1.49893	1.83091	3.05151
5.1	-0.48739	**2.08557**	3.47594
5.4	0.58664	2.07284	3.45473
5.7	1.58545	1.79436	2.99061
6	2.381	1.28584	2.14306
6.3	2.87129	0.61246	1.02077

Πίνακας 3
Πίνακας t-x-Δx-u για Δt=0.3

3α) Η μελέτη των απομακρύνσεων x και των διαφορών Δx, αναδεικνύει τα μέγιστα και τα ελάχιστα της ταχύτητας καθώς και τα σημεία μηδενισμού της.
Συγκεκριμένα :

$$\left.\begin{array}{l} t=5.1 \\ x=-0.48739 \\ \Delta x=2.8557 \end{array}\right\} \quad u_{max}=3.47594$$

και

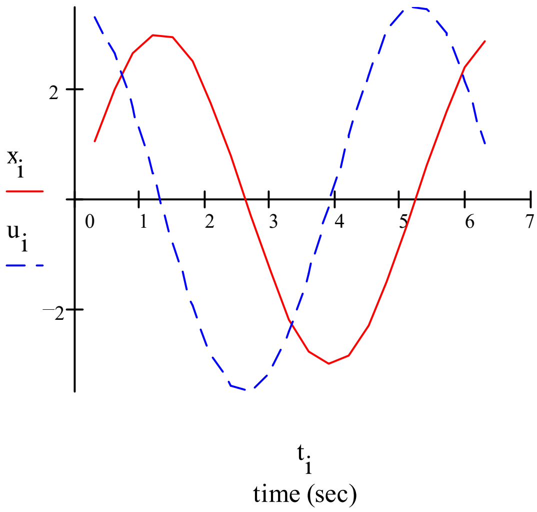
$$\left.\begin{array}{l} t=2.7 \\ x=--0.29475 \\ \Delta x=-2.10342 \end{array}\right\} \quad u_{min}=-3.5057$$

$$\left.\begin{array}{l} t=3.9 \\ x=-2.99843 \\ \Delta x=-0.06845 \end{array}\right\} \quad u \simeq 0$$

3β) Στη γραφική παράσταση της ταχύτητας (διακεκομένη γραμμή) με το χρόνο (u-t), με fitting συμπεραίνουμε ότι :

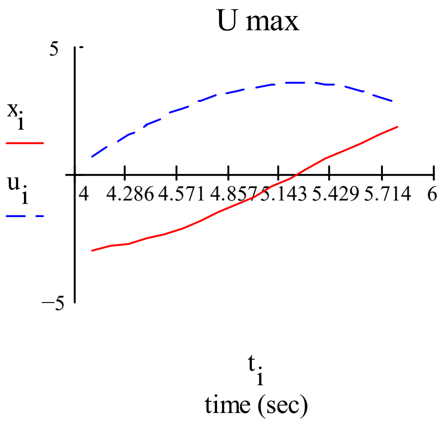
u~συνημιτόνου

και επιβεβαιώνουμε τα μέγιστα και τα ελάχιστα της ταχύτητας.

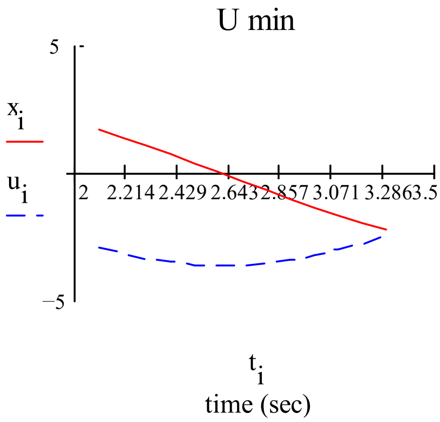


Εικόνα 4 Γραφική παράσταση u-t (διακεκομένη γραμμη) για την ανάδειξη μεγίστων και ελαχίστων

3γ) Zoom για την ανάδειξη μεγίστων και ελαχίστων.



