ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 6 ΙΟΥΝΙΟΥ 2025

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΟΚΤΩ (8)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην επιλογή σας, η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει ένα πηνίο μεταβάλλεται από την τιμή I στην τιμή 2I. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο

α) είναι μεγαλύτερη, αν η μεταβολή της έντασης του ρεύματος γίνει γρήγορα.
β) δεν εξαρτάται από τον χρόνο, στον οποίο γίνεται η μεταβολή αλλά μόνο από την αρχική και τελική τιμή της έντασης του ρεύματος.
γ) εξαρτάται από την ωμική αντίσταση που υπάρχει στο κύκλωμα.
δ) εξαρτάται από την πηγή που τροφοδοτεί το κύκλωμα.

Μονάδες 5

Απάντηση

Όταν μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος από την τιμή $i_1 = I$ στην τιμή $i_2 = 2I$, στο πηνίο αναπτύσσεται ΗΕΔ αυτεπαγωγής η οποία αντιδρά στην αύξηση της έντασης του ρεύματος.

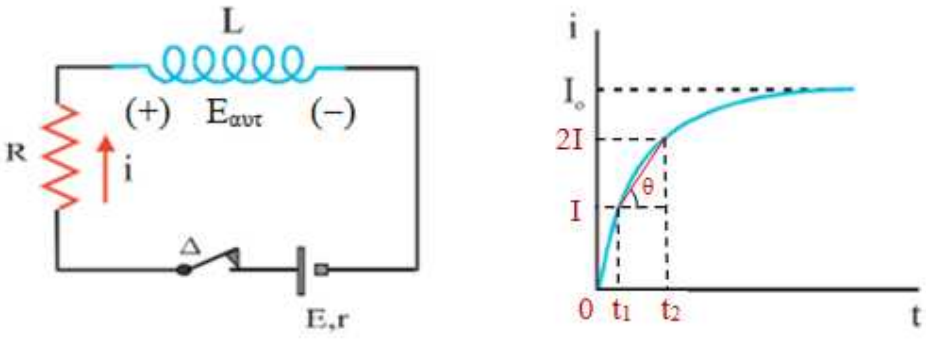
Αν Δt είναι η χρονική διάρκεια της μεταβολής της έντασης του ρεύματος, **το μέτρο της μέσης ΗΕΔ αυτεπαγωγής** δίνεται από τη σχέση : $$|E_{αυτ}| = L\frac{|\Delta i|}{\Delta t} = L\frac{2I - I}{\Delta t} \Rightarrow |E_{αυτ}| = \frac{LI}{\Delta t}, \qquad (1)$$

όπου L ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου που εξαρτάται μόνο από τα γεωμετρικά στοιχεία του πηνίου και το υλικό του πυρήνα που υπάρχει στο εσωτερικό του.

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι **το μέτρο της μέσης ΗΕΔ αυτεπαγωγής αυξάνεται όταν μειώνεται η χρονική διάρκεια μεταβολής της έντασης του ρεύματος**, δηλαδή όταν η μεταβολή της έντασης του ρεύματος γίνει «γρήγορα».

Σχόλιο

Ας υποθέσουμε ότι το κύκλωμα περιλαμβάνει μία (εξωτερική) πηγή (E, r), ωμική αντίσταση R και ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L. Σε μία τυχαία χρονική στιγμή t (κατά τη διάρκεια της αύξησης της έντασης του ρεύματος) με εφαρμογή του 2ου κανόνα Kirchoff προκύπτει :



σχήμα 1

$$E - |E_{αυτ}| = i(R+r) \Leftrightarrow |E_{αυτ}| = E - i(R+r) \text{ ή } |E_{αυτ}| = E - iR_{ολ}. \qquad (2)$$

Η ένταση του ρεύματος αυξάνεται με το χρόνο, σύμφωνα με τη σχέση : $i = \frac{E}{R_{ολ}}\left(1 - e^{-\frac{R_{ολ}}{L}t}\right)$. (3)

Με συνδυασμό των σχέσεων (2), (3) προκύπει : $|E_{αυτ}| = Ee^{-\frac{R_{ολ}}{L}t}$. (4)

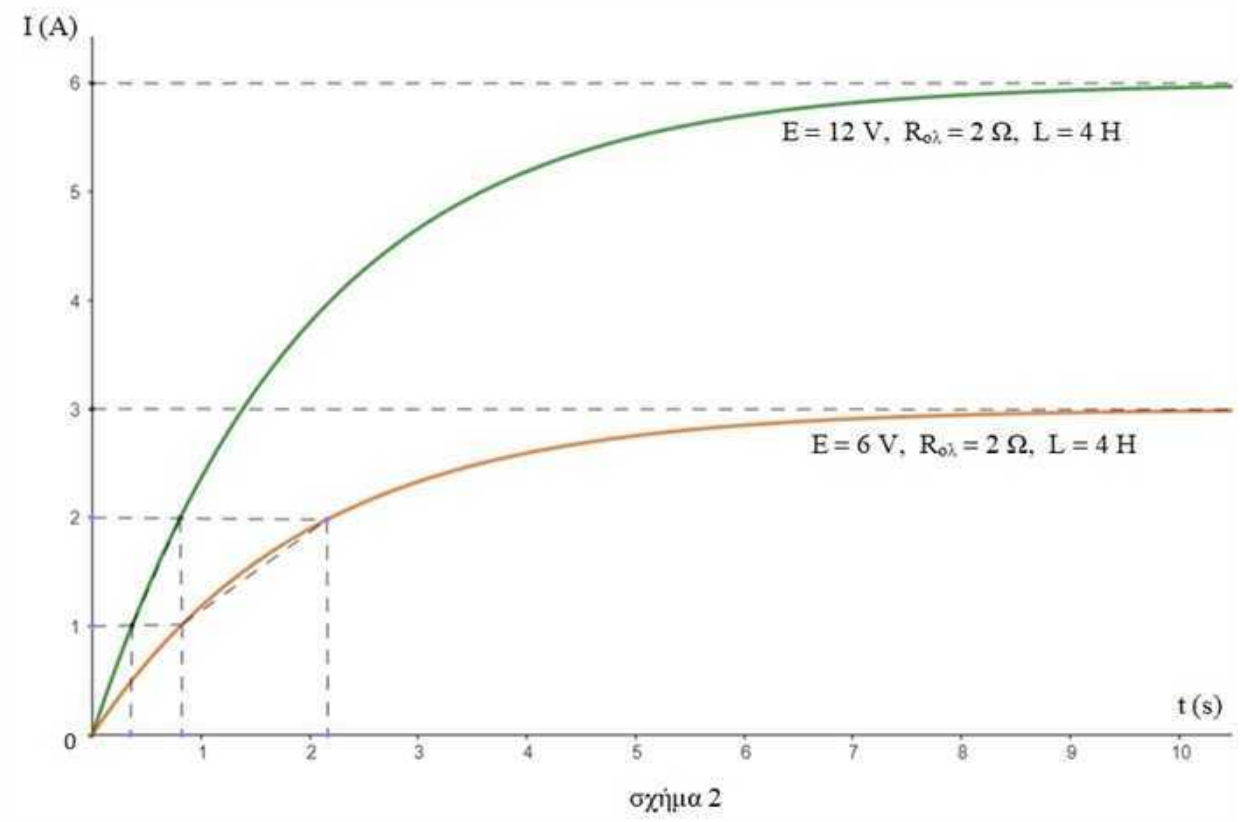
Από τη σχέση (4) φαίνεται ότι **η στιγμιαία ΗΕΔ αυτεπαγωγής εξαρτάται από την ΗΕΔ της πηγής που τροφοδοτεί το κύκλωμα και από την ωμική αντίσταση του κυκλώματος.**

Το μέτρο της μέσης ΗΕΔ αυτεπαγωγής μπορεί να υπολογιστεί από την κλίση του διαγράμματος i – t :

$|E_{αυτ}| = L \cdot \frac{|\Delta i|}{\Delta t} \Rightarrow |E_{αυτ}| = L \cdot εφθ.$ (σχήμα 1)

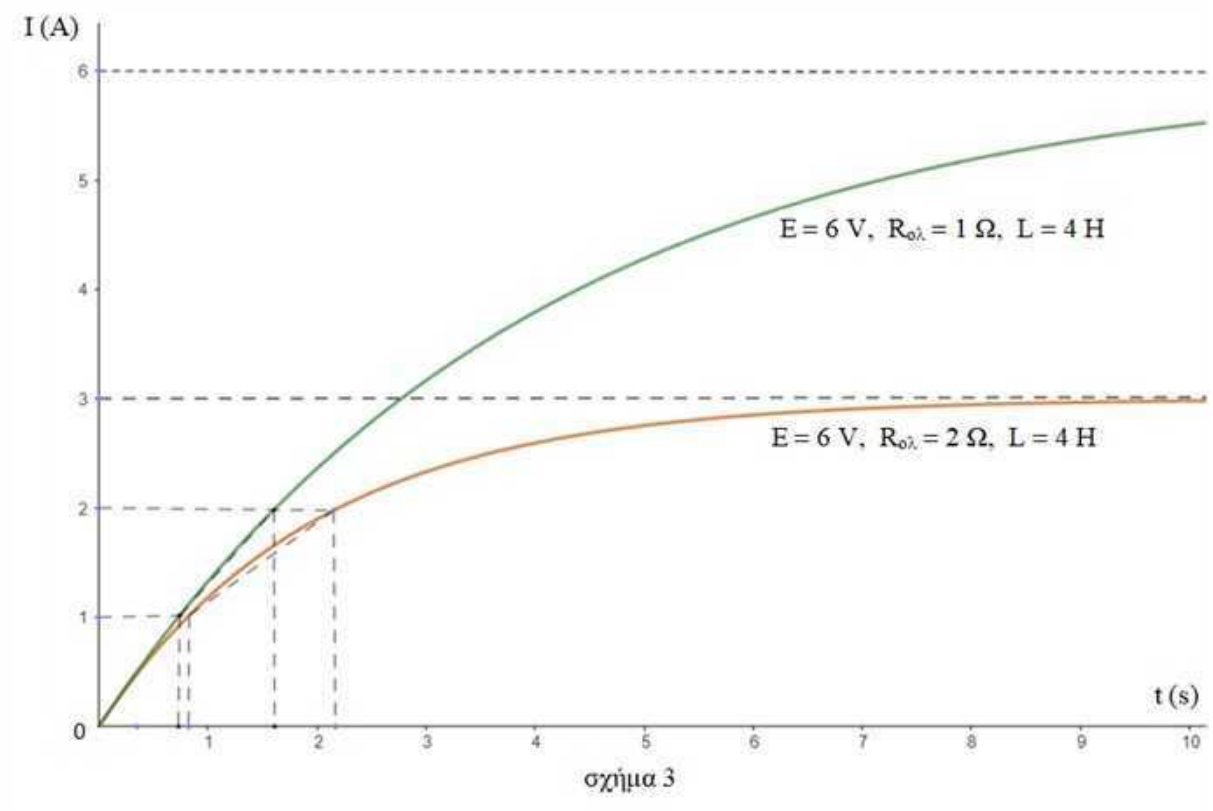
Μεταβάλλοντας την ΗΕΔ της πηγής ή την ωμική αντίσταση του κυκλώματος, μεταβάλλεται η τελική τιμή της έντασης του ρεύματος $\left(I_o = \frac{E}{R_{ολ}}\right)$ καθώς και **το χρονικό διάστημα Δt που απαιτείται για τον διπλασιασμό της έντασης του ρεύματος**.

Στο σχήμα 2 φαίνεται ότι μεταβάλλοντας την ΗΕΔ της πηγής και διατηρώντας σταθερές τις τιμές των $R_{ολ}$, L, μεταβάλλεται η κλίση του διαγράμματος (άρα και η μέση τιμή της $E_{αυτ}$) όταν η ένταση του ρεύματος μεταβάλλεται από $i_1 = 1A$ σε $i_2 = 2$ A.



σχήμα 2

Στο σχήμα 3 φαίνεται ότι μεταβάλλοντας την τιμή της $R_{ολ}$ και διατηρώντας σταθερές τις τιμές των E, L, μεταβάλλεται η κλίση του διαγράμματος (άρα και η μέση τιμή της $E_{αυτ}$) όταν η ένταση του ρεύματος μεταβάλλεται από $i_1 = 1A$ σε $i_2 = 2$ A.



σχήμα 3

Επομένως, **το μέτρο της μέσης ΗΕΔ αυτεπαγωγής εξαρτάται επίσης από την ΗΕΔ της πηγής και από την αντίσταση του κυκλώματος.**

Δηλαδή, εκτός από την απάντηση α, είναι σωστές (από επιστημονική άποψη) **και οι απαντήσεις γ, δ.**

Για να μπορεί να θεωρηθεί σωστή μόνο η απάντηση α, η εκφώνηση έπρεπε να έχει την εξής διατύπωση :

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει ένα πηνίο μεταβάλλεται από την τιμή I στην τιμή 2I.
Η **μέση** ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο
α) είναι μεγαλύτερη **κατά απόλυτη τιμή**, αν η μεταβολή της έντασης του ρεύματος γίνει **πιο** γρήγορα.
β) δεν εξαρτάται από τη χρονική διάρκεια της μεταβολής αλλά μόνο από την αρχική και τελική τιμή της έντασης του ρεύματος.
γ) **δεν** εξαρτάται από την ωμική αντίσταση που υπάρχει στο κύκλωμα.
δ) **δεν** εξαρτάται από την πηγή που τροφοδοτεί το κύκλωμα.

Σημείωση : Τα διαγράμματα στα σχήματα 2, 3 έχουν σχεδιαστεί μέσω της εφαρμογής Geogebra.

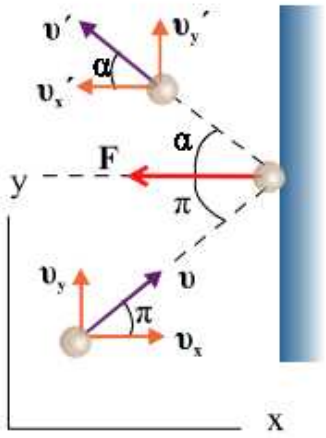
Α2. Μια μικρή σφαίρα προσκρούει ελαστικά στην επίπεδη επιφάνεια ενός κατακόρυφου τοίχου. Αν η σφαίρα χτυπήσει πλάγια στην επιφάνεια, τότε

α) η ορμή της διατηρείται.
β) η κινητική της ενέργεια διατηρείται.
γ) η ταχύτητά της διατηρείται.
δ) οι γωνίες πρόσπτωσης και ανάκλασης δεν είναι ίσες.

Μονάδες 5

Απάντηση

Κατά τη διάρκεια Δt της κρούσης η σφαίρα δέχεται δύναμη $\vec{F}$ από τον τοίχο, κάθετη προς αυτόν, *
με αποτέλεσμα τη **μεταβολή της ορμής της σφαίρας** : $\left|\Delta\vec{p}\right| = F(\Delta t) \neq 0$.



Η κρούση της σφαίρας με τον τοίχο είναι ελαστική, άρα η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή. Ισχύει :

$$K_{ολ(μετά)} = K_{ολ(πριν)} \Leftrightarrow K_\tau + K' = K. \quad (1)$$

Από τη διατήρηση της ορμής για το σύστημα σφαίρα – τοίχος, προκύπτει :

$$\vec{p}_\tau + \vec{p}\,' = \vec{p} \Leftrightarrow \vec{p}_\tau = \vec{p} - \vec{p}\,' \Leftrightarrow \vec{p}_\tau = -\Delta\vec{p}. \quad (2)$$

Αφού η μάζα του τοίχου είναι τεράστια (ο τοίχος είναι στερεωμένος στο έδαφος, άρα η μάζα Μ του τοίχου θεωρείται ίση με τη μάζα της Γης), η κινητική ενέργεια του τοίχου μετά την κρούση είναι (πρακτικά) μηδέν:

$$K_\tau = \frac{p_\tau^2}{2M} \xrightarrow{(2)} K_\tau = \frac{|\Delta\vec{p}|^2}{2M} \Rightarrow K_\tau \cong 0.$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει : $K' \cong K \Leftrightarrow \frac{p'^2}{2m} \cong \frac{p^2}{2m} \Leftrightarrow p' \cong p \Leftrightarrow \upsilon' \cong \upsilon$.

Επομένως, **η κινητική ενέργεια της σφαίρας πριν και μετά την ελαστική κρούση με τον τοίχο είναι** (πρακτικά) **ίδια**.

Επίσης, το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας πριν και μετά την ελαστική κρούση με τον τοίχο είναι (πρακτικά) ίδιο.

Αφού μεταβάλλεται η ορμή της σφαίρας, άρα **μεταβάλλεται** και **η ταχύτητά της** : $\vec{\upsilon}' \neq \vec{\upsilon}$.

Αναλύω τις ταχύτητες της σφαίρας σε άξονες x (κάθετο στον τοίχο) και y (παράλληλο στον τοίχο).

Με εφαρμογή των σχέσεων της μετωπικής ελαστικής κρούσης στον άξονα x, προκύπτει : $\upsilon_x' = -\upsilon_x$.

Για τις γωνίες π, α που σχηματίζουν οι ταχύτητες $\vec{\upsilon}'$, $\vec{\upsilon}$ με την κάθετη στον τοίχο, ισχύουν οι σχέσεις :

$$\text{συν}\pi = \frac{|\upsilon_x|}{\upsilon}, \quad \text{συν}\alpha = \frac{|\upsilon_x'|}{\upsilon'}.$$

Αφού $|\upsilon_x'| \cong |\upsilon_x|$ και $\upsilon' \cong \upsilon$ άρα : $\text{συν}\pi \cong \text{συν}\alpha \Rightarrow \pi \cong \alpha$, δηλαδή **η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση** (προσεγγιστικά) **με τη γωνία ανάκλασης**.

* Απόδειξη

$$\pi \cong \alpha \Leftrightarrow \eta\mu\pi \cong \eta\mu\alpha \Rightarrow \frac{\upsilon_y}{\upsilon} \cong \frac{\upsilon_y'}{\upsilon'} \Leftrightarrow \upsilon_y \cong \upsilon_y' \Leftrightarrow p_y \cong p_y'.$$

Δηλαδή, **η ορμή στον άξονα y δεν μεταβάλλεται (**πρακτικά).

Αφού η ώθηση του βάρους θεωρείται αμελητέα [$mg(\Delta t) \cong 0$], για να διατηρείται η ορμή στον άξονα y πρέπει η δύναμη $\vec{F}$ που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα να μην έχει κατακόρυφη συνιστώσα (τριβή), επομένως **η δύναμη $\vec{F}$ είναι κάθετη στον τοίχο** : $\bar{F}_y(\Delta t) = \Delta p_y \cong 0 \Rightarrow \bar{F}_y \cong 0$.

- Αν η δύναμη $\vec{F}$ δεν ήταν κάθετη στον τοίχο, τότε θα μεταβάλλονταν η κατακόρυφη συνιστώσα $\vec{p}_y$ της ορμής καθώς και το μέτρο της ορμής της σφαίρας : $p' = \sqrt{p_x'^2 + p_y'^2} = \sqrt{p_x^2 + p_y'^2} \neq \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = p$.

  Επομένως, θα μεταβάλλονταν και η κινητική ενέργεια της σφαίρας $\left(K = \frac{p^2}{2m} \right)$, δηλαδή η κρούση δεν θα ήταν ελαστική.

Α3. Η δύναμη $\vec{F}$ που ασκεί το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ σε ηλεκτρικό φορτίο q που κινείται με ταχύτητα $\vec{u}$ έχει

α) την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών, αν πρόκειται για θετικό φορτίο, και αντίθετη, αν πρόκειται για αρνητικό.

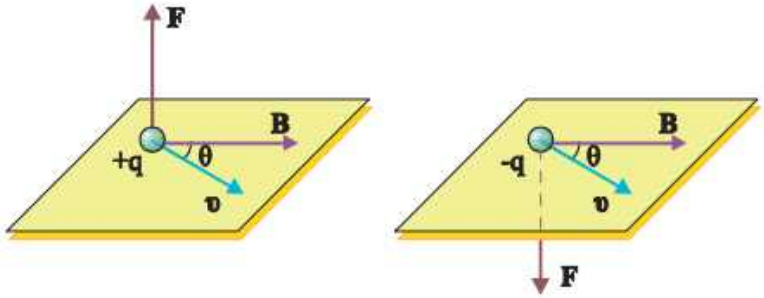
β) τη διεύθυνση της ταχύτητας $\vec{u}$.

γ) διεύθυνση που σχηματίζει με τις δυναμικές γραμμές γωνία φ με $\eta\mu\varphi = \frac{F}{B|q|u}$.

δ) διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από το $\vec{B}$ και την ταχύτητα $\vec{u}$.

Μονάδες 5

Απάντηση



(σχολικό βιβλίο, τεύχος Β σελίδα 156)

Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στα κινούμενα ηλεκτρικά φορτία δύναμη [ονομάζεται δύναμη Lorentz (Λόρεντζ)] μέτρου $F = B|q|\upsilon\eta\mu\theta$, όπου **θ η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα του σωματιδίου με την κατεύθυνση (της έντασης) του μαγνητικού πεδίου**.

Η δύναμη αυτή είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από την ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ και την ένταση $\vec{B}$ του πεδίου και η φορά της δίνεται από τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού.

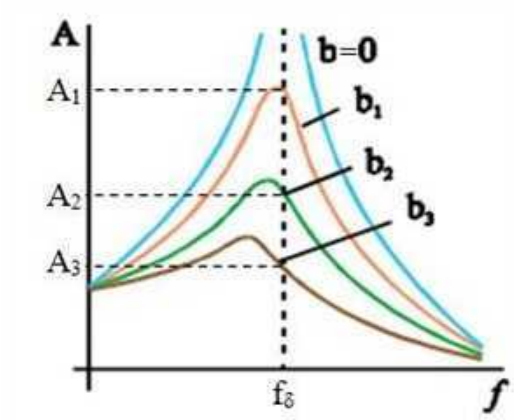
Επομένως, **η δύναμη $\vec{F}$ είναι κάθετη στην ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ και στην ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου και δεν έχει την ίδια διεύθυνση με αυτές**.

Α4. Σε μια εξαναγκασμένη μηχανική ταλάντωση το πλάτος της ταλάντωσης
α) μεταβάλλεται, όταν μεταβάλλεται η συχνότητα του διεγέρτη.
β) παραμένει σταθερό, όταν μεταβάλλεται η συχνότητα του διεγέρτη.
γ) είναι ανεξάρτητο από τη σταθερά απόσβεσης b.
δ) ελαχιστοποιείται στην κατάσταση συντονισμού.

Μονάδες 5

Απάντηση

Υποθέτω ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_\delta = F_{max}$συν$(2\pi f_\delta t)$], η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_\alpha = -bu$) και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.



Στην περίπτωση αυτή το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη συχνότητα f του διεγέρτη, για διάφορες τιμές της σταθεράς απόσβεσης, όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

Με βάση το διάγραμμα, **όταν μεταβάλλεται η συχνότητα του διεγέρτη μεταβάλλεται αντίστοιχα και το πλάτος της ταλάντωσης** (στη μόνιμη κατάσταση).

Όταν μεταβληθεί η τιμή της σταθεράς απόσβεσης b, για ορισμένη τιμή της συχνότητας f του διεγέρτη το πλάτος ταλάντωσης μεταβάλλεται (σχήμα).

Στην κατάσταση συντονισμού ο ταλαντωτής απορροφά το μέγιστο ποσό ενέργειας (ανά περίοδο) από το διεγέρτη και το πλάτος ταλάντωσης είναι μέγιστο.

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι

α) η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_\delta = F_{max}$συν$(2\pi f_\delta t)$],

β) η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_\alpha = -bu$),

γ) το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, όταν σε ένα ελαστικό μέσο διαδίδονται δύο ή περισσότερα κύματα, το πλάτος της ταλάντωσης ενός σημείου είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των πλατών των δύο κυμάτων που συμβάλλουν.

β) Η Αρχή της Αβεβαιότητας αναφέρει ότι δεν είναι δυνατόν να μετρήσουμε ταυτόχρονα και τη θέση και την ορμή ενός σωματιδίου με απεριόριστη ακρίβεια.

γ) Σε οποιαδήποτε θερμοκρασία και αν βρίσκεται ένα μέλαν σώμα, εκπέμπει ενέργεια με μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας σε όλο το φάσμα της.

δ) Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα είναι διαμήκη κύματα.

ε) Το έργο εξαγωγής φωτοηλεκτρονίων από το μέταλλο της καθόδου εξαρτάται από την συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Λάθος.

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας ή υπέρθεσης, **όταν σε ένα ελαστικό μέσο διαδίδονται δύο ή περισσότερα κύματα η απομάκρυνση ενός σημείου του μέσου είναι ίση με τη συνισταμένη των απομακρύνσεων που οφείλονται στα επί μέρους κύματα** (σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελ. 48).

Το πλάτος ταλάντωσης ενός σημείου εξαρτάται και από τη διαφορά φάσης των επιμέρους ταλαντώσεων που θα εκτελούσε εξαιτίας της διάδοσης των κυμάτων.

β) Σωστό.

Σύμφωνα με την αρχή της αβεβαιότητας (ή απροσδιοριστίας) :

Δεν είναι δυνατόν να μετρήσουμε ταυτόχρονα και τη θέση και την ορμή ενός σωματιδίου με απεριόριστη ακρίβεια. [σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελ. 237]

γ) Σωστό.

Το μέλαν σώμα, σ' οποιαδήποτε θερμοκρασία κι αν βρίσκεται εκπέμπει ενέργεια με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας σ' όλο το φάσμα της. [σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελ. 227]

δ) Λάθος.

Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι εγκάρσιο. Τα διανύσματα του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετα μεταξύ τους και κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

[σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελ. 57]

ε) Λάθος.

Το έργο εξαγωγής ενός μετάλλου είναι η ελάχιστη ενέργεια που πρέπει να απορροφήσει ένα ηλεκτρόνιο **της επιφάνειας** του μετάλλου, ώστε να εξαχθεί από το μέταλλο.

Το έργο εξαγωγής εξαρτάται μόνο από τη φύση του μετάλλου.

Σχόλιο : Το σχολικό βιβλίο δεν διευκρινίζει από τι εξαρτάται το έργο εξαγωγής.

(Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 230)

Για να υπερνικήσει τις δυνάμεις που το συγκρατούν στο μέταλλο ένα ηλεκτρόνιο πρέπει να προσλάβει ένα ελάχιστο ποσό ενέργειας. Η ενέργεια αυτή ονομάζεται **έργο εξαγωγής** και συμβολίζεται με φ. Το έργο εξαγωγής ποικίλει από μέταλλο σε μέταλλο.

ΘΕΜΑ Β

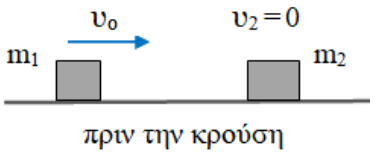
Β1. Σώμα μάζας $m_1 = m$ κινούμενο με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 3\ m$. Ο λόγος της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος προς την αρχική κινητική ενέργεια του σώματος m_1 είναι:

i) 1/2 ii) 1/3 iii) 1/4

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

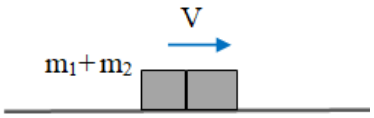


πριν την κρούση

Αφού η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι ασήμαντη, πρακτικά η ορμή του συστήματος δεν μεταβάλλεται κατά τη διάρκειά της.

Ορίζω σαν θετική τη φορά της $\vec{\upsilon}_o$ και εφαρμόζω την ΑΔΟ (αλγεβρικά) :

$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow m_1\upsilon_o = (m_1+m_2)V \Leftrightarrow m\upsilon_o = 4mV \Leftrightarrow$$
$$\upsilon_o = 4V. \quad (1)$$



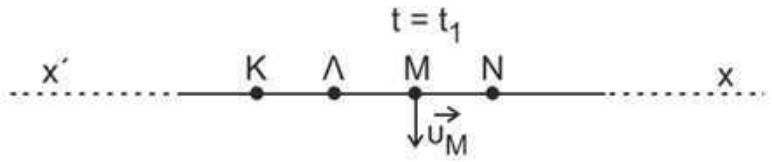
μετά την κρούση

Το πηλίκο της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος προς την αρχική κινητική ενέργεια του σώματος μάζας m_1, είναι :

$$\frac{K_\sigma}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 4mV^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_o^2} \xrightarrow{(1)} \frac{K_\sigma}{K_1} = \frac{4V^2}{16V^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_\sigma} = \frac{1}{4}.$$

Σωστή απάντηση : iii).

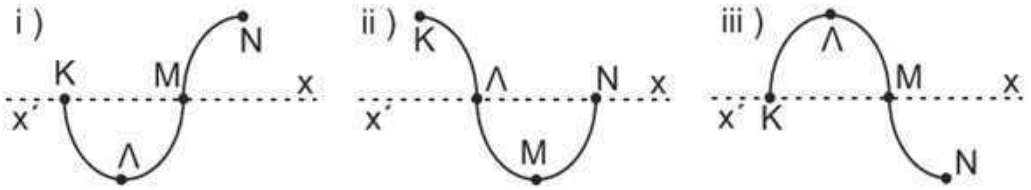
B2. Εγκάρσιο κύμα διαδίδεται σε νήμα κατά τη διεύθυνση του άξονα x΄x του **Σχήματος 1**. Τα διαδοχικά σημεία Κ, Λ, Μ, Ν απέχουν από τα γειτονικά τους απόσταση λ/4.



Σχήμα 1

Τη χρονική στιγμή t_1, που το κύμα έχει ήδη διαδοθεί στην περιοχή ΚΝ, το σημείο Μ βρίσκεται στη θέση ισορροπίας και η ταχύτητά του $υ_M$ είναι αρνητική, έχοντας φάση $φ_M < φ_Λ$.

Τη χρονική στιγμή $t_1 + 3T/2$ το στιγμιότυπο του κύματος στην περιοχή ΚΝ σε ποια από τις παρακάτω απεικονίσεις του **Σχήματος 2** αντιστοιχεί;



Σχήμα 2

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

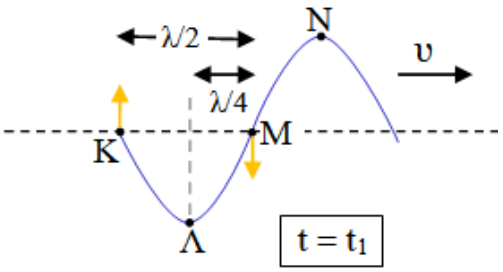
β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

Αφού η φάση του σημείου Λ είναι μεγαλύτερη από τη φάση του σημείου Μ ($φ_Λ > φ_M$), το σημείο Λ ξεκίνησε να ταλαντώνεται (εξαιτίας της διάδοσης του κύματος) πριν από το Μ.
Επομένως το κύμα διαδίδεται από το Λ προς Μ (προς τα δεξιά).

<u>1ος τρόπος (περιγραφικά)</u>

Τη χρονική στιγμή t_1 το σημείο Κ (του οποίου η θέση ισορροπίας απέχει από τη θέση ισορροπίας του Μ απόσταση $\frac{\lambda}{2}$) διέρχεται από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς τη θετική φορά, ενώ τα σημεία Λ, Ν (των οποίων οι θέσεις ισορροπίας απέχουν από τη θέση ισορροπίας του Μ απόσταση $\frac{\lambda}{4}$) βρίσκονται στην κάτω και την πάνω ακραία θέση αντίστοιχα (σχήμα).



Τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \frac{3T}{2}$ τα σημεία Κ, Μ διέρχονται από τις θέσεις ισορροπίας τους με ταχύτητα αντίθετη από την ταχύτητα που είχε κάθε σημείο τη χρονική στιγμή t_1, ενώ τα σημεία Λ, Ν βρίσκονται στην άλλη ακραία θέση από αυτή που βρίσκονταν τη χρονική στιγμή t_1.

Η απεικόνιση του σχήματος 2 που αντιστοιχεί στο στιγμιότυπο του κύματος στην περιοχή ΚΝ για τη χρονική στιγμή t_2, είναι η iii).

2ος τρόπος (μαθηματικά)

Αν η ταλάντωση του σημείου στη θέση x = 0 δεν έχει αρχική φάση ($\varphi_o = 0$), τότε το αρμονικό κύμα που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x έχει εξίσωση : $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$.

Από τη στιγμή που έχει διαδοθεί το κύμα στην περιοχή ΚΜ, η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων Λ, Μ είναι σταθερή :

$$\varphi_\Lambda - \varphi_M = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_\Lambda}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{\lambda}\right) \Leftrightarrow \varphi_\Lambda - \varphi_M = 2\pi \cdot \frac{x_M - x_\Lambda}{\lambda}. \quad (1)$$

$$\text{Αφού } x_M - x_\Lambda = \frac{\lambda}{4} \xrightarrow{(1)} \varphi_\Lambda - \varphi_M = 2\pi \cdot \frac{\frac{\lambda}{4}}{\lambda} \Rightarrow \varphi_\Lambda - \varphi_M = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_\Lambda = \varphi_M + \frac{\pi}{2}. \quad (2)$$

Για $t = t_1$

$$\upsilon_M = -\upsilon_{max} \Leftrightarrow \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\varphi_M = -\upsilon_{max} \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi_M = -1 \Leftrightarrow \varphi_M = 2\kappa\pi + \pi. \quad (3)$$

$$(2), (3) \Rightarrow \varphi_\Lambda = 2\kappa\pi + \frac{3\pi}{2}. \quad (4)$$

Η απομάκρυνση του Λ από τη θέση ισορροπίας, είναι :

$$y_\Lambda = A\eta\mu\varphi_\Lambda \xrightarrow{(4)} y_\Lambda = A\eta\mu\left(2\kappa\pi + \frac{3\pi}{2}\right) = A\eta\mu\frac{3\pi}{2} \Rightarrow y_\Lambda = -A.$$

Για $t = t_2$ $\left(t_2 = t_1 + \frac{3T}{2}\right)$

Μετά από χρονική διάρκεια $\Delta t = \frac{3T}{2} = T + \frac{T}{2}$, το σημείο Λ θα έχει απομάκρυνση $y_\Lambda = +A$. *

Η απεικόνιση του σχήματος 2 που αντιστοιχεί στο στιγμιότυπο του κύματος στην περιοχή ΚΝ για τη χρονική στιγμή t_2, είναι η iii).

* Απόδειξη

Τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \frac{3T}{2}$, η απομάκρυνση του Λ από τη θέση ισορροπίας, είναι :

$$y_\Lambda = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t_1 + \frac{3T}{2}}{T} - \frac{x_\Lambda}{\lambda}\right) = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t_1}{T} + \frac{3}{2} - \frac{x_\Lambda}{\lambda}\right) = A\eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_\Lambda}{\lambda}\right) + 3\pi\right] \Rightarrow y_\Lambda = A\eta\mu(\varphi_\Lambda + 3\pi)$$

$$\xrightarrow{(4)} y_\Lambda = A\eta\mu\left(2\kappa\pi + \frac{3\pi}{2} + 3\pi\right) = A\eta\mu\left(4\pi + \frac{\pi}{2}\right) = A\eta\mu\frac{\pi}{2} \Rightarrow y_\Lambda = +A.$$

Σημείωση : Η απόδειξη δεν είναι απαραίτητη.

Σχόλιο : **Το σχήμα 1** είναι παραπλανητικό, αφού δεν απεικονίζει το στιγμιότυπο του κύματος στην περιοχή ΚΝ για τη χρονική στιγμή t_1, αλλά **δείχνει τις θέσεις των σημείων Κ, Λ, Μ, Ν πριν φτάσει το κύμα στο Κ** (τις θέσεις ισορροπίας των σημείων).

B3. Φωτόνιο αρχικής ενέργειας E_0 σκεδάζεται από πρακτικώς ακίνητο ηλεκτρόνιο, σύμφωνα με το φαινόμενο Compton σε γωνία $\varphi = 60^o$ ως προς την αρχική διεύθυνση διάδοσης του φωτονίου. Μετά τη σκέδαση η ενέργεια του σκεδαζόμενου φωτονίου είναι ίση με την κινητική ενέργεια του ανακρουόμενου ηλεκτρονίου. Αν c είναι η ταχύτητα του φωτός στο κενό και m_e η μάζα του ηλεκτρονίου, τότε η αρχική ενέργεια του φωτονίου είναι

i) $E_0 = m_e \cdot c^2$ ii) $E_0 = 2 \cdot m_e \cdot c^2$ iii) $E_0 = 3 \cdot m_e \cdot c^2$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

Απάντηση

Σύμφωνα με την εκφώνηση, ισχύει : $E_\varphi' = K_e$. (1)

Οι ενέργειες του φωτονίου πριν και μετά τη σκέδαση υπολογίζονται από τις σχέσεις :

$$E_\varphi = \frac{hc}{\lambda}, \quad (2)$$

$$E_\varphi' = \frac{hc}{\lambda'}. \quad (3)$$

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για τη σκέδαση, προκύπτει :

$$E_\varphi = E_\varphi' + K_e \xrightarrow{(1)} E_\varphi = 2E_\varphi' \xrightarrow{(2),\,(3)} \frac{hc}{\lambda} = 2 \cdot \frac{hc}{\lambda'} \Leftrightarrow \lambda' = 2\lambda. \quad (4)$$

Εφαρμόζω την εξίσωση Compton, για γωνία σκέδασης $\varphi = 60^o$:

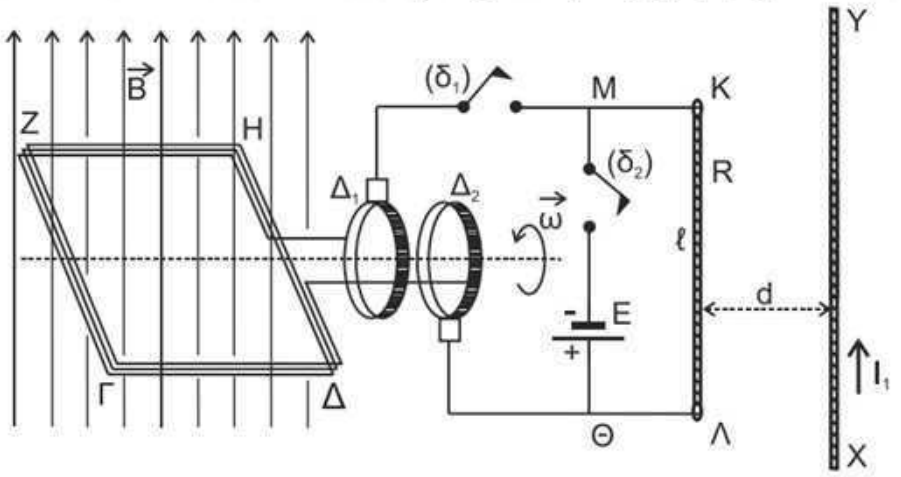
$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \sigma\upsilon\nu 60^o) \xrightarrow{(4)} 2\lambda - \lambda = \frac{h}{m_e c}\left(1 - \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \lambda = \frac{h}{2m_e c}. \quad (5)$$

Με συνδυασμό των σχέσεων (2), (5), προκύπτει η αρχική ενέργεια του φωτονίου :

$$E_\varphi = \frac{hc}{\lambda} \xrightarrow{(5)} E_\varphi = \frac{hc}{\frac{h}{2m_e c}} \Rightarrow E_\varphi = 2m_e c^2.$$

ΘΕΜΑ Γ

Στο κύκλωμα του **Σχήματος 3** το τετράγωνο αγώγιμο συρμάτινο πλαίσιο ΓΔΗΖΓ, αμελητέας ωμικής αντίστασης, έχει εμβαδόν $A = 2 \cdot 10^{-2}\ m^2$, αποτελείται από $N = 100$ σπείρες και βρίσκεται εξ ολοκλήρου μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$, του οποίου οι μαγνητικές γραμμές έχουν φορά από κάτω προς τα πάνω. Το πλαίσιο μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο νοητό άξονα, ο οποίος διέρχεται από τα μέσα των πλευρών ΓΖ και ΔΗ και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου.