Εικόνα 5 Zoom στη Γραφική πράσταση u-t και x-t για την ακριβέστερη ανάδειξη του μέγιστου της ταχύτητας



Εικόνα 6 Zoom στη Γραφική πράσταση u-t και x-t για την ακριβέστερη ανάδειξη του ελαχίστου της ταχύτητας

4. Από τα δεδομένα του πίνακα για την ταχύτητα, υπολογίζουμε τις μεταβολές της ταχύτητας $\Delta u_k = u_{k+1} - u_{k-1}$ και την επιτάχυνση $\gamma_k = \dfrac{u_{k+1} - u_{k-1}}{t_{k+1} - t_{k-1}}$ και έχουμε τον πίνακα:

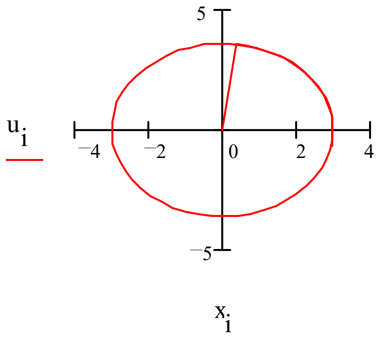
t_i	x_i	dx_i	u_i	du_i	$\tilde{a}_i$
0.6	1.97815	1.58905	2.64842	1.63655	2.72759
0.9	2.64587	0.99622	1.66037	2.18897	3.64828
1.2	2.97438	0.27567	0.45945	2.46074	4.10124
1.5	2.92154	-0.48022	-0.80037	2.41703	4.02839
1.8	2.49415	-1.17455	-1.95758	2.06345	3.43908
2.1	1.74699	-1.71829	-2.86382	1.44531	2.40885
2.4	0.77586	-2.04174	-3.4029	0.64188	1.0698
2.7	-0.29475	-2.10342	-3.5057	**-0.24385**	**-0.40641**
3	-1.32756	-1.89543	-3.15905	-1.09831	-1.83052
3.3	-2.19018	-1.44443	-2.40739	-1.81196	-3.01994
3.6	-2.77199	-0.80825	-1.34709	-2.29331	-3.82218
3.9	-2.99843	-0.06845	-0.11408	-2.48064	-4.1344
4.2	-2.84044	0.68013	1.13356	-2.34994	-3.91656
4.5	-2.31829	1.34152	2.23586	-1.91796	-3.1966
4.8	-1.49893	1.83091	3.05151	-1.24008	-2.0668
5.1	-0.48739	2.08557	3.47594	**-0.40322**	**-0.67204**
5.4	0.58664	2.07284	3.45473	0.48534	0.80889
5.7	1.58545	1.79436	2.99061	1.31167	2.18611
6	2.381	1.28584	2.14306	1.96984	3.28306

Πίνακας 4

Πίνακας t-x-Δx-u-Δu-γ για Δt=0.3

4α) Η μελέτη των μεταβολών της ταχύτητας προσδιορίζει τις μέγιστες και τις ελάχιστες τιμές της.
4β) Φαίνεται ότι στις θέσεις των ελαχίστων και των μεγίστων της ταχύτητας γ=0.
5. Στην παραπάνω διεργασία συναντούμε μια πολύ ειδική περίπτωση που φαίνεται να «καταργεί» βασικό θεώρημα της μαθηματικής ανάλυσης. Συγκεκριμένα γίνεται προφανές από το διάγραμμα u-x και από το Zoom στο x-t διάγραμμα ότι :

$\left.\begin{array}{l} u=0 \\ u \text{ αλλάζει πρόσημο} \end{array}\right\} x_{max}$



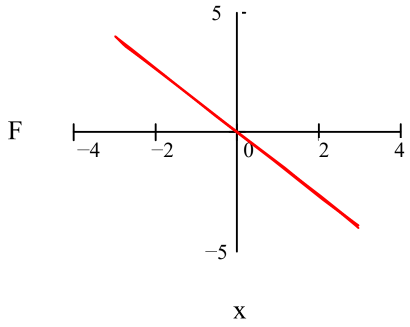
Εικόνα 7 Γραφική παράσταση u-x

που είναι αναμενόμενο,
αλλά και το αντίστροφο

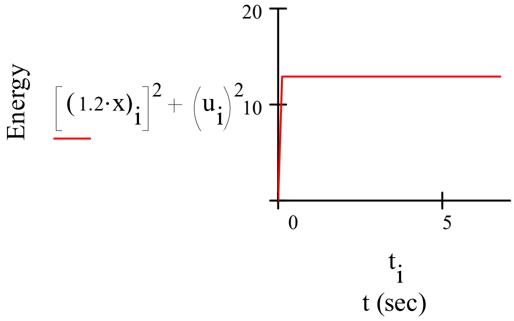
$\left.\begin{array}{l} x=0 \\ x \text{ αλλάζει πρόσημο} \end{array}\right\} u_{max}$

που φαινομενικά δεν συντρέχει λόγος να ισχύει.
Εξήγηση : Η ειδική αυτή περίπτωση οφείλεται στην παράγωγο των τριγομετρικών συναρτήσεων. Το αντίστροφο δικαιολογείται γιατί $\gamma=-\omega^2 x$, άρα οι απαιτήσεις του αντιστρόφου μεταφράζονται :
$\left.\begin{array}{l} \gamma=0 \\ \gamma \text{ αλλάζει πρόσημο} \end{array}\right\} u_{max}$ που καλώς ισχύει.

6. Δίνουμε με συντομία τον τρόπο που οι παραπάνω πίνακες μπορούν να ολοκληρώσουν τη μελέτη της Α.Α.Τ.
6α) Ο πολλαπλασιασμός της επιτάχυνσης με τη μάζα m του σώματος (έστω m=1), δίνει τη δύναμη και μπορούν να συναχθούν συμπεράσματα για αυτήν (F~x).
6β) Ο υπολογισμός των ποσοτήτων u^2 και x^2 δίνει συμπεράσματα για την δυναμική και την κινητική ενέργεια στην Α.Α.Τ.
Δίνουμε τη γραφική παράσταση $u(t)^2 + [1.2 \cdot x(t)]^2 = f(t)$, από όπου φαίνεται η διατήρηση της ενέργειας.



Εικόνα 8 Γραφική παράσταση F-x

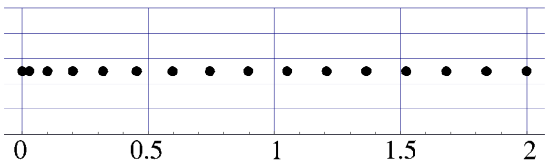


Εικόνα 9 Γραφική παράσταση E-x

6. ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΚΙΝΗΣΗ ΣΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗΝ ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ ΠΟΥ ΕΞΑΡΤΑΤΑΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΑΧΥΤΗΤΑ

1. Η θέση ενός κινητού που αποκτά οριακή ταχύτητα με την επίδραση αφενός μεν σταθερής δύναμης, αφετέρου δε αντίστασης που εξαρτάται από την ταχύτητα (π.χ ενός αγωγού που πέφτει σε μαγνητικό πεδίο κάθετο στην ταχύτητα) μπορεί να οριστεί από την συνάρτηση :

$x = u_{0\rho} \cdot t + x_0 (e^{-\frac{t}{\tau}} - 1)$ και η σταθερά της κίνησης είναι τ.



Εικόνα 10 Στιγμιότυπα κίνησης σώματος με την επίδραση αντίστασης που εξαρτάται από την ταχύτητα

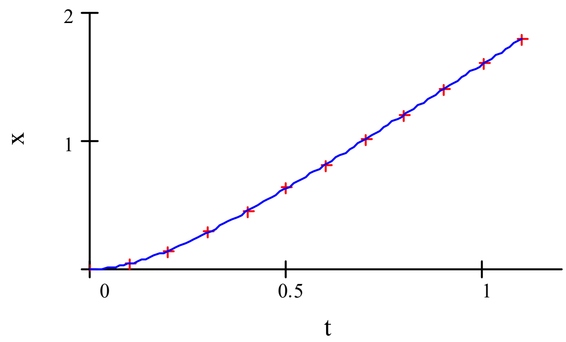
Δεν απαιτείται καμιά πρόσπαθεια ορισμού των u_0, x_0 και τ.
Στο παράδειγμά μας $x=2t+0.4(e^{-5t}-1)$
Αντί της συνάρτησης αυτής πάλι θα μπορούσε να δωθούν τα στιγμιότυπα της κίνησης.

t_i

0
0.08
0.16
0.24
0.32
0.4
0.48
0.56
0.64
0.72
0.8
0.88
0.96
1.04
1.12
1.2

$x(t_i)$

0
0.03
0.1
0.2
0.32
0.45
0.6
0.74
0.9
1.05
1.21
1.36
1.52
1.68
1.84
2



Εικόνα 11 Γραφική παράσταση x-t

Σε κάθε περίπτωση εξάγεται η γραφική παράσταση x-t.