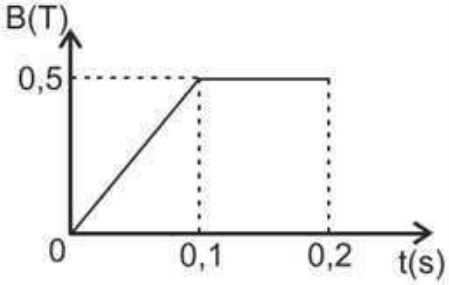


Σχήμα 3

Τα άκρα του πλαισίου βρίσκονται σε επαφή με τους δακτυλίους $Δ_1$ και $Δ_2$, οι οποίοι συνδέονται μέσω ενός διακόπτη ($δ_1$) με ευθύγραμμο μεταλλικό αγωγό ΚΛ μήκους $\ell = 1$ m και ωμικής αντίστασης $R = 10\ Ω$. Ο αγωγός ΚΛ είναι σταθερά στερεωμένος, βρίσκεται στο κατακόρυφο επίπεδο και είναι κάθετος στον άξονα περιστροφής του πλαισίου.

Μεταξύ των σημείων Μ και Θ του κυκλώματος υπάρχει ένας διακόπτης ($δ_2$) και μια ηλεκτρική πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης $E = 20$ V και αμελητέας εσωτερικής αντίστασης. Αρχικά οι διακόπτες ($δ_1$) και ($δ_2$) είναι ανοικτοί.

Με το πλαίσιο να είναι αρχικά ακίνητο σε οριζόντια θέση μεταβάλλουμε την αλγεβρική τιμή της έντασης Β του μαγνητικού πεδίου σε συνάρτηση με τον χρόνο, όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



Γ1. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απόλυτης τιμής της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πλαισίου σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα από 0 έως 0,2 s.

Μονάδες 8

Διατηρώντας την ένταση του μαγνητικού πεδίου σταθερή και ίση με $B = 0,5$ T, αρχίζουμε να περιστρέφουμε το πλαίσιο γύρω από τον άξονα περιστροφής του. Όταν το πλαίσιο αποκτήσει σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega = 50 \cdot \pi$ rad/s, κλείνουμε τον διακόπτη ($δ_1$).

Γ2. Να υπολογίσετε τη θερμότητα Q που εκλύεται στον αγωγό ΚΛ σε μια πλήρη περιστροφή του πλαισίου.

Μονάδες 5

Γ3. Να υπολογίσετε το ποσοστό μεταβολής της εκλυόμενης θερμότητας στον αγωγό ΚΛ ανά περιστροφή, αν το πλαίσιο περιστρεφόταν με διπλάσια γωνιακή ταχύτητα.

Μονάδες 6

Στο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο βρίσκεται ο αγωγός ΚΛ, παράλληλα με αυτόν και σε απόσταση $d = 2 \cdot 10^{-2}$ m, έχει στερεωθεί ένας άλλος ευθύγραμμος αγωγός ΧΥ μεγάλου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης $I_1 = 5$ Α. Κάποια χρονική στιγμή ανοίγουμε τον διακόπτη ($δ_1$) και ταυτόχρονα κλείνουμε τον διακόπτη ($δ_2$).

Γ4. Να σχεδιάσετε στο μέσο του αγωγού ΚΛ τη δύναμη που του ασκεί ο αγωγός ΧΥ και να υπολογίσετε το μέτρο της.

Μονάδες 6

Να θεωρήσετε ότι:

- $π^2 \approx 10$ και όπου εμφανίζεται το π να μην αντικατασταθεί.
- Το μαγνητικό πεδίο του ευθύγραμμου αγωγού ΧΥ δεν επηρεάζει τη μαγνητική ροή που διέρχεται από το στρεφόμενο πλαίσιο.
- Το ομογενές μαγνητικό πεδίο περιορίζεται στην έκταση του πλαισίου.
- Το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

Απάντηση

Γ1.

Το πλαίσιο είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου, άρα η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια μιας σπείρας του πλαισίου, υπολογίζεται από τη σχέση :

$\Phi = BA\sigma\upsilon\nu 0^o \Rightarrow \Phi = BA.$

Σε χρονική διάρκεια Δt, η μεταβολή της μαγνητικής ροής είναι : $\Delta\Phi = A(\Delta B)$.

Το μέτρο της ΗΕΔ από επαγωγή υπολογίζεται με το νόμο του Faraday : $\left|E_{\varepsilon\pi}\right| = N\dfrac{\left|\Delta\Phi\right|}{\Delta t} = NA\dfrac{\left|\Delta B\right|}{\Delta t}.$

Εφαρμόζω την προηγούμενη σχέση για κάθε χρονική διάρκεια.

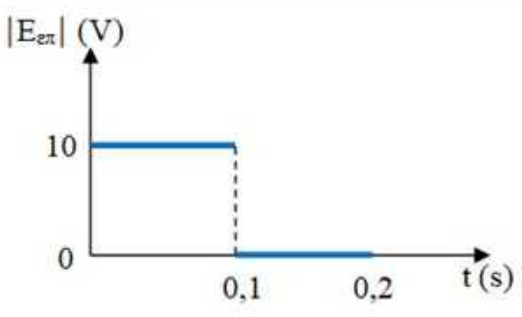
<u>0 s ⟶ 0,1 s</u>

$$\left|E_{\varepsilon\pi(1)}\right| = NA\frac{\left|\Delta B_1\right|}{\Delta t_1} \Rightarrow \left|E_{\varepsilon\pi(1)}\right| = 10^2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{0,5-0}{0,1}\,V \Rightarrow \left|E_{\varepsilon\pi(1)}\right| = 10\,V.$$

<u>0,1 s ⟶ 0,2 s</u>

$$\left|E_{\varepsilon\pi(2)}\right| = NA\frac{\left|\Delta B_2\right|}{\Delta t_2} = 10^2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{0,5-0,5}{0,1}\,V \Rightarrow \left|E_{\varepsilon\pi(2)}\right| = 0\,V.$$

Το διάγραμμα της απόλυτης τιμής της ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο, για τη χρονική διάρκεια 0 s – 0,2 s, φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Γ2.

Όταν το πλαίσιο περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$, γύρω από άξονα κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου σταθερής έντασης $\vec{B}$, αναπτύσσεται αρμονικά εναλλασσόμενη τάση, πλάτους : $V = NBA\omega$. (1)

Αφού ο διακόπτης δ_1 είναι κλειστός, ο αγωγός ΚΛ διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα με πλάτος έντασης : $I = \frac{V}{R} \xrightarrow{(1)} I = \frac{NBA\omega}{R}$. (2)

Η ενεργός ένταση του ρεύματος έχει τιμή : $I_{\varepsilon\nu} = \frac{I}{\sqrt{2}} \xrightarrow{(2)} I_{\varepsilon\nu} = \frac{NBA\omega}{R\sqrt{2}}$. (3)

Με αντικατάσταση : $I_{\varepsilon\nu} = \frac{10^2 \cdot 0{,}5 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 50\pi}{10\sqrt{2}} A \Rightarrow I_{\varepsilon\nu} = \frac{5\pi}{\sqrt{2}} A$ ή $I_{\varepsilon\nu} = \frac{5\pi\sqrt{2}}{2} A$.

Η περίοδος του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι : $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{50\pi \frac{rad}{s}} \Rightarrow T = 4 \cdot 10^{-2} s$.

Το ποσό θερμότητας που εκλύεται από τον αγωγό στη διάρκεια μιας περιστροφής του πλαισίου, υπολογίζεται με το νόμο του Joule :

$$Q = I_{\varepsilon\nu}^2 RT = \left(\frac{25\pi^2}{2} \cdot 10 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \right) J \Rightarrow Q = 50\,J.$$

Γ3.

Όταν το πλαίσιο περιστρέφεται με διπλάσια γωνιακή ταχύτητα, μέτρου $\omega' = 2\omega$, σύμφωνα με τη σχέση (3) η ενεργός ένταση του ρεύματος θα έχει τιμή :

$$I_{\varepsilon\nu}' = \frac{NBA(2\omega)}{R\sqrt{2}} \xrightarrow{(3)} I_{\varepsilon\nu}' = 2I_{\varepsilon\nu} \Rightarrow I_{\varepsilon\nu}' = 5\pi\sqrt{2}\,A.$$

Η νέα περίοδος του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι : $T' = \frac{2\pi}{2\omega} = \frac{2\pi}{100\pi \frac{rad}{s}} \Rightarrow T' = 2 \cdot 10^{-2} s$.

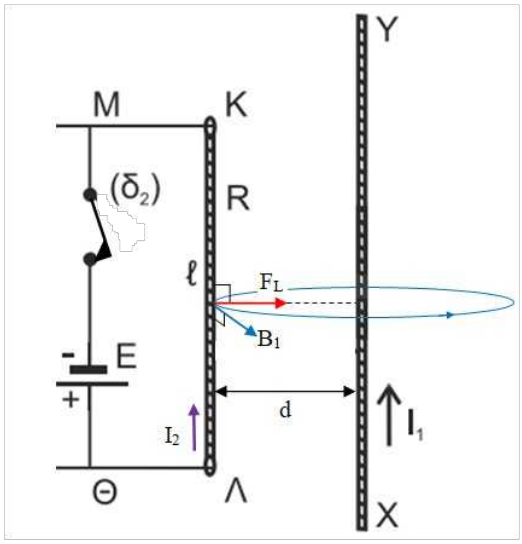
Το ποσό θερμότητας που εκλύεται από τον αγωγό στη διάρκεια μιας περιστροφής του πλαισίου, είναι :

$$Q' = I_{\varepsilon\nu}^2 RT' = \left(25\pi^2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \right) J \Rightarrow Q' = 100\,J.$$

Το ποσοστό μεταβολής του ποσού θερμότητας που εκλύεται από τον αγωγό ΚΛ ανά περιστροφή του πλαισίου, είναι :

$$\Pi(\%) = \frac{Q' - Q}{Q} \cdot 100\% = \frac{(100 - 50)\,J}{50\,J} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi(\%) = 100\%.$$

Γ4.



Αφού ο διακόπτης δ_1 είναι ανοικτός και ο δ_2 είναι κλειστός, ο αγωγός ΚΛ διαρρέεται από συνεχές ρεύμα έντασης :

$$I_2 = \frac{E}{R} = \frac{20V}{10\Omega} \Rightarrow I_2 = 2A.$$

Ο ρευματοφόρος αγωγός ΚΛ βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο του ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού ΧΥ, με αποτέλεσμα να δέχεται δύναμη Laplace $\vec{F}_L$ από αυτόν.

Η δύναμη Laplace $\vec{F}_L$ βρίσκεται στο κατακόρυφο επίπεδο των αγωγών, είναι κάθετη στον αγωγό ΚΛ (άρα είναι οριζόντια) και έχει φορά προς τον αγωγό ΧΥ (δηλαδή είναι ελκτική, αφού τα ρεύματα είναι ομόρροπα).

* Το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκεί ο αγωγός ΧΥ στον αγωγό ΚΛ υπολογίζεται από τη σχέση :

$$F_L = \frac{\mu_o I_1 I_2 \ell}{2\pi d} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 5\cdot 2\cdot 1}{2\pi\cdot 2\cdot 10^{-2}} N \Rightarrow F_L = 10^{-4} N.$$

Εναλλακτική απάντηση

Η ένταση $\vec{B}_1$ του μαγνητικού πεδίου του ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού ΧΥ, στα σημεία του αγωγού ΚΛ, είναι κάθετη προς αυτόν και έχει μέτρο

$$B_1 = \frac{\mu_o I_1}{2\pi d} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 5}{2\pi\cdot 2\cdot 10^{-2}} T \Rightarrow B_1 = 5\cdot 10^{-5} T.$$

Το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται ο αγωγός ΚΛ υπολογίζεται από τη σχέση

$$F_L = B_1 I_2 \ell \Rightarrow F_L = \left(5\cdot 10^{-5}\cdot 2\cdot 1\right) N \Rightarrow F_L = 10^{-4} T.$$

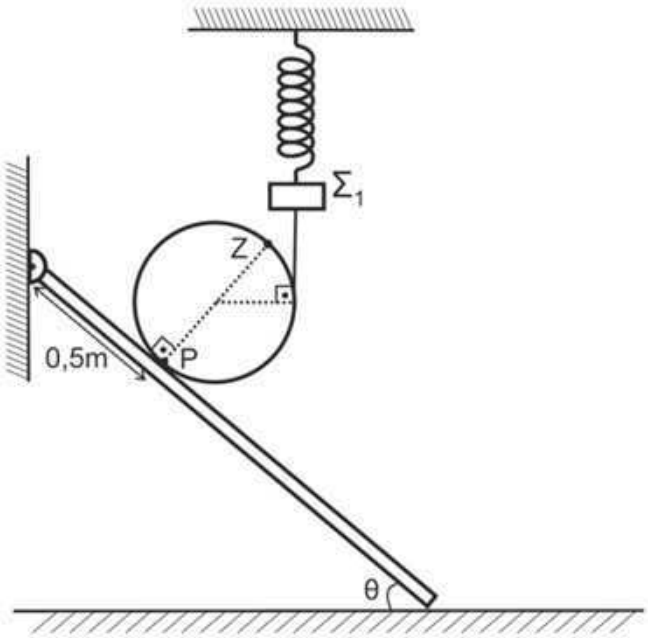
Σχόλιο

Το μαγνητικό πεδίο είναι περιοχή του χώρου και δεν έχει διεύθυνση ή φορά.

Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου είναι κατακόρυφη.

ΘΕΜΑ Δ

Κυκλική στεφάνη μάζας M = 4 kg και ακτίνας $R = \frac{9}{8\pi}$ m είναι ακίνητη πάνω σε ομογενή δοκό μάζας $m_δ$ = 1 kg και μήκους ℓ = 4 m. Το άνω άκρο της δοκού συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο, ενώ το κάτω άκρο της ακουμπά σε λείο οριζόντιο δάπεδο σχηματίζοντας γωνία θ με αυτό, όπου ημθ = 0,6 και συνθ = 0,8. Η ισορροπία της στεφάνης εξασφαλίζεται από κατακόρυφο νήμα που εφάπτεται στη στεφάνη. Το άνω άκρο του νήματος συνδέεται σε σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 = 1,5 kg, το οποίο ισορροπεί με τη βοήθεια ελατηρίου σταθεράς k = 60 N/m που κρέμεται από οροφή, όπως στο παρακάτω σχήμα. Στο άνω άκρο της, κάθετης στη δοκό, διαμέτρου PZ της στεφάνης υπάρχει υλικό σημείο Z.



Δ1. Να δείξετε ότι η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι 0,5 m.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή t_o = 0 κόβουμε το νήμα. Η στεφάνη αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση, ενώ το $Σ_1$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς D = k.

Δ2. **α)** Τη χρονική στιγμή t_1, όταν η ταχύτητα του σημείου Z μηδενιστεί για δεύτερη φορά, να υπολογίσετε τη μετατόπιση του κέντρου μάζας της στεφάνης (μονάδες 3).

β) Αν t_1 = 1,5 s, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας των σημείων της περιφέρειας της στεφάνης, η απόσταση των οποίων από τη δοκό είναι ίση με την ακτίνα της στεφάνης (μονάδες 4).

Μονάδες 7

Δ3. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του ελατηρίου για το χρονικό διάστημα από t_0 έως t_1. Δίνεται ότι $\sqrt{40} \approx 2\pi$.

Μονάδες 6

Δ4. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης $\vec{F}$ που δέχεται η δοκός από το οριζόντιο δάπεδο σε συνάρτηση με την απόσταση x του σημείου επαφής της στεφάνης με την δοκό από την αρχική θέση του σημείου P και μέχρι x = 3 m.

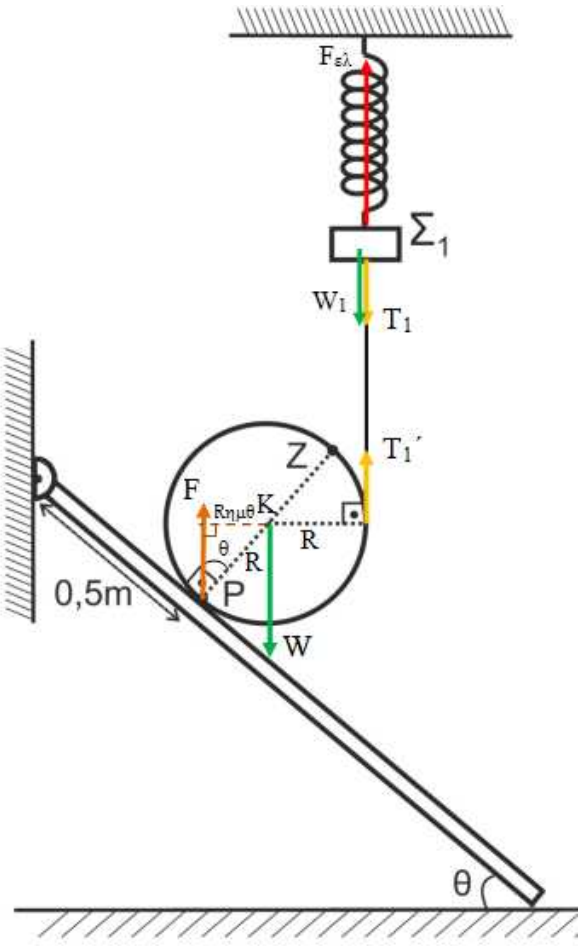
Μονάδες 6

Να θεωρήσετε ότι:

- Όλα τα σώματα της διάταξης βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.
- g = 10 m/s^2.
- Το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

Απάντηση

Δ1.



Στη στεφάνη ασκούνται 3 δυνάμεις : το βάρος $\vec{W}$, η τάση του νήματος $\vec{T}_1'$ και η δύναμη $\vec{F}$ από τη δοκό.

Αφού η στεφάνη ισορροπεί και οι δυνάμεις $\vec{W}, \vec{T}_1'$ είναι κατακόρυφες, άρα και η δύναμη $\vec{F}$ είναι κατακόρυφη.

Η γωνία που σχηματίζει ο φορέας της δύναμης $\vec{F}$ με την ακτίνα ΚΡ είναι ίση με τη γωνία θ που σχηματίζει η δοκός με την οριζόντια (οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές).

* Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων :

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F + T_1' - W = 0 \Leftrightarrow F = W - T_1'. \quad (1)$$

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών (αλγεβρικά) ως προς το κέντρο Κ της στεφάνης (το βάρος της στεφάνης δεν προκαλεί ροπή, αφού διέρχεται από το κέντρο της Κ) :

$$\Sigma\tau_{(K)} = 0 \Leftrightarrow T_1'R - FR\eta\mu\theta = 0 \Leftrightarrow T_1' = F\eta\mu\theta \xrightarrow{(1)}$$
$$T_1' = (W - T_1')\eta\mu\theta \Leftrightarrow T_1' = W\eta\mu\theta - T_1'\eta\mu\theta \Leftrightarrow$$
$$T_1'(1+\eta\mu\theta) = Mg\eta\mu\theta \Leftrightarrow T_1' = \frac{Mg\eta\mu\theta}{1+\eta\mu\theta}.$$

* Εναλλακτική απάντηση

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών (αλγεβρικά) ως προς το σημείο Ρ της στεφάνης (η δύναμη $\vec{F}$ δεν προκαλεί ροπή, αφού διέρχεται από το Ρ) :

$$\Sigma\tau_{(P)} = 0 \Leftrightarrow T_1'(R + R\eta\mu\theta) - WR\eta\mu\theta = 0 \Leftrightarrow T_1'R(1+\eta\mu\theta) = MgR\eta\mu\theta \Leftrightarrow T_1'(1+\eta\mu\theta) = Mg\eta\mu\theta \Leftrightarrow$$
$$T_1' = \frac{Mg\eta\mu\theta}{1+\eta\mu\theta}.$$

Με αντικατάσταση : $T_1' = \frac{4\cdot 10\cdot 0,6}{1+0,6}\text{N} = \frac{24}{1,6}\text{N} \Rightarrow T_1' = 15\,\text{N}.$

Αφού το νήμα είναι αβαρές, οι δυνάμεις $\vec{T}_1, \vec{T}_1'$ που ασκεί το νήμα στο σώμα Σ_1 και στη στεφάνη, έχουν ίσα μέτρα, άρα : $T_1 = T_1' = 15$ N.

Στο σώμα Σ_1 ασκούνται 3 κατακόρυφες δυνάμεις : το βάρος $\vec{W}_1$, η τάση του νήματος $\vec{T}_1$ και η δύναμη $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$ από το παραμορφωμένο ελατήριο.

Αφού το σώμα ισορροπεί, άρα :

$\Sigma F_1 = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} - W_1 - T_1 = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} = m_1 g + T_1 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = (1{,}5 \cdot 10 + 15)\,N \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 30\,N.$

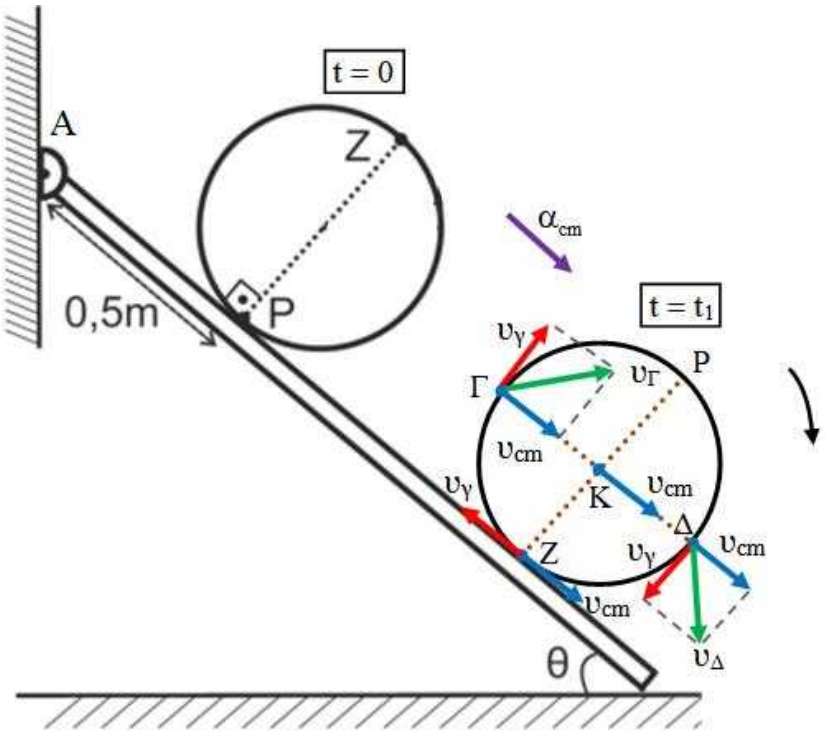
Από το νόμο του Hooke υπολογίζω την επιμήκυνση $\Delta\ell$ του ελατηρίου :

$$F_{\varepsilon\lambda} = k(\Delta\ell) \Leftrightarrow \Delta\ell = \frac{F_{\varepsilon\lambda}}{k} \Rightarrow \Delta\ell = \frac{30}{60}m \Rightarrow \Delta\ell = 0{,}5m.$$

Δ2.

α)

Η κύλιση της στεφάνης μπορεί να αναλυθεί σε δύο επιμέρους κινήσεις : μία μεταφορική κίνηση με την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{cm}$ του κέντρου μάζας της στεφάνης και μία στροφική κίνηση γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας (κάθετος στο επίπεδο κίνησης) με γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$.



Τα σημεία της περιφέρειας της στεφάνης, έχουν γραμμική ταχύτητα μέτρου : $\upsilon_\gamma = \omega R$.

Αφού η στεφάνη κυλίεται χωρίς ολίσθηση, για τα σημεία της περιφέρειας ισχύει : $\upsilon_{cm} = \upsilon_\gamma = \omega R.$ (2)

Η ταχύτητα ενός σημείου Σ της στεφάνης είναι η συνισταμένη της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_{cm}$ λόγω μεταφορικής κίνησης και της γραμμικής ταχύτητας $\vec{\upsilon}_\gamma$ λόγω στροφικής κίνησης : $\vec{\upsilon}_\Sigma = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_\gamma$.

Τη στιγμή που το σημείο Z έρχεται σε επαφή με τη δοκό, είναι (στιγμιαία) ακίνητο άρα : $\upsilon_Z = 0$.

Κατά τη διάρκεια μιας περιστροφής, το κέντρο μάζας της στεφάνης διανύει απόσταση : $s = 2\pi R$.

Από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 που μηδενίζεται για 2η φορά η ταχύτητα του Z, η στεφάνη έχει εκτελέσει $N = 1{,}5$ περιστροφές.

Το μέτρο της μετατόπισης του κέντρου μάζας της στεφάνης σε αυτή τη χρονική διάρκεια, είναι :

$$\Delta x_{cm} = 1{,}5 \cdot 2\pi R = 3\pi \cdot \frac{9}{8\pi}m \Rightarrow \Delta x_{cm} = \frac{27}{8}m.$$

β)

Το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας $\vec{\alpha}_{cm}$ και της γωνιακής επιτάχυνσης $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ κάθε σημείου της περιφέρειας της στεφάνης, συνδέονται με τη σχέση : $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} R$. (3)

Αφού η γωνιακή επιτάχυνση είναι σταθερή, από τη σχέση (3) προκύπτει ότι και η επιτάχυνση του κέντρου της στεφάνης είναι σταθερή (α_{cm} = σταθερή), δηλαδή το κέντρο της στεφάνης εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_o = 0$).

Ισχύουν οι σχέσεις :

$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm} t_1 \Leftrightarrow \alpha_{cm} = \frac{\upsilon_{cm}}{t_1}, \quad (4)$$

$$\Delta x_{cm} = \frac{1}{2}\alpha_{cm} t_1^2 \xrightarrow{(4)} \Delta x_{cm} = \frac{1}{2}\upsilon_{cm} t_1 \Leftrightarrow \upsilon_{cm} = \frac{2(\Delta x_{cm})}{t_1} \Rightarrow \upsilon_{cm} = \frac{2\cdot\frac{27}{8}}{1,5}\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_{cm} = 4,5\frac{m}{s}.$$

Για τα σημεία Γ, Δ της περιφέρειας που απέχουν απόσταση R από τη δοκό, ισχύει :

$$\vec{\upsilon}_{cm} \perp \vec{\upsilon}_{\gamma} \Rightarrow \upsilon_\Gamma = \upsilon_\Delta = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon_\gamma^2} = \upsilon_{cm}\sqrt{2} \Rightarrow \upsilon_\Gamma = \upsilon_\Delta = 4,5\sqrt{2}\frac{m}{s}.$$

Δ3.

Πριν κοπεί το νήμα το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell = 0,5m$ και το σώμα Σ_1 ισορροπεί.

Αφού κοπεί το νήμα, το Σ_1 εκτελεί ΑΑΤ με την επίδραση του βάρους και της δύναμης από το ελατήριο.

Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ το Σ_1 είναι ακίνητο, άρα βρίσκεται στην κάτω ακραία θέση της ΑΑΤ ($x_1 = -A$).

Στη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell'$. Ισχύει :

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda}' - W_1 = 0 \Leftrightarrow k(\Delta\ell') = m_1 g \Leftrightarrow \Delta\ell' = \frac{m_1 g}{k} \Rightarrow \Delta\ell' = \frac{15}{60}m \Rightarrow \Delta\ell' = 0,25m.$$

Το πλάτος της ΑΑΤ που εκτελεί το Σ_1 υπολογίζεται από τη σχέση :

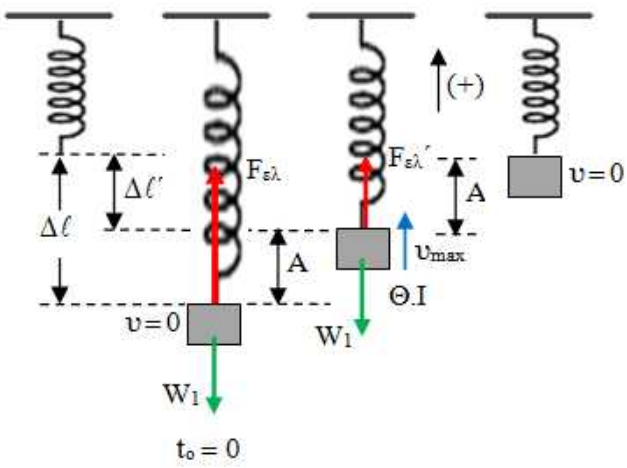
$$A = \Delta\ell - \Delta\ell' \Rightarrow A = 0,5m - 0,25m \Rightarrow A = 0,25m.$$

Η περίοδος της ΑΑΤ του Σ_1 είναι :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{1,5}{60}}s = 2\pi\sqrt{\frac{1}{40}}s \simeq 2\pi\cdot\frac{1}{2\pi}s \Rightarrow$$

$$T \simeq 1s.$$

Αφού $t_1 = 1,5T$, άρα τη χρονική στιγμή t_1 το Σ_1 βρίσκεται (για 2η φορά) στην πάνω ακραία θέση της ΑΑΤ ($x_2 = +A$).



* Στη θέση αυτή η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι :

$\Delta\ell'' = \Delta\ell - 2A = 0,5\,m - 2\cdot 0,25\,m \Rightarrow \Delta\ell'' = 0.$

Το έργο της δύναμης του ελατηρίου για το χρονικό διάστημα από t_o έως t_1 , υπολογίζεται από τη σχέση :

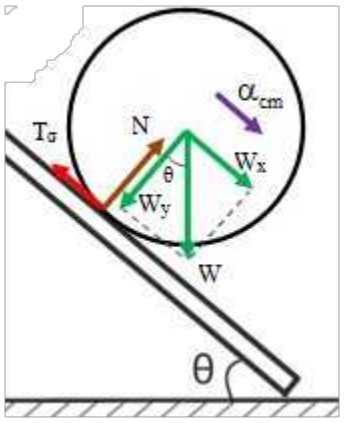
$$W_{\varepsilon\lambda} = U_{\varepsilon\lambda(\alpha\rho\chi)} - U_{\varepsilon\lambda(\tau\varepsilon\lambda)} = \frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2 - \frac{1}{2}k(\Delta\ell'')^2 \Rightarrow W_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}\cdot 60\cdot\left(0,5^2 - 0\right) \Rightarrow W_{\varepsilon\lambda} = 7,5\,J.$$

* Εναλλακτική απάντηση

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή του Σ_1 από τη θέση $x_1 = -A$ στη θέση $x_2 = +A$:

$W_{\varepsilon\lambda} + W_{W1} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \Leftrightarrow W_{\varepsilon\lambda} - m_1 g(2A) = 0 - 0 \Leftrightarrow W_{\varepsilon\lambda} = 2m_1 gA \Rightarrow W_{\varepsilon\lambda} = 2\cdot 1,5\cdot 10\cdot 0,25J$
$\Rightarrow W_{\varepsilon\lambda} = 7,5\,J.$

Δ4.



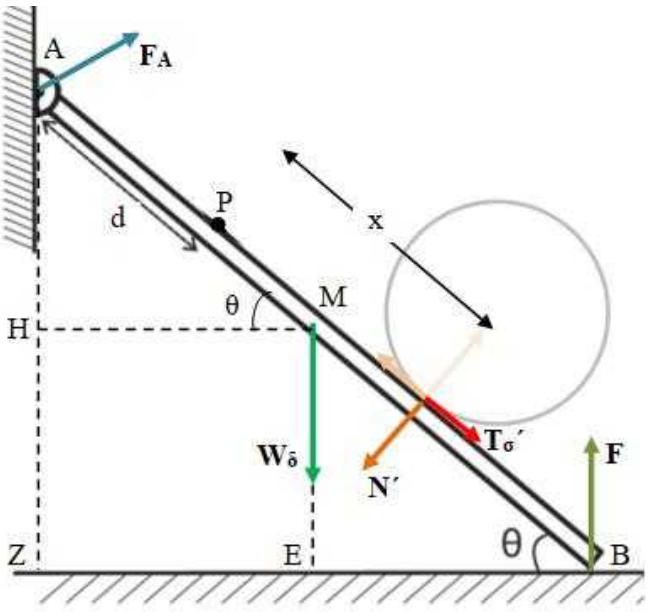
Κατά τη διάρκεια της κύλισης της στεφάνης πάνω στη δοκό, στη διεύθυνση του άξονα y που είναι κάθετος στη δοκό, η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στη στεφάνη είναι μηδενική :

$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow N - W_y = 0 \Leftrightarrow N = Mg\sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow$

$N = 4\cdot 10\cdot 0,8\,N \Rightarrow N = 32\,N.$

Σύμφωνα με τον 3ο νόμο του Newton, η στεφάνη ασκεί στη δοκό αντίθετη δύναμη $\vec{N}'$ (κάθετη στη δοκό), μέτρου : $N' = N = 32\,N.$

Επίσης, η στεφάνη δέχεται δύναμη στατικής τριβής $\vec{T}_\sigma$ από τη δοκό και ασκεί αντίθετη δύναμη $\vec{T}_\sigma'$ στη δοκό.



Στη δοκό, εκτός από τις (συνιστώσες) δυνάμεις $\vec{N}', \vec{T}_\sigma'$, ασκούνται : το βάρος $\vec{W}_\delta$, η δύναμη $\vec{F}_A$ από την άρθρωση στο σημείο Α και η δύναμη $\vec{F}$ από το δάπεδο στο σημείο Β. Αφού το δάπεδο είναι λείο, η δύναμη $\vec{F}$ είναι κάθετη σε αυτό (κατακόρυφη). Η δοκός είναι ομογενής (και έχει σταθερό πάχος), άρα ο φορέας του βάρους $\vec{W}_\delta$ διέρχεται από το μέσο της Μ.

Οι δυνάμεις $\vec{F}_A, \vec{T}_\sigma'$ δεν προκαλούν ροπή ως προς τον άξονα που διέρχεται από το Α, αφού ο φορέας τους τέμνει τον άξονα.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών για τη δοκό (αλγεβρικά) ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο Α της άρθρωσης :

$$\Sigma\tau_{(A)}=0 \Leftrightarrow F(ZB)-N'(d+x)-W_{\delta}(HM)=0 \Leftrightarrow F\ell\sigma\upsilon\nu\theta=N'(d+x)+m_{\delta}g\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow$$

$$F\cdot 4\cdot 0{,}8=32\cdot(0{,}5+x)+1\cdot 10\cdot 2\cdot 0{,}8 \Leftrightarrow 3{,}2F=16+32x+16 \Leftrightarrow 3{,}2F=32x+32 \Leftrightarrow$$

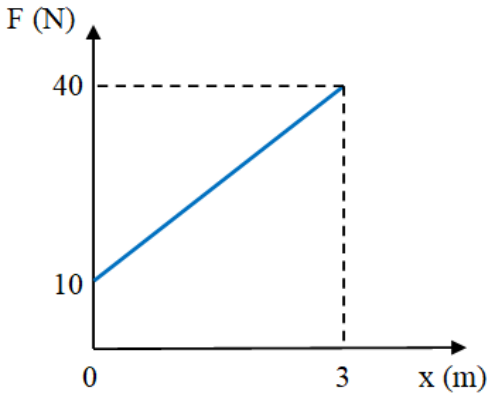
$$F=10x+10.\ (S.I.) \qquad (5)$$

Για $x=0 \xrightarrow{(5)} F=10$ N.

Για $x=3$ m $\xrightarrow{(5)} F=40$ N.

Η σχέση $F=f(x)$ είναι γραμμική, άρα το διάγραμμα είναι ευθεία.

Το ζητούμενο διάγραμμα φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Σχόλια

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι

α) η στεφάνη είναι λεπτή, ομογενής και έχει σταθερό πάχος, ώστε να δεχθούμε ότι το κέντρο μάζας της είναι το γεωμετρικό κέντρο της.

β) το νήμα είναι ιδανικό (έχει σταθερό μήκος και αμελητέα μάζα).

γ) το ελατήριο είναι ιδανικό (αμελητέας μάζας και υπακούει στο νόμο του Hooke).

δ) η δοκός είναι λεπτή και έχει σταθερό πάχος, ώστε να δεχθούμε ότι το κέντρο μάζας της είναι το μέσο της.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 12 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2025
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Δύο σφαίρες ίδιας μάζας, κινούμενες σε λείο οριζόντιο επίπεδο με αντίθετες ταχύτητες μέτρου u, συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Μετά την κρούση:

α) οι σφαίρες θα ανταλλάξουν ταχύτητες.
β) η μία σφαίρα θα ακινητοποιηθεί και η άλλη θα κινηθεί με ταχύτητα μέτρου u.
γ) οι σφαίρες θα απομακρυνθούν η μία από την άλλη με ταχύτητες διαφορετικών μέτρων.
δ) οι σφαίρες θα ακινητοποιηθούν.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η κρούση είναι πλαστική, άρα δημιουργείται συσσωμάτωμα.

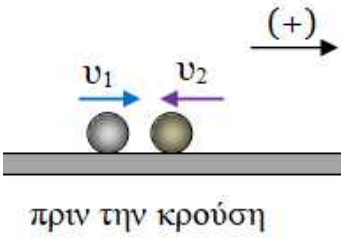
Αφού οι σφαίρες κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, το σύστημα των δύο σφαιρών είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται σταθερή.

Ορίζω σαν θετική τη φορά της $\vec{\upsilon}_1$ και εφαρμόζω την ΑΔΟ αλγεβρικά :

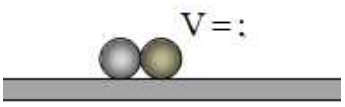
$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow m\upsilon - m\upsilon = 2mV \Leftrightarrow V = 0.$$

Άρα, μετά την κρούση οι σφαίρες θα ακινητοποιηθούν.

Σωστή απάντηση : δ).



πριν την κρούση



μετά την κρούση

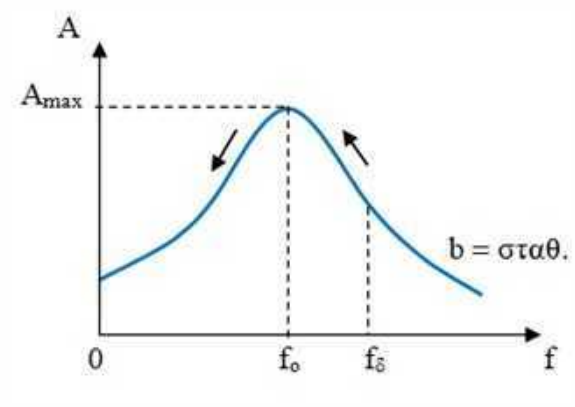
Α2. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή. Μειώνοντας συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη, το πλάτος της ταλάντωσης:

α) πρώτα αυξάνεται και μετά μειώνεται.
β) πρώτα μειώνεται και μετά αυξάνεται.
γ) μειώνεται συνεχώς.
δ) αυξάνεται συνεχώς.

Μονάδες 5

Απάντηση

Υποθέτω ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)$], η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_\alpha = -b\upsilon$) και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.



Στην περίπτωση αυτή το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη συχνότητα f του διεγέρτη, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης, όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Αρχικά, η συχνότητα του διεγέρτη f_δ είναι μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα f_o του συστήματος. Μειώνοντας τη συχνότητα του διεγέρτη, το πλάτος αυξάνεται αρχικά και για $f_\delta \cong f_o$ γίνεται μέγιστο (συντονισμός). Στη συνέχεια, μειώνοντας τη συχνότητα του διεγέρτη το πλάτος μειώνεται.