t_i	x_i
0	0
0.1	0.04261
0.2	0.14715
0.3	0.28925
0.4	0.45413
0.5	0.63283
0.6	0.81991
0.7	1.01208
0.8	1.20733
0.9	1.40444
1	1.6027
1.1	1.80163

Πίνακας 5
Πίνακας t-x
$\Delta t=0.1$

t_i	x_i
0	0
0.08	0.02813
0.16	0.09973
0.24	0.20048
0.32	0.32076
0.4	0.45413
0.48	0.59629
0.56	0.74432
0.64	0.8963
0.72	1.05093
0.8	1.20733
0.88	1.36491
0.96	1.52329
1.04	1.68221
1.12	1.84148

Πίνακας 6
Πίνακας t-x
Δt=0.08

2. Επαναλαμβάνοντας την διαδικασία του Ε2 έχουμε τους πίνακες :
Από τη συνάρτηση με έναν απλό χειρισμό σε κάποιο μαθηματικό πρόγραμμα (π.χ. Mathcad) μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε τα σημεία που μπορούμε να έχουμε στη διάθεσή μας για την μετατόπιση και να δώσει τον αριστερό πίνακα (όπου Δt=0.1).
Επίσης στον πίνακα αυτό μπορούμε με απλό τρόπο να μεταβάλουμε το χρόνο Δt που χρησιμοποιούμε.
Ο αριστερός πίνακας για Δt=0.08 γίνεται :

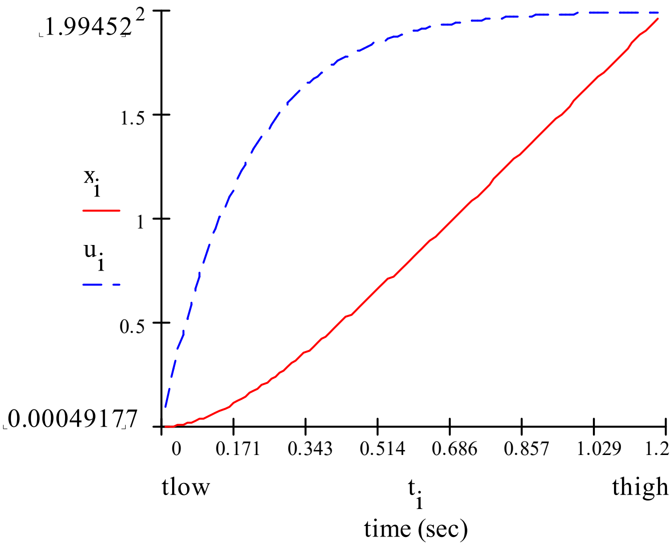
t_i	x_i	dx_i	u_i
0.08	0.02813	0.09973	0.62332
0.16	0.09973	0.17235	1.07719
0.24	0.20048	0.22103	1.38142
0.32	0.32076	0.25366	1.58535
0.4	0.45413	0.27553	1.72205
0.48	0.59629	0.29019	1.81369
0.56	0.74432	0.30002	1.87511
0.64	0.8963	0.30661	1.91628
0.72	1.05093	0.31102	1.94388
0.8	1.20733	0.31398	1.96238
0.88	1.36491	0.31597	1.97479
0.96	1.52329	0.3173	1.9831
1.04	1.68221	0.31819	1.98867

Πίνακας 7 Πίνακας t-x-Δx-u Δt=0.08

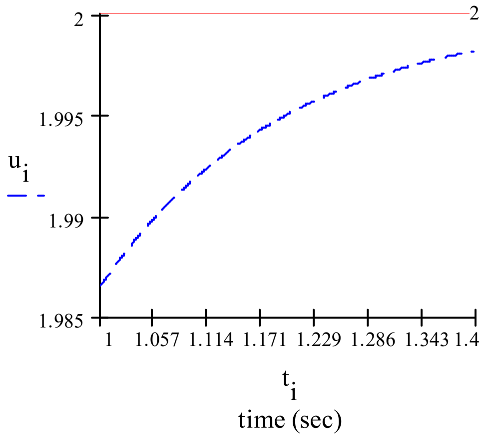
3. Επαναλαμβάνοντας την διαδικασία του Ε3 έχουμε τους πίνακες :

3α) Η μελέτη των απομακρύνσεων x και των διαφορών Δx αναδυκνύει την οριακή τιμή της ταχύτητας. Συγκεκριμένα $u_{ορ}$=2.

3β) Στη γραφική παράσταση της ταχύτητας (με την διακεκομένη γραμμή) (u-t) επιβεβαιώνουμε την οριακή της τιμή.



Εικόνα 12 Γραφική παράσταση x-t και u-t (διακεκομένη γραμμή)



Εικόνα 13 Zoom στη γραφική παράσταση u-t για την ανάδειξη της ασυμπτωτικής συμπεριφοράς της ταχύτητας

3γ) Κάνουμε Zoom για την ανάδειξη της ασυμπτωτικής συμπεριφοράς.

4. Επαναλαμβάνοντας την διαδικασία του Ε4 έχουμε τους πίνακες

t_i	x_i	dx_i	u_i	du_i	γ_i
0.16	0.09973	0.17235	1.07719	0.7581	4.7381
0.24	0.20048	0.22103	1.38142	0.50817	3.17605
0.32	0.32076	0.25366	1.58535	0.34063	2.12897
0.4	0.45413	0.27553	1.72205	0.22833	1.42709
0.48	0.59629	0.29019	1.81369	0.15306	0.95661
0.56	0.74432	0.30002	1.87511	0.1026	0.64123
0.64	0.8963	0.30661	1.91628	0.06877	0.42983
0.72	1.05093	0.31102	1.94388	0.0461	0.28812
0.8	1.20733	0.31398	1.96238	0.0309	0.19314
0.88	1.36491	0.31597	1.97479	0.02071	0.12946
0.96	1.52329	0.3173	1.9831	0.01389	0.08678

Πίνακας 8 Ðßíáêáò t-x-Δx-u-Δu-γ Ät=0.08

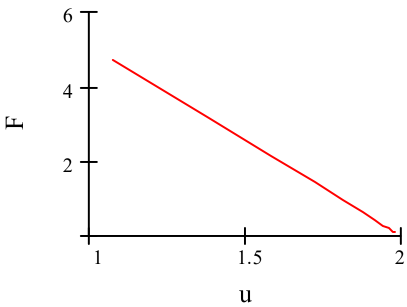
4α) Η μελέτη των μεταβολών της ταχύτητας αναδεικνύει την ασυμπτωτική συμπεριφορά της.

4β) Φαίνεται ότι όταν η ταχύτητα τείνει στην οριακή τιμή η επιτάχυνση τείνει στο μηδέν.

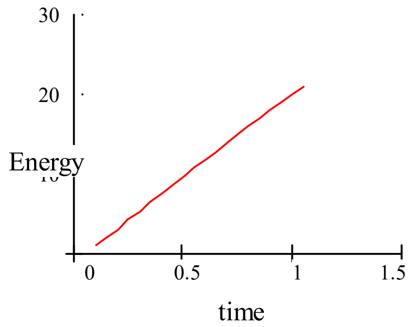
5. Δίνουμε με συντομία τον τρόπο που οι παραπάνω πίνακες μπορούν να ολοκληρώσουν τη μελέτη του φαινομένου.

5α) Ο πολλαπλασιασμός της επιτάχυνσης με τη μάζα m του σώματος (έστω m=1), δίνει τη δύναμη και μπορούν να συναχθούν συμπεράσματα για αυτήν.

- Για u=0 διαβάζουμε την τιμή της σταθερής δύναμης.
- Η κλίση παριστάνει την σταθερά αναλογία αντίστασης-ταχύτητας.



Εικόνα 14 Γραφική παράσταση Δύναμης-Ταχύτητας (F-u)



Εικόνα 15 Γραφική παράσταση Ενέργειας-χρόνου. ΠΡΟΣΕΧΤΕ, η Ενέργεια ΔΕΝ διατηρείται

Δίνουμε με συντομία την ενεργειακή προσέγγιση του φαινομένου.

Ο υπολογισμός των ποσοτήτων u^2 και x δίνει συμπεράσματα για την κινητική και την δυναμική ενέργειατου πεδίου βαρύτητας. Δίνουμε την γραφική παράσταση $u(t)^2+10x(t)=f(t)$ από όπου φαίνεται ότι η ενέργεια δεν διατηρείται.