Σωστή απάντηση : α).

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι

α) η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)$],

β) η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_\alpha = -b\upsilon$),

γ) το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.

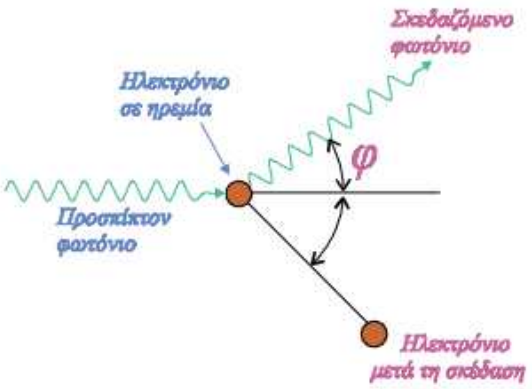
Α3. Φωτόνιο ακτινοβολίας Χ σκεδάζεται κατά Compton από πρακτικά ακίνητο ηλεκτρόνιο. Το σκεδαζόμενο φωτόνιο:

α) έχει μικρότερο μήκος κύματος από το αρχικό.
β) έχει μικρότερη συχνότητα από το αρχικό.
γ) μεταφέρει όλη του την ενέργεια στο ηλεκτρόνιο.
δ) διατηρεί την αρχική του ορμή.

Μονάδες 5

Απάντηση

Κατά τη διάρκεια της σκέδασης, μεταφέρεται στο αρχικά ακίνητο ηλεκτρόνιο ένα τμήμα της αρχικής ενέργειας του φωτονίου. [γ) : Λάθος]



Για τις ενέργειες του φωτονίου πριν και μετά την σκέδαση, ισχύει :

$$E_{\varphi}' < E_{\varphi} \Leftrightarrow hf' < hf \Leftrightarrow f' < f.$$

Άρα, το σκεδαζόμενο φωτόνιο έχει μικρότερη συχνότητα από το αρχικό.

Σωστή απάντηση : β).

Αφού $f' < f \Leftrightarrow \frac{c}{\lambda'} < \frac{c}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda' > \lambda$,

άρα το σκεδαζόμενο φωτόνιο έχει μεγαλύτερο μήκος κύματος από το αρχικό. [α) : Λάθος]

Το μέτρο της ορμής του φωτονίου υπολογίζεται από τη σχέση : $p = \frac{h}{\lambda}$. (1)

Αφού $\lambda' > \lambda \xrightarrow{(1)} p' < p.$ [δ) : Λάθος]

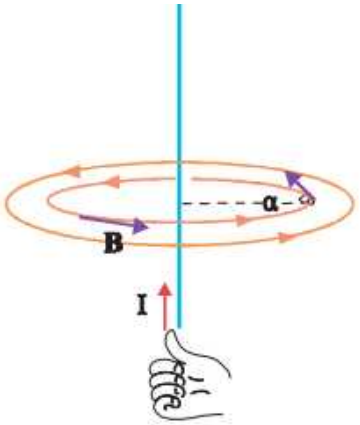
Α4. Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου που παράγεται από ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό, πολύ μεγάλου μήκους:

α) είναι παράλληλες και ισαπέχουσες.
β) έχουν την κατεύθυνση του αγωγού.
γ) είναι ομόκεντροι κύκλοι κάθετοι στον αγωγό με κέντρο τον αγωγό.
δ) είναι ομόκεντροι κύκλοι παράλληλοι στον αγωγό.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : γ).



[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Β, σελίδα 150].

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Από τον νόμο μετατόπισης του Wien προκύπτει ότι το μήκος κύματος που αντιστοιχεί στο μέγιστο της έντασης της ακτινοβολίας είναι ανάλογο της θερμοκρασίας.

β) Η ροπή δύναμης είναι το διανυσματικό μέγεθος που εκφράζει την ικανότητα της δύναμης να στρέφει ένα σώμα.

γ) Η ενεργός τιμή της εναλλασσόμενης τάσης ενός πλαισίου που περιστρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο εξαρτάται από τη συχνότητα περιστροφής του.

δ) Στην απλή αρμονική ταλάντωση η ταχύτητα του σώματος στη θέση ισορροπίας είναι μηδενική.

ε) Σε κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων με ίσες μάζες συμβαίνει ανταλλαγή ταχυτήτων.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Λάθος.

Ο νόμος μετατόπισης του Wien για την ακτινοβολία μέλανος σώματος, εκφράζεται με τη σχέση :

$\lambda_{max}T$ = σταθερό,

όπου λ_{max} το μήκος κύματος που αντιστοιχεί στο μέγιστο της έντασης της ακτινοβολίας (μήκος κύματος «αιχμής»).

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι το μήκος κύματος λ_{max} είναι αντιστρόφως ανάλογο με την απόλυτη θερμοκρασία T του σώματος.

β) Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 113.

γ) Σωστό.

Το πλάτος V της εναλλασσόμενης τάσης που αναπτύσσεται στο πλαίσιο, όταν περιστρέφεται με συχνότητα f μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$, γύρω από άξονα κάθετο στις δυναμικές γραμμές, υπολογίζεται από τη σχέση : $V = NBA\omega \Rightarrow V = NBA(2\pi f)$, (1)

όπου N ο αριθμός σπειρών του πλαισίου και A το εμβαδό μιας σπείρας.

Η ενεργός τιμή της τάσης δίνεται από τη σχέση :

$$V_{\varepsilon\nu} = \frac{V}{\sqrt{2}} \xrightarrow{(1)} V_{\varepsilon\nu} = \frac{2\pi NBA}{\sqrt{2}} \cdot f \Rightarrow V_{\varepsilon\nu} = \left(\sqrt{2}\pi NBA\right) f .$$

Επομένως, η ενεργός τάση $V_{\varepsilon\nu}$ είναι ανάλογη με τη συχνότητα περιστροφής f του πλαισίου.

δ) Λάθος.

Με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ, προκύπτει :

$$K + U_\tau = E_\tau \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2 \Leftrightarrow \upsilon^2 = \upsilon_{max}^2 - \omega^2 x^2 \Leftrightarrow \upsilon = \pm\sqrt{\upsilon_{max}^2 - \omega^2 x^2}. \quad (2)$$

Για $x = 0 \xrightarrow{(2)} \upsilon = \pm\upsilon_{max} \neq 0.$

ε) Σωστό (με προϋποθέσεις).

Υποθέτω ότι η εκφώνηση αναφέρεται σε κεντρική ελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών με ίσες μάζες ($m_1 = m_2 = m$).

Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών, μετά την κεντρική ελαστική κρούση, δίνονται από τις σχέσεις :

$$\upsilon_1' = \frac{m-m}{m+m}\upsilon_1 + \frac{2m}{m+m}\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1' = \upsilon_2.$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m}{m+m}\upsilon_1 + \frac{m-m}{m+m}\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_2' = \upsilon_1.$$

Επομένως, κατά την κεντρική ελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών με ίσες μάζες, συμβαίνει ανταλλαγή ταχυτήτων.

Σχόλιο

Η εκφώνηση έπρεπε να διευκρινίζει ότι αναφέρεται σε **κεντρική ελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών με ίσες μάζες**.

Αν τα σώματα δεν έχουν σφαιρικό σχήμα, τότε είναι πιθανό μετά την κρούση οι ταχύτητες να έχουν διαφορετικές διευθύνσεις, οπότε δεν συμβαίνει ανταλλαγή ταχυτήτων.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Λεπτή δέσμη φωτονίων, μήκους κύματος λ, προσπίπτει σε υλικό καθόδου φωτοηλεκτρικής διάταξης με αποτέλεσμα την εξαγωγή φωτοηλεκτρονίων μέγιστης κινητικής ενέργειας K_{max} = 2 eV. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα με δέσμη φωτονίων μήκους κύματος λ΄ = λ/3, οπότε τα φωτοηλεκτρόνια που εξάγονται έχουν μέγιστη κινητική ενέργεια K'_{max} = 10 eV.
Το έργο εξαγωγής του υλικού του μετάλλου είναι:

i. 2 eV **ii.** 4 eV **iii.** 3 eV

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

Εφαρμόζω την φωτοηλεκτρική εξίσωση στην 1η περίπτωση :

$$K_{max} = hf - \varphi \xrightarrow{f=\frac{c}{\lambda}} K_{max} = \frac{hc}{\lambda} - \varphi \Leftrightarrow \frac{hc}{\lambda} = K_{max} + \varphi. \quad (1)$$

Στην περίπτωση που η δέσμη φωτονίων έχει μήκος κύματος $\lambda' = \frac{\lambda}{3}$, η σχέση γράφεται :

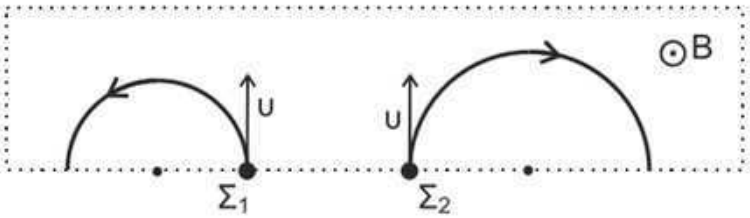
$$\frac{hc}{\lambda'} = K'_{max} + \varphi \Leftrightarrow \frac{hc}{\frac{\lambda}{3}} = K'_{max} + \varphi \Leftrightarrow 3 \cdot \frac{hc}{\lambda} = K'_{max} + \varphi \xrightarrow{(1)} 3 \cdot (K_{max} + \varphi) = K'_{max} + \varphi \Leftrightarrow$$

$$3K_{max} + 3\varphi = K'_{max} + \varphi \Leftrightarrow 2\varphi = K'_{max} - 3K_{max} \Leftrightarrow \varphi = \frac{K'_{max} - 3K_{max}}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{(10 - 3 \cdot 2)\,eV}{2} \Rightarrow$$

$$\varphi = 2\,eV.$$

Σωστή απάντηση : i).

B2. Δύο φορτισμένα σωματίδια Σ_1 και Σ_2, μάζας $m_1 = m$ και $m_2 = 4m$ και φορτίου $q_1 = -q$ και $q_2 = +2q$ εκτοξεύονται ταυτόχρονα με την ίδια ταχύτητα u κάθετα σε ομογενές πεπερασμένο μαγνητικό πεδίο B, διαγράφοντας ημικυκλικές τροχιές, πριν εξέλθουν του πεδίου.



Υποθέτοντας ότι οι δυνάμεις Coulomb είναι αμελητέες, η χρονική διαφορά της εξόδου των σωματιδίων από το μαγνητικό πεδίο είναι:

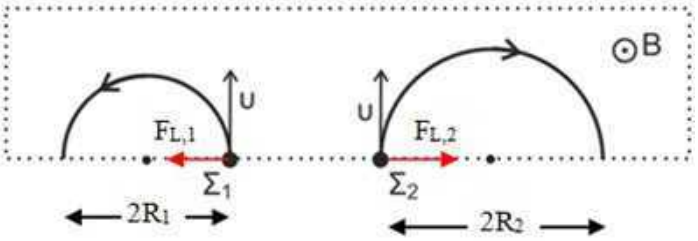
i. $\frac{2\pi m}{qB}$ ii. $\frac{\pi m}{qB}$ iii. $\frac{\pi m}{2qB}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

Κάθε σωματίδιο δέχεται την επίδραση δύναμης Lorentz, η οποία είναι κάθετη στην ταχύτητα και τις δυναμικές γραμμές, με αποτέλεσμα να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση μέσα στο πεδίο.



<u>Σ1</u>

$$F_{L,1} = F_{κ,1} \Leftrightarrow |q_1|\upsilon B = m_1\frac{\upsilon^2}{R_1} \Leftrightarrow R_1 = \frac{m_1\upsilon}{|q_1|B}. \quad (1)$$

Η περίοδος της κίνησης δίνεται από τη σχέση :

$$T_1 = \frac{2\pi R_1}{\upsilon} \xrightarrow{(1)} T_1 = \frac{2\pi\cdot\frac{m_1\upsilon}{|q_1|B}}{\upsilon} \Leftrightarrow T_1 = \frac{2\pi m_1}{|q_1|B}. \quad (2)$$

Αφού το σωματίδιο διαγράφει ημικύκλιο, η χρονική διάρκεια της κίνησης είναι :

$$\Delta t_1 = \frac{T_1}{2} \xrightarrow{(2)} \Delta t_1 = \frac{\pi m_1}{|q_1|B} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\pi m}{|q|B}. \quad (3)$$

<u>Σ2</u>

Όμοια, αποδεικνύεται ότι η χρονική διάρκεια της κίνησης είναι :

$$\Delta t_2 = \frac{\pi m_2}{|q_2|B} = \frac{\pi\cdot 4m}{|2q|B} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{2\pi m}{|q|B}. \quad (4)$$

Η χρονική διαφορά εξόδου των σωματιδίων από το μαγνητικό πεδίο, είναι :

$$\Delta t = \Delta t_2 - \Delta t_1 \xrightarrow{(3),(4)} \Delta t = \frac{2\pi m}{|q|B} - \frac{\pi m}{|q|B} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi m}{|q|B}.$$

Σωστή απάντηση : ii.

Σχόλια

1) Η διατύπωση : « . . . εκτοξεύονται ταυτόχρονα με την ίδια ταχύτητα υ κάθετα σε ομογενές πεπερασμένο μαγνητικό πεδίο . . . » δεν είναι σωστή.

Μία καλύτερη διατύπωση είναι : « . . . εκτοξεύονται ταυτόχρονα με την ίδια ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ κάθετη στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου περιορισμένης έκτασης . . . ».

2) Στις σχέσεις των απαντήσεων έπρεπε να υπάρχει η απόλυτη τιμή του φορτίου q $(|q|)$, αφού δεν γνωρίζουμε αν το φορτίο q είναι θετικό,

B3. Δίσκος ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με το κέντρο μάζας να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα u_{CM}. Το ελάχιστο μέτρο της ταχύτητας σημείου Α του δίσκου, καθώς ο δίσκος κυλίεται, είναι $\frac{u_{CM}}{4}$.

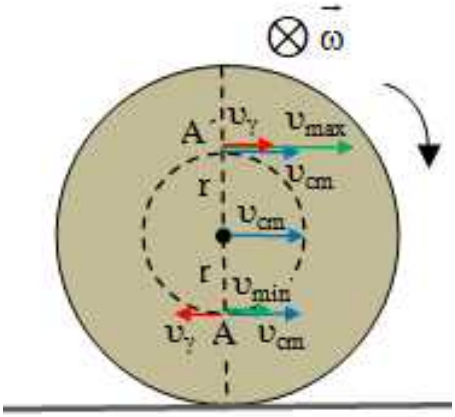
Η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά το σημείο Α είναι:

i. $2u_{CM}$ ii. $\frac{5}{4}u_{CM}$ iii. $\frac{7}{4}u_{CM}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 7**

Απάντηση



Αφού ο δίσκος κυλίεται χωρίς ολίσθηση, ισχύει :

$$\upsilon_{cm} = \omega R \Leftrightarrow \omega = \frac{\upsilon_{cm}}{R}, \qquad (1)$$

όπου ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου.

Έστω ότι το σημείο Α απέχει απόσταση r από το κέντρο του δίσκου.

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου είναι :

$$\upsilon_{\gamma} = \omega r \xrightarrow{(1)} \upsilon_{\gamma} = \upsilon_{cm}\frac{r}{R}. \qquad (2)$$

Η ταχύτητα του σημείου σε κάθε θέση είναι : $\vec{\upsilon}_A = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_{\gamma}$.

Όταν το σημείο βρίσκεται στην κατώτερη θέση της τροχιάς του, η ταχύτητά του είναι ελάχιστη :

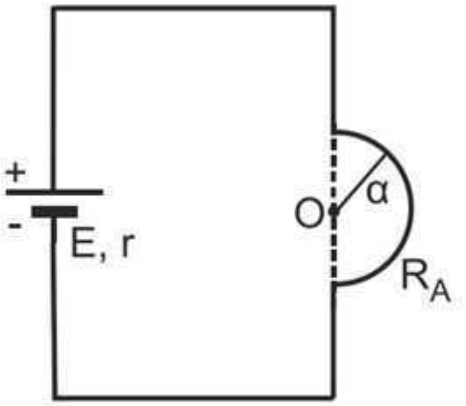
$$\upsilon_{min} = \upsilon_{cm} - \upsilon_{\gamma} \xrightarrow{(2)} \frac{\upsilon_{cm}}{4} = \upsilon_{cm} - \upsilon_{cm}\frac{r}{R} \Leftrightarrow \upsilon_{cm}\frac{r}{R} = \frac{3}{4}\upsilon_{cm} \Leftrightarrow r = \frac{3}{4}R. \qquad (3)$$

Όταν το σημείο βρίσκεται στην ανώτερη θέση της τροχιάς του, η ταχύτητά του είναι μέγιστη :

$$\upsilon_{max} = \upsilon_{cm} + \upsilon_{\gamma} \xrightarrow{(2)} \upsilon_{max} = \upsilon_{cm} + \upsilon_{cm}\frac{r}{R} \xrightarrow{(3)} \upsilon_{max} = \upsilon_{cm} + \upsilon_{cm}\cdot\frac{3}{4} \Rightarrow \upsilon_{max} = \frac{7}{4}\upsilon_{cm}.$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Ο ημικυκλικός αγωγός του διπλανού σχήματος έχει ακτίνα α = $2 \cdot 10^{-2}$ m, αντίσταση R_A = 4 Ω και συνδέεται με ηλεκτρική πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης Ε = 24 V και εσωτερικής αντίστασης r = 2 Ω.



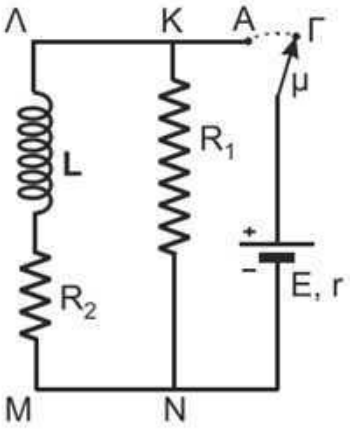
α) Να σχεδιάσετε την ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο αγωγός στο κέντρο του Ο (μονάδες 2) και να υπολογίσετε το μέτρο της (μονάδες 4).

β) Να υπολογίσετε το πηλίκο του ρυθμού, με τον οποίο εκλύεται θερμότητα στον ημικυκλικό αγωγό προς τον ρυθμό, με τον οποίο εκλύεται θερμότητα στην εσωτερική αντίσταση της πηγής (μονάδες 4).

Μονάδες 10

Γ2. Η ηλεκτρική πηγή του ερωτήματος **Γ1** συνδέεται μέσω μεταγωγού (μ) με το κύκλωμα ΚΛΜΝ του διπλανού σχήματος, για το οποίο δίνονται:

- οι αντιστάσεις $R_1 = R_2 = 4$ Ω και
- ο συντελεστής αυτεπαγωγής του ιδανικού πηνίου L = 0,2 H.



Αρχικά ο μεταγωγός βρίσκεται στη θέση Γ.

α) Τη χρονική στιγμή t = 0 μετακινούμε τον μεταγωγό στη θέση Α.

Να υπολογίσετε την ενέργεια που αποθηκεύεται στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου, μετά την αποκατάσταση των εντάσεων των ρευμάτων στο κύκλωμα (μονάδες 7).

β) Τη χρονική στιγμή t_1 μετακινούμε τον μεταγωγό πίσω στη θέση Γ.

Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής $(\frac{di}{dt})$ της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα ΚΛΜΝ αμέσως μετά τη χρονική στιγμή t_1 (μονάδες 8).

Μονάδες 15

Δίνονται:

- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$

Να θεωρήσετε ότι οι αγωγοί σύνδεσης του κυκλώματος δεν έχουν αντίσταση.

Απάντηση

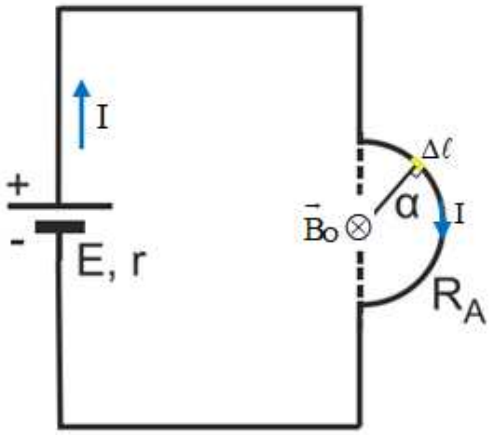
$Γ_1$.

α)

Η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα υπολογίζεται με το νόμο του Ωμ :

$$I = \frac{E}{R_A + r} \Rightarrow I = \frac{24V}{(4+2)\Omega} \Rightarrow I = 4A.$$

Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ημικυκλικός αγωγός στο κέντρο του έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο του αγωγού και φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα (σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού).



Το μέτρο της έντασης $\Delta\vec{B}$ που δημιουργεί ένα στοιχειώδες τμήμα του αγωγού μήκους $\Delta\ell$ στο Ο, υπολογίζεται με το νόμο Biot – Savart :

$$\Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi}\cdot\frac{I(\Delta\ell)}{\alpha^2}\cdot\eta\mu 90^o \Rightarrow \Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi}\cdot\frac{I(\Delta\ell)}{\alpha^2}. \qquad (1)$$

Αφού οι εντάσεις $\Delta\vec{B}_1, \Delta\vec{B}_2, \ldots$ που δημιουργούν τα στοιχειώδη τμήματα του αγωγού έχουν την ίδια κατεύθυνση, η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου στο Ο έχει μέτρο :

$$B_O = \sum\Delta B \xrightarrow{(1)} B_O = \sum\frac{\mu_o}{4\pi}\cdot\frac{I(\Delta\ell)}{\alpha^2} = \frac{\mu_o}{4\pi}\cdot\frac{I}{\alpha^2}\sum\Delta\ell = \frac{\mu_o}{4\pi}\cdot\frac{I}{\alpha^2}(\pi\alpha) \Rightarrow B_O = \frac{\mu_o I}{4\alpha}.$$

Με αντικατάσταση : $B_O = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 4}{4\cdot 2\cdot 10^{-2}}T \Rightarrow B_O = 2\pi\cdot 10^{-5}T.$

β)

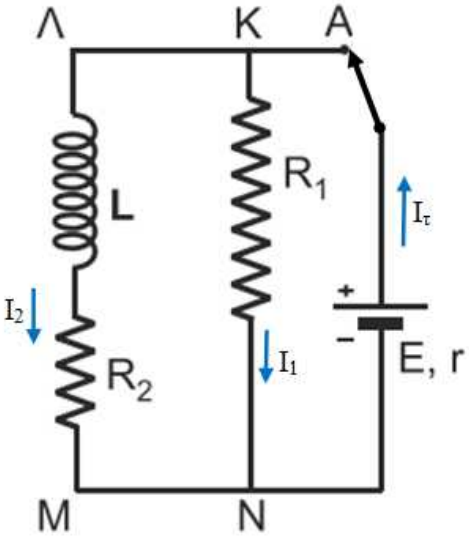
Ο ρυθμός με τον οποίο εκλύεται θερμότητα σε αγωγό αντίστασης R είναι ίσος με την ισχύ που δαπανάται στην αντίσταση : $P_R = I^2R$.

Επομένως : $\frac{P_{RA}}{P_r} = \frac{I^2R_A}{I^2r} = \frac{R_A}{r} \Rightarrow \frac{P_{RA}}{P_r} = 2.$

Γ2.

α)

Όταν μετακινηθεί ο μεταγωγός στη θέση Α, το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα αυξανόμενης έντασης με αποτέλεσμα να αναπτυχθεί ΗΕΔ αυτεπαγωγής η οποία αντιδρά στην αύξηση της έντασης του ρεύματος. Το πηνίο δημιουργεί μαγνητικό πεδίο στο οποίο αποθηκεύει ενέργεια.



Μετά από αρκετό χρόνο, η ένταση του ρεύματος σταθεροποιείται και η ΗΕΔ αυτεπαγωγής μηδενίζεται ($E_{αυτ} = 0$).

Οι αντιστάσεις R_1, R_2 έχουν κοινή τάση στα άκρα τους, άρα η ισοδύναμη αντίσταση του συστήματος είναι :

$$R_{1,2} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{4\cdot 4}{4+4}\Omega \Rightarrow R_{1,2} = 2\Omega.$$

Η τελική ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή υπολογίζεται με το νόμο του Ωμ :

$$I_\tau = \frac{E}{R_{1,2} + r} \Rightarrow I_\tau = \frac{24\,V}{4\,\Omega} \Rightarrow I_\tau = 6\,A.$$

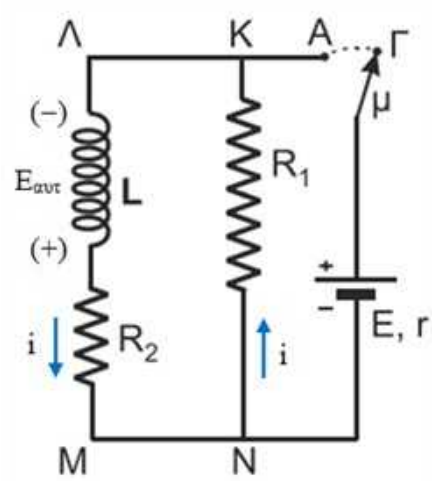
Η πολική τάση της πηγής είναι : $V_\pi = E - I_\tau r = (24 - 6\cdot 2)\ V \Rightarrow V_\pi = 12\ V.$

Η τελική ένταση του ρεύματος στο πηνίο έχει τιμή : $I_2 = \frac{V_\pi}{R_2} = \frac{12\,V}{4\,\Omega} \Rightarrow I_2 = 3A.$

Η ενέργεια μαγνητικού πεδίου του πηνίου υπολογίζεται με τη σχέση :

$$U_B = \frac{1}{2} L I_2^2 \Rightarrow U_B = \frac{1}{2}\cdot 0,2\cdot 3^2\ J \Rightarrow U_B = 0,9J.$$

β)



Όταν μετακινηθεί ο μεταγωγός στη θέση Γ αποσυνδέεται η πηγή από το κύκλωμα και η ένταση του ρεύματος στο πηνίο τείνει να μηδενιστεί. Στο πηνίο αναπτύσσεται ΗΕΔ αυτεπαγωγής η οποία τροφοδοτεί το κύκλωμα με ενέργεια και το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα μειούμενης έντασης, το οποίο στον κλάδο ΛΜ έχει την ίδια φορά με το αρχικό.
Τη χρονική στιγμή t_1 που μετακινείται ο μεταγωγός στο Γ, η ένταση του ρεύματος στο πηνίο είναι ίση με την αρχική : $i = I_2 = 3\ A.$
Εφαρμόζω τον 2ο κανόνα του Kirchoff στο βρόχο ΚΛΜΝΚ :

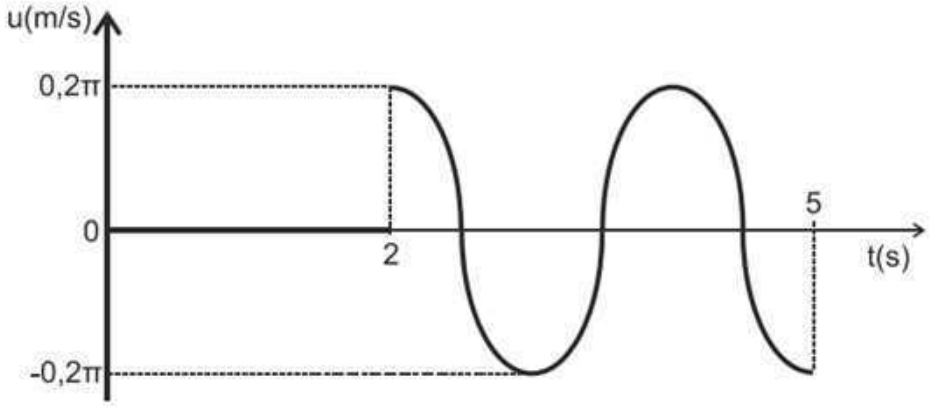
$$E_{αυτ} - iR_2 - iR_1 = 0 \Leftrightarrow -L\frac{di}{dt} = i(R_1 + R_2) \Leftrightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{i(R_1 + R_2)}{L} \Rightarrow$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{3\cdot 8}{0,2}\frac{A}{s} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -120\frac{A}{s}.$$

Δηλαδή, τη χρονική στιγμή t_1 η ένταση του ρεύματος μειώνεται με ρυθμό $120\frac{A}{s}$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Σώμα μάζας 200 g εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η γραφική παράσταση του **Σχήματος 1** αποδίδει την ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο για το χρονικό διάστημα από 2 s έως 5 s.



Σχήμα 1

α) Να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης του σώματος (μονάδες 2) και τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης (μονάδες 2).

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

β) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος (μονάδες 2), καθώς και τη μέση ταχύτητα που αυτό έχει στο χρονικό διάστημα από 2,5 s έως 3,5 s (μονάδες 4).

Μονάδες 10

Δ2. Αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος ελαστικής χορδής προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα x΄x με ταχύτητα 1 m/s. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, το σημείο στην αρχή του άξονα έχει μηδενική απομάκρυνση και ξεκινά να ταλαντώνεται με θετική ταχύτητα. Η γραφική παράσταση του **Σχήματος 1** παριστάνει τώρα την ταχύτητα σημείου Α της χορδής για $t \geq 0$.

α) Να προσδιορίσετε τη θέση του σημείου Α (μονάδες 3) και τα τμήματα της χορδής, τα σημεία των οποίων τη χρονική στιγμή $t_1 = 3,5$ s έχουν αρνητική επιτάχυνση (μονάδες 5).

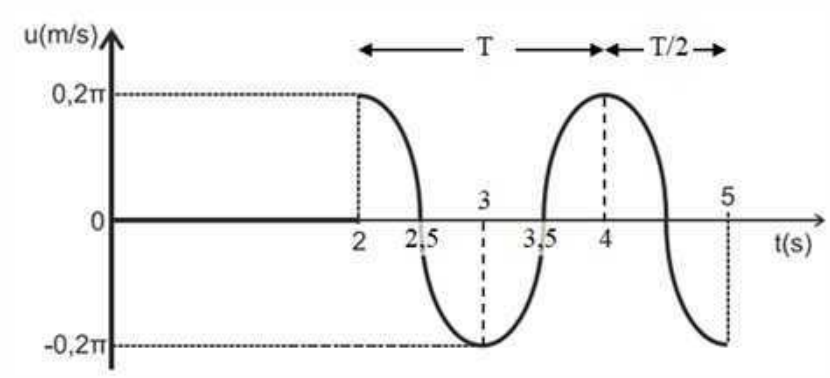
β) Δεύτερο πανομοιότυπο κύμα διαδίδεται ταυτόχρονα με το αρχικό προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα x΄x. Το κύμα αυτό φτάνει τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ στο σημείο $x_1 = 4,5$ m. Να προσδιορίσετε τις θέσεις των σημείων μεταξύ 0 m και 4,5 m που παραμένουν συνεχώς ακίνητα, όταν τα δύο κύματα έχουν διαδοθεί στην περιοχή αυτή (μονάδες 7).

Μονάδες 15

Απάντηση

Δ1.

α)



Το σώμα ταλαντώνεται για χρονική διάρκεια $\Delta t = (5 - 2)\ s = 3\ s$.

Από το διάγραμμα προκύπτει :

$$\Delta t = \frac{3T}{2} \Leftrightarrow T = \frac{2(\Delta t)}{3} \Rightarrow T = \frac{2 \cdot 3}{3} s \Rightarrow T = 2s.$$

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ είναι : $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2s} \Rightarrow \omega = \pi \frac{rad}{s}$.

Για τη σταθερά επαναφοράς της ΑΑΤ ισχύει :

$D = m\omega^2 \Rightarrow D = 0,2\pi^2 \frac{N}{m} \Rightarrow D \cong 2\frac{N}{m}$.

β)

Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος έχει τιμή : $\upsilon_{max} = 0,2\pi \frac{m}{s}$.

Το πλάτος της ΑΑΤ υπολογίζεται από τη σχέση :

$\upsilon_{max} = \omega A \Leftrightarrow A = \frac{\upsilon_{max}}{\omega} \Rightarrow A = \frac{0,2\pi}{\pi} m \Rightarrow A = 0,2\,m.$

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2,5$ s η ταχύτητα έχει τιμή $\upsilon_1 = 0$ και η επιτάχυνση είναι αρνητική (το διάγραμμα έχει αρνητική κλίση), άρα το σώμα βρίσκεται στην ακραία θέση $x_1 = +A$.

Τη χρονική στιγμή $t_2 = 3,5$ s η ταχύτητα έχει τιμή $\upsilon_2 = 0$ και η επιτάχυνση είναι θετική (το διάγραμμα έχει θετική κλίση), άρα το σώμα βρίσκεται στην ακραία θέση $x_2 = -A$.

Στο χρονικό διάστημα $\Delta t' = t_2 - t_1 = (3,5 - 2,5)$ s $= 1$ s, το σώμα διανύει διάστημα $s = 2A = 0,4$ m.

Η αριθμητική μέση ταχύτητα του σώματος σε αυτό το χρονικό διάστημα, έχει τιμή :

$\upsilon_\mu = \frac{s}{\Delta t'} \Rightarrow \upsilon_\mu = \frac{0,4m}{1s} \Rightarrow \upsilon_\mu = 0,4\frac{m}{s}$.

Δ2.

α)

i) Η ταλάντωση του Α ξεκινά τη χρονική στιγμή $t_A = 2$ s.

Η τετμημένη της θέσης του Α προσδιορίζεται από τη σχέση :

$x_A = \upsilon t_A \Rightarrow x_A = \left(1\frac{m}{s}\right)(2s) \Rightarrow x_A = 2m.$

ii)

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 3,5$ s το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση :

$x_1 = \upsilon t_1 \Rightarrow x_1 = \left(1\frac{m}{s}\right)(3,5s) \Rightarrow x_1 = 3,5m.$

Από την εξίσωση της κυματικής υπολογίζω το μήκος κύματος λ :

$\upsilon = \frac{\lambda}{T} \Leftrightarrow \lambda = \upsilon T \Rightarrow \lambda = \left(1\frac{m}{s}\right)(2s) \Rightarrow \lambda = 2m.$

Η εξίσωση του εγκάρσιου αρμονικού κύματος που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x, είναι :

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 0,2\eta\mu 2\pi(0,5t-0,5x) \quad \text{ή} \quad y = 0,2\eta\mu\pi(t-x).\ (\text{S.I.}). \qquad (1)$$

Για $t = 3,5\ s \xrightarrow{(1)} y = 0,2\eta\mu\pi(3,5-x).$ (S.I.) (2) $[0 \le x \le 3,5m]$

Από τη σχέση επιτάχυνσης – απομάκρυνσης $y = -\omega^2 x$, προκύπτει ότι τα σημεία που έχουν αρνητική επιτάχυνση ($\alpha < 0$) έχουν θετική απομάκρυνση ($y > 0$).

<u>1ος τρόπος (τριγωνομετρικά)</u>

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 3,5\ s$ η φάση της πηγής είναι $\varphi_O = 3,5\pi$.

$$\text{Για } y > 0 \xrightarrow{(2)} \eta\mu\pi(3,5-x) > 0 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 0 < \pi(3,5-x) < \pi \\ \text{και} \\ 2\pi < \pi(3,5-x) < 3\pi \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 0 < 3,5-x < 1 \\ \text{και} \\ 2 < 3,5-x < 3 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\left\{\begin{array}{l} -3,5 < -x < -2,5 \\ \text{και} \\ -1,5 < -x < -0,5 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 2,5\ m < x < 3,5\ m \\ \text{και} \\ 0,5\ m < x < 1,5\ m \end{array}\right\}$$

<u>2ος τρόπος (γραφικά)</u>

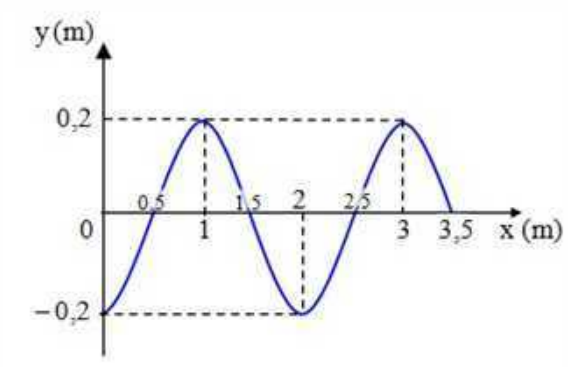
Τη χρονική στιγμή $t_1 = 3,5\ s$, ισχύει : $\frac{x_1}{\lambda} = \frac{3,5\,m}{2\,m} = 1,75 \Leftrightarrow x_1 = \lambda + \frac{3}{4}\lambda.$

$$y_O = 0,2\eta\mu(3,5\pi)\,m = 0,2\eta\mu\left(2\pi+\frac{3\pi}{2}\right)m \Rightarrow y_O = -0,2\,m.$$

Το διπλανό διάγραμμα απεικονίζει το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 3,5\ s$.

Από το διάγραμμα προκύπτει ότι τα σημεία του άξονα x που έχουν θετική απομάκρυνση $(y > 0)$ βρίσκονται στα διαστήματα :

$0,5\ m < x < 1,5\ m$ και $2,5\ m < x < 3,5\ m$.



β)

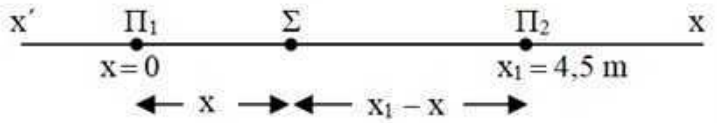
Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ το σημείο Π_1 (πηγή 1) στην αρχή του άξονα ($x = 0$) αρχίζει να ταλαντώνεται, παράγοντας εγκάρσια αρμονικά κύματα που διαδίδονται προς τη θετική φορά του άξονα x.

Την ίδια στιγμή ξεκινά και ταλαντώνεται το σημείο Π_2 (πηγή 2) στη θέση $x_1 = 4,5\ m$, παράγοντας εγκάρσια αρμονικά κύματα που διαδίδονται προς την αρνητική φορά του άξονα x.

Τα δύο κύματα συμβάλλουν και σχηματίζεται στάσιμο κύμα.

Ένα σημείο της χορδής με τετμημένη $x > 0$ εκτελεί ταλάντωση που είναι το αποτέλεσμα της σύνθεσης της ταλάντωσης λόγω του κύματος της πηγής Π_1 και της ταλάντωσης λόγω του κύματος της πηγής Π_2.

Στα σημεία της χορδής που είναι συνεχώς ακίνητα συμβαίνει αποσβεστική συμβολή.



Για τα σημεία αυτά ισχύει η σχέση :

$$x-(x_1-x)=(2\kappa+1)\frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow 2x=x_1+(2\kappa+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

$$x=\left(2,25+\frac{2\kappa+1}{2}\right)\text{m} \Rightarrow x=(2,75+\kappa)\,\text{m}. \qquad (3) \qquad [\kappa=0,\pm1,\pm2,\ \ldots]$$

Για τους δεσμούς που βρίσκονται μεταξύ 0 m και 4,5 m, ισχύει :

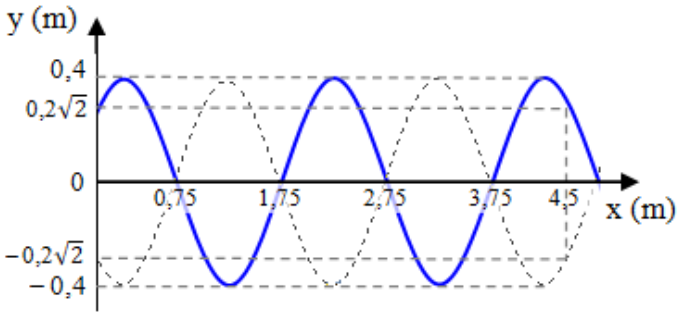
$0 < x < 4,5\ \text{m} \xrightarrow{(3)} 0 < 2,75+\kappa < 4,5 \Leftrightarrow -2,75 < \kappa < 1,75 \Rightarrow \kappa = -2, -1, 0, 1.$

Για $\kappa = -2 \xrightarrow{(3)} x_A = 0,75$ m.