7. ΟΡΙΑ ΚΑΙ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ

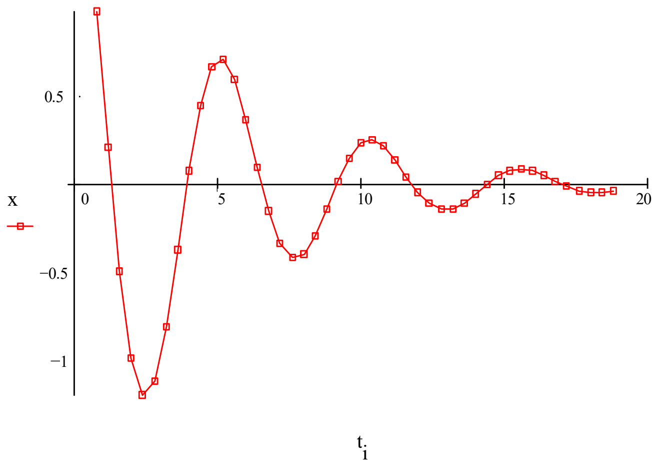
1. Η συλλογή δεδομένων μέσω προσομοιώσεων στον Η/Υ δεν μπορεί να υποκαταστήσει το πείραμα. Ενδείκνυται όμως σε περιπτώσεις που το πείραμα είναι δύσκολο να πραγματοποιηθεί.
2. Η εύκολη ανάδειξη μέσω πινάκων ή γραφικών παραστάσεων της συμπεριφοράς ή του υπολογισμού κάποιων ΦΥΣΙΚΩΝ μεγεθών μπορεί να οδηγήσει σε «απογύμνωση» του περιεχομένου τους, με αποτέλεσμα να εισάγονται παρανοήσεις[26]. Στην περίπτωσή μας τέτοιο φυσικό μέγεθος στην Α.Α.Τ είναι η γωνιακή ταχύτητα ω. Δείξαμε ότι σχετίζεται με την περίοδο της κίνησης αλλά οποιαδήποτε προσπάθεια υπολογισμού της, παρ' όλο που είναι δυνατή, δεν έγινε γιατί θα χανόταν πλήρως το φυσικό της περιεχόμενο. Το φυσικό της περιεχόμενο αναδεικνύεται πλήρως προσεγγίζοντας την Α.Α.Τ μέσω του μοντέλου της προβολής μιας κυκλικής κίνησης σε έναν άξονα.

8. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

1. Η χρήση Η/Υ βοηθά την ανάπτυξη πολλαπλών αναπαραστάσεων στη Φυσική, κάτι που είναι και το ζητούμενο σε μια ενεργητική διδασκαλία του μαθήματος.
2. Η χρήση προσεγγιστικών μεθόδων είναι απαραίτητη για την αντιμετώπιση καταστάσεων με δύσκολο μαθηματικό φορμαλισμό. Οι Η/Υ υλοποιούν προσεγγιστικές μεθόδους. Η ακρίβεια

και τα σφάλματα πρέπει να λαμβάνονται σοβαρά υπόψιν στην ανάπτυξη τέτοιου υπολογιστικού περιβάλλοντος.

3. Η χρήση Η/Υ βοηθά τη διερεύνηση δύσκολων μαθησιακών καταστάσεων που έχουν καταγραφεί ως διδακτικά εμπόδια για τους μαθητές.
4. Οι Η/Υ διευκολύνουν στην αποκατάσταση της ενότητας περιοχών της ύλης της φυσικής, που λόγω του περιορισμού του μαθηματικού φορμαλισμού, έχουν τοποθετηθεί σε πολλά σημεία των αναλυτικών προγραμμάτων.
5. Είναι εύκολη η κατασκευή μοντέλων όπου αξιοποιώντας την κινηματική περιγραφή



Εικόνα 16 Γραφική παράσταση x-t. Φθίνουσα Ταλάντωση

καταστάσεων μπορούμε να περάσουμε στη δυναμική και ενεργειακή τους μελέτη.

1. Η χρήση Η/Υ επιτρέπει την ενασχόληση με πιο ρεαλιστικά φυσικά προβλήματα, που προκαλούν το ενδιαφέρον του μαθητή γιατί πρόκειται για καταστάσεις πιο προσιτές στα καθημερινά του βιώματα.
2. Μια τέτοια γενίκευση που επιτρέπει την ενασχόληση με πιο ρεαλιστικές καταστάσεις, είναι η φθίνουσα ταλάντωση του σχήματος.

   Σε αυτήν συναντώνται οι δύο προηγούμενες περιπτώσεις. Η περίπτωση των ακροτάτων και η περίπτωση της ασυμπτωτικής συμπεριφοράς.

[1]ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

L.C.Mc Dermott, "Guest Comment : How we reach and how students learn - A mismatch", Am. J. Phys. 61(4), 295-298, (1993)

[2] A.V. Heuvelen, "Learning to think like a physicist: A review of research-based instructional strategies", Am. J. Phys. 59(10), 891-897, (1991) A.V.Heuvelen, "Overview, Case Study Physics," Am J. Phys. 59(10), 898-907 (1991)

[3] R.K Thornton, "Tools for scientific thinking-Microcomputer-based laboratories for physics teaching", Phys. Educ. 22,230-238 (1987)

[4] R.R.Hake, "Socratic Pedagogy in the introductory Physics Laboratory", The Phys. Teac. 30(9), 546-552, (1992)

[5] R.R.Hake, "Socratic Pedagogy in the introductory Physics Laboratory", The Phys. Teac. 30(9), 546-552, (1992)

[6] Α. Τζιμογιάννης, Α. Μικρόπουλος, Β. Κουλαϊδης "Ο υπολογιστής στην διδασκαλία της Φυσικής: Μια άμμεση εφαρμογή με χρήση φύλλων εργασίας", Συχ. Εκπ. 85,38-46,(1995)

[7] H. Edward Donley - Eliz Ann George "Hidden Behaviors in Graphs", Mathematics Teachers Journal 86(5), 466-468 (1993)

[8] Β.Παλίλης, Γ. Πολυζώης, Η. Τσιγαρίδας , "Ασυμπτωτική συμπεριφορά επαγωγικών φαινομένων", 12^0 Συνέδριο Μαθηματικής Εταιρείας (Ηράκλειο 1995)

[9] R.F. Martin, Jr, G. Skadron, R.D. Young. "Computers, Physics and the undergraduate Experience", Comp. in Phys. 5(3), 302-310, (1991)

[10] P.W. Laws, "The Role of computers in introductory Physics Courses", Comp. in Phys. 5(5), 552, (1991)

[11] W.G. Harter, "Nothing Going Nowhere Fast: Computer Graphics in Physics Courses", Comp. in Phys. 5(5), 466-478, (1991)

[12] Edward F. Redish, Jack M. Wilson, "Student programming in the introductory physics course: M.U.P.P.E.T.", Am J. Phys. 61(3), 222-232 (1993)

[13] Β.Παλίλης, Γ. Πολυζώης, Π. Τασιοπούλου, Η. Τσιγαρίδας, "Αναπαραστάσεις Ηλ. Πεδίου, Διδακτική Προσέγγιση", 8^0 Συνέδριο Ένωσης Ελλήνων Φυσικών (Ηράκλειο 1996)

[14] L. Vienot, "Analyzing student’s reasoning: Tendencies in interpretation", Am J. Phys. 53(5), 432-436 (1985)

[15] Κ. Γεωργούση, Γ. Τσαπαρλής, "Κατανόηση εννοιών Φυσικής από τους μαθητές Α Λυκείου", Συχ. Εκπ. 87,63-70 (1996)

[16] Σ.Νεγρεπόντης - Σ.Γιωτόπουλος- Ε.Γιανακούλιας *Απειροστικός Λογισμός* Εκδ. Συμμετρία σελίς 297, (1987)

[17] Βλέπε Εργασία 8

[18] Βλέπε Εργασία 12

[19] Βλέπε Εργασία 10

[20] Βλέπε Εργασία 13

[21] Β.Παλίλης, Γ. Πολυζώης, Η. Τσιγαρίδας, "Υπολογιστές και η διδακτική της φυσικής", 8^0 Συνέδριο Ένωσης Ελλήνων Φυσικών (Ηράκλειο 1996)

[22] J. Olson, "Fuyction recognition and computerized graphing", The Phys. Teac. 29(5), 293-295, (1991).

[23] C.V. Embse, "Exploring parametric transformation of functions", The Math. Teac. 89(5), 232-240, (1996).

[24] W. Benenson, W.Bauer, "Frame grabbing techiques in undergraduate physics education", Am J. Phys. 61(9), 848-851 (1993)

[25] M. L. De Jong, "Computers in introductory physics", Comp. in Phys. 5(1), 12-15, (1991)

[26] Βλέπε Εργασία 6