Για $\kappa = -1 \xrightarrow{(3)} x_B = 1,75$ m.

Για $\kappa = 0 \xrightarrow{(3)} x_\Gamma = 2,75$ m.

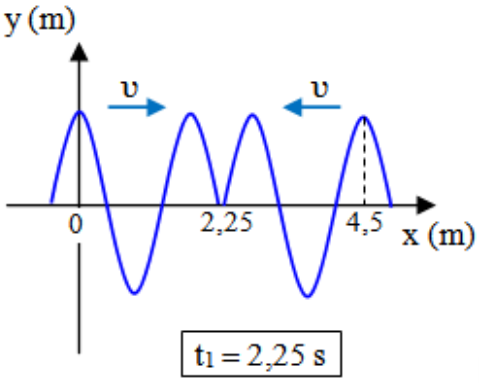
Για $\kappa = 1 \xrightarrow{(3)} x_\Delta = 3,75$ m.



Εναλλακτική απάντηση

Τα δύο τρέχοντα κύματα συναντώνται τη χρονική στιγμή $t_1 = 2,25$ s στο σημείο Ρ με τετμημένη $x_o = 2,25$ m.

Στο σημείο αυτό συμβαίνει ενισχυτική συμβολή και είναι η 1η κοιλία του στάσιμου.

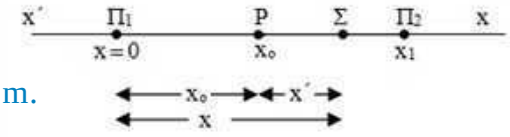


Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι :

$$y' = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{\lambda}x'\right)\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t'\right),\ \text{όπου :}\ x' = x - x_o,\quad t' = t - t_1\,.$$

Οι θέσεις των δεσμών προσδιορίζονται με τη σχέση :

$$x_\delta = x_o + (2\kappa+1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow x_\delta = \left(2,25+\frac{2\kappa+1}{2}\right)\text{m} \Rightarrow x_\delta = (2,75+\kappa)\text{m}.$$



Για τους δεσμούς που βρίσκονται μεταξύ 0 m και 4,5 m, ισχύει :

$0 < x < 4,5\ \text{m} \xrightarrow{(3)} 0 < 2,75+\kappa < 4,5 \Leftrightarrow -2,75 < \kappa < 1,75 \Rightarrow \kappa = -2, -1, 0, 1.$

Για $\kappa = -2 \xrightarrow{(3)} x_A = 0,75$ m.

Για $\kappa = -1 \xrightarrow{(3)} x_B = 1,75$ m.

Για $\kappa = 0 \xrightarrow{(3)} x_\Gamma = 2,75$ m.

Για $\kappa = 1 \xrightarrow{(3)} x_\Delta = 3,75$ m.

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2024

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΔΕΚΑ (10)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην επιλογή σας, η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

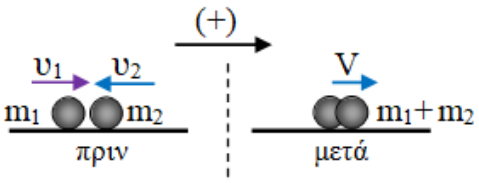
Α1. Δύο σφαίρες πολύ μικρών διαστάσεων, ίδιας μάζας, που κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με αντίθετες ταχύτητες μέτρου υ, συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Μετά την κρούση

α) οι σφαίρες θα ανταλλάξουν ταχύτητες.
β) η μία σφαίρα θα ακινητοποιηθεί και η άλλη θα κινηθεί με ταχύτητα μέτρου υ.
γ) οι σφαίρες θα απομακρυνθούν με ταχύτητες ίδιου μέτρου.
δ) η συνολική κινητική ενέργεια των δύο σφαιρών θα μηδενιστεί.

Μονάδες 5

Απάντηση

Οι σφαίρες έχουν ίσες μάζες ($m_1 = m_2 = m$) και ταχύτητες ίσου μέτρου ($\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$) αλλά αντίθετης φοράς πριν την κρούση.



Αφού οι σφαίρες κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, είναι $\Sigma F_{\varepsilon\xi} = 0$, άρα το σύστημα των δύο σφαιρών είναι μονωμένο.

Η κρούση είναι πλαστική, δηλαδή **δημιουργείται συσσωμάτωμα**.

Ορίζω σαν θετική τη φορά της $\vec{\upsilon}_1$ και εφαρμόζω την ΑΔΟ (αλγεβρικά) :

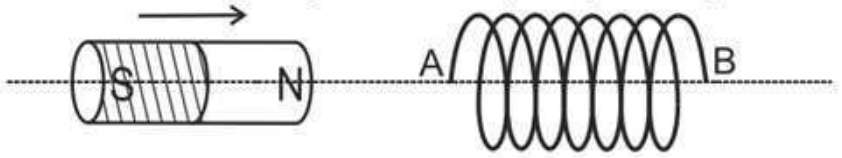
$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow m\upsilon - m\upsilon = 2mV \Leftrightarrow V = 0.$$

Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση, είναι :

$$K_{ολ} = \frac{1}{2}(2m)V^2 \Rightarrow \mathbf{K_{ολ} = 0}.$$

Σωστή απάντηση : δ).

Α2. Στο παρακάτω σχήμα ραβδόμορφος μαγνήτης πλησιάζει προς το ανοικτό πηνίο, έτσι ώστε ο άξονας του να ταυτίζεται με τον άξονα του πηνίου.

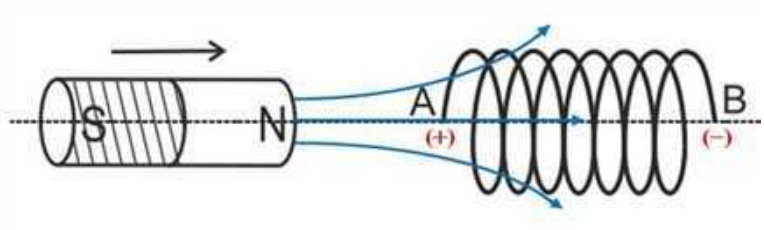


Τότε

α) στο άκρο Α του πηνίου δημιουργείται βόρειος (Ν) μαγνητικός πόλος.
β) το πηνίο διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα.
γ) στα άκρα Α και Β του πηνίου αναπτύσσεται τάση από επαγωγή.
δ) το πηνίο απωθεί τον μαγνήτη.

Μονάδες 5

Απάντηση



Κατά τη διάρκεια της προσέγγισης του μαγνήτη **αυξάνεται η μαγνητική ροή** που διέρχεται από την επιφάνεια κάθε σπείρας του πηνίου.

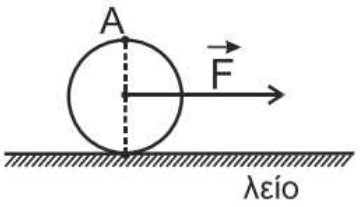
Στο πηνίο αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή με τον θετικό πόλο το Α και τον αρνητικό στο Β, η οποία τείνει να δώσει ρεύμα τέτοιας φοράς ώστε να αντιδράσει στην αύξηση της μαγνητικής ροής (σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz).

Αφού το πηνίο είναι ανοικτό, δεν διαρρέεται από ρεύμα (β : Λάθος).

Επομένως το πηνίο δεν δημιουργεί μαγνητικό πεδίο, τα άκρα του δεν είναι μαγνητικοί πόλοι (α : Λάθος) και δεν αλληλεπιδρά με τον μαγνήτη (δ : Λάθος).

Σωστή απάντηση : γ).

Α3. Ο ομογενής δίσκος του σχήματος βρίσκεται ακίνητος πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με το επίπεδό του κατακόρυφο. Ασκώντας στο κέντρο μάζας του σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, στο επίπεδο του δίσκου, αυτό αποκτά επιτάχυνση μέτρου α_{cm}. Το μέτρο της επιτάχυνσης του σημείου Α που είναι αντιδιαμετρικό με το σημείο επαφής του δίσκου με το έδαφος κάθε χρονική στιγμή είναι



α) $2\alpha_{cm}$.

β) 0.

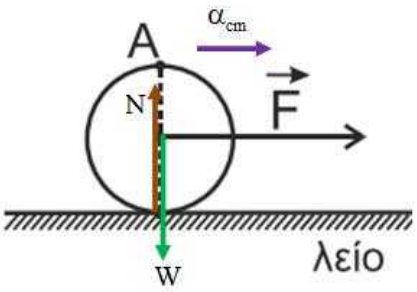
γ) α_{cm}.

δ) $\sqrt{2}\,\alpha_{cm}$.

Μονάδες 5

Απάντηση

Αφού το δάπεδο είναι λείο, δεν ασκείται δύναμη τριβής στο σημείο επαφής του δίσκου.



Οι δυνάμεις $\vec{F}$, $\vec{W}$, $\vec{N}$ διέρχονται από το κέντρο του δίσκου και δεν προκαλούν ροπή ως προς αυτό.

Επομένως, **ο δίσκος δεν περιστρέφεται αλλά εκτελεί μεταφορική κίνηση, στη διάρκεια της οποίας όλα τα σημεία του έχουν την ίδια επιτάχυνση με το κέντρο του**.

Άρα η επιτάχυνση του ανώτερου σημείου Α του δίσκου έχει μέτρο $\alpha_A = \alpha_{xm}$.

Σωστή απάντηση : γ).

Α4. Κατά τη διάρκεια μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης αυξάνουμε τη σταθερά απόσβεσης b. Αν η συχνότητα του διεγέρτη

α) είναι μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα του συστήματος, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα παραμείνει σταθερό.

β) είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα μειωθεί.

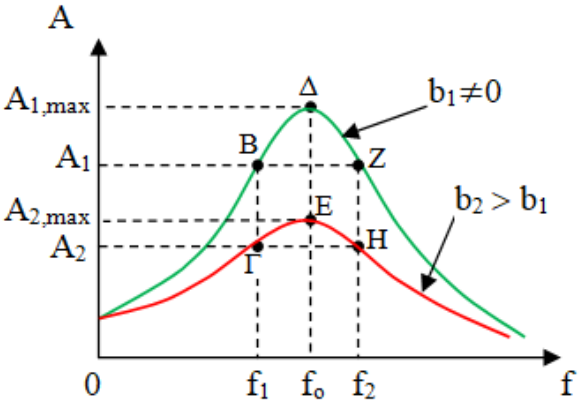
γ) είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα παραμείνει σταθερό.

δ) είναι μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα του συστήματος, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα παραμείνει σταθερό.

Μονάδες 5

Απάντηση

Υποθέτω ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)$], η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_\alpha = -b\upsilon$) και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.



Στην περίπτωση αυτή, για δύο τιμές της σταθεράς απόσβεσης b_1 , b_2 με $b_2 > b_1$, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη συχνότητα f του διεγέρτη, όπως φαίνεται στο διάγραμμα (f_o η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή).

Από τη μελέτη του διαγράμματος διαπιστώνω ότι :

α) αν $f > f_o$ (Z ⟶ H), το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται. (Λάθος)

β) αν $f = f_o$ (Δ ⟶ E), το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται. **(Σωστό)**

γ) αν $f = f_o$ (Δ ⟶ E), το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται. (Λάθος).

δ) αν $f < f_o$ (B ⟶ Γ), το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται. (Λάθος)

Σχόλια : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι

1) η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)$],

2) η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_\alpha = -b\upsilon$),

3) το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.

4) κατά τη διάρκεια της αύξησης της σταθεράς απόσβεσης b, η συχνότητα του διεγέρτη f παραμένει σταθερή.

5) η ιδιοσυχνότητα f_o του ταλαντωτή είναι ίση με τη συχνότητα της ελεύθερης αμείωτης ταλάντωσης που θα εκτελούσε $\left(f_o = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}} \right)$.

6) ο συντονισμός συμβαίνει όταν $f = f_o$.

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Σύμφωνα με τον Heisenberg, η αβεβαιότητα στη μέτρηση της ενέργειας μιας κατάστασης ενός συστήματος είναι αντιστρόφως ανάλογη με το χρόνο που το σύστημα παραμένει σε αυτή την κατάσταση.

β) Σε μία φθίνουσα ταλάντωση, στην οποία το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = A_o e^{-\Lambda t}$, η σταθερά Λ εξαρτάται μόνο από τη μάζα του ταλαντούμενου συστήματος.

γ) Η αυτεπαγωγή είναι ιδιότητα των ηλεκτρικών κυκλωμάτων αντίστοιχη με την αδράνεια των σωμάτων.

δ) Στην Ελλάδα στα δίκτυα των πόλεων το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης, στην κατανάλωση, είναι $V = 220\sqrt{2}\,V$ και η συχνότητα f = 50 Hz.

ε) Σε μία χορδή, στην οποία έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο της χορδής στο άλλο.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Σωστό.

Μία άλλη διατύπωση της αρχής της αβεβαιότητας του Heisenberg είναι η $\boxed{\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}}$.

Η αβεβαιότητα στη μέτρηση της ενέργειας μιας κατάστασης ενός συστήματος είναι αντίστροφα ανάλογη με τον χρόνο που το σύστημα παραμένει σ' αυτή την κατάσταση.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 238.

β) Λάθος.

. . . Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο. Ισχύει δηλαδή η σχέση $A = A_o e^{-\Lambda t}$.

Το Λ είναι μια σταθερά που εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης και τη μάζα του ταλαντούμενου σώματος.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 19.

γ) Σωστό.

Η αυτεπαγωγή είναι ιδιότητα των κυκλωμάτων αντίστοιχη με την αδράνεια των σωμάτων.

Τα σώματα αντιστέκονται στη μεταβολή της ταχύτητάς τους. Τα κυκλώματα αντιστέκονται στη μεταβολή του ρεύματος που τα διαρρέει. Μέτρο της αδράνειας των σωμάτων είναι η μάζα τους. Μέτρο της αδράνειας των κυκλωμάτων είναι ο συντελεστής αυτεπαγωγής τους.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Β, σελίδα 206.

δ) Σωστό.

Παντού η μεταφορά και διανομή της ηλεκτρικής ενέργειας γίνεται με εναλλασσόμενη τάση.

Στην Ελλάδα, στα δίκτυα των πόλεων το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης, στην κατανάλωση, είναι $V = 220\sqrt{2}$ V και η συχνότητα $f = 50$ Hz.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Β, σελίδα 196.

Σχόλιο

Η εκφώνηση της ερώτησης (καθώς και το σχολικό βιβλίο) έπρεπε να διευκρινίζει ότι αναφέρεται σε μονοφασικό ρεύμα.

Στο τριφασικό ρεύμα, η ενεργός τιμή της τάσης είναι $V_{ενν(τ)} = 220\sqrt{3}\,V$ και το πλάτος της τάσης $V_τ = 220\sqrt{6}\,V$.

ε) Λάθος.

Εφόσον στο στάσιμο κύμα υπάρχουν σημεία που παραμένουν πάντα ακίνητα, δεν μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο (αυτός επίσης είναι ένας βασικός λόγος που διαφοροποιεί την κατάσταση του στάσιμου κύματος από αυτό που ορίσαμε ως κύμα).

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 54.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένα μέλαν σώμα έχει θερμοκρασία T_1, βρίσκεται σε χώρο όπου επικρατεί κενό και εκπέμπει ενέργεια με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Το μεγαλύτερο τμήμα της ενέργειας που εκπέμπεται από το μέλαν σώμα περιορίζεται σε μια στενή περιοχή με «αιχμή» στο μήκος κύματος λ_{1max}. Η φάση του ηλεκτρικού πεδίου της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας με μήκος κύματος αιχμής λ_{1max} είναι ίση με $\varphi_1 = 2\pi\left(10^{15}\,t - \frac{10^7}{3}x\right)$ (S.I.).

Το ίδιο μέλαν σώμα, στον ίδιο χώρο, έχοντας θερμοκρασία T_2 διπλάσια της T_1 εκπέμπει ενέργεια με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Στη θερμοκρασία T_2 το μεγαλύτερο τμήμα της ενέργειας που εκπέμπεται από το μέλαν σώμα περιορίζεται σε μια στενή περιοχή με «αιχμή» στο μήκος κύματος λ_{2max}.

Η φάση φ_2 του ηλεκτρικού πεδίου της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας με μήκος κύματος αιχμής λ_{2max} θα είναι ίση με:

i. $\varphi_2 = 2\pi\left(10^{15}\,t - 10^7\,x\right)$ (S.I.)

ii. $\varphi_2 = 2\pi\left(2\cdot10^{15}\,t - \frac{2\cdot10^7}{3}x\right)$ (S.I.)

iii. $\varphi_2 = 2\pi\left(2\cdot10^{15}\,t - \frac{3\cdot10^7}{2}x\right)$ (S.I.)

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

Για ένα αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x, η εξίσωση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι : $E = E_{max}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ ή $E = E_{max}\eta\mu 2\pi\left(f\cdot t - \frac{x}{\lambda}\right)$.

Η φάση του ηλεκτρικού πεδίου του ηλεκτρομαγνητικού κύματος δίνεται από τη σχέση :

$$\varphi = 2\pi\left(f\cdot t - \frac{x}{\lambda}\right).$$

<u>1η περίπτωση</u>

$$\varphi_1 = 2\pi\left(f_1\cdot t - \frac{x}{\lambda_{1,max}}\right) \qquad (1)$$

Από τη σύγκριση της σχέσης (1) με τη δοθείσα, προκύπτει ότι : $f_1 = 10^{15}$ Hz, $\lambda_{1,max} = 3\cdot10^{-7}$ m.

<u>2η περίπτωση</u>

$$\varphi_2 = 2\pi\left(f_2\cdot t - \frac{x}{\lambda_{2,max}}\right) \qquad (2)$$

Εφαρμόζω το νόμο της μετατόπισης Wien :

$$\lambda_{1,max}T_1 = \lambda_{2,max}T_2 \xrightarrow{T_2 = 2T_1} \lambda_{1,max}T_1 = \lambda_{2,max}\cdot 2T_1 \Leftrightarrow \lambda_{2,max} = \frac{\lambda_{1,max}}{2} \Rightarrow \lambda_{2,max} = \frac{3}{2}\cdot 10^{-7}\,\text{m}.$$

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής για τις δύο ακτινοβολίες :

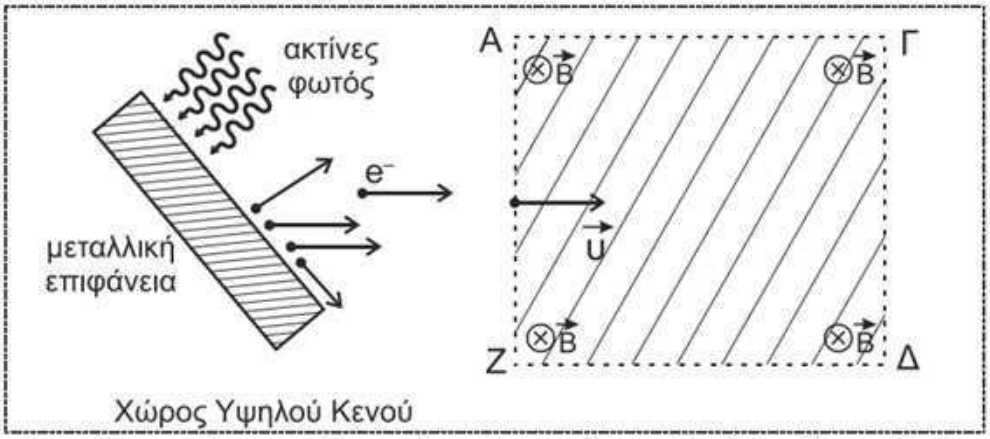
$$c = \lambda_{1,max}f_1 = \lambda_{2,max}f_2 \Leftrightarrow f_2 = \frac{2\lambda_{2,max}f_1}{\lambda_{2,max}} \Leftrightarrow f_2 = 2f_1 \Leftrightarrow f_2 = 2\cdot 10^{15}\,\text{Hz}.$$

Αντικαθιστώντας τις αριθμητικές τιμές στη σχέση (2) προκύπτει η φάση της ακτινοβολίας με μήκος κύματος αιχμής $\lambda_{2,max}$:

$$\varphi_2 = 2\pi\left(2\cdot 10^{15}t - \frac{2\cdot 10^7}{3}x\right).$$

Σωστή απάντηση : iii.

Β2. Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται μια μεταλλική επιφάνεια σε χώρο όπου επικρατεί υψηλό κενό και το υλικό κατασκευής της μπορεί να είναι από Βάριο ή Βολφράμιο ή Ταντάλιο.



Γνωρίζουμε ότι το Βάριο έχει έργο εξαγωγής 2,5 eV, το Βολφράμιο 4,5 eV και το Ταντάλιο 4,2 eV. Σε ένα εργαστήριο πραγματοποιούμε δύο πειράματα για να προσδιορίσουμε το υλικό κατασκευής της μεταλλικής επιφάνειας.

Πείραμα 1ο

Στη μεταλλική επιφάνεια προσπίπτει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία καθορισμένου μήκους κύματος $\lambda_1 = 375$ nm, οπότε εξέρχονται από αυτή φωτοηλεκτρόνια μέγιστης κινητικής ενέργειας K_1. Κάποια από αυτά κατευθύνονται προς ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης Β και εισέρχονται κάθετα στις δυναμικές γραμμές του, οι οποίες έχουν διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της σελίδας και φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Κατά τη διάρκεια της κίνησής τους εντός του μαγνητικού πεδίου, τα φωτοηλεκτρόνια αυτά έχουν στροφορμή L_1 ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της τροχιάς τους και είναι κάθετος σε αυτή.

Πείραμα 2ο

Επαναλαμβάνουμε το πείραμα με ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία μήκους κύματος $\lambda_2 = \lambda_1 / 2$, οπότε από τη μεταλλική επιφάνεια εξέρχονται φωτοηλεκτρόνια μέγιστης κινητικής ενέργειας K_2. Τα φωτοηλεκτρόνια που εισέρχονται κάθετα στο μαγνητικό πεδίο, κατά τη διάρκεια της κίνησής τους εντός αυτού, έχουν στροφορμή L_2 ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της τροχιάς τους και είναι κάθετος σε αυτή.

Αν ισχύει ότι $L_2 = 5\ L_1$, συμπεραίνουμε ότι η μεταλλική επιφάνεια είναι κατασκευασμένη από:

i. Βάριο ii. Βολφράμιο iii. Ταντάλιο

Να θεωρήσετε ότι hc = 1250 eV·nm

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

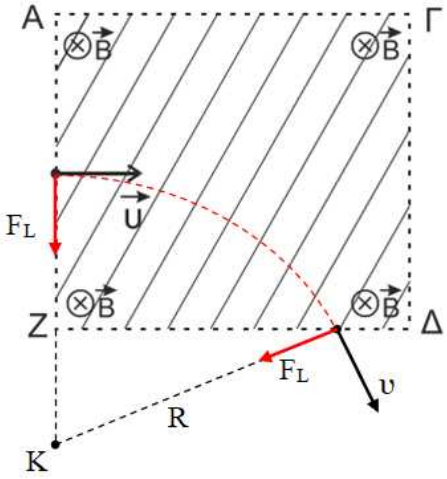
Απάντηση

Η ενέργεια ενός φωτονίου μήκους κύματος λ δίνεται από τη σχέση : $E_\varphi = hf \xrightarrow{f=\frac{c}{\lambda}} E_\varphi = \frac{hc}{\lambda}$. (1)

Η μέγιστη κινητική ενέργεια Κ των εκπεμπόμενων ηλεκτρονίων υπολογίζεται από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση :

$$K = E_\varphi - \varphi \xrightarrow{(1)} K = \frac{hc}{\lambda} - \varphi. \qquad (2)$$

Όταν ένα ηλεκτρόνιο κινητικής ενέργειας K εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ κάθετη στις δυναμικές γραμμές, δέχεται δύναμη Lorentz $\vec{F}_L$ κάθετη στην ταχύτητα και διαγράφει κυκλικό τόξο ακτίνας R. Ισχύει :



$$F_L = F_\kappa \Leftrightarrow e\upsilon B = m\frac{\upsilon^2}{R} \Leftrightarrow R = \frac{m\upsilon}{eB}. \qquad (3)$$

Σημείωση :

Η απόδειξη της σχέσης (3) και το σχήμα δεν είναι απαραίτητα.

Το μέτρο της στροφορμής του ηλεκτρονίου ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο της τροχιάς του και είναι κάθετος σε αυτή, δίνεται από τη σχέση :

$$L = m\upsilon R \xrightarrow{(3)} L = \frac{m^2\upsilon^2}{eB} = \frac{2m}{eB}\left(\frac{1}{2}m\upsilon^2\right) \Leftrightarrow L = \frac{2m}{eB}\cdot K \Leftrightarrow K = \frac{eB}{2m}\cdot L. \qquad (4)$$

Από τις σχέσεις (2), (4) προκύπτει : $\frac{eB}{2m}\cdot L = \frac{hc}{\lambda} - \varphi. \qquad (5)$

Εφαρμόζω τη σχέση (5) για κάθε πείραμα.

1ο πείραμα

$$\frac{eB}{2m}\cdot L_1 = \frac{hc}{\lambda_1} - \varphi. \qquad (6)$$

2ο πείραμα

$$\frac{eB}{2m}\cdot L_2 = \frac{hc}{\lambda_2} - \varphi \xrightarrow[\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}]{L_2 = 5L_1} \frac{eB}{2m}\cdot 5L_1 = \frac{2hc}{\lambda_1} - \varphi \Leftrightarrow 5\left(\frac{eB}{2m}\cdot L_1\right) = \frac{2hc}{\lambda_1} - \varphi \xrightarrow{(6)}$$

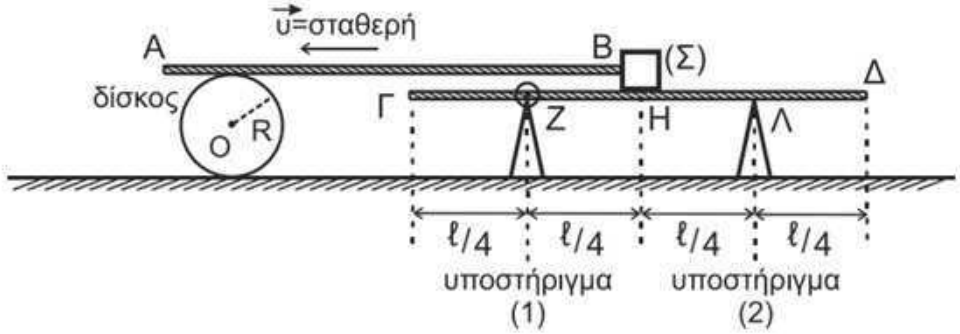
$$\frac{5hc}{\lambda_1} - 5\varphi = \frac{2hc}{\lambda_1} - \varphi \Leftrightarrow \frac{3hc}{\lambda_1} = 4\varphi \Leftrightarrow \varphi = \frac{3hc}{4\lambda_1} \Rightarrow \varphi = \frac{3\cdot 1250\,eV\cdot nm}{4\cdot 375\,nm} \Rightarrow \varphi = 2,5\,eV.$$

Επομένως, η μεταλλική επιφάνεια είναι κατασκευασμένη από Βάριο.

Σωστή απάντηση : i.

Β3. Το σώμα Σ του παρακάτω σχήματος, μάζας m, έχει στερεωθεί στο άκρο Β οριζόντιας, ομογενούς, άκαμπτης και αβαρούς ράβδου ΑΒ. Η ράβδος ακουμπά πάνω στην περιφέρεια ομογενούς δίσκου κέντρου Ο και ακτίνας R. Ο δίσκος βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το επίπεδό του κατακόρυφο. Το σώμα Σ μπορεί να κινείται πάνω σε λεία, οριζόντια, ομογενή και άκαμπτη δοκό ΓΔ μήκους ℓ και μάζας M = m / 2.

Η δοκός έχει αρθρωθεί κατάλληλα στο σημείο Ζ, με την κορυφή κατακόρυφου και ακλόνητου υποστηρίγματος (1) που βρίσκεται σε απόσταση ℓ/4 από το άκρο της Γ. Σε απόσταση ℓ/4 από το άκρο Δ της δοκού έχει τοποθετηθεί ένα δεύτερο, όμοιο κατακόρυφο υποστήριγμα (2), πάνω στην κορυφή Λ του οποίου ακουμπά η δοκός ΓΔ. Τα υποστηρίγματα έχουν τοποθετηθεί στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με αυτό στο οποίο βρίσκεται ο δίσκος, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το σύστημα ράβδου-σώματος Σ κινείται προς τα αριστερά με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ. Ο δίσκος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση και η περιφέρειά του βρίσκεται σε συνεχή επαφή με τη ράβδο ΑΒ, χωρίς να παρατηρείται ολίσθηση μεταξύ τους.

Το σώμα Σ, κινούμενο από το Δ προς το Γ, τη χρονική στιγμή t = 0 περνά από το μέσο Η της δοκού. Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα Σ περνά από ένα σημείο της δοκού, στο οποίο η δοκός μόλις που χάνει οριακά την επαφή της με την κορυφή του υποστηρίγματος (2).

α) Η απόσταση που έχει διανύσει το σώμα Σ από τη χρονική στιγμή t = 0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 είναι:

i. $\frac{5\ell}{6}$ ii. $\frac{3\ell}{8}$ iii. $\frac{\ell}{3}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2). Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 4).

Μονάδες 6

β) Το διάστημα s που έχει διανύσει το κέντρο μάζας Ο του δίσκου από τη χρονική στιγμή t = 0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 είναι:

i. $\frac{3\ell}{16}$ ii. $\frac{3\ell}{8}$ iii. $\frac{\ell}{16}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδα 1). Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 2).

Μονάδες 3

Να θεωρήσετε ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα για όλα τα σώματα.

Απάντηση

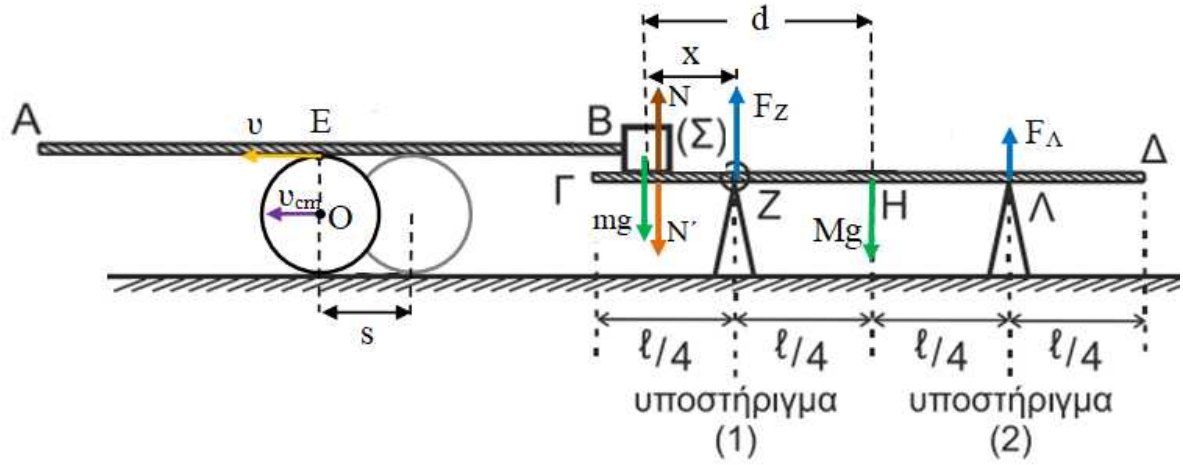
α)

Η επαφή μεταξύ δοκού ΓΔ και υποστηρίγματος (2) θα χαθεί όταν το σώμα Σ βρεθεί αριστερά από το σημείο Z, σε κατάλληλη απόσταση από αυτό. Έστω ότι τη στιγμή t_1 που η απόσταση του Σ από το Z είναι ίση με x, χάνεται οριακά η επαφή μεταξύ δοκού – υποστηρίγματος (2).

Τη στιγμή αυτή, η δύναμη που ασκεί το υποστήριγμα (2) στη δοκό μηδενίζεται : $F_\Lambda = 0$.

Στον άξονα y το σώμα ισορροπεί, άρα ισχύει : $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg$.

Σύμφωνα με τον 3ο νόμο του Newton, το σώμα ασκεί στη ράβδο αντίθετη δύναμη $\vec{N}'$, μέτρου $N' = mg$.



Αφού η δοκός είναι λεπτή και ομογενής, το κέντρο μάζας της είναι το μέσο της Η.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το Z :

$$\Sigma\tau_{(Z)} = 0 \Leftrightarrow N'\cdot x - Mg\frac{\ell}{4} = 0 \Leftrightarrow mgx = Mg\frac{\ell}{4} \xrightarrow{m=2M} 2Mx = M\frac{\ell}{4} \Leftrightarrow x = \frac{\ell}{8}.$$

Η απόσταση που έχει διανύσει το Σ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1, είναι :

$$d = \frac{\ell}{4} + x = \frac{\ell}{4} + \frac{\ell}{8} \Rightarrow d = \frac{3\ell}{8}.$$

β)

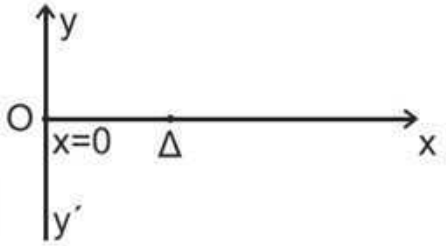
Αφού δεν παρατηρείται ολίσθηση μεταξύ ράβδου – δίσκου, το σημείο της ράβδου που είναι σε επαφή με το δίσκο έχει ταχύτητα ίσου μέτρου με την ταχύτητα του ανώτερου σημείου του τροχού.

Άρα ισχύει : $\upsilon = \upsilon_E = 2\upsilon_{cm}$. (1)

Οι ταχύτητες έχουν σταθερό μέτρο, επομένως για τις αποστάσεις που διανύουν το κέντρο του δίσκου και ένα σημείο της ράβδου σε χρονική διάρκεια t_1 ισχύει :

$$\left.\begin{array}{l} s = \upsilon_{cm}t_1 \\ d = \upsilon t_1 \end{array}\right\} \xrightarrow{(1)} d = 2s \Leftrightarrow s = \frac{d}{2} \Rightarrow s = \frac{3\ell}{16}.$$

ΘΕΜΑ Γ



Εγκάρσιο αρμονικό κύμα, πλάτους Α και μήκους κύματος λ, διαδίδεται χωρίς απώλειες ενέργειας σε ομογενές γραμμικό ελαστικό μέσο μεγάλου μήκους που ταυτίζεται με τον οριζόντιο ημιάξονα Ox προς τη θετική κατεύθυνση, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Το κύμα παράγεται από πηγή που βρίσκεται στο σημείο Ο στη θέση x = 0 του ελαστικού μέσου και το οποίο αρχίζει να ταλαντώνεται με θετική ταχύτητα τη χρονική στιγμή t = 0 σύμφωνα με την εξίσωση y = A·ημωt.

Το υλικό σημείο Ο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του διέρχεται 60 φορές το λεπτό από τη θέση ισορροπίας του.

Κάποια χρονική στιγμή που το υλικό σημείο Ο βρίσκεται στην ακραία αρνητική του απομάκρυνση (y = −A) από την αρχική θέση ισορροπίας του, το υλικό σημείο Δ του ημιάξονα Ox που απέχει από την πηγή Ο οριζόντια απόσταση $x_Δ$ = 2,5 m και έχει ήδη αρχίσει να ταλαντώνεται, βρίσκεται στην ακραία θετική του απομάκρυνση (y = +A) από την αρχική θέση ισορροπίας του. Την ίδια χρονική στιγμή μεταξύ της πηγής (x = 0) και του σημείου Δ υπάρχουν δύο υλικά σημεία που βρίσκονται στην ακραία θετική τους απομάκρυνση (y = +A).

Από τη χρονική στιγμή t = 0 μέχρι τη στιγμή που το κύμα φτάνει στο υλικό σημείο Δ, το συνολικό διάστημα που έχει διανύσει το υλικό σημείο που βρίσκεται στη θέση x = 0 είναι ίσο με 2 m.

Γ1. Να υπολογίσετε α) την περίοδο Τ (μονάδες 2), β) το μήκος κύματος λ (μονάδες 2) και γ) την ταχύτητα διάδοσης του κύματος (μονάδα 1), καθώς και δ) το πλάτος Α της ταλάντωσης των υλικών σημείων του μέσου (μονάδες 2).

Μονάδες 7

Γ2. Να αποδείξετε ότι η μαθηματική σχέση που περιγράφει την ταλάντωση του υλικού σημείου Δ είναι: $y = A \cdot ημ2π(\frac{t}{T} - \frac{x_Δ}{λ})$.

Μονάδες 5

Γ3. Να γράψετε την εξίσωση ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για το υλικό σημείο Δ (μονάδες 3) και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση σε βαθμολογημένους άξονες, από την χρονική στιγμή t = 0 μέχρι τη χρονική στιγμή t = 8 s (μονάδες 4).

Μονάδες 7

Μειώνουμε τη συχνότητα ταλάντωσης της πηγής, διατηρώντας το ίδιο πλάτος, έτσι ώστε η πηγή Ο και το υλικό σημείο Δ να είναι δύο διαδοχικά σημεία του ελαστικού μέσου, τα οποία κάθε χρονική στιγμή απέχουν το ίδιο από τη θέση ισορροπίας τους και κινούνται με την ίδια ταχύτητα.

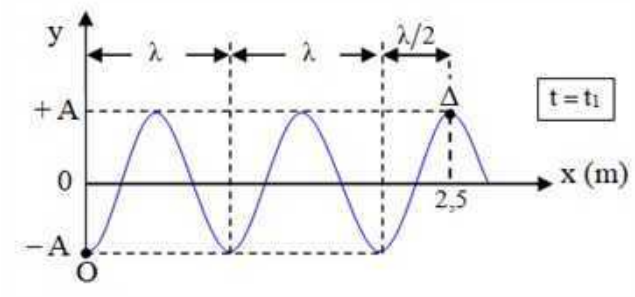
Γ4. Να υπολογίσετε τη μείωση της συχνότητας της πηγής.

Μονάδες 6

Απάντηση

Γ1.

Έστω ότι τη χρονική στιγμή t_1, το Ο έχει απομάκρυνση $y_O = -A$, το Δ έχει απομάκρυνση $y_Δ = +A$ και μεταξύ των σημείων Ο, Δ υπάρχουν δύο υλικά σημεία με απομάκρυνση $y = +A$.



Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_1 για τα σημεία του ημιάξονα Ox φαίνεται στο σχήμα.

α) Στη διάρκεια μιας ταλάντωσης το σημείο Ο διέρχεται 2 φορές από τη θέση ισορροπίας του.
Αφού σε χρονική διάρκεια $\Delta t = 1\ \text{min} = 60\ \text{s}$ το Ο διέρχεται 60 φορές από τη θέση ισορροπίας, άρα έχει εκτελέσει $N = 30$ ταλαντώσεις. Η περίοδος της ταλάντωσης είναι :

$$T = \frac{\Delta t}{N} = \frac{60\text{s}}{30} \Rightarrow T = 2\text{s}.$$

β) Από το σχήμα φαίνεται ότι η απόσταση των θέσεων ισορροπίας μεταξύ Ο, Δ είναι $(O\Delta) = 2\lambda + \frac{\lambda}{2}$.

Επομένως :

$$x_\Delta = \frac{5\lambda}{2} \Leftrightarrow \lambda = \frac{2x_\Delta}{5} \Rightarrow \lambda = \frac{2\cdot 2,5\text{m}}{5} \Rightarrow \lambda = 1\text{m}.$$

γ) Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής :

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \upsilon = \frac{1\text{m}}{2\text{s}} \Rightarrow \upsilon = 0,5\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

δ) Το κύμα φτάνει στο σημείο Δ τη χρονική στιγμή t_Δ. Ισχύει :

$$x_\Delta = \upsilon t_\Delta \Leftrightarrow t_\Delta = \frac{x_\Delta}{\upsilon} \Rightarrow t_\Delta = \frac{2,5\text{m}}{0,5\text{m}\cdot\text{s}^{-1}} \Rightarrow t_\Delta = 5\text{s}.$$

Στη χρονική διάρκεια t_Δ το σημείο Ο έχει εκτελέσει $N_O = \frac{t_\Delta}{T} \Rightarrow N_O = \frac{5\text{s}}{2\text{s}} = 2,5$ ταλαντώσεις.

Στη διάρκεια μιας περιόδου, κάθε σημείο διανύει διάστημα 4Α.
Στη χρονική διάρκεια t_Δ το σημείο Ο διανύει διάστημα : $s = 2,5\cdot 4A \Leftrightarrow s = 10A$.

Επομένως, το πλάτος ταλάντωσης είναι : $A = \frac{s}{10} \Rightarrow A = \frac{2\,\text{m}}{10} \Rightarrow A = 0,2\,\text{m}$.

Γ2.

Αφού το κύμα διαδίδεται χωρίς απώλειες ενέργειας κατά μήκος του ελαστικού μέσου, κάθε σημείο του μέσου εκτελεί αρμονική ταλάντωση πλάτους Α και γωνιακής συχνότητας $\omega = \frac{2\pi}{T}$, ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα, όπως το σημείο Ο.
Η ταλάντωση του σημείου Δ ξεκινά τη χρονική στιγμή t_Δ, άρα μέχρι τη χρονική στιγμή t $(t > t_\Delta)$ το Δ ταλαντώνεται για χρονική διάρκεια $\Delta t_\Delta = t - t_\Delta$.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Δ έχει τη μορφή : $y_\Delta = A\eta\mu\omega(t - t_\Delta)$, για $t \geq t_\Delta$.

Αντικαθιστώντας : $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $t_\Delta = \frac{x_\Delta}{\upsilon}$, η εξίσωση γράφεται :

$$y_\Delta = A\eta\mu\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x_\Delta}{\upsilon}\right) = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_\Delta}{\upsilon T}\right) \xrightarrow{\upsilon T = \lambda} y_\Delta = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_\Delta}{\lambda}\right). \qquad (1)$$

Γ3.

Η ταχύτητα ταλάντωσης του Δ περιγράφεται από την εξίσωση :

$$\upsilon = \omega A \sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_\Delta}{\lambda}\right)=\frac{2\pi}{T}A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_\Delta}{\lambda}\right) \Rightarrow \upsilon = 0,2\pi\,\sigma\upsilon\nu\pi(t-5).\ (\text{S.I.}) \qquad (2) \qquad [\text{για } t \geq 5\ \text{s}]$$

Η ταλάντωση του σημείου Δ ξεκινά τη χρονική στιγμή $t_\Delta = 5$ s.

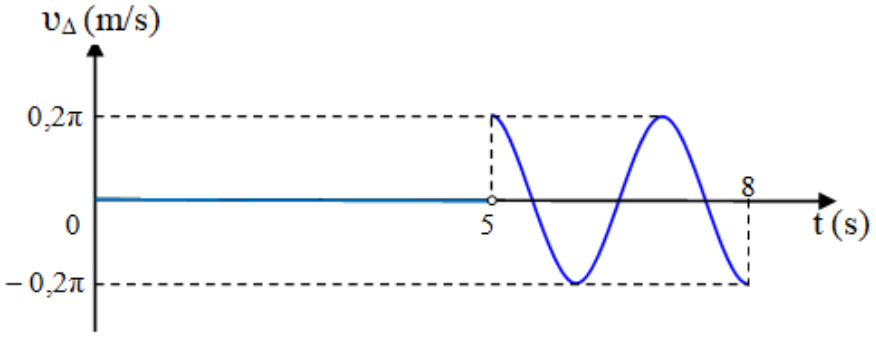
Σε χρονική διάρκεια $\Delta t = t - t_\Delta = 3$ s , το Δ εκτελεί $N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{3s}{2s} \Rightarrow N = 1,5$ ταλαντώσεις.

Από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_\Delta = 5$ s, το σημείο Δ είναι ακίνητο, άρα $\upsilon_\Delta = 0$.

Για $t = 5$ s $\xrightarrow{(2)}$ $\upsilon = 0,2\pi\,\sigma\upsilon\nu\pi(5-5) = 0,2\pi\,\sigma\upsilon\nu 0 = 0,2\pi$ m/s.

Για $t = 8$ s $\xrightarrow{(2)}$ $\upsilon_\Delta = 0,2\pi\,\sigma\upsilon\nu\pi(8-5) = 0,2\pi\,\sigma\upsilon\nu 3\pi \Rightarrow \upsilon_\Delta = -0,2\pi$ m/s.

Το διάγραμμα της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Δ από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t = 8$ s φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Γ4.

Η αρχική συχνότητα ταλάντωσης της πηγής είναι : $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2s} \Rightarrow f = 0,5\,\text{Hz}$.

Έστω f' η νέα τιμή της συχνότητας ταλάντωσης.

Αφού τα σημεία Ο, Δ είναι τα πλησιέστερα σημεία του μέσου που έχουν σε κάθε χρονική στιγμή ίσες απομακρύνσεις και ίσες ταχύτητες, άρα η απόσταση των θέσεων ισορροπίας των σημείων Ο, Δ είναι ίση με ένα μήκος κύματος λ', δηλαδή : $x_\Delta = \lambda' \Rightarrow \lambda' = 2,5$ m.

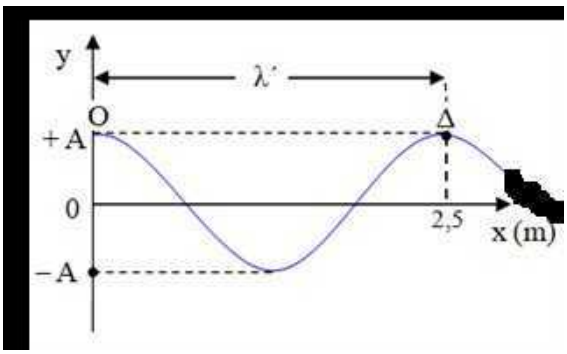
Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος δεν μεταβάλλεται : $\upsilon = 0,5\frac{m}{s}$.

Από την εξίσωση της κυματικής, προκύπτει :

$$\upsilon = \lambda' f' \Leftrightarrow f' = \frac{\upsilon}{\lambda'} \Rightarrow f' = \frac{0,5\frac{m}{s}}{2,5\,m} \Rightarrow f' = 0,2\,\text{Hz}.$$

Η ελάττωση της συχνότητας της πηγής είναι :

$|\Delta f| = f - f' = 0,5\ \text{Hz} - 0,2\ \text{Hz} = 0,3\ \text{Hz}$.



Σχόλιο : Το σχήμα της εκφώνησης δεν απεικονίζει κάποιο στιγμιότυπο του εγκάρσιου αρμονικού κύματος, όπως υπονοεί η εκφώνηση.

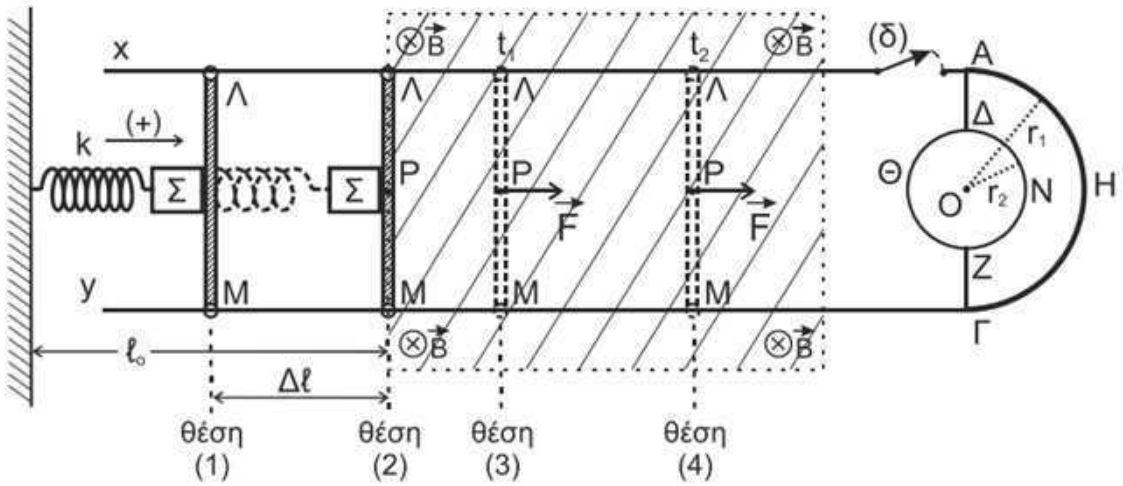
ΘΕΜΑ Δ

Ένα σώμα Σ μικρών διαστάσεων, μάζας m = 0,4 kg και μια ευθύγραμμη λεπτή και ομογενής μεταλλική ράβδος ΛΜ μήκους L = 1 m και μάζας $M_ρ$ = 1,2 kg αμελητέας ωμικής αντίστασης, έχουν τοποθετηθεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Το σώμα Σ έχει δεθεί στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 10 N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Στη θέση αυτή (θέση (2)), το σώμα Σ βρίσκεται σε επαφή με τη ράβδο στο μέσον της Ρ. Ο άξονας του ελατηρίου, το σώμα Σ και το μέσον της ράβδου βρίσκονται στην ίδια οριζόντια διεύθυνση, η οποία είναι κάθετη στη ράβδο.

Η ράβδος είναι κάθετα τοποθετημένη με τα άκρα της Λ, Μ πάνω σε δύο οριζόντιους και παράλληλους αγωγούς (xA) και (yΓ), αμελητέας ωμικής αντίστασης, οι οποίοι έχουν στερεωθεί πάνω στο οριζόντιο δάπεδο. Η ράβδος μπορεί να ολισθαίνει πάνω στους δύο παράλληλους αγωγούς, χωρίς τριβές, έχοντας τα άκρα της σε συνεχή επαφή με αυτούς.

Μεταξύ των άκρων Α και Γ των παράλληλων αγωγών έχει συνδεθεί ένας λεπτός ημικυκλικός αγωγός (ΑΗΓ) κέντρου Ο και ακτίνας r_1 = L / 2, κατασκευασμένος από σύρμα σταθερής διατομής και ωμικής αντίστασης R_1 = 10 Ω.

Στα άκρα Α και Γ έχει συνδεθεί επιπλέον ένας λεπτός κυκλικός αγωγός (ΔΝΖΘ) κατασκευασμένος από σύρμα σταθερής διατομής ωμικής αντίστασης R_2 = 10 Ω, μέσω των αγώγιμων συρμάτων ΑΔ και ΓΖ που έχουν αμελητέα ωμική αντίσταση. Στον κυκλικό αγωγό σχηματίζονται δύο ημικύκλια ΔΝΖ και ΔΘΖ. Το κέντρο του κυκλικού αγωγού ταυτίζεται με το κέντρο του ημικυκλικού αγωγού ΑΗΓ, ενώ η ακτίνα του r_2 είναι μικρότερη από την ακτίνα r_1.



Ο διακόπτης (δ) του αγωγού xA είναι αρχικά ανοικτός, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.

Στον χώρο μεταξύ της ράβδου ΛΜ και του αγωγού (ΑΗΓ) υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, το οποίο στο σχήμα απεικονίζεται με τη γραμμοσκιασμένη περιοχή. Το μέτρο της έντασής του είναι B = 1 T και οι δυναμικές του γραμμές έχουν διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της σελίδας και φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

Μετακινούμε τη ράβδο ΛΜ μαζί με το σώμα Σ, ώστε το ελατήριο να συσπειρωθεί κατά Δℓ = 0,4 m από το φυσικό του μήκος και να έρθει στη θέση (1). Στη συνέχεια αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα του σώματος Σ και της ράβδου.

Δ1. **α)** Να αποδείξετε ότι η ράβδος ΛΜ θα αποχωριστεί από το σώμα Σ στη θέση όπου το ελατήριο θα αποκτήσει το φυσικό του μήκος για πρώτη φορά μετά τη στιγμή που τα αφήσαμε ελεύθερα (μονάδες 2).

β) Να βρείτε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ, αφού αποχωριστεί από τη ράβδο ΛΜ (μονάδες 3).

Μονάδες 5

Τη χρονική στιγμή t = 0 η ράβδος ΛΜ αποχωρίζεται από το σώμα Σ και με την ταχύτητα που έχει εισέρχεται αμέσως μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο.

Δ2. Να αιτιολογήσετε την ανάπτυξη ηλεκτρεγερτικής δύναμης (ΗΕΔ) από επαγωγή ανάμεσα στα άκρα Λ, Μ της ράβδου αμέσως μετά τη χρονική στιγμή t = 0 και να σχεδιάσετε την πολικότητά της.

Μονάδες 4

Τη χρονική στιγμή t_1 = 1 s (θέση (3)) ασκείται στο μέσον Ρ της ράβδου σταθερή οριζόντια δύναμη προς τη θετική κατεύθυνση μέτρου F = 3 N, κάθετη σε αυτήν. Τη χρονική στιγμή t_2 = 3 s ο διακόπτης (δ) κλείνει (θέση (4)).

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης της ράβδου ΛΜ για το χρονικό διάστημα $\Delta t = (t_2 - t_1)$ και το μέτρο της ταχύτητάς της στο τέλος αυτού του χρονικού διαστήματος.

Μονάδες 4

Δ4. Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη (δ):

α) να αποδείξετε ότι η ράβδος ΛΜ θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (μονάδες 2).

β) να υπολογίσετε τις εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τη ράβδο, τον ημικυκλικό αγωγό και τα δύο τμήματα του κυκλικού αγωγού (μονάδες 4).

Μονάδες 6

Δ5. Αφού έχει κλείσει ο διακόπτης (δ) να υπολογίσετε:

α) την ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί στο κέντρο του Ο αποκλειστικά ο ημικυκλικός αγωγός, κάνοντας χρήση του νόμου των Biot - Savart (μονάδες 3).

β) τη συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν αποκλειστικά ο ημικυκλικός και ο κυκλικός αγωγός στο κοινό τους κέντρο Ο (μονάδες 3).

Μονάδες 6

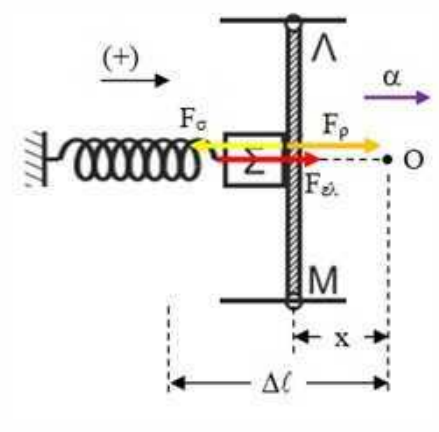
Να θεωρήσετε ότι:

- Η όλη διάταξη βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο μεγάλων διαστάσεων το οποίο είναι ηλεκτρικά μονωμένο.
- Η ράβδος μετά το κλείσιμο του διακόπτη τη χρονική στιγμή t_2 παραμένει συνεχώς μέσα στο μαγνητικό πεδίο, δεν επηρεάζεται η κίνησή της από το μαγνητικό πεδίο που δημιουργούν ο ημικυκλικός και ο κυκλικός αγωγός και δεν έρχεται σε επαφή με αυτούς.
- Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα για όλα τα σώματα.
- Το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

Απάντηση

Δ1.

α)



Από τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερο το σύστημα και μέχρι να αποσπαστεί η ράβδος από το σώμα, το σύστημα σώμα – ράβδος είναι σε επαφή και κινούνται σαν ένα σώμα μάζας $m + M_\rho$.

Σε μία τυχαία θέση που απέχει απόσταση x από το O, το ελατήριο έχει συμπιεστεί κατά x και ασκεί στο σώμα δύναμη μέτρου $F_{ελ} = kx$, με φορά προς τα δεξιά, ενώ το σώμα και η ράβδος αλληλεπιδρούν με δυνάμεις ίσου μέτρου $F_\sigma = F_\rho$ (δράση – αντίδραση).

<u>1ος τρόπος</u>

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για το σύστημα, στην τυχαία θέση x :

$$\Sigma F_{εξ} = (m + M_\rho)\alpha \;\Leftrightarrow\; F_{ελ} = (m + M_\rho)\alpha \;\Leftrightarrow\; kx = (m + M_\rho)\alpha \;\Leftrightarrow\; \alpha = \frac{k}{m + M_\rho}\cdot x. \quad (1)$$

Τη στιγμή που φτάνει το σώμα στο O, είναι : $x = 0 \xrightarrow{(1)} \alpha = 0.$

Μόλις το σώμα ξεπεράσει τη θέση O, το ελατήριο επιμηκύνεται με αποτέλεσμα να ασκεί στο σώμα δύναμη με φορά προς τα αριστερά και να το επιβραδύνει, ενώ η ράβδος συνεχίζει να κινείται ομαλά.

Άρα, τη στιγμή που αποκτά το ελατήριο το φυσικό μήκος, η ράβδος αποχωρίζεται (οριακά) από το σώμα.

<u>2ος τρόπος</u>

Στο σύστημα σώμα Σ – ράβδος ασκείται μόνο η δύναμη από το ελατήριο, με αλγεβρική τιμή $F_{ελ} = -kx$, όπου x η απομάκρυνση του Σ από το O.

Σε μία τυχαία θέση με απομάκρυνση x, ισχύει :

$\Sigma F_x = F_{ελ} \;\Rightarrow\; \Sigma F_x = -kx$.

Επομένως, για όσο χρόνο τα σώματα βρίσκονται σε επαφή, εκτελούν ΑΑΤ, με γωνιακή συχνότητα

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m + M_\rho}}.$$

Για την κίνηση της ράβδου ισχύει : $F_\rho = -M_\rho \omega_o^2 x$. (2)

Τη στιγμή που το ελατήριο αποκτά το φυσικό μήκος, είναι : $x = 0 \xrightarrow{(2)} F_\rho = 0.$

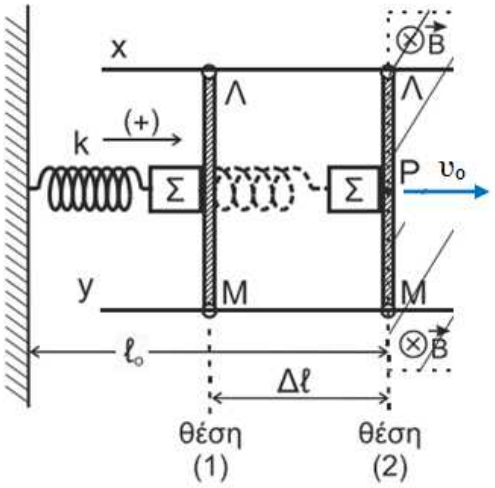
Επομένως, η επαφή των σωμάτων χάνεται στη θέση (2), στην οποία το ελατήριο αποκτά το φυσικό του μήκος.

β)

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την διαδρομή του συστήματος σώμα – ράβδος από τη θέση (1) στη θέση (2) :

$$K_2 - K_1 = W_{\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\left(m + M_\rho\right)\upsilon_o^2 - 0 = \frac{1}{2}k\left(\Delta\ell\right)^2 \Leftrightarrow \upsilon_o^2 = \frac{k\left(\Delta\ell\right)^2}{m + M_\rho} \Leftrightarrow \upsilon_o = (\Delta\ell)\sqrt{\frac{k}{m + M_\rho}} \Rightarrow$$

$$\upsilon_o = 0,4 \cdot \sqrt{\frac{10}{1,6}}\frac{m}{s} = 0,4 \cdot \sqrt{6,25}\frac{m}{s} = 0,4 \cdot 2,5\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_o = 1\frac{m}{s}.$$



Εναλλακτικός τρόπος υπολογισμού της υ_o

Μέχρι τη στιγμή που αποσπάται η ράβδος, το σώμα εκτελεί ΑΑΤ πλάτους $A_o = \Delta\ell$, με γωνιακή συχνότητα

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m + M_\rho}} \Rightarrow \omega_o = \sqrt{\frac{10}{1,6}}\frac{rad}{s} = \sqrt{6,25}\frac{rad}{s} \Rightarrow$$

$$\omega_o = 2,5\frac{rad}{s}.$$

Τη στιγμή που διέρχεται το σώμα από τη θέση ισορροπίας, έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon_o = \omega_o A_o = \left(2,5 \cdot 0,4\right)\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_o = 1\frac{m}{s}.$

Αφού αποσπαστεί η ράβδος, στη συνέχεια το σώμα εκτελεί ΑΑΤ με την επίδραση της δύναμης του ελατηρίου $F_{\varepsilon\lambda} = -kx$.

* Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ του Σ δίνεται από τη σχέση :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0,4}}\frac{rad}{s} = \sqrt{25}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 5\frac{rad}{s}.$$

Τη στιγμή που διέρχεται από τη θέση ισορροπίας Ο, το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητα, μέτρου :

$$\upsilon_{max} = \upsilon_o = 1\frac{m}{s}.$$

Ισχύει : $\upsilon_{max} = \omega A \Leftrightarrow A = \frac{\upsilon_{max}}{\omega} \Rightarrow A = \frac{1}{5}m = 0,2\,m.$

* Εναλλακτικός τρόπος υπολογισμού του πλάτους

Εφαρμόζω την ΑΔΕ για τη θέση ισορροπίας του σώματος και μία ακραία θέση της ΑΑΤ :

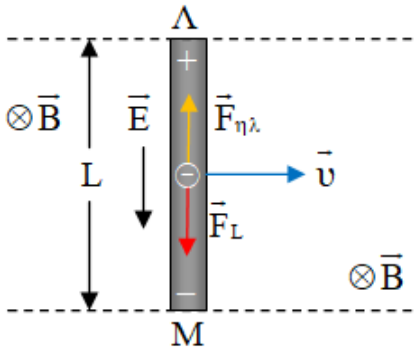
$$U_{max} = K_{max} \Leftrightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 \Leftrightarrow A^2 = \frac{m\upsilon_o^2}{k} \Leftrightarrow A = \upsilon_o\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow A = 1 \cdot \sqrt{\frac{0,4}{10}}m = \sqrt{0,04}\,m \Rightarrow$$

$$A = 0,2\,m.$$

Δ2.

Η ράβδος ΛΜ κινείται μέσα στο μαγνητικό πεδίο με φορά προς τα δεξιά, έτσι ώστε οι δυναμικές γραμμές να τέμνουν κάθετα την επιφάνεια που διαγράφει η ράβδος με την κίνησή της.

Στα ελεύθερα ηλεκτρόνια της ράβδου ασκούνται δυνάμεις Lorentz, μέτρου $F_L = e\upsilon B$, με φορά από το Λ προς το Μ (σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού).



Στον αγωγό ΚΛ αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή, με τον θετικό πόλο στο Λ και τον αρνητικό στο Μ.

(Η συσσώρευση αντίθετων φορτίων στα άκρα του ΛΜ δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο το οποίο ασκεί ηλεκτρική δύναμη $\vec{F}_{\eta\lambda}$ σε κάθε ελεύθερο ηλεκτρόνιο, αντίρροπη της δύναμης $\vec{F}_L$, με αποτέλεσμα να σταματήσει η συσσώρευση φορτίων στα άκρα της ράβδου και να σταθεροποιηθεί η ΗΕΔ από επαγωγή).

Το μέτρο της ΗΕΔ από επαγωγή υπολογίζεται με τη σχέση : $E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon L$.

Δ3.

Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 3\ s$ ο διακόπτης είναι ανοικτός και στο κύκλωμα δεν υπάρχει ρεύμα.

Από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\ s$, στην οριζόντια διεύθυνση η ράβδος δεν δέχεται δύναμη και κινείται ομαλά με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_o = 1\frac{m}{s}$.

Κατά τη χρονική διάρκεια $\Delta t = t_2 - t_1$, στην οριζόντια διεύθυνση ασκείται στη ράβδο μόνο η δύναμη $\vec{F}$, η οποία προκαλεί σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$. Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής :

$$F = M_\rho \alpha \ \Leftrightarrow\ \alpha = \frac{F}{M_\rho} \ \Rightarrow\ \alpha = \frac{3N}{1,2Kg} \ \Rightarrow\ \alpha = 2,5\frac{m}{s^2}.$$

Αφού η επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ είναι σταθερή και έχει την ίδια κατεύθυνση με την αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_o$, άρα το μέσο Ρ της ράβδου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Το μέτρο της ταχύτητας της ράβδου τη χρονική στιγμή t_2 υπολογίζεται από τη σχέση :

$$\upsilon = \upsilon_o + \alpha(t_2 - t_1) \ \Rightarrow\ \upsilon = \left(1 + 2,5\cdot 2\right)\frac{m}{s} \ \Rightarrow\ \upsilon = 6\frac{m}{s}.$$

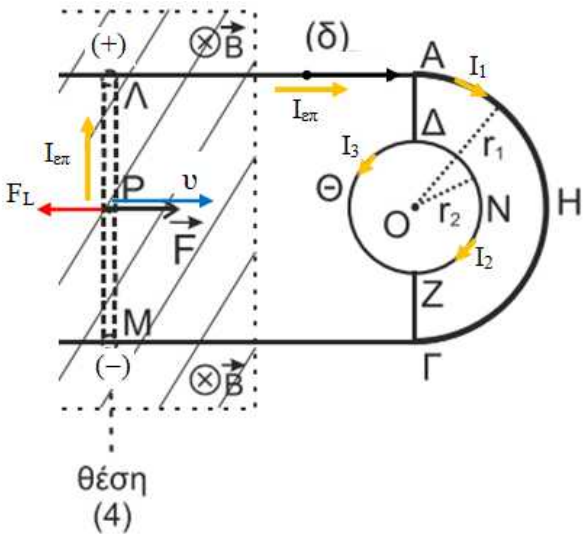
Δ4.

α)

Τη χρονική στιγμή $t_2 = 3\ s$, η ΗΕΔ από επαγωγή στη ράβδο ΛΜ έχει μέτρο :

$E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon L = (1\cdot 6\cdot 1)\ V \ \Rightarrow\ E_{\varepsilon\pi} = 6\ V$.

Οι ημικυκλικοί αγωγοί ΔΝΖ, ΔΘΖ έχουν ίσα μήκη $(\Delta NZ) = (\Delta \Theta Z) = \pi r_2$ και είναι κατασκευασμένοι από το ίδιο μεταλλικό σύρμα σταθερής διατομής, άρα έχουν ίσες αντιστάσεις : $R_{\Delta NZ} = R_{\Delta \Theta Z} = \frac{R_2}{2} = 5\Omega.$



Οι τρεις αντιστάτες με αντιστάσεις R_1 , $R_{\Delta NZ}$, $R_{\Delta \Theta Z}$ έχουν κοινά άκρα, άρα έχουν συνδεθεί παράλληλα.

Η ισοδύναμη αντίσταση $R_{ολ}$ του κυκλώματος είναι :

$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{\Delta NZ}} + \frac{1}{R_{\Delta \Theta Z}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{R_{ολ}} = \frac{5}{10}$$

$$\Rightarrow R_{ολ} = 2\Omega.$$

Η ένταση του ρεύματος στη ράβδο ΛΜ έχει τιμή : $I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} = \frac{6V}{2\Omega} \Rightarrow I_{επ} = 3A.$

Στο μέσο της ράβδου ΛΜ ασκείται δύναμη Laplace, αντίρροπη από τη δύναμη $\vec{F}$ (σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού), μέτρου : $F_L = B I_{επ} L = (1 \cdot 3 \cdot 1)\ N \Rightarrow F_L = 3\ N.$

Η συνισταμένη δύναμη στην οριζόντια διεύθυνση, έχει τιμή :

$\Sigma F_x = F - F_L = 3\ N - 3\ N \Rightarrow \Sigma F_x = 0.$

Άρα, **κάθε σημείο της ράβδου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση**.

β)

Αφού οι αγωγοί ΛΜ, ΛΑ, ΜΓ δεν έχουν αντίσταση, άρα : $V_{AΓ} = E_{επ} = 6\ V.$

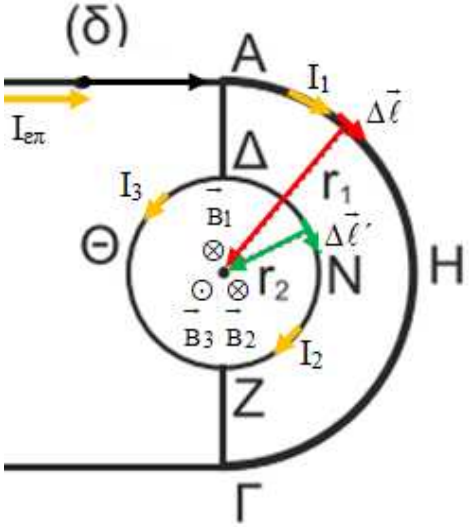
Εφαρμόζω το νόμο του Ωμ για κάθε αντιστάτη.

$$I_1 = \frac{V_{AΓ}}{R_1} = \frac{6V}{10\Omega} \Rightarrow I_1 = 0,6A.$$

$$I_2 = I_3 = \frac{V_{AΓ}}{R_{\Delta NZ}} = \frac{6V}{5\Omega} \Rightarrow I_2 = I_3 = 1,2A.$$

Δ5.

α)



Σύμφωνα με το νόμο Biot – Savart, η ένταση του μαγνητικού πεδίου $\Delta\vec{B}$ που δημιουργεί ένα στοιχειώδες τμήμα του ημικυκλικού αγωγού ΑΗΓ στο κέντρο Ο είναι κάθετη στο επίπεδο, με φορά προς τη σελίδα και έχει μέτρο

$$\Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I_1(\Delta\ell)}{r_1^2} \cdot ημ90^o \Rightarrow \Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I_1(\Delta\ell)}{r_1^2}. \qquad (3)$$

Αφού οι εντάσεις $\Delta\vec{B}_1, \Delta\vec{B}_2, \ldots$ έχουν την ίδια κατεύθυνση, η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ημικυκλικός αγωγός ΑΗΓ στο Ο έχει μέτρο :

$$B_1 = \sum \Delta B \xrightarrow{(3)} B_1 = \sum \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I_1(\Delta\ell)}{r_1^2} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I_1}{r_1^2}\sum \Delta\ell = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I_1}{r_1^2}(\pi r_1) \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_o I_1}{4r_1}.$$

Με αντικατάσταση : $B_1 = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 0,6}{4\cdot 0,5}\,T \Rightarrow B_1 = 1,2\pi\cdot 10^{-7}\,T.$

β)

Με την ίδια διαδικασία υπολογίζω τις εντάσεις $\vec{B}_2, \vec{B}_3$ του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν οι δύο ημικυκλικοί αγωγοί ΔΝΖ, ΔΘΖ στο κοινό κέντρο Ο.

- Η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ημικυκλικός αγωγός ΔΝΖ στο Ο είναι κάθετη στο επίπεδο, με φορά προς τη σελίδα και έχει μέτρο :

$$B_2 = \frac{\mu_o I_2}{4r_2}. \quad (4)$$

- Η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ημικυκλικός αγωγός ΔΘΖ στο Ο είναι κάθετη στο επίπεδο, με φορά προς τον αναγνώστη και έχει μέτρο :

$$B_3 = \frac{\mu_o I_3}{4r_2}. \quad (5)$$

Αφού $I_2 = I_3 \xrightarrow{(4),\,(5)} B_2 = B_3.$ (6)

Η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός στο Ο, έχει μέτρο :

$B_{2,3} = B_2 - B_3 \xrightarrow{(6)} B_{2,3} = 0.$

Επομένως, η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργούν ο ημικυκλικός και ο κυκλικός αγωγός στο κοινό τους κέντρο Ο, είναι κάθετη στο επίπεδο με φορά προς τη σελίδα και έχει μέτρο $B_O = B_1 = 1,2\pi\cdot 10^{-7}$ T.

Σχόλια

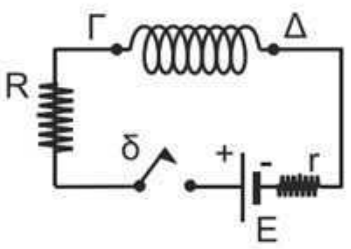
1) Το μαγνητικό πεδίο είναι περιοχή του χώρου και δεν έχει διεύθυνση ή φορά.
   Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου είναι κατακόρυφη.
2) Η ράβδος ΛΜ είναι στερεό που εκτελεί μεταφορική κίνηση πάνω σε οριζόντιο επίπεδο.
   Τα σημεία της ράβδου εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΕΜΠΤΗ 12 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2024
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΝΝΕΑ (9)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Το κύκλωμα του διπλανού σχήματος αποτελείται από πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης (ΗΕΔ) Ε και εσωτερικής αντίστασης r, ιδανικό πηνίο ΓΔ, αντιστάτη αντίστασης R και διακόπτη δ, ο οποίος είναι αρχικά ανοικτός.



Αν τη χρονική στιγμή t = 0 κλείσουμε το διακόπτη χωρίς να εμφανιστεί σπινθηρισμός, τότε:

α) αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη το κύκλωμα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα.
β) αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη στα άκρα του πηνίου εμφανίζεται ΗΕΔ αυτεπαγωγής με το άκρο Γ να είναι αρνητικός πόλος.
γ) μετά από αρκετό χρόνο ώστε να έχει αποκατασταθεί η τελική τιμή της έντασης του ρεύματος, η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο μηδενίζεται.
δ) μετά από αρκετό χρόνο ώστε να έχει αποκατασταθεί η τελική τιμή της έντασης του ρεύματος, η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο μεγιστοποιείται.

Μονάδες 5

Απάντηση

Τη χρονική στιγμή t = 0 που κλείσαμε τον διακόπτη, η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι i = 0 και αρχίζει να αυξάνεται. [α : Λάθος]

Στο πηνίο αναπτύσσεται ΗΕΔ αυτεπαγωγής με θετικό πόλο στο Γ και αρνητικό στο Δ, ώστε να αντιδρά στην αύξηση της έντασης του ρεύματος. [β : Λάθος]

Το μέτρο της ΗΕΔ αυτεπαγωγής δίνεται από τη σχέση : $\left|E_{\alpha\upsilon\tau}\right| = L\dfrac{di}{dt}$.

Εφαρμόζω τον 2ο κανόνα Kirchhoff : $E - \left|E_{\alpha\upsilon\tau}\right| - i(R+r) = 0.$

Για $t = 0$ είναι $i = 0$, άρα $|E_{\alpha\upsilon\tau}| = E =$ μέγιστη.

Όταν σταθεροποιηθεί η ένταση του ρεύματος, ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος μηδενίζεται $\left(\dfrac{di}{dt} = 0\right)$ και **η ΗΕΔ αυτεπαγωγής μηδενίζεται** : $E_{\alpha\upsilon\tau} = 0.$ [δ : Λάθος]

Σωστή απάντηση : γ).

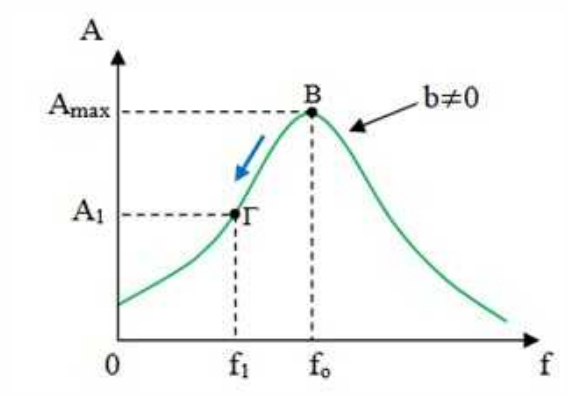
Α2. Ένα σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση και βρίσκεται σε συντονισμό. Αν ελαττώσουμε τη συχνότητα του διεγέρτη, τότε το πλάτος της ταλάντωσης:

α) ελαττώνεται.
β) αυξάνεται.
γ) παραμένει σταθερό.
δ) αρχικά θα αυξηθεί και στη συνέχεια θα ελαττωθεί.

Μονάδες 5

Απάντηση

Υποθέτω ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)$], η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_\alpha = -b\upsilon$) και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.



Στην περίπτωση αυτή, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b , το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη συχνότητα f του διεγέρτη, όπως φαίνεται στο διάγραμμα (f_o η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή).

Αρχικά το σύστημα βρίσκεται σε συντονισμό και το πλάτος ταλάντωσης είναι μέγιστο.

Αν ελαττώσουμε τη συχνότητα του διεγέρτη, το πλάτος ταλάντωσης ελαττώνεται (Β ⟶ Γ).

Σωστή απάντηση : α).

Σχόλια : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι

1) η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)$],
2) η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_\alpha = -b\upsilon$),
3) η σταθερά απόσβεσης b έχει ορισμένη τιμή,
4) το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.

Α3. Ομογενής κύλινδρος ανέρχεται επιβραδυνόμενος σε κεκλιμένο επίπεδο. Σε κάποιο σημείο του επιπέδου σταματά και στη συνέχεια κατέρχεται επιταχυνόμενος πάνω σε αυτό. Αν σε όλη τη διάρκεια της ανόδου και της καθόδου στο κεκλιμένο επίπεδο ο κύλινδρος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση και ο άξονας περιστροφής του παραμένει συνεχώς οριζόντιος, τότε:

α) η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου έχει συνεχώς την ίδια κατεύθυνση.

β) η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου έχει συνεχώς την ίδια κατεύθυνση.

γ) η γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου έχει συνεχώς την ίδια κατεύθυνση.

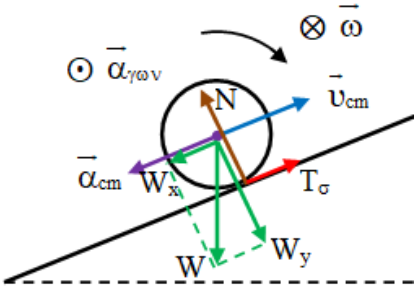
δ) η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου έχει κατά την κάθοδο αντίθετη κατεύθυνση από αυτή που έχει κατά την άνοδο.

Μονάδες 5

Απάντηση

Κατά τη διάρκεια της ανόδου, η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{cm}$ του κέντρου του κυλίνδρου έχει φορά προς τα πάνω και η γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ έχει φορά προς τη σελίδα.

Κατά τη διάρκεια της καθόδου η $\vec{\upsilon}_{cm}$ έχει φορά προς τα κάτω και η $\vec{\omega}$ έχει φορά προς τον αναγνώστη. [α, γ : Λάθος]

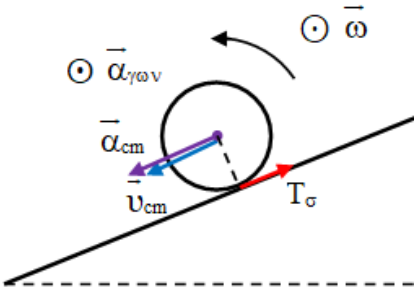


σχήμα 1

Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης η στατική τριβή $\vec{T}_{\sigma}$ έχει φορά προς τα πάνω, με αποτέλεσμα **η γωνιακή επιτάχυνση** $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ **να έχει φορά προς τον αναγνώστη**.

Η επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{cm}$ του κέντρου του κυλίνδρου έχει τη φορά της συνισταμένης δύναμης $\Sigma\vec{F}_x = \vec{W}_x - \vec{T}_{\sigma}$, δηλαδή προς τα κάτω.

[δ : Λάθος]



σχήμα 2

Σωστή απάντηση : β).

Α4. Σε μια κεντρική κρούση δύο μικρών σωμάτων, που αποτελούν μονωμένο σύστημα, ισχύει πάντα ότι:

α) η ορμή κάθε σώματος διατηρείται.

β) η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του ενός σώματος είναι αντίθετη της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του άλλου.

γ) διατηρείται η ορμή και η μηχανική ενέργεια του συστήματος.

δ) η μεταβολή της ορμής του ενός σώματος είναι αντίθετη της μεταβολής της ορμής του άλλου.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Λάθος.

Κατά τη διάρκεια της κρούσης, κάθε σώμα δέχεται δύναμη από το άλλο με αποτέλεσμα τη μεταβολή της ορμής του (2ος νόμος Newton) : $\Delta\vec{p} = \vec{F}(\Delta t)$.

β) Λάθος.

Στις ανελαστικές κρούσεις μειώνεται η μηχανική (κινητική) ενέργεια του συστήματος.

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας :

$K_1 + K_2 = K_1' + K_2' + |\Delta K| \Leftrightarrow K_1 - K_1' = K_2' - K_2 + |\Delta K| \Leftrightarrow -\Delta K_1 = \Delta K_2 + |\Delta K| \Rightarrow -\Delta K_1 \neq \Delta K_2$.

Μόνο στις ελαστικές κρούσεις διατηρείται η μηχανική (κινητική) ενέργεια του συστήματος, με αποτέλεσμα να **ισχύει** :

$K_1 + K_2 = K_1' + K_2' \Leftrightarrow K_1 - K_1' = K_2' - K_2 \Leftrightarrow -\Delta K_1 = \Delta K_2$.

γ) Λάθος.

Η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται μόνο στις ελαστικές κρούσεις.

δ) Σωστό.

Αφού το σύστημα είναι μονωμένο, ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής :

$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' \Leftrightarrow \vec{p}_1 - \vec{p}_1' = \vec{p}_2' - \vec{p}_2 \Leftrightarrow -(\vec{p}_1' - \vec{p}_1) = \vec{p}_2' - \vec{p}_2 \Leftrightarrow -\Delta\vec{p}_1 = \Delta\vec{p}_2$.

Δηλαδή, **οι μεταβολές των ορμών των δύο σωμάτων είναι αντίθετες**.

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Όταν σε ένα ελαστικό μέσο διαδίδονται δύο ή περισσότερα κύματα, η απομάκρυνση ενός σημείου του μέσου είναι ίση με τη συνισταμένη των απομακρύνσεων που οφείλονται στα επιμέρους κύματα.

β) Αν αυξηθεί η συχνότητα περιστροφής του αγώγιμου στρεφόμενου πλαισίου σε μια διάταξη παραγωγής εναλλασσόμενης τάσης, τότε η ενεργός τιμή της τάσης θα αυξηθεί.

γ) Στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο ο αριθμός παραγωγής φωτοηλεκτρονίων από τη μεταλλική κάθοδο αυξάνει ανάλογα με τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας.

δ) Αν σε ένα ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθεί ζεύγος δυνάμεων, τότε το σώμα θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση.

ε) Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μειώνεται όταν αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητάς του.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 48.

β) Σωστό.

Το πλάτος της εναλλασόμενης τάσης που αναπτύσσεται λόγω της περιστροφής του πλαισίου, δίνεται από τη σχέση : $V = NBA\omega$ ή $V = NBA(2\pi f)$. (1)

Η ενεργός τιμή της τάσης είναι : $V_{εν} = \frac{V}{\sqrt{2}} \xrightarrow{(1)} V_{εν} = \frac{NBA(2\pi f)}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow V_{εν} = \pi\sqrt{2}NBAf.$ (2)

Από τη σχέση (2) προκύπτει ότι αυξάνοντας τη συχνότητα περιστροφής f του πλαισίου, αυξάνεται ανάλογα και η ενεργός τιμή της εναλλασσόμενης τάσης.

γ) Λάθος.

Ο αριθμός των ηλεκτρονίων που αποσπώνται από το μέταλλο ανά μονάδα χρόνου είναι ανάλογος με την ένταση της φωτεινής ακτινοβολίας που προσπίπτει στο μέταλλο.

Η (μέγιστη) κινητική ενέργεια των εκπεμπόμενων ηλεκτρονίων εξαρτάται από τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας : $K = hf - \varphi$.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδες 130, 131.

Σχόλιο

Η διατύπωση «ο **αριθμός παραγωγής** φωτοηλεκτρονίων» είναι άστοχη.

Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «ο **ρυθμός εκπομπής** φωτοηλεκτρονίων».

δ) Λάθος.

Το ζεύγος δυνάμεων αποτελείται από δύο αντίθετες δυνάμεις $\vec{F}, -\vec{F}$ που έχουν παράλληλους φορείς.

Η συνισταμένη των δυνάμεων του ζεύγους έχει μέτρο : $\Sigma F = F - F = 0$.

Η ροπή του ζεύγους, ως προς οποιονδήποτε άξονα, έχει μέτρο : $\tau = Fd$,

όπου d ο μοχλοβραχίονας του ζεύγους.

Αν το ελεύθερο στερεό είναι αρχικά ακίνητο και δεν ασκούνται πάνω του άλλες δυνάμεις, τότε :

i) αφού $\Sigma F = 0$, το κέντρο μάζας του θα παραμείνει ακίνητο.

ii) αφού $\tau \neq 0$, το στερεό θα περιστραφεί ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδο του ζεύγους.

Επομένως το στερεό θα εκτελέσει μόνο στροφική κίνηση και όχι σύνθετη κίνηση.

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι **το ελεύθερο στερεό είναι αρχικά ακίνητο και δεν ασκούνται πάνω του άλλες δυνάμεις.**

ε) Σωστό.

Όταν το σώμα κινείται από μία ακραία θέση προς τη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ, το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται και το μέτρο της απομάκρυνσης $|x|$ μειώνεται, άρα η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης $\left(U = \frac{1}{2} D x^2\right)$ μειώνεται.

Εναλλακτική απάντηση

Στην ΑΑΤ η ενέργεια ταλάντωσης είναι σταθερή : $E_\tau = U_\tau + K = \text{σταθερή}$.

Επομένως : $U = E_\tau - K$. (1)

Σύμφωνα με τη σχέση 1, όταν αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας, τότε αυξάνεται και η κινητική ενέργεια του σώματος με αποτέλεσμα να μειώνεται η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο εκτείνεται στη διεύθυνση του άξονα x΄x, διαδίδεται εγκάρσιο απλό αρμονικό κύμα κατά τη θετική φορά και χωρίς απώλειες ενέργειας.
Θεωρούμε ως αρχή του άξονα ένα σημείο Ο του μέσου, το οποίο αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση τη χρονική στιγμή t = 0 με εξίσωση $y = A\eta\mu\frac{2\pi}{T}t$.



Ένα σημείο Β του θετικού ημιάξονα φτάνει για πρώτη φορά στην ακραία θετική απομάκρυνσή του τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{9T}{4}$. Τα υλικά σημεία του μέσου μεταξύ των σημείων Ο και Β, τα οποία είναι ακίνητα τη χρονική στιγμή t_1, είναι:

i. 4 ii. 3 iii. 6

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

1ος τρόπος (στιγμιότυπο)

Στη χρονική διάρκεια $t_1 = \frac{9T}{4}$ το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση

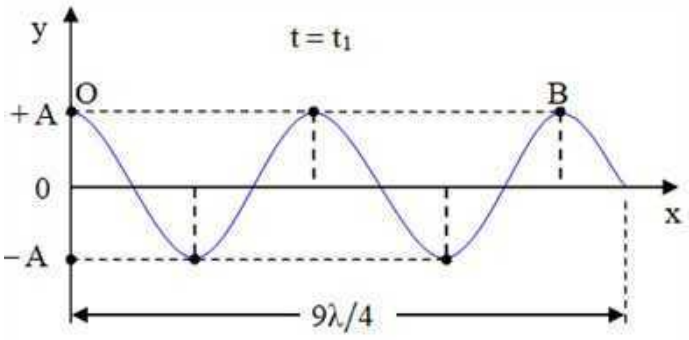
$$x_1 = \upsilon t_1 = \upsilon\cdot\frac{9T}{4} = \frac{9}{4}(\upsilon T) \Rightarrow x_1 = \frac{9}{4}\lambda \text{ ή } x_1 = 2\lambda + \frac{\lambda}{4}.$$

Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{9T}{4}$ το σημείο Ο έχει απομάκρυνση

$$y_O = A\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{9T}{4}\right) = A\eta\mu\frac{9\pi}{2} = A\eta\mu\left(4\pi + \frac{\pi}{2}\right) = A\eta\mu\frac{\pi}{2} \Rightarrow y_O = +A.$$

Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_1 φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{9T}{4}$, **3 σημεία** μεταξύ του Ο και του Β βρίσκονται στις ακραίες θέσεις (y = ± A), άρα είναι ακίνητα.



2ος τρόπος (μαθηματικά)

Το κύμα φτάνει στο Β τη χρονική στιγμή : $t_B = t_1 - \frac{T}{4} = \frac{9T}{4} - \frac{T}{4} \Rightarrow t_B = 2T.$

Η θέση του Β στον άξονα x είναι : $x_B = \upsilon t_B = \upsilon(2T) \Rightarrow x_B = 2\lambda.$

Η εξίσωση του εγκάρσιου αρμονικού κύματος που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x, έχει τη γενική μορφή : $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$.

Τα σημεία που είναι ακίνητα τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{9T}{4}$, βρίσκονται στις ακραίες θέσεις $(y = \pm A)$.

Ισχύει :

$$y = \pm A \Leftrightarrow A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = \pm A \Leftrightarrow \eta\mu 2\pi\left(\frac{9}{4} - \frac{x}{\lambda}\right) = \pm 1 \Leftrightarrow 2\pi\left(\frac{9}{4} - \frac{x}{\lambda}\right) = \kappa\pi + \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow$$

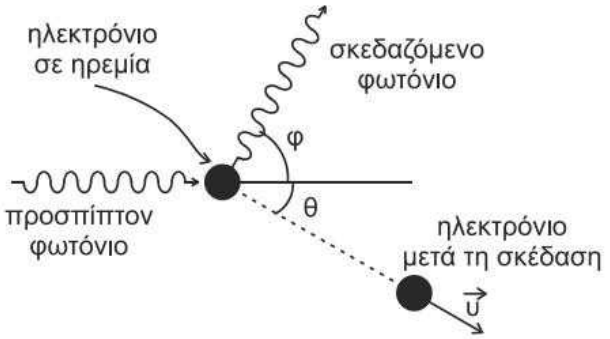
$$\frac{9}{4} - \frac{x}{\lambda} = \frac{\kappa}{2} + \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{x}{\lambda} = 2 - 0,5\kappa \Leftrightarrow x = (2 - 0,5\kappa)\lambda. \quad (1) \quad [\kappa = 0,1,2,3,\ldots]$$

Για τα σημεία του μέσου μεταξύ του Ο και του Β που βρίσκονται σε ακραίες θέσεις, ισχύει :

$$0 < x < x_B \xrightarrow{(1)} 0 < (2 - 0,5\kappa)\lambda < 2\lambda \Leftrightarrow 0 < 2 - 0,5\kappa < 2 \Leftrightarrow -2 < -0,5\kappa < 0 \Leftrightarrow$$
$$0 < \kappa < 4 \Rightarrow \kappa = 1,2,3. \ (3 \text{ σημεία})$$

Επομένως, μεταξύ του Ο και του Β υπάρχουν συνολικά **3 σημεία** που είναι ακίνητα τη χρονική στιγμή t_1 .

B2. Ένα φωτόνιο μήκους κύματος λ προσπίπτει και σκεδάζεται από πρακτικά ακίνητο ελεύθερο ηλεκτρόνιο. Η γωνία σκέδασης του φωτονίου είναι φ = 60°. Η διεύθυνση στην οποία κινείται το ηλεκτρόνιο (μετά τη σκέδαση) σχηματίζει γωνία θ = 30° με τη διεύθυνση του προσπίπτοντος φωτονίου.



Αν γνωρίζετε ότι η σκέδαση πραγματοποιείται στο κενό, m είναι η μάζα του ηλεκτρονίου, c η ταχύτητα του φωτός στο κενό και h η σταθερά του Planck, τότε για το μήκος κύματος λ του προσπίπτοντος φωτονίου ισχύει ότι :

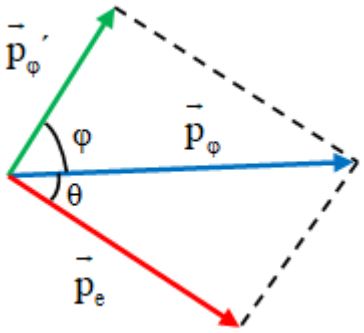
i. $\lambda = \frac{h}{2mc}$ ii. $\lambda = \frac{h}{mc}$ iii. $\lambda = \frac{2h}{mc}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

Κατά τη διάρκεια της σκέδασης, η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή, άρα ισχύει :



$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow \vec{p}_{\varphi} = \vec{p}_{\varphi}' + \vec{p}_e .$$

Αφού $\varphi + \theta = 90^o$, άρα : $\vec{p}_{\varphi}' \perp \vec{p}_e$.

Από το διανυσματικό διάγραμμα των ορμών, προκύπτει :

$$p_{\varphi}' = p_{\varphi} ημθ \Leftrightarrow \frac{h}{\lambda'} = \frac{h}{\lambda} ημ30^o \Leftrightarrow \lambda = \lambda' \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow \lambda' = 2\lambda .$$

(1)

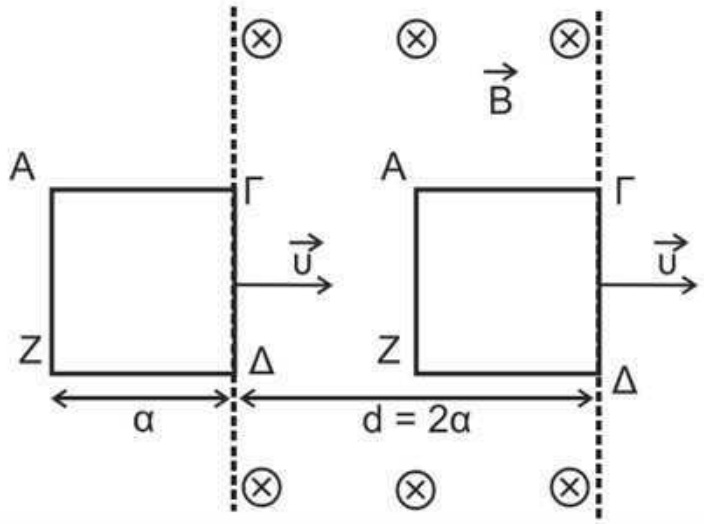
Εφαρμόζω την εξίσωση Compton :

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - συνφ) \xrightarrow{(1)} 2\lambda - \lambda = \frac{h}{mc}\left(1 - \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \lambda = \frac{h}{2mc}.$$

Σωστή απάντηση : i.

Β3. Το συρμάτινο τετράγωνο πλαίσιο ΑΓΔΖ του παρακάτω σχήματος, πλευράς α και ολικής ωμικής αντίστασης R, κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με σταθερή ταχύτητα $\vec{u}$.

Τη χρονική στιγμή t = 0 το πλαίσιο εισέρχεται σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ και εύρους d = 2α, με το επίπεδό του κάθετο στις μαγνητικές γραμμές του πεδίου. Οι μαγνητικές γραμμές του πεδίου έχουν κατεύθυνση από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.



Τη χρονική στιγμή t_1 το πλαίσιο αρχίζει να εξέρχεται από το μαγνητικό πεδίο, κινούμενο με σταθερή ταχύτητα $\vec{u}$.

α) Για να κινείται το πλαίσιο με σταθερή ταχύτητα από τη χρονική στιγμή t = 0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_1, πρέπει να ασκείται σε αυτό:

i. σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, ομόρροπη της ταχύτητας $\vec{u}$, μόνο κατά τη διάρκεια εισόδου όλου του πλαισίου στο πεδίο.

ii. σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, ομόρροπη της ταχύτητας $\vec{u}$, από τη χρονική στιγμή t = 0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_1.

iii. οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μεταβλητού μέτρου, ομόρροπη της ταχύτητας $\vec{u}$, μόνο κατά τη διάρκεια εισόδου όλου του πλαισίου στο πεδίο.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδα 1) και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 2).

Μονάδες 3

β) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ για την κίνηση του πλαισίου από τη χρονική στιγμή t = 0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_1, δίνεται από τη σχέση:

i. $W_F = \frac{3B^2\alpha^3 u}{R}$ **ii.** $W_F = \frac{2B^2\alpha^3 u}{R}$ **iii.** $W_F = \frac{B^2\alpha^3 u}{R}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2) και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 4).

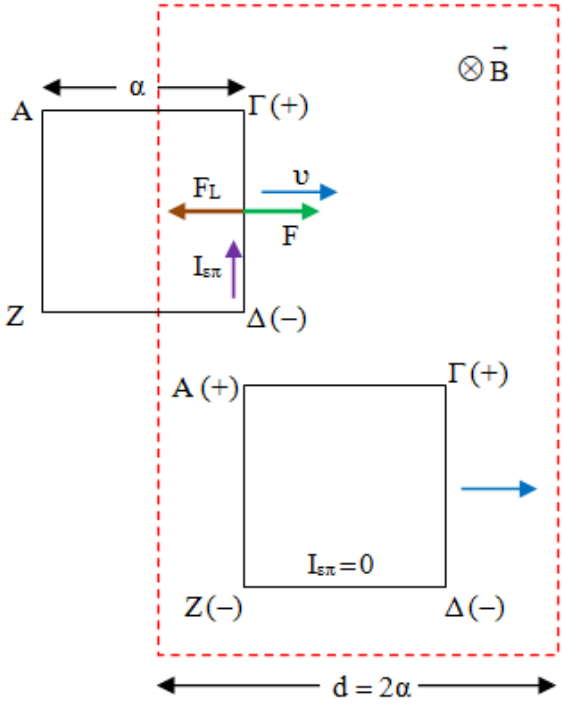
Μονάδες 6

Απάντηση

α)

Η κίνηση του πλαισίου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 αναλύεται σε δύο φάσεις :

<u>1η φάση : είσοδος στο μαγνητικό πεδίο</u>



Αφού το πλαίσιο κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ,

η χρονική διάρκεια εισόδου είναι : $t_\alpha = \frac{\alpha}{\upsilon}$.

Στη διάρκεια της εισόδου, στην πλευρά ΓΔ αναπτύσσεται σταθερή ΗΕΔ από επαγωγή, μέτρου :

$E_{\varepsilon\pi\,(\Gamma\Delta)} = B\alpha\upsilon.$ (1)

Το πλαίσιο διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi(\Gamma\Delta)}}{R} \xrightarrow{(1)} I_{\varepsilon\pi} = \frac{B\alpha\upsilon}{R}. \quad (2)$$

Στην πλευρά ΓΔ ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη Laplace, αντίρροπη της ταχύτητας, μέτρου :

$$F_L = B\alpha I_{\varepsilon\pi} \xrightarrow{(2)} F_L = \frac{B^2\alpha^2\upsilon}{R}. \quad (3)$$

Για να κινείται το πλαίσιο με σταθερή ταχύτητα, πρέπει να ασκείται σε αυτό σταθερή οριζόντια εξωτερική δύναμη $\vec{F}$, ομόρροπη της ταχύτητας, μέτρου

$$F = F_L \xrightarrow{(3)} F = \frac{B^2\alpha^2\upsilon}{R}. \quad (4)$$

<u>2η φάση : το πλαίσιο κινείται ολόκληρο μέσα στο μαγνητικό πεδίο</u>

Από τη χρονική στιγμή $t_\alpha = \frac{\alpha}{\upsilon}$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{2\alpha}{\upsilon}$, το πλαίσο βρίσκεται ολόκληρο μέσα στο μαγνητικό πεδίο.

Στις πλευρές ΓΔ, ΑΖ αναπτύσσονται σταθερές ΗΕΔ από επαγωγή, αντίθετης πολικότητας, μέτρου :

$E_{\varepsilon\pi\,(\Gamma\Delta)} = E_{\varepsilon\pi\,(AZ)} = B\alpha\upsilon.$

Η ένταση του ρεύματος στο πλαίσιο, είναι : $I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi(\Gamma\Delta)} - E_{\varepsilon\pi(AZ)}}{R} = \frac{B\alpha\upsilon - B\alpha\upsilon}{R} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = 0.$

Άρα, στις πλευρές ΓΔ, ΑΖ δεν ασκείται δύναμη Laplace και επομένως δεν απαιτείται η δράση εξωτερικής δύναμης ώστε το πλαίσιο να κινείται με σταθερή ταχύτητα.

- Επομένως, για να κινείται το πλαίσιο με σταθερή ταχύτητα από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1, **πρέπει να ασκείται σε αυτό σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, ομόρροπη της ταχύτητας, μόνο κατά τη διάρκεια της εισόδου στο μαγνητικό πεδίο**.

β)

Στη διάρκεια της εισόδου στο μαγνητικό πεδίο, ασκείται στο πλαίσιο σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$,

ομόρροπη της ταχύτητας, μέτρου : $F = \dfrac{B^2\alpha^2\upsilon}{R}$. (4)

Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ για μετατόπιση μέτρου $\Delta x = \alpha$, υπολογίζεται από τη σχέση :

$$W = F(\Delta x)\sigma\upsilon\nu 0^o = B\alpha \xrightarrow{(4)} \boxed{W = \frac{B^2\alpha^3\upsilon}{R}}.$$

Σχόλια

1) Η διατύπωση : «Τη χρονική στιγμή t = 0 το πλαίσιο εισέρχεται σε . . . ομογενές μαγνητικό πεδίο . . . » δεν είναι ακριβής.

Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «Τη χρονική στιγμή t = 0 το πλαίσιο αρχίζει να εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο . . . ».

2) Η διατύπωση : «κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο» δεν είναι σωστή.

Το μαγνητικό πεδίο είναι περιοχή του χώρου και δεν έχει κατεύθυνση.

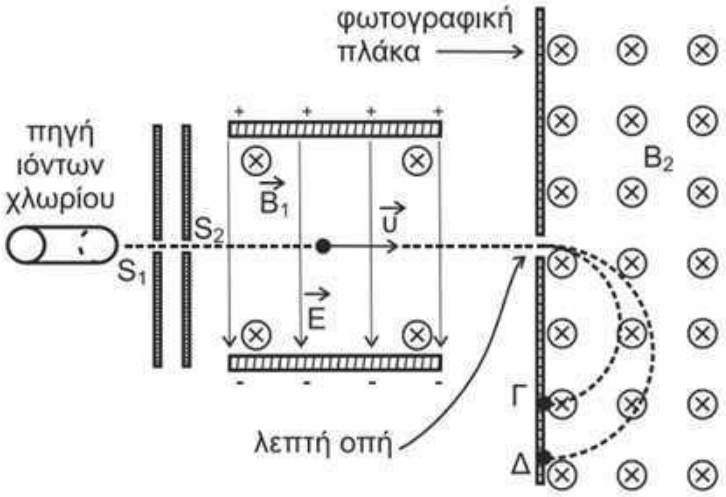
Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου είναι κατακόρυφη (οι δυναμικές γραμμές είναι κατακόρυφες).

3) Η διατύπωση : « . . . μόνο κατά τη διάρκεια εισόδου όλου του πλαισίου στο πεδίο» δεν έχει νόημα.

Μία καλύτερη διατύπωση είναι : « . . . μόνο κατά τη διάρκεια της εισόδου του πλαισίου στο πεδίο» ή « . . . μόνο από τη χρονική στιγμή t = 0 μέχρι να εισέλθει ολόκληρο το πλαίσιο στο πεδίο».

ΘΕΜΑ Γ

Στον φασματογράφο μάζας του παρακάτω σχήματος, μονοσθενή αρνητικά ιόντα χλωρίου (Cl^-) από μία πηγή, περνούν μέσα από τις σχισμές S_1 και S_2, σχηματίζοντας μια λεπτή δέσμη. Η δέσμη εισέρχεται σε επιλογέα ταχυτήτων, δηλαδή σε περιοχή όπου συνυπάρχουν ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_1$ μέτρου $4 \cdot 10^{-2}$ T και ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$ μέτρου $2 \cdot 10^3$ V/m, κάθετα μεταξύ τους και κάθετα στη διεύθυνση της δέσμης. Η φορά των μαγνητικών γραμμών είναι από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.
Μερικά από τα ιόντα που δεν εκτρέπονται και συνεχίζουν την πορεία τους, διέρχονται από λεπτή οπή διαφράγματος, του οποίου η επιφάνεια είναι κάθετη στη διεύθυνση της δέσμης. Αμέσως μετά τη δίοδό τους από την οπή εισέρχονται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_2$ και μέτρου 0,1 T. Η φορά των μαγνητικών γραμμών είναι από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.
Τα ιόντα στη συνέχεια, εκτελώντας καμπυλόγραμμη κίνηση, δημιουργούν πάνω σε φωτογραφική πλάκα δύο στίγματα στα σημεία Γ και Δ που απέχουν μεταξύ τους απόσταση (ΓΔ) = 0,02 m.



Γ1. Να αιτιολογήσετε γιατί μερικά από τα ιόντα χλωρίου δεν εκτρέπονται κατά την κίνησή τους μέσα στον επιλογέα ταχυτήτων.

Μονάδες 5

Γ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας των ιόντων χλωρίου που δεν εκτρέπονται κατά την κίνησή τους μέσα στον επιλογέα ταχυτήτων.

Μονάδες 6

Γ3. Τα ιόντα χλωρίου δημιουργούν δύο στίγματα πάνω στη φωτογραφική πλάκα, γιατί το χλώριο (Cl) έχει δύο ισότοπα με μάζες m_1 και m_2. Αν $m_1 > m_2$, να αιτιολογήσετε σε ποια θέση (Γ ή Δ) δημιουργούν στίγμα τα ισότοπα χλωρίου με τη μεγαλύτερη μάζα.

Μονάδες 6

Γ4. Να αποδείξετε ότι το ισότοπο του χλωρίου μάζας m_1 έχει δύο νετρόνια περισσότερα από το ισότοπο μάζας m_2.

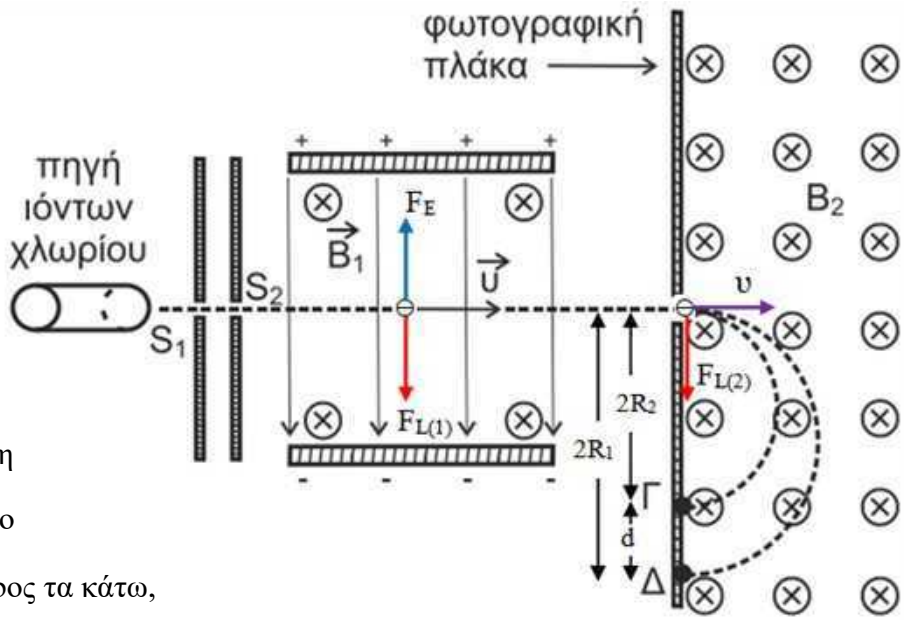
Μονάδες 8

Δίνονται:
- το στοιχειώδες φορτίο $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C
- η μάζα του νετρονίου $m_n = 1,6 \cdot 10^{-27}$ kg

Να θεωρήσετε ότι:
- στο εσωτερικό του φασματογράφου υπάρχει κενό.
- το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

Απάντηση

Γ1.



Στο φίλτρο ταχυτήτων κάθε ιόν δέχεται δύο αντίρροπες δυνάμεις: τη δύναμη $\vec{F}_E$ από το ηλεκτρικό πεδίο που έχει αντίθετη κατεύθυνση από τις ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές (κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω) και τη δύναμη Lorentz $\vec{F}_{L(1)}$ από το μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_1$ (κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω, σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού).

Για τα ιόντα που έχουν ταχύτητα κατάλληλου μέτρου υ, οι δυνάμεις $\vec{F}_E$, $\vec{F}_{L(1)}$ έχουν ίσα μέτρα, άρα η συνισταμένη είναι μηδενική και γι'αυτό δεν εκτρέπονται από την ευθύγραμμη τροχιά τους.

Γ2.

Αφού τα ιόντα είναι μονοσθενή, έχουν φορτίο $q = -e$.

Για τα ιόντα που δεν εκτρέπονται από το φίλτρο ταχυτήτων, ισχύει:

$$F_{L(1)} = F_E \Leftrightarrow |q|B_1\upsilon = E|q| \Leftrightarrow B_1\upsilon = E \Leftrightarrow \upsilon = \frac{E}{B_1}.$$

Με αντικατάσταση: $\upsilon = \frac{2\cdot 10^3}{4\cdot 10^{-2}}\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon = 5\cdot 10^4 \frac{m}{s}.$

Γ3.

Όταν ένα ιόν που έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 5\cdot 10^4 \frac{m}{s}$ εισέλθει στο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_2$, με την ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ κάθετη στην ένταση $\vec{B}_2$, δέχεται δύναμη Lorentz $\vec{F}_{L(2)}$ κάθετη στην ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ και την ένταση $\vec{B}_2$, η οποία το αναγκάζει να διαγράψει ημικυκλική τροχιά ακτίνας R, μέχρι να πέσει στην φωτογραφική πλάκα. Ισχύει:

$$F_{L(2)} = F_\kappa \Leftrightarrow B_2|q|\upsilon = m\frac{\upsilon^2}{R} \Leftrightarrow B_2|q| = \frac{m\upsilon}{R} \Leftrightarrow R = \frac{m\upsilon}{B_2|q|} \quad \text{ή} \quad R = \frac{m\upsilon}{B_2 e}. \qquad (1)$$

Από τη σχέση (1) συμπεραίνω ότι τα ιόντα μεγαλύτερης μάζας διαγράφουν ημικύκλια μεγαλύτερης ακτίνας. Αφού $m_1 > m_2$, άρα $R_1 > R_2$.

Άρα τα ισότοπα μάζας m_1 θα αφήσουν στίγμα στο σημείο Δ.

Γ4.

Εφαρμόζω τη σχέση (1) για κάθε ομάδα ιόντων.

$$R_1 = \frac{m_1 \upsilon}{B_2 e} \qquad (2)$$

$$R_2 = \frac{m_2 \upsilon}{B_2 e} \qquad (3)$$

Αν $d = (\Gamma\Delta)$ η απόσταση των δύο ιχνών των ιόντων πάνω στην φωτογραφική πλάκα και Δm η διαφορά μάζας τους, ισχύει :

$$d = 2R_1 - 2R_2 \xrightarrow{(2),\,(3)} d = 2 \cdot \frac{m_1 \upsilon}{B_2 e} - 2 \cdot \frac{m_2 \upsilon}{B_2 e} \Leftrightarrow d = \frac{2\upsilon}{B_2 e}\left(m_1 - m_2\right) \Leftrightarrow d = \frac{2\upsilon}{B_2 e}(\Delta m) \Leftrightarrow$$

$$\Delta m = \frac{d B_2 e}{2\upsilon}.$$

Με αντικατάσταση : $\Delta m = \frac{2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-1} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 5 \cdot 10^{4}} Kg \Rightarrow \Delta m = 3,2 \cdot 10^{-27}\, Kg.$

Ισχύει :

$$\frac{\Delta m}{m_n} = \frac{3,2 \cdot 10^{-27}\, Kg}{1,6 \cdot 10^{-27}\, Kg} = 2 \Rightarrow \Delta m = 2 m_n .$$

Άρα, το ισότοπο μάζας m_1 έχει 2 νετρόνια περισσότερα από το ισότοπο μάζας m_2.

Σχόλιο

Η διατύπωση : « . . . ομογενές μαγνητικό πεδίο . . . και ομογενές ηλεκτρικό πεδίο . . . κάθετα μεταξύ τους και κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης της δέσμης . . . » δεν είναι σωστή.

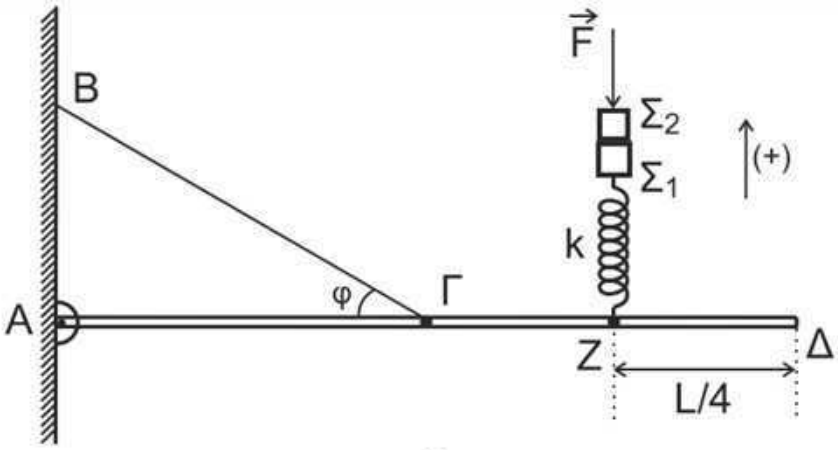
Το μαγνητικό και το ηλεκτρικό πεδίο είναι περιοχές του χώρου και δεν έχουν κατεύθυνση.

Οι εντάσεις $\vec{B}_1$ και $\vec{E}$ των δύο πεδίων είναι κάθετες μεταξύ τους και είναι κάθετες στη διεύθυνση διάδοσης της δέσμης».

ΘΕΜΑ Δ

Η λεπτή ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΔ, μάζας Μρ = 4 kg και μήκους L του παρακάτω σχήματος ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο της Α έχει συνδεθεί με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Στο μέσον της Γ έχει δεθεί το ένα άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος, το άλλο άκρο του οποίου έχει στηριχθεί στον κατακόρυφο τοίχο στο σημείο Β. Το νήμα σχηματίζει γωνία φ = 30° με τη διεύθυνση της ράβδου.

Σε σημείο Ζ της ράβδου, το οποίο απέχει από το άκρο της Δ απόσταση (ΖΔ) = L / 4, έχει στερεωθεί το κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 100 N/m. Στο πάνω άκρο του ελατηρίου έχει δεθεί σώμα Σ_1 μικρών διαστάσεων, μάζας m_1 = 0,6 kg. Πάνω στο σώμα Σ_1 έχει τοποθετηθεί σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων, μάζας m_2 = 0,4 kg.



Ασκώντας σταθερή κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ με φορά προς τα κάτω στο σώμα Σ_2, το σύστημα των δύο σωμάτων ισορροπεί με το ελατήριο να έχει συμπιεστεί κατά $\Delta\ell$ = 0,3 m.

Ως θετική φορά να θεωρήσετε τη φορά προς τα πάνω. Σε όλη τη διάρκεια του φαινομένου το νήμα δεν χαλαρώνει και η ράβδος παραμένει οριζόντια.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Μονάδες 4

Τη χρονική στιγμή t_0 = 0, καταργούμε τη δύναμη $\vec{F}$. Το σύστημα των δύο σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D = k.

Δ2. Να βρείτε σε ποια θέση κατά την ταλάντωση του συστήματος των δύο σωμάτων το σώμα Σ_2 θα αποσπαστεί από το σώμα Σ_1.

Μονάδες 6

Δ3. Τη χρονική στιγμή t_1, που το σώμα Σ_2 αποσπάται από το σώμα Σ_1, να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στο μέσον Γ της ράβδου.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή t_1, που το σώμα Σ_2 αποσπάται από το σώμα Σ_1, το σώμα Σ_2 συνεχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω, ενώ το σώμα Σ_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D = k.

Δ4. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη απόσταση που διανύει το σώμα Σ_2 από τη χρονική στιγμή t_1 μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.

Μονάδες 4

Όταν το Σ_2 φτάσει στο ανώτερο ύψος του, απομακρύνεται.

Δ5. Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Σ_1.

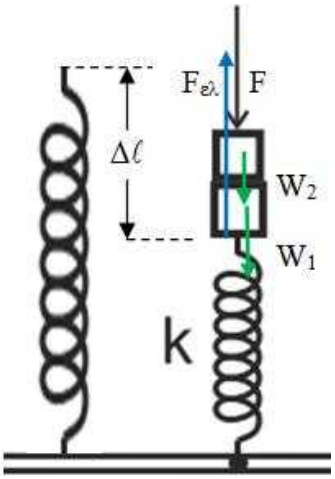
Μονάδες 5

Να θεωρήσετε ότι:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s^2.
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.
- το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

Απάντηση

Δ1.



σχήμα 1

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων για το σύστημα των σωμάτων $\Sigma_1 - \Sigma_2$:

$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F_{ελ} - F - W_1 - W_2 = 0 \Leftrightarrow F = F_{ελ} - W_1 - W_2 \Rightarrow$

$F = k(\Delta\ell) - (m_1 + m_2)g \Rightarrow F = [100\cdot 0{,}3 - (0{,}6 + 0{,}4)\cdot 10]\ N \Rightarrow$

$F = 20\ N.$

Δ2.

Τη στιγμή που καταργείται η δύναμη το σύστημα $\Sigma_1 - \Sigma_2$

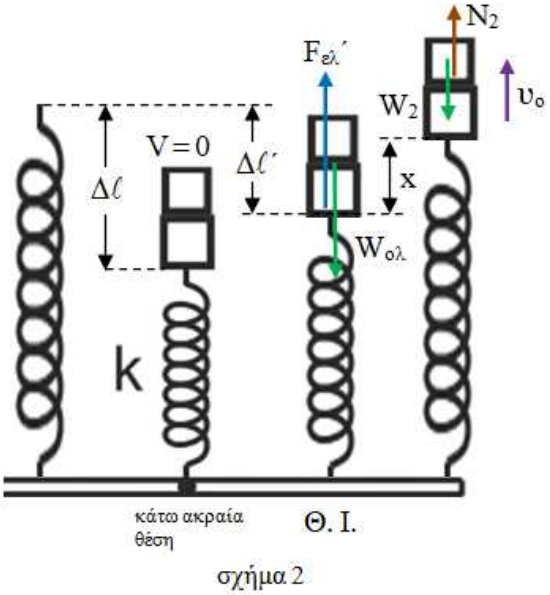
είναι ακίνητο στην κάτω ακραία θέση της ΑΑΤ ($x = -A$).

Στη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ το ελατήριο έχει συμπιεστεί κατά $\Delta\ell'$.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας :

$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F_{ελ}' - W_{oλ} = 0 \Leftrightarrow k(\Delta\ell') = (m_1 + m_2)g \Leftrightarrow$

$$\Delta\ell' = \frac{(m_1+m_2)g}{k} \Rightarrow \Delta\ell' = \frac{10}{100}m \Rightarrow \Delta\ell' = 0{,}1m.$$



σχήμα 2

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} = \sqrt{\frac{100}{1}}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 10\frac{rad}{s}.$$

Θεωρώ το σύστημα σε μία τυχαία θέση, πάνω από τη θέση ισορροπίας, που απέχει απόσταση x από αυτή.

Εφαρμόζω τη συνθήκη των δυνάμεων για την ΑΑΤ του Σ_2 :

$\Sigma F_2 = -m_2\omega^2 x \Leftrightarrow N_2 - m_2 g = -m_2\omega^2 x \Leftrightarrow$

$N_2 = m_2(g - \omega^2 x).$ (1)

Τη στιγμή που χάνεται η επαφή μεταξύ των σωμάτων, ισχύει :

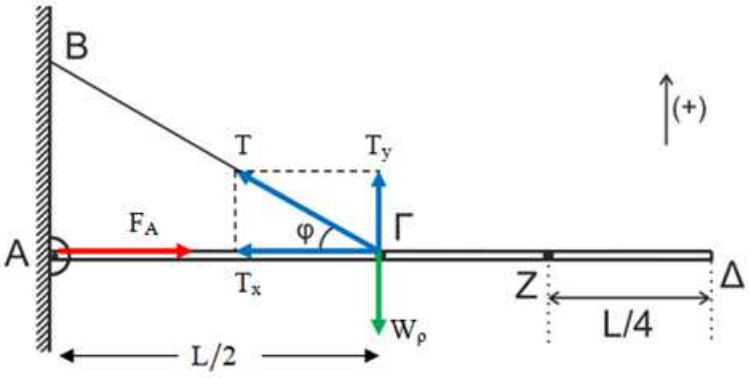
$$N_2 = 0 \xrightarrow{(1)} m_2(g-\omega^2 x) = 0 \Leftrightarrow g = \omega^2 x \Leftrightarrow x = \frac{g}{\omega^2} \Rightarrow x = \frac{10}{100}m \Rightarrow x = 0{,}1m.$$

Επομένως, το Σ_2 θα αποσπαστεί τη στιγμή που βρίσκεται πάνω από τη θέση ισορροπίας του συστήματος και σε απόσταση $x = 0{,}1$ m από αυτή.

Δ3.

Αφού $x = \Delta\ell' = 0{,}1$ m , άρα τη στιγμή που αποσπάται το Σ_2 , το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και δεν ασκεί δύναμη στο Σ_1 ούτε στη ράβδο ($F_{ελ} = 0$).

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας για τις ροπές ως προς τον άξονα που διέρχεται από το άκρο Α της ράβδου και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :



σχήμα 3

$$\Sigma\tau_{(A)}=0 \;\Leftrightarrow\; \left(T_y-W_\rho\right)\cdot\frac{L}{2}-F_A\cdot 0=0 \;\Leftrightarrow$$

$$T_y=W_\rho \;\Leftrightarrow\; T\eta\mu\varphi=M_\rho g \;\Leftrightarrow\; T=\frac{M_\rho g}{\eta\mu\varphi} \;\Rightarrow$$

$$T=\frac{4\cdot 10}{0,5}\,N \;\Rightarrow\; T=80\,N.$$

Δ4.

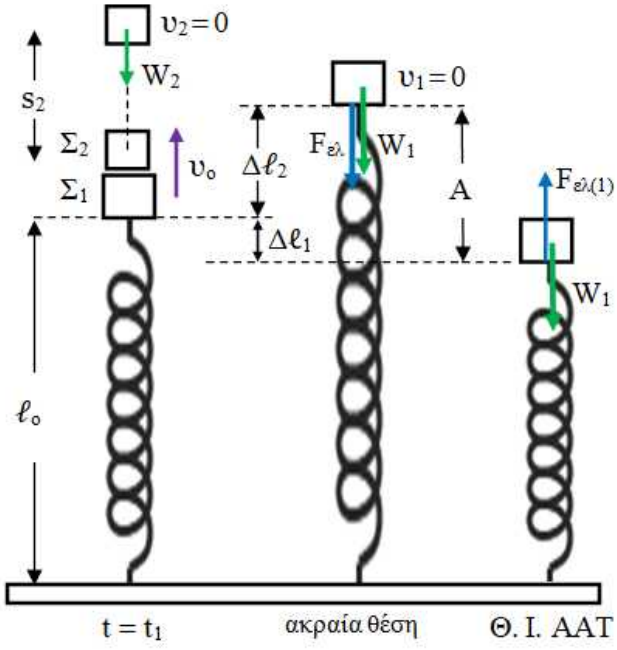
Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για το σύστημα $\Sigma_1-\Sigma_2$, από τη θέση που καταργείται η δύναμη $\vec{F}$ μέχρι τη θέση που αποσπάται το Σ_2 (σχήμα 2) :

$$K_{\tau\epsilon\lambda}-K_{\alpha\rho\chi}=W_{\epsilon\lambda}+W_{W o\lambda} \;\Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_o^2-0=\frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2-(m_1+m_2)g(\Delta\ell) \;\Leftrightarrow$$

$$\upsilon_o^2=\frac{k(\Delta\ell)^2}{m_1+m_2}-2g(\Delta\ell) \;\Rightarrow$$

$$\upsilon_o^2=\left(\frac{100\cdot 0,3^2}{1}-2\cdot 10\cdot 0,3\right)\frac{m^2}{s^2}=3\frac{m^2}{s^2} \;\Rightarrow\; \upsilon_o=\sqrt{3}\frac{m}{s}.$$



σχήμα 4

Από τη στιγμή που αποσπάται το Σ_2 και μέχρι να σταματήσει σε απόσταση s_2, κινείται με την επίδραση του βάρους του.

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή του Σ_2 (σχήμα 4) :

$$K_2'-K_2=W_{W2} \;\Leftrightarrow\; 0-\frac{1}{2}m_2\upsilon_o^2=-m_2gs_2 \;\Leftrightarrow\; s_2=\frac{\upsilon_o^2}{2g} \;\Rightarrow\; s_2=\frac{3}{2\cdot 10}m \;\Rightarrow\; s_2=0,15\,m.$$

Δ5.

Στη θέση ιορροπίας της ΑΑΤ, το ελατήριο έχει συμπιεστεί κατά $\Delta\ell_1$. Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας :

$$\Sigma F_1=0 \;\Leftrightarrow\; F_{\epsilon\lambda(1)}-W_1=0 \;\Leftrightarrow\; k(\Delta\ell_1)=m_1g \;\Leftrightarrow\; \Delta\ell_1=\frac{m_1g}{k} \;\Rightarrow\; \Delta\ell_1=\frac{0,6\cdot 10}{100}m \;\Rightarrow\; \Delta\ell_1=6\cdot 10^{-2}\,m.$$

Τη χρονική στιγμή t_1 το Σ_1 έχει ταχύτητα μέτρου υ_o και απέχει απόσταση $x_1=\Delta\ell_1$ από τη Θ.Ι. της ΑΑΤ.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ΑΑΤ του Σ_1 :

$$E_\tau=K_1+U_\tau=\frac{1}{2}m_1\upsilon_o^2+\frac{1}{2}k(\Delta\ell_1)^2 \;\Rightarrow\; E_\tau=\left(\frac{1}{2}\cdot 0,6\cdot 3+\frac{1}{2}\cdot 100\cdot 36\cdot 10^{-4}\right)J \;\Rightarrow\; E_\tau=1,08\,J.$$

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΔΕΥΤΕΡΑ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2023

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΝΝΕΑ (9)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην επιλογή σας, η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Ένα σύστημα ελατηρίου – σώματος εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Η συχνότητα ταλάντωσης του συστήματος θα μεταβληθεί, εάν μεταβάλλουμε

α) τη σταθερά απόσβεσης b.
β) τη συχνότητα της εξωτερικής περιοδικής δύναμης.
γ) τη σταθερά του ελατηρίου.
δ) τη μάζα του σώματος.

Μονάδες 5

Απάντηση

Στην περίπτωση που η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)]$, **η συχνότητα ταλάντωσης f του συστήματος είναι ίση με τη συχνότητα f_δ της διεγείρουσας δύναμης** $(f = f_\delta)$.

Επομένως, **όταν μεταβληθεί η συχνότητα του διεγέρτη μεταβάλλεται και η συχνότητα ταλάντωσης του συστήματος**.

Η συχνότητα ταλάντωσης του συστήματος καθορίζεται από τον διεγέρτη και δεν εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης b (αν η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $F_\alpha = -b\upsilon$), ούτε από τη σταθερά του ελατηρίου ή τη μάζα του σώματος.

Σχόλια :

1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι

α) η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)]$,

β) η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -b\upsilon)$,

2) Η διατύπωση «εξωτερική περιοδική δύναμη» είναι ασαφής.

Εκτός από τη διεγείρουσα δύναμη F_δ και η δύναμη απόσβεσης $F_\alpha = -b\upsilon = -b\omega A\sigma\upsilon\nu(2\pi f t)$ είναι εξωτερική περιοδική δύναμη.

Α2. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα δημιουργούνται από

α) ένα σταθερό ηλεκτρικό πεδίο ή σταθερό μαγνητικό πεδίο.
β) ακίνητα φορτία.
γ) φορτία που κινούνται με σταθερή ταχύτητα.
δ) φορτία που επιταχύνονται.

Μονάδες 5

Απάντηση

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα δημιουργούνται από μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία.

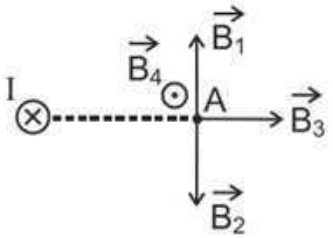
Ένα σταθερό ηλεκτρικό πεδίο ή ένα σταθερό μαγνητικό πεδίο δεν παράγει ηλεκτρομαγνητικό κύμα.

Αυτό σημαίνει ότι τα ακίνητα φορτία καθώς και τα φορτία που κινούνται με σταθερή ταχύτητα (σταθερά ρεύματα) δεν μπορούν να δημιουργήσουν ηλεκτρομαγνητικό κύμα.

Μόνο ηλεκτρικά φορτία που επιταχύνονται δημιουργούν ηλεκτρομαγνητικά κύματα.

Σχολικό βιβλίο, τεαύχος Γ, σελίδα 57.

Α3. Ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός μεγάλου μήκους είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας και διαρρέεται από συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα έντασης Ι με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.



Στο σημείο Α του σχήματος, η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από τον αγωγό αυτό παριστάνεται με το διάνυσμα:

α) $\vec{B}_1$ β) $\vec{B}_2$ γ) $\vec{B}_3$ δ) $\vec{B}_4$

Μονάδες 5

Απάντηση

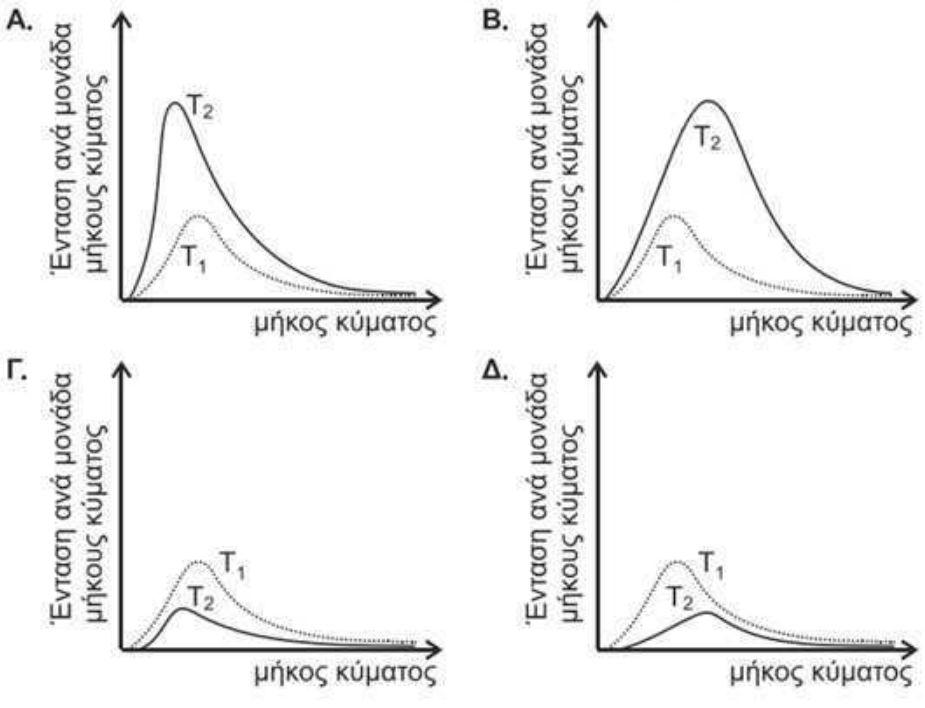
Σωστή απάντηση : β).

Η φορά των δυναμικών γραμμών (του μαγνητικού πεδίου ενός ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού) μπορεί να βρεθεί εύκολα με τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Σύμφωνα με αυτόν, τοποθετούμε τον αντίχειρα του δεξιού χεριού στην κατεύθυνση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό και κάμπτουμε τα υπόλοιπα δάχτυλα. Η φορά των δυναμικών γραμμών είναι ίδια με τη φορά που καθορίζουν τα δάχτυλα.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Β, σελίδα 150.

Α4. Ποιο από τα παρακάτω γραφήματα απεικονίζει τα φάσματα εκπομπής δύο μελανών σωμάτων, με απόλυτες θερμοκρασίες T_1 και T_2 με $T_2 > T_1$;



α) Α β) Β γ) Γ δ) Δ

Μονάδες 5

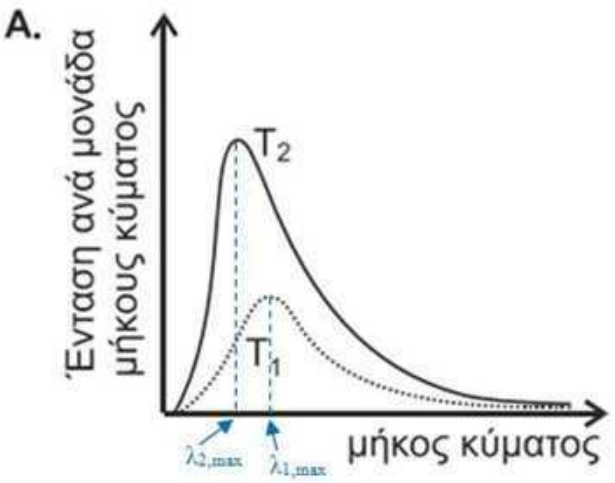
Απάντηση

Η σχέση που συνδέει την απόλυτη θερμοκρασία Τ του μέλανος σώματος με το μήκος κύματος αιχμής λ_{max} είναι $\lambda_{max}T$ = σταθερό (νόμος μετατόπισης Wien).

Για τα μήκη κύματος αιχμής $\lambda_{1,max}$, $\lambda_{2,max}$ ισχύει :

$$\lambda_{1,max}T_1 = \lambda_{2,max}T_2 \Leftrightarrow \lambda_{2,max} = \lambda_{1,max}\frac{T_1}{T_2} \xrightarrow{T_1 < T_2} \lambda_{2,max} < \lambda_{1,max}.$$

Σωστή απάντηση : α).



Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Στην πλαστική κρούση διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων που συγκρούονται.

β) Καθώς τα αμορτισέρ ενός αυτοκινήτου παλιώνουν και φθείρονται, η σταθερά απόσβεσης b ελαττώνεται και όταν το αυτοκίνητο περνά από ένα εξόγκωμα του δρόμου, η ταλάντωση του αυτοκινήτου διαρκεί περισσότερο.

γ) Κατά τη συμβολή δύο κυμάτων, από σύγχρονες πηγές, που διαδίδονται στην επιφάνεια υγρού, τα σημεία που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος, έχουν αποστάσεις r_1 και r_2 από τις δύο πηγές, που διαφέρουν μεταξύ τους κατά ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος λ.

δ) Ο νόμος του Ampere ισχύει και για ρεύματα μεταβλητής έντασης.

ε) Ένα αμπερόμετρο, συνδεδεμένο σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος, δείχνει το πλάτος Ι του εναλλασσόμενου ρεύματος.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Λάθος

Κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης, ένα ποσοστό της αρχικής μηχανικής (κινητικής) ενέργειας του συστήματος μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια, άρα η μηχανική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται.

β) Σωστό

Τα αμορτισέρ εξασφαλίζουν δύναμη απόσβεσης – που εξαρτάται από την ταχύτητα – τέτοια, ώστε όταν το αυτοκίνητο περνά από ένα εξόγκωμα του δρόμου, να μη συνεχίζει να ταλαντώνεται για πολύ χρόνο. Καθώς τα αμορτισέρ παλιώνουν και φθείρονται, η τιμή του b ελαττώνεται και η ταλάντωση διαρκεί περισσότερο. (Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 20)

γ) Σωστό

Τα σημεία (της επιφάνειας) των οποίων οι αποστάσεις r_1 και r_2 από τις δύο πηγές, διαφέρουν κατά ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος λ (δηλαδή $|r_1 - r_2| = N \cdot \lambda$, όπου $N = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$) ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος. (Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 49).

δ) Λάθος

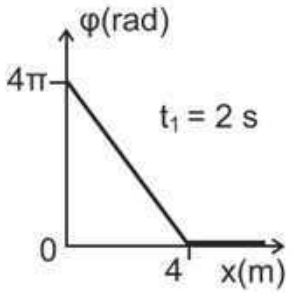
Ο νόμος του Ampere ισχύει μόνο για σταθερά ρεύματα και για σταθερά μαγνητικά πεδία.
(Σχολικό βιβλίο, τεύχος Β, σελίδα 152)

ε) Λάθος

Τα όργανα που χρησιμοποιούμε για τη μέτρηση εναλλασσόμενων τάσεων και ρευμάτων δείχνουν ενεργές τιμές. (Σχολικό βιβλίο, τεύχος Β, σελίδα 198)

ΘΕΜΑ Β

Β1. Το άκρο Ο γραμμικού, ομογενούς, ελαστικού μέσου που εκτείνεται κατά την διεύθυνση του ημιάξονα Ox αρχίζει, τη χρονική στιγμή t = 0, να ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση y = A ημωt, και δημιουργείται εγκάρσιο αρμονικό κύμα.



Η γραφική παράσταση της φάσης της ταλάντωσης των σημείων του μέσου, τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s, σε συνάρτηση με τη θέση x, φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

Τη χρονική στιγμή $t_2 = 2{,}5$ s τα σημεία της χορδής που βρίσκονται σε ακραία θέση της τροχιάς τους είναι:

i. 5 ii. 4 iii. 10

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

Η φάση ταλάντωσης των σημείων της χορδής δίνεται από τη σχέση : $\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$. (1)

Με βάση το διάγραμμα :

για $x_1 = 0$ και $\varphi_1 = 4\pi\,\text{rad} \xrightarrow{(1)} 4\pi = 2\pi\frac{t_1}{T} \Leftrightarrow T = \frac{t_1}{2} \Rightarrow T = 1\text{s}.$

για $x_2 = 4\,\text{m}$ και $\varphi_2 = 0 \xrightarrow{(1)} 0 = 2\pi\left(\frac{t_1}{T}-\frac{x_2}{\lambda}\right) \Leftrightarrow \frac{x_2}{\lambda} = \frac{t_1}{T} \Leftrightarrow \lambda = \frac{x_2 T}{t_1} \Rightarrow \lambda = 2\,\text{m}.$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος έχει τιμή : $\upsilon = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\,\text{m}}{1\text{s}} \Rightarrow \upsilon = 2\frac{\text{m}}{\text{s}}.$

Τη χρονική στιγμή $t_2 = 2{,}5$ s, το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση : $x_2 = \upsilon t_2 = 5$ m.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης των σημείων της χορδής, τη χρονική στιγμή $t_2 = 2{,}5$ s, είναι :

$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t_2}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = A\eta\mu 2\pi(2{,}5-0{,}5x).$ (S.I.). (2)

<u>1ος τρόπος (μαθηματικά)</u>

Για $y = \pm A \xrightarrow{(2)} A\eta\mu 2\pi(2{,}5-0{,}5x) = \pm A \Leftrightarrow \eta\mu 2\pi(2{,}5-0{,}5x) = \pm 1 \Rightarrow$

$$\begin{cases} 2\pi(2{,}5-0{,}5x) = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow 2{,}5-0{,}5x = \kappa + \frac{1}{4} \Leftrightarrow 0{,}5x = 2{,}25-\kappa \Leftrightarrow x = 4{,}5-2\kappa. & (3) \\ 2\pi(2{,}5-0{,}5x) = 2\kappa\pi + \frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow 2{,}5-0{,}5x = \kappa + \frac{3}{4} \Leftrightarrow 0{,}5x = 1{,}75-\kappa \Leftrightarrow x = 3{,}5-2\kappa. & (4) \end{cases}$$

Ισχύει : $0 \le x \le x_2$.

$\xrightarrow{(3)} 0 \le 4{,}5-2\kappa \le 5 \Leftrightarrow -4{,}5 \le -2\kappa \le 0{,}5 \Leftrightarrow -0{,}25 \le \kappa \le 2{,}25 \Rightarrow \kappa = 0,1,2.$

$\xrightarrow{(4)} 0 \le 3{,}5-2\kappa \le 5 \Leftrightarrow -3{,}5 \le -2\kappa \le 1{,}5 \Leftrightarrow -0{,}75 \le \kappa \le 1{,}75 \Rightarrow \kappa = 0,1.$

Άρα, 5 σημεία της χορδής βρίσκονται σε ακραία θέση.

2ος τρόπος (γραφικά)

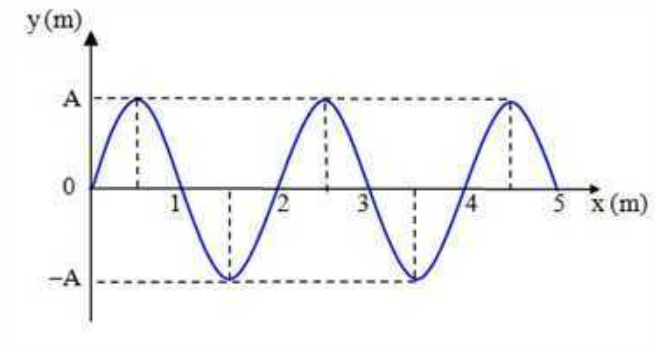
Τη χρονική στιγμή $t_2 = 2,5$ s, η απομάκρυνση του Ο από τη θέση ισορροπίας είναι :

$y_O = A\eta\mu 2\pi(2,5) = A\eta\mu 5\pi = A\eta\mu\pi \Rightarrow y_O = 0.$

Για την απόσταση x_2 ισχύει : $\frac{x_2}{\lambda} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x_2 = \frac{5}{2}\lambda$ ή $x_2 = 2\lambda + \frac{\lambda}{2}.$

Σχεδιάζω το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_2 .

Από το διάγραμμα φαίνεται ότι τη χρονική στιγμή $t_2 = 2,5$ s, υπάρχουν 5 σημεία της χορδής που βρίσκονται σε ακραία θέση.



B2. Σε συσκευή μελέτης του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, μονοχρωματική ακτινοβολία προσπίπτει στην επιφάνεια της καθόδου. Η συχνότητα κατωφλίου, για το μέταλλο της καθόδου, είναι ίση με f_1.

Αν η συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι $f_2 = 3\,f_1$, τότε τα ηλεκτρόνια εξερχόμενα από την κάθοδο μόλις που καταφέρνουν να φτάσουν στην άνοδο. Η τάση αποκοπής V_0 είναι ίση με

i. $\frac{hf_1}{e}$ ii. $\frac{2hf_1}{e}$ iii. $\frac{3hf_1}{e}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

Η μέγιστη κινητική ενέργεια των εκπεμπόμενων ηλεκτρονίων δίνεται από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση :

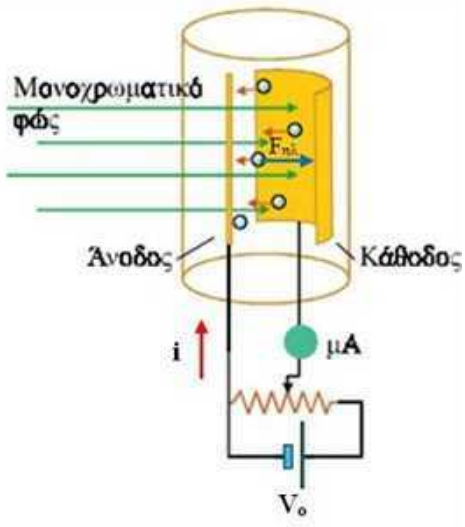
$K_{max} = hf - \varphi$, (1)

όπου φ το έργο εξαγωγής του μετάλλου της καθόδου.

Η συχνότητα κατωφλίου f_1, είναι η μικρότερη συχνότητα της ακτινοβολίας για την οποία εκπέμπονται ηλεκτρόνια, δηλαδή για $f = f_1$:

$K_{max} = 0 \xrightarrow{(1)} hf_1 = \varphi$. (2)

Όταν η συχνότητα της ακτινοβολίας είναι $f > f_1$ και εφαρμοστεί τάση V_o μεταξύ ανόδου – καθόδου με ανάστροφη πολικότητα [(+) στην κάθοδο, (–) στην άνοδο] τότε τα ηλεκτρόνια επιβραδύνονται και εμποδίζονται να φτάσουν στην άνοδο.



Για $f = 3f_1$, η φωτοηλεκτρική εξίσωση γράφεται :

$K_{max} = hf_2 - \varphi \xrightarrow{(2)} K_{max} = 3hf_1 - hf_1 \Leftrightarrow K_{max} = 2hf_1$. (3)

Στην περίπτωση αυτή, τα ηλεκτρόνια που εκπέμπονται με τη μέγιστη κινητική ενέργεια K_{max}, φτάνουν στην άνοδο με μηδενική κινητική ενέργεια.

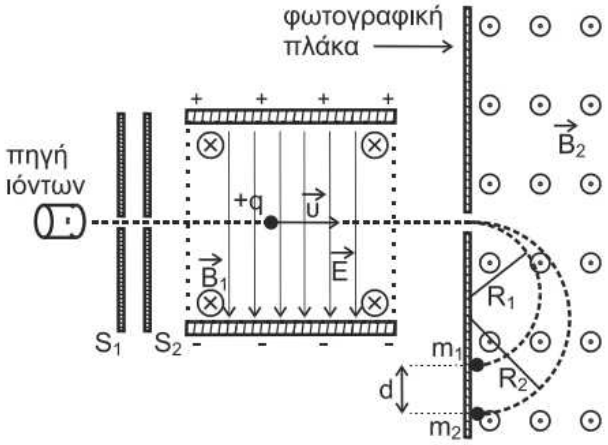
Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την κίνηση ενός ηλεκτρονίου από την κάθοδο στην άνοδο :

$$K_\alpha - K_{max} = W_{\eta\lambda} \Leftrightarrow 0 - K_{max} = -eV_o \xrightarrow{(3)} 2hf_1 = eV_o \Leftrightarrow V_o = \frac{2hf_1}{e}.$$

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι στην περίπτωση που η συχνότητα της ακτινοβολίας είναι $f_2 = 3f_1$, εφαρμόζεται τάση V_o μεταξύ ανόδου – καθόδου με ανάστροφη πολικότητα (τάση αποκοπής).

Β3. Στο φασματογράφο μάζας (Bainbridge) του διπλανού σχήματος, λεπτή δέσμη ιόντων ενός χημικού στοιχείου, που αποτελείται από δύο ισότοπα, διέρχεται από φίλτρο ταχυτήτων, όπου συνυπάρχουν ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$ και ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_1$ με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα, κάθετα μεταξύ τους.



Μερικά από τα ιόντα δεν εκτρέπονται και συνεχίζουν ανεπηρέαστα την πορεία τους μέσα στο φίλτρο ταχυτήτων.

α) Το μέτρο της ταχύτητας των ιόντων που δεν εκτρέπονται είναι ίσο με

i. $\upsilon = \frac{B_1}{E}$ ii. $\upsilon = \frac{E}{B_1}$ iii. $\upsilon = \frac{E}{2B_1}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (Μονάδα 1) και να την αιτιολογήσετε (Μονάδες 2).

Μονάδες 3

Στη συνέχεια τα ιόντα αυτά εισέρχονται σε περιοχή ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $\vec{B}_2$ με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη. Στο πεδίο αυτό διαγράφουν ημικυκλικές τροχιές και πέφτουν σε φωτογραφική πλάκα, αφήνοντας σε αυτή δύο ίχνη που απέχουν μεταξύ τους απόσταση d.

β) Η διαφορά μάζας των ισοτόπων του στοιχείου που αποτελούν τη δέσμη είναι ίση με

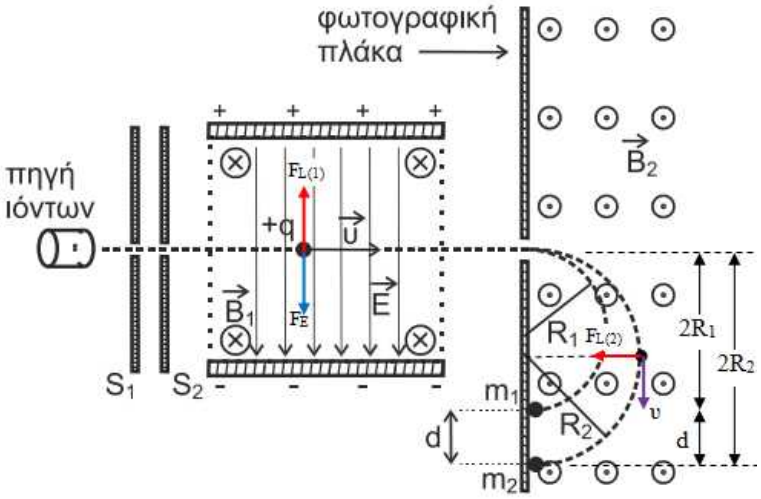
i. $\Delta m = \frac{dB_1B_2q}{2E}$ ii. $\Delta m = \frac{2dB_1B_2q}{E}$ iii. $\Delta m = \frac{dB_1B_2q}{E}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (Μονάδα 1) και να την αιτιολογήσετε (Μονάδες 5).

Μονάδες 6

Απάντηση

α)



Στο φίλτρο ταχυτήτων κάθε ιόν δέχεται δύο αντίρροπες δυνάμεις : τη δύναμη $\vec{F}_E$ από το ηλεκτρικό πεδίο που έχει την ίδια κατεύθυνση με τις δυναμικές γραμμές (κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω) και τη δύναμη Lorentz $\vec{F}_{L(1)}$ από το μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_1$ (κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω, σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού).

Για τα ιόντα που έχουν ταχύτητα κατάλληλου μέτρου υ, οι δυνάμεις $\vec{F}_E$, $\vec{F}_{L(1)}$ έχουν ίσα μέτρα, άρα η συνισταμένη είναι μηδενική και δεν εκτρέπονται από την ευθύγραμμη τροχιά τους.

Για τα ιόντα αυτά ισχύει:

$$F_{L(1)} = F_E \Leftrightarrow |q|B_1\upsilon = E|q| \Leftrightarrow B_1\upsilon = E \Leftrightarrow \upsilon = \frac{E}{B_1}. \qquad (1)$$

Σωστή απάντηση : ii.

β)

Όταν ένα ιόν που ικανοποιεί τη σχέση (1) εισέλθει στο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_2$, με την ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ κάθετη στην ένταση $\vec{B}_2$, δέχεται δύναμη Lorentz $\vec{F}_{L(2)}$ κάθετη στην ταχύτητα και την ένταση $\vec{B}_2$, η οποία το αναγκάζει να διαγράψει ημικυκλική τροχιά ακτίνας R, μέχρι να πέσει στη φωτογραφική πλάκα. Ισχύει :

$$F_{L(2)} = F_\kappa \Leftrightarrow B_2\upsilon|q| = m\frac{\upsilon^2}{R} \Leftrightarrow B_2|q| = \frac{m}{R}\upsilon \xrightarrow[|q|=q]{(1)} B_2 q = \frac{m}{R}\cdot\frac{E}{B_1} \Leftrightarrow R = \frac{mE}{B_1B_2q}. \qquad (2)$$

Από τη σχέση (2) συμπεραίνω ότι τα ιόντα μεγαλύτερης μάζας διαγράφουν ημικύκλια μεγαλύτερης ακτίνας. Επομένως, αν m_1, m_2 οι μάζες των δύο ομάδων ιόντων, αφού $R_2 > R_1$ άρα $m_2 > m_1$.
Εφαρμόζω τη σχέση (2) για κάθε ομάδα ιόντων.

$$R_1 = \frac{m_1E}{B_1B_2q} \qquad (3)$$

$$R_2 = \frac{m_2E}{B_1B_2q} \qquad (4)$$

Αν d η απόσταση των δύο ιχνών των ιόντων πάνω στην φωτογραφική πλάκα και Δm η διαφορά μάζας τους, ισχύει :

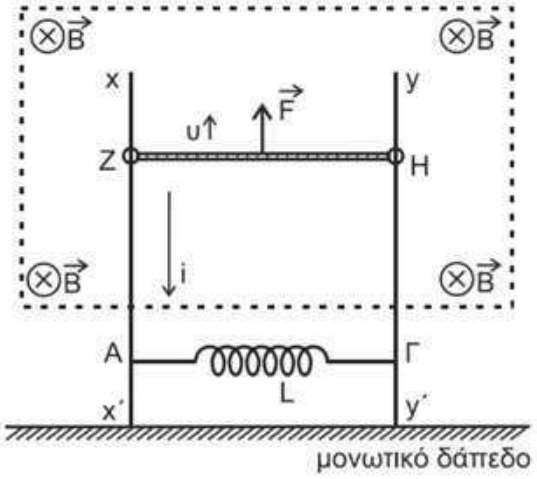
$$d = 2R_2 - 2R_1 \xrightarrow{(3),\,(4)} d = 2\frac{m_2E}{B_1B_2q} - 2\frac{m_1E}{B_1B_2q} \Leftrightarrow d = \frac{2E}{B_1B_2q}(m_2 - m_1) \Leftrightarrow d = \frac{2E}{B_1B_2q}(\Delta m)$$

$$\Leftrightarrow \Delta m = \frac{dB_1B_2q}{2E}.$$

Σωστή απάντηση : i.

ΘΕΜΑ Γ

Στη διάταξη του διπλανού σχήματος οι κατακόρυφοι μεταλλικοί αγωγοί xx΄, yy΄, αμελητέας ωμικής αντίστασης είναι στερεωμένοι σε οριζόντιο μονωτικό δάπεδο.



Ανάμεσα στα σημεία τους Α και Γ έχει συνδεθεί ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L = 0,5 H. Μεταλλική ράβδος ΖΗ μήκους ℓ = 1 m, μάζας m = 0,5 kg και ωμικής αντίστασης R = 1 Ω έχει τα άκρα της πάνω στους κατακόρυφους αγωγούς, είναι κάθετη σε αυτούς και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές.

Στο μέσον της ράβδου και κάθετα σε αυτή ασκείται κατάλληλη δύναμη $\vec{F}$ με αποτέλεσμα η ράβδος ΖΗ να κινείται προς τα πάνω παραμένοντας συνεχώς οριζόντια. Στην περιοχή που κινείται η ράβδος ΖΗ υπάρχει οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ και μέτρου B = 1 T, του οποίου οι δυναμικές γραμμές έχουν φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

Το πηνίο βρίσκεται έξω από το ομογενές μαγνητικό πεδίο στο οποίο κινείται ο αγωγός ΖΗ. Λόγω της κίνησης της ράβδου ο βρόχος ΖΑΓΗΖ διαρρέεται από ρεύμα, του οποίου η ένταση δίνεται από τη σχέση i = 2t (SI) όπου t ο χρόνος, με φορά όπως αυτή που φαίνεται στο σχήμα.

Γ1. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο i - t σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων (Μονάδες 2) και να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής $\frac{\Delta i}{\Delta t}$ της έντασης του ρεύματος (Μονάδες 2).
Να υπολογίσετε το φορτίο που διέρχεται από μία διατομή του κυκλώματος στο χρονικό διάστημα από t = 0 s έως t = 2 s (Μονάδες 3).

Μονάδες 7

Γ2. Να σχεδιάσετε την πολικότητα της ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο (Μονάδες 2) και να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή αυτής (Μονάδες 2).

Μονάδες 4

Γ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας της ράβδου ΖΗ σε συνάρτηση με τον χρόνο υ - t.

Μονάδες 6

Γ4. Τη χρονική στιγμή t_1 = 2 s να υπολογίσετε:

α) Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ (Μονάδες 4).

β) Τον ρυθμό με τον οποίο προσφέρεται ενέργεια από τη δύναμη $\vec{F}$ στο κύκλωμα (Μονάδες 2).

γ) Τον ρυθμό με τον οποίο αποθηκεύεται ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου (Μονάδες 2).

Μονάδες 8

Να θεωρήσετε το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας: g = 10 m/s^2.

Απάντηση

Γ1.

α.

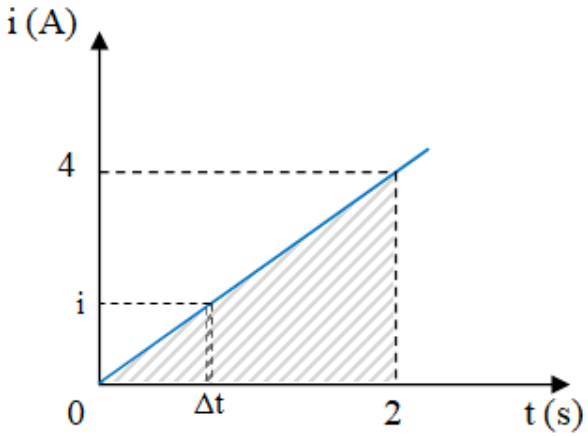
Η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα μεταβάλλεται με το χρόνο, σύμφωνα με τη σχέση :

$i = 2t$ (S.I.) (1)

Για $t = 0 \xrightarrow{(1)} i = 0.$

Για $t = 2\ s \xrightarrow{(1)} i = 4\ A.$

Το διάγραμμα της έντασης του ρεύματος i σε συνάρτηση με το χρόνο t φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



β.

Σε δύο χρονικές στιγμές t_1, t_2 οι τιμές της έντασης του ρεύματος είναι (αντίστοιχα) :

$i_1 = 2t_1$ (2)

$i_2 = 2t_2$ (3)

Αφαιρώ κατά μέλη τις σχέσεις (2), (3) : $i_2 - i_1 = 2(t_2 - t_1) \Leftrightarrow \Delta i = 2(\Delta t) \Leftrightarrow \frac{\Delta i}{\Delta t} = 2\frac{A}{s}.$

γ.

Σε μία πολύ μικρή χρονική διάρκεια Δt ($\Delta t \to 0$) η ένταση του ρεύματος έχει σχεδόν σταθερή τιμή i.

Στο διάγραμμα $i - t$ το (κατά προσέγγιση) ορθογώνιο με βάση Δt και ύψος i έχει εμβαδό ίσο με το φορτίο Δq που πέρασε από μία διατομή του κυκλώματος στη χρονική διάρκεια Δt : $\Delta E = i(\Delta t) = \Delta q$.

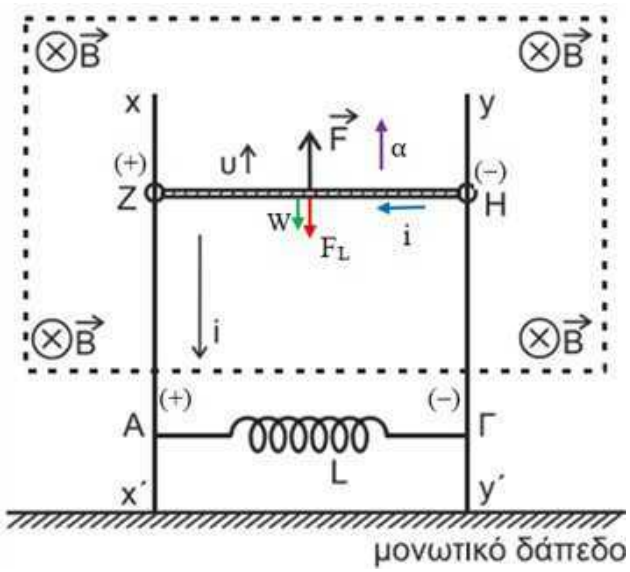
Επομένως, το φορτίο q που πέρασε από μία διατομή του κυκλώματος στη χρονική διάρκεια $0\ s \longrightarrow 2\ s$ είναι ίσο με το εμβαδό του αντίστοιχου τριγώνου στο διάγραμμα $i - t$:

$$q = E_{\tau\rho\iota\gamma} = \frac{2 \cdot 4}{2} C \Rightarrow q = 4C.$$

Γ2.

Λόγω της κίνησης της ράβδου ΖΗ μέσα στο μαγνητικό πεδίο, αναπτύσσεται σ' αυτήν ΗΕΔ από επαγωγή $E_{\varepsilon\pi}$, με πολικότητα όπως φαίνεται στο σχήμα [(+) στο Ζ, (–) στο Η].

Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα που έχει φορά από το Α προς το Γ.



Αφού η ένταση του ρεύματος στο πηνίο αυξάνεται, αναπτύσσεται ΗΕΔ αυτεπαγωγής η οποία αντιδρά στην αύξηση της έντασης του ρεύματος.

Η πολικότητα της $E_{αυτ}$ έχει σημειωθεί στο σχήμα [(+) στο Α, (–) στο Γ].

Το μέτρο της ΗΕΔ αυτεπαγωγής υπολογίζεται από τη σχέση :

$$|E_{αυτ}| = L\frac{|\Delta i|}{\Delta t} \Rightarrow |E_{αυτ}| = 0,5\cdot 2\,V \Rightarrow |E_{αυτ}| = 1V.$$

Γ3.

Τη στιγμή που η ράβδος ΖΗ έχει ταχύτητα μέτρου υ, το μέτρο της ΗΕΔ από επαγωγή δίνεται από τη σχέση : $E_{επ} = B\ell\upsilon \Rightarrow E_{επ} = \upsilon$. (S.I.) (4)

Η ένταση του ρεύματος υπολογίζεται με τον 2ο κανόνα Kirchhoff :

$$E_{επ} - |E_{αυτ}| - iR = 0 \Leftrightarrow i = \frac{E_{επ} - |E_{αυτ}|}{R} \xrightarrow{(4)} 2t = \upsilon - 1 \Rightarrow \upsilon = 1 + 2t. \text{ (S.I.)} \quad (5)$$

Γ4.

α)

Η σχέση (5) έχει τη μορφή $\upsilon = \upsilon_o + \alpha t$, άρα αντιστοιχεί σε ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα $\upsilon_o = 1\frac{m}{s}$ και επιτάχυνση μέτρου $\alpha = 2\frac{m}{s^2}$.

Στη ράβδο ΖΗ ασκείται δύναμη Laplace, κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω (σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού), μέτρου : $F_L = B\ell i \Rightarrow F_L = 2t$. (S.I.) (6)

Ορίζω θετική φορά προς τα πάνω και εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής (αλγεβρικά) :

$$\Sigma F = m\alpha \Leftrightarrow F - F_L - W = m\alpha \Leftrightarrow F = F_L + m(g + \alpha) \xrightarrow{(6)} F = 2t + 6. \text{ (S.I.)}$$

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s το μέτρο της δύναμης είναι : $F_1 = (2\cdot 2 + 6)$ N = 10 N.

β)

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s η ταχύτητα της ράβδου έχει μέτρο : $\upsilon_1 = (2\cdot 2 + 1)\frac{m}{s} = 5\frac{m}{s}$.

Ο ρυθμός προσφοράς ενέργειας από τη δύναμη $\vec{F}$ στο κύκλωμα τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s είναι η ισχύς της δύναμης την ίδια χρονική στιγμή :

$$\frac{dW_F}{dt} = P_F = F_1\upsilon_1 \Rightarrow \frac{dW_F}{dt} = (10N)\cdot\left(5\frac{m}{s}\right) \Rightarrow \frac{dW_F}{dt} = 50\frac{J}{s}\,(W).$$

γ)

Μέσω της ΗΕΔ αυτεπαγωγής μεταφέρεται ενέργεια στο πηνίο και αποθηκεύεται με τη μορφή ενέργειας μαγνητικού πεδίου.

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\ s$, η ένταση του ρεύματος έχει τιμή $i_1 = 4\ A$.

Ο ρυθμός αποθήκευσης ενέργειας στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου είναι ίσος με την απόλυτη τιμή της ισχύος της ΗΕΔ αυτεπαγωγής στο πηνίο :

$$\frac{dU_B}{dt} = \left|E_{αυτ}\right| i_1 \Rightarrow \frac{dU_B}{dt} = (1V)(4A) \Rightarrow \frac{dU_B}{dt} = 4\frac{J}{s}\,(W).$$

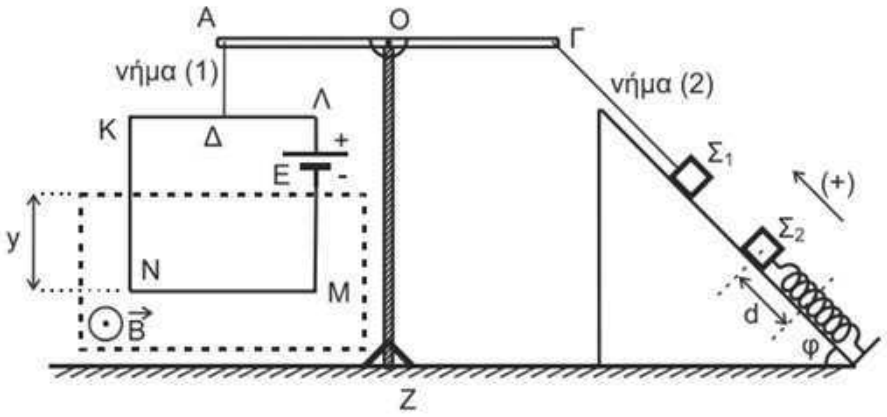
Σχόλιο

Το ερώτημα Γ3 δεν είναι διατυπωμένο σωστά.

Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «Να εκφράσετε το μέτρο της ταχύτητας της ράβδου ΖΗ σε συνάρτηση με το χρόνο» ή «Να βρείτε τη σχέση που συνδέει το μέτρο της ταχύτητας υ της ράβδου ΖΗ με το χρόνο t».

ΘΕΜΑ Δ

Στη διάταξη του παρακάτω σχήματος φαίνεται ένας ζυγός που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση της έντασης ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου.



Το κατακόρυφο στέλεχος ΟΖ του ζυγού είναι στηριγμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Στην κορυφή του έχει αρθρωθεί οριζόντια ομογενής ράβδος ΑΓ στο μέσον της Ο. Από το άκρο Α της ράβδου ΑΓ αναρτάται με τη βοήθεια αβαρούς και μη εκτατού κατακόρυφου μονωτικού νήματος (1), το οποίο συνδέεται στο μέσον Δ της πλευράς ΚΛ, ένα τετράγωνο συρμάτινο και αβαρές πλαίσιο ΚΛΜΝ, πλευράς α = 0,8 m και συνολικής ωμικής αντίστασης R = 2 Ω. Στο πλαίσιο υπάρχει πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης (ΗΕΔ) Ε = 30 V, αμελητέας εσωτερικής αντίστασης και αμελητέου βάρους.

Το πλαίσιο ισορροπεί σε κατακόρυφο επίπεδο και βρίσκεται μερικώς μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στο επίπεδο του πλαισίου με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.

Με αβαρές και μη εκτατό νήμα (2) έχουμε συνδέσει το άκρο Γ της ράβδου με σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 3$ kg το οποίο ισορροπεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσεως $\varphi = 37°$. Η διεύθυνση του νήματος είναι παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο.

Στο κεκλιμένο επίπεδο ισορροπεί και σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1$ kg, δεμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 100 N/m του οποίου ο άξονας είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Όλα τα σώματα της διάταξης ισορροπούν στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα (1) στο άκρο Α της ράβδου.

Μονάδες 4

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο Β της έντασης του μαγνητικού πεδίου.

Μονάδες 4

Μετακινούμε το σώμα Σ_2 προς τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου κατά $d = \frac{9\pi}{100}$ m και το συγκρατούμε σε αυτή τη θέση. Κόβουμε το νήμα (2), και την ίδια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί προς τα πάνω το σώμα Σ_2. Το σώμα Σ_2 εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση με D = k, περνώντας για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το σώμα Σ_1.

Δ3. Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την πλαστική κρούση ακινητοποιείται στιγμιαία.

Μονάδες 7

Δ4. Αν το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την πλαστική κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με D = k, να γράψετε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας του. Να θεωρήσετε ως χρονική στιγμή $t_0 = 0$ τη στιγμή της κρούσης και θετική φορά, τη φορά από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου προς την κορυφή του.

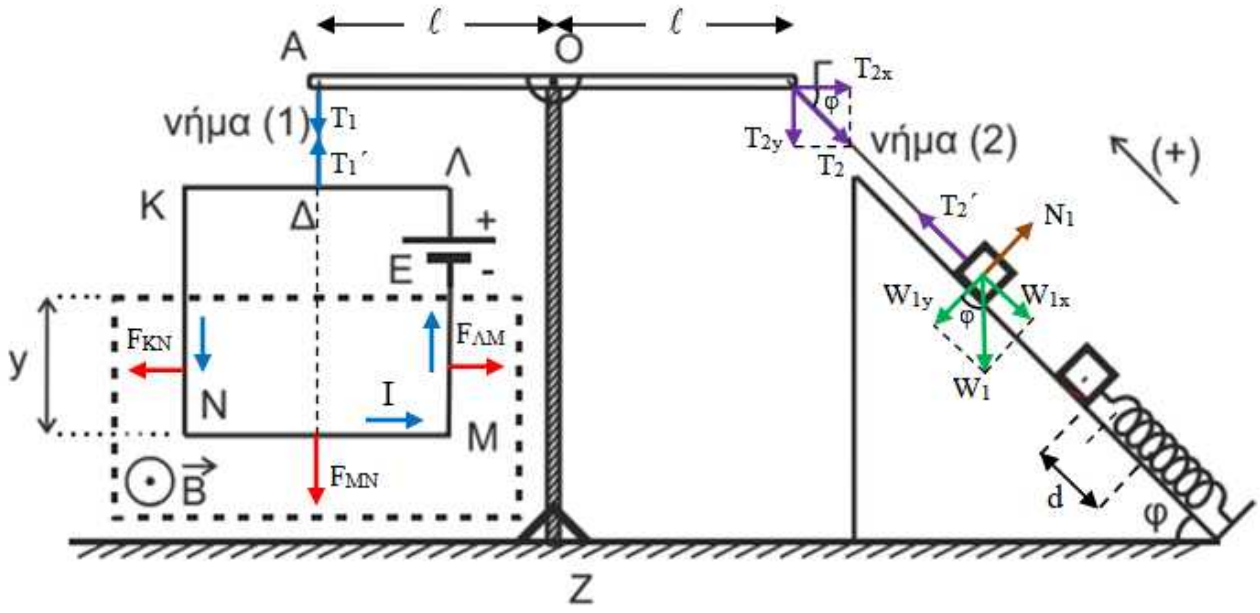
Μονάδες 5

Δ5. Να γράψετε τη σχέση της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με την απομάκρυνση $F_{ελ}$ - x κατά τη διάρκεια ταλάντωσης του συσσωματώματος και να κάνετε τη γραφική της παράσταση σε βαθμονομημένους άξονες.

Μονάδες 5

Να θεωρήσετε ότι:

- η κρούση είναι ακαριαία
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα
- κατά την κρούση, δεν έχουμε απώλεια μάζας
- το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα
- το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι $g = 10\ m/s^2$.



Απάντηση

Δ1.

Σώμα $Σ_1$

Αναλύω το βάρος $\vec{W}_1$ σε κάθετες συνιστώσες $\vec{W}_{1x}$, $\vec{W}_{1y}$ και εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας στον άξονα x :

$$ΣF_x = 0 \Leftrightarrow T_2' - W_{1x} = 0 \Leftrightarrow T_2' = W_{1x} \Leftrightarrow T_2' = m_1 g ημφ \Rightarrow T_2' = (3 \cdot 10 \cdot 0{,}6)\ N \Rightarrow T_2' = 18\ N.$$

Ζυγός

Αφού το νήμα (2) είναι αβαρές, ισχύει : $T_2 = T_2' = 18\ N$.

Αναλύω τη τάση του νήματος $\vec{T}_2$ σε κάθετες συνιστώσες και εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών για τον ζυγό, ως προς τον άξονα περιστροφής :

$$Στ_{(O)} = 0 \Leftrightarrow T_1 ℓ - T_{2y} ℓ = 0 \Leftrightarrow T_1 = T_{2y} \Leftrightarrow T_1 = T_2 ημφ \Rightarrow T_1 = (18N) \cdot 0{,}6 \Rightarrow T_1 = 10{,}8N.$$

Δ2.

Αφού το νήμα (1) είναι αβαρές, ισχύει : $T_1' = T_1 = 10,8\ N$.

Το πλαίσιο ΚΛΜΝ διαρρέεται από συνεχές ρεύμα έντασης $I = \frac{E}{R} \Rightarrow I = \frac{30V}{2\Omega} \Rightarrow I = 15A.$

Στην πλευρά ΜΝ ασκείται δύναμη Laplace, κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω, μέτρου

$F_{MN} = BI\alpha.$ (1)

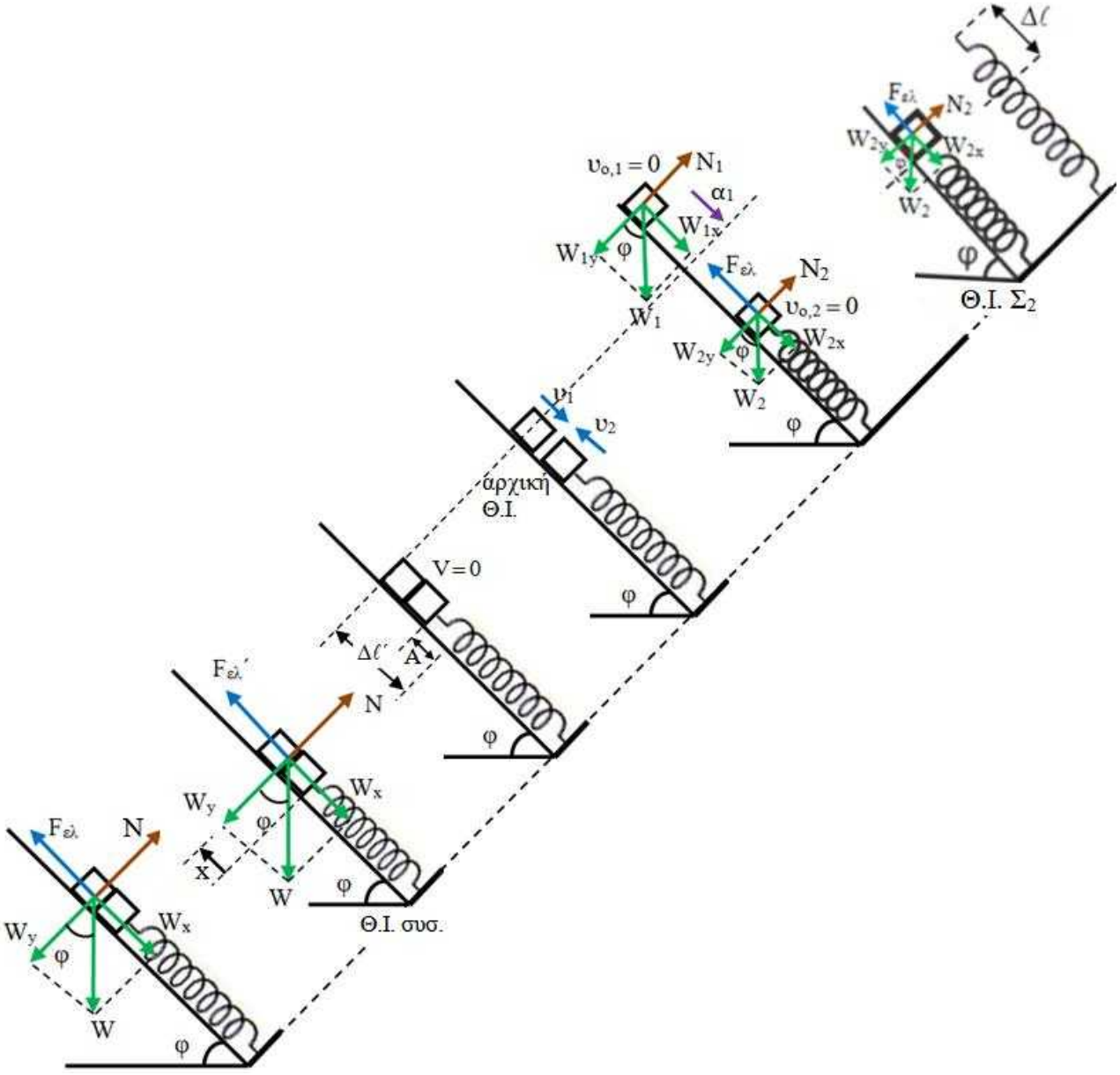
Στις πλευρές ΚΝ, ΛΜ ασκούνται οριζόντιες δυνάμεις Laplace $\vec{F}_{KN}$, $\vec{F}_{\Lambda M}$ αντίθετης κατεύθυνσης και ίσου μέτρου $F_{KN} = F_{\Lambda M} = BIy$. Άρα η συνισταμένη τους είναι μηδενική : $\Sigma F_x = F_{\Lambda M} - F_{KN} = 0$.

Στον άξονα y το πλαίσιο ισορροπεί, άρα ισχύει :

$$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow T_1' - F_{MN} = 0 \Leftrightarrow T_1' = F_{MN} \xrightarrow{(1)} T_1' = BI\alpha \Leftrightarrow B = \frac{T_1'}{I\alpha} \Rightarrow B = \frac{10,8N}{(15A)(0,8m)} \Rightarrow$$

$$B = 0,9T.$$

Δ3.



Σώμα Σ2

Από τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερο μέχρι να συγκρουστεί με το Σ_1, το Σ_2 εκτελεί ΑΑΤ με περίοδο

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}} \Rightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}s} \Rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{10}s = \frac{\pi}{5}s.$$

Τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερο το Σ_2 είναι ακίνητο στην κάτω ακραία θέση της ΑΑΤ, ενώ τη στιγμή που συγκρούεται με το Σ_1 βρίσκεται στη θέση ισορροπίας. Η απόσταση των δύο θέσεων είναι ίση με το πλάτος της ΑΑΤ του Σ_2, δηλαδή : $A_2 = d = \frac{9\pi}{100}m.$

Τη χρονική στιγμή $t = \frac{T_2}{4}$ που διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, η ταχύτητα έχει μέτρο :

$$\upsilon_2 = \upsilon_{max} = \omega_2 A_2 = \frac{2\pi}{T_2}A_2 \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{10}s}\cdot\left(\frac{9\pi}{100}m\right) \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{9\pi}{10}\frac{m}{s}.$$

Σώμα Σ_1

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x (με θετική φορά προς τα κάτω) :

$$\Sigma F_x = m_1\alpha_1 \Leftrightarrow W_{1x} = m_1\alpha_1 \Leftrightarrow m_1 g\eta\mu\varphi = m_1\alpha_1 \Leftrightarrow \alpha_1 = g\eta\mu\varphi \Rightarrow \alpha_1 = 6\frac{m}{s^2}.$$

Μέχρι να συγκρουστεί με το Σ_2, το Σ_1 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_{o,1} = 0$).

Μετά από χρόνο $t = \frac{T_2}{4} = \frac{\pi}{20}s$ έχει ταχύτητα μέτρου : $\upsilon_1 = \alpha_1 t \Rightarrow \upsilon_1 = \left(6\frac{m}{s^2}\right)\left(\frac{\pi}{20}s\right) \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{3\pi}{10}\frac{m}{s}.$

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής για την πλαστική κρούση (θετική φορά προς τα κάτω) :

$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)V \Leftrightarrow V = \frac{m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow$$

$$V = \frac{3\cdot\frac{3\pi}{10} - 1\cdot\frac{9\pi}{10}}{3+1}\frac{m}{s} \Rightarrow V = 0\frac{m}{s}.$$

Δ4.

Στην αρχική θέση ισορροπίας του Σ_2, το ελατήριο έχει συμπιεστεί κατά $\Delta\ell$. Ισχύει :

$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F_{ελ} - W_{2x} = 0 \Leftrightarrow k(\Delta\ell) = m_2 g\eta\mu\varphi \Leftrightarrow \Delta\ell = \frac{m_2 g\eta\mu\varphi}{k} \Rightarrow \Delta\ell = \frac{1\cdot 10\cdot 0,6}{100}m \Rightarrow \Delta\ell = 6\cdot 10^{-2}\,m.$$

Στη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ του συσσωματώματος, το ελατήριο έχει συμπιεστεί κατά $\Delta\ell'$. Ισχύει :

$$\Sigma F_x' = 0 \Leftrightarrow F_{ελ}' - W_x = 0 \Leftrightarrow k(\Delta\ell') = (m_1 + m_2)g\eta\mu\varphi \Leftrightarrow \Delta\ell' = \frac{(m_1 + m_2)g\eta\mu\varphi}{k} \Rightarrow$$

$$\Delta\ell' = \frac{4\cdot 10\cdot 0,6}{100}m \Rightarrow \Delta\ell' = 24\cdot 10^{-2}\,m.$$

Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα είναι (στιγμιαία) ακίνητο, άρα η θέση της κρούσης είναι η πάνω ακραία θέση της ΑΑΤ του συσσωματώματος.

Το πλάτος της ΑΑΤ του συσσωματώματος είναι :

$A = \Delta\ell' - \Delta\ell = 24\cdot10^{-2}\,m - 6\cdot10^{-2}\,m \Rightarrow A = 18\cdot10^{-2}\,m.$

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ του συσσωματώματος είναι :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{4}\frac{rad}{s}} = \sqrt{25}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 5\frac{rad}{s}.$$

Η εξίσωση της ΑΑΤ του συσσωματώματος έχει τη γενική μορφή : $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$. (2)

Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση $x = +A$.

$$(2) \xrightarrow[t=0]{x=A} A = A\eta\mu\varphi_o \Leftrightarrow \eta\mu\varphi_o = 1 \Leftrightarrow \varphi_o = \frac{\pi}{2}.$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές στη σχέση (2) προκύπτει η εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ του συσσωματώματος : $x = 0{,}18\eta\mu\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$. (S.I.)

Δ5.

Έστω ότι το συσσωμάτωμα βρίσκεται πάνω από τη θέση ισορροπίας, σε απόσταση x από αυτή.

Η συνισταμένη δύναμη στη θέση αυτή είναι η δύναμη επαναφοράς, άρα :

$\Sigma F_x = -kx \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} - W_x = -kx \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} = W_x - kx \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} = (m_1 + m_2)g\eta\mu\varphi - kx \Rightarrow$

$F_{\varepsilon\lambda} = 24 - 100x$. (S.I.) (3)

Για $x = 0 \xrightarrow{(3)} F_{\varepsilon\lambda} = 24$ N.

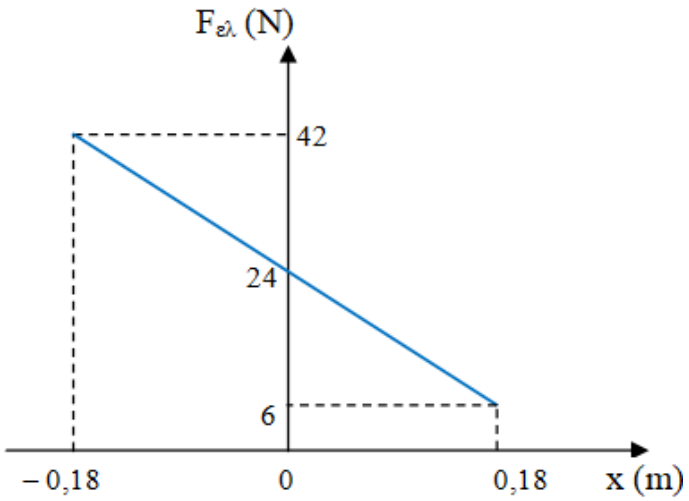
Για $x = +A = +0{,}18$ m $\xrightarrow{(3)}$

$F_{\varepsilon\lambda} = (24 - 18) = 6$ N.

Για $x = -A = -0{,}18$ m $\xrightarrow{(3)}$

$F_{\varepsilon\lambda} = (24 + 18) = 42$ N.

Το διάγραμμα της σχέσης (3) φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Σχόλιο

Η διατύπωση : «Οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο» δεν είναι σωστή.

Το μαγνητικό πεδίο είναι περιοχή του χώρου και δεν έχει κατεύθυνση.

Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου είναι οριζόντια (οι δυναμικές γραμμές είναι οριζόντιες).

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΤΡΙΤΗ 12 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2023
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΟΚΤΩ (8)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Η ενοποιημένη ηλεκτρομαγνητική θεωρία του Maxwell ερμήνευσε με επιτυχία:

α) το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο.
β) το φαινόμενο της σκέδασης Compton.
γ) την ύπαρξη ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων ως μηχανισμού διάδοσης της ενέργειας του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου στο χώρο.
δ) την ακτινοβολία του μέλανος σώματος.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : γ)

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 226 (Εισαγωγή).

Α2. Για να υπολογίσουμε το μέτρο της έντασης του ομογενούς μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό σωληνοειδούς απείρου μήκους, το οποίο διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης, εφαρμόζοντας το νόμο του Ampère, λαμβάνουμε ως κλειστή διαδρομή:

α) μια κατάλληλη κυκλική διαδρομή κάθετη στον άξονα του σωληνοειδούς.

β) μια κατάλληλη διαδρομή σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου με το επίπεδό του κάθετο στον άξονα του σωληνοειδούς.

γ) μια κατάλληλη ελλειπτική διαδρομή κάθετη στον άξονα του σωληνοειδούς.

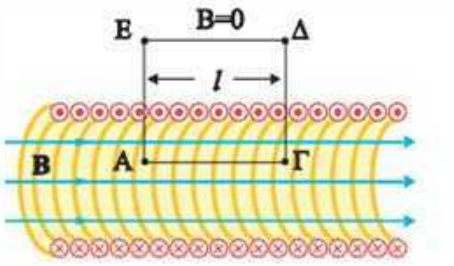
δ) μια κατάλληλη διαδρομή σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου με το επίπεδό της να περιέχει τον άξονα του σωληνοειδούς.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : δ).

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Β, σελίδα 153.



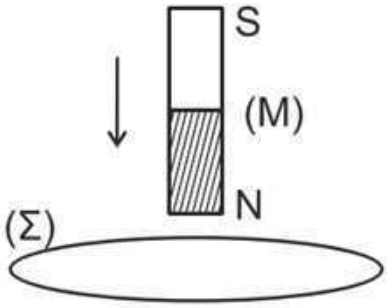
Σχ. 4.10 Εφαρμόζουμε το νόμο του Ampère στη διαδρομή ΑΓΔΕΑ.

Σχόλιο

Όπως φαίνεται στο σχήμα του σχολικού βιβλίου (τεύχος Β, σελίδα 153) η ορθογώνια διαδρομή δεν είναι απαραίτητο να περιέχει τον άξονα του σωληνοειδούς, αρκεί η μία πλευρά της να είναι παράλληλη προς τον άξονα.

Α3. Κατακόρυφος ραβδόμορφος μαγνήτης (Μ) πέφτει κατακόρυφα κατά μήκος του άξονα μιας αγώγιμης κυκλικής στεφάνης (Σ) που είναι ακλόνητα στερεωμένη σε οριζόντιο επίπεδο. Καθώς ο μαγνήτης πλησιάζει στην στεφάνη, η μαγνητική ροή που διέρχεται από τη στεφάνη:

α) αυξάνεται.
β) ελαττώνεται.
γ) παραμένει σταθερή.
δ) αρχικά ελαττώνεται και στη συνέχεια αυξάνεται.

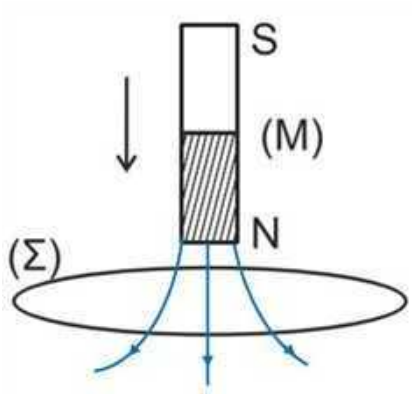


Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : α).

Καθώς πλησιάζει ο μαγνήτης αυξάνεται ο αριθμός των δυναμικών γραμμών που διέρχονται από την επιφάνεια της στεφάνης, άρα αυξάνεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από αυτή.



Α4. Κατά μήκος δύο όμοιων χορδών 1 και 2, μεταδίδονται δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα χωρίς απώλειες ενέργειας. Αν το κύμα στη χορδή 1 έχει διπλάσια συχνότητα και τριπλάσιο πλάτος από το κύμα στη χορδή 2, τότε:

α) η ταχύτητα διάδοσης των δύο κυμάτων στις δύο χορδές είναι ίδια.

β) το μήκος κύματος του κύματος στη χορδή 2 είναι ίδιο με το μήκος κύματος του κύματος στη χορδή 1.

γ) η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σωματιδίων της χορδής 1 είναι ίδια με τη μέγιστη ταχύτητα των σωματιδίων της χορδής 2.

δ) η μέγιστη επιτάχυνση ταλάντωσης των σωματιδίων της χορδής 1 είναι ίδια με τη μέγιστη ταχύτητα των σωματιδίων της χορδής 2.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Σωστό.

Η ταχύτητα διάδοσης ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος σε ένα γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσο εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του μέσου διάδοσης.

Αφού οι δύο χορδές είναι όμοιες, η ταχύτητα διάδοσης των δύο εγκάρσιων αρμονικών κυμάτων σε αυτές είναι ίδια.

β) Λάθος.

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής στις δύο χορδές :

$$\left.\begin{matrix}\upsilon = \lambda_1 f_1 \\ \upsilon = \lambda_2 f_2\end{matrix}\right\} \Rightarrow \lambda_1 f_1 = \lambda_2 f_2 \xrightarrow{f_1 = 2f_2} \lambda_1 \cdot 2f_2 = \lambda_2 f_2 \Leftrightarrow \lambda_2 = 2\lambda_1 .$$

γ) Λάθος.

Ισχύουν οι σχέσεις :

$$\left.\begin{matrix}\upsilon_{max(1)} = 2\pi f_1 A_1 \\ \upsilon_{max(2)} = 2\pi f_2 A_2\end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{\upsilon_{max(1)}}{\upsilon_{max(2)}} = \frac{f_1 A_1}{f_2 A_2} = \frac{2f_2 \cdot 3A_2}{f_2 A_2} = 6 \Rightarrow \upsilon_{max(1)} = 6\upsilon_{max(2)} .$$

δ) Λάθος.

Ισχύουν οι σχέσεις :

$$\left.\begin{matrix}\alpha_{max(1)} = 4\pi^2 f_1^2 A_1 \\ \alpha_{max(2)} = 4\pi^2 f_2^2 A_2\end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{\alpha_{max(1)}}{\alpha_{max(2)}} = \frac{f_1^2 A_1}{f_2^2 A_2} = \frac{4f_2^2 \cdot 3A_2}{f_2^2 A_2} = 12 \Rightarrow \alpha_{max(1)} = 12\alpha_{max(2)} .$$

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Όσο μεγαλύτερος είναι ο μέσος χρόνος ζωής Δt μιας διεγερμένης ατομικής στάθμης, τόσο μεγαλύτερη θα είναι και η αβεβαιότητα ΔΕ για την ενέργειά της.

β) Η τάση αποκοπής σε φωτοκύτταρο είναι ανεξάρτητη από την ένταση της ακτινοβολίας.

γ) Η απότομη επιβράδυνση των ηλεκτρονίων, όταν προσπίπτουν στην επιφάνεια ενός μετάλλου είναι η μοναδική αιτία εκπομπής ακτίνων Χ από την μεταλλική επιφάνεια.

δ) Παράλληλοι αγωγοί που διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα απωθούνται.

ε) Επειδή η ελκτική δύναμη που δέχεται η Γη από τον Ήλιο έχει φορέα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της, η στροφορμή της Γης παραμένει σταθερή.

Μονάδες 5

Απάντηση.

α) Λάθος.

Μία άλλη διατύπωση της αρχής της αβεβαιότητας του Heisenberg είναι η $\boxed{\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}}$.

Η αβεβαιότητα στη μέτρηση της ενέργειας μιας κατάστασης ενός συστήματος είναι αντίστροφα ανάλογη με τον χρόνο που το σύστημα παραμένει σ' αυτή την κατάσταση.
(Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 238).

β) Σωστό

Η τάση αποκοπής V_o είναι η τάση που πρέπει να εφαρμοστεί μεταξύ ανόδου – καθόδου με ανάστροφη πολικότητα [(+) στην κάθοδο, (–) στην άνοδο], ώστε τα ηλεκτρόνια με τη μέγιστη κινητική ενέργεια K_{max} να φτάνουν στην άνοδο με μηδενική κινητική ενέργεια. Επομένως, ισχύει : $eV_o = K_{max}$. (1)
Εφαρμόζω τη φωτοηλεκτρική εξίσωση :

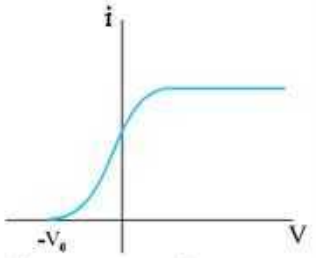
$$K_{max} = hf - \varphi \xrightarrow{(1)} eV_o = hf - \varphi \Leftrightarrow V_o = \frac{hf}{e} - \frac{\varphi}{e}.$$

Άρα, η τάση αποκοπής V_o εξαρτάται από τη συχνότητα της ακτινοβολίας και από τη φύση του μετάλλου της καθόδου, αλλά δεν εξαρτάται από την ένταση της ακτινοβολίας.

Σχόλια

1) Στο σχολικό βιβλίο (τεύχος Γ, σελίδα 230) υπάρχει αναφορά στην τάση αποκοπής V_o, χωρίς όμως να αναφέρεται από ποιους παράγοντες εξαρτάται η τάση αποκοπής.
2) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι πρόκειται για **μονοχρωματική** ακτινοβολία.

Το διάγραμμα 7.4 παριστάνει την ένταση του ρεύματος σε συνάρτηση με την τάση μεταξύ ανόδου καθόδου στο κύκλωμα του σχήματος 7.3. Παρατηρήστε ότι για τάση μηδέν έχουμε ρεύμα, που σημαίνει ότι τα φωτοηλεκτρόνια εξέρχονται από την κάθοδο με κινητική ενέργεια που τους επιτρέπει να κινηθούν μέχρι την άνοδο. Ρεύμα έχουμε και για τάσεις λίγο μικρότερες από το μηδέν. Τάση αρνητική, εδώ, σημαίνει ότι η άνοδος έχει μικρότερο δυναμικό από την κάθοδο. Στην περίπτωση αυτή το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ ανόδου - καθόδου παρεμποδίζει τα ηλεκτρόνια που εξέρχονται από την κάθοδο να φτάσουν στην άνοδο. Εφόσον για κάποιες αρνητικές τιμές της τάσης έχουμε ρεύμα, η κινητική ενέργεια ορισμένων ηλεκτρονίων, όταν εξέρχονται από την κάθοδο, είναι αρκετά μεγάλη ώστε να υπερνικήσουν το αντιτιθέμενο ηλεκτρικό πεδίο και να φτάσουν στην άνοδο. Η τάση (V_0) στην οποία διακόπτεται το ρεύμα ονομάζεται **τάση αποκοπής**.



Διάγραμμα της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με την τάση στο φωτοκύτταρο.
Σχήμα 7-4.

γ) Λάθος.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 232.

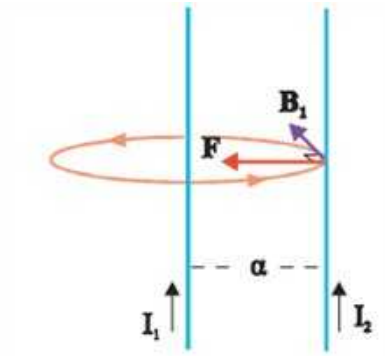
δ) Λάθος.

Με τον κανόνα των τριών δακτύλων, βρίσκουμε ότι η δύναμη **F2** κατευθύνεται προς τον πρώτο αγωγό. Με ανάλογο τρόπο βρίσκουμε και τη δύναμη **F1** που ασκεί ο δεύτερος αγωγός σε τμήμα μήκους l του πρώτου. Η δύναμη αυτή είναι αντίθετη της **F2**.

Όταν λοιπόν **οι αγωγοί διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα έλκονται.**

Όταν τα ρεύματα είναι αντίρροπα οι αγωγοί απωθούνται.

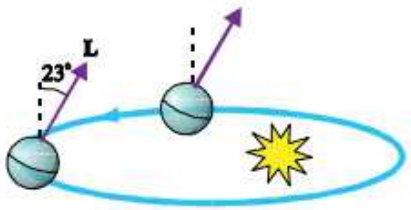
(Σχολικό βιβλίο, τεύχος Β, σελίδα 165)



ε) Σωστό.

Για παράδειγμα, κατά την περιστροφή της Γης γύρω από τον εαυτό της (ιδιοπεριστροφή), επειδή η ελκτική δύναμη που δέχεται από τον Ήλιο δεν δημιουργεί ροπή, αφού ο φορέας της διέρχεται από το κέντρο μάζας της, η στροφορμή της Γης παραμένει σταθερή.

(σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 126).



Σχόλιο

Εκτός από την στροφορμή λόγω της ιδιοπεριστροφής, η Γη έχει στροφορμή λόγω της περιφοράς γύρω από τον Ήλιο (τροχιακή στροφορμή).

Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει σε ποια από τις δύο στροφορμές αναφέρεται.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένα φωτόνιο προσπίπτει σε ελεύθερο ηλεκτρόνιο με μάζα m το οποίο θεωρείται αρχικά ακίνητο. Μετά την κρούση το σκεδαζόμενο φωτόνιο έχει αυξημένο μήκος κύματος σε σχέση με το προσπίπτον κατά $\Delta\lambda=\frac{2h}{mc}$, όπου h η σταθερά του Planck, m η μάζα του ηλεκτρονίου και c η ταχύτητα του φωτός.

α) **i.** Το σκεδαζόμενο φωτόνιο θα κινείται σε κατεύθυνση που σχηματίζει γωνία 90° με εκείνη του προσπίπτοντος.

ii. Το σκεδαζόμενο φωτόνιο θα κινείται σε κατεύθυνση που σχηματίζει γωνία 0° με εκείνη του προσπίπτοντος.

iii. Το σκεδαζόμενο φωτόνιο θα κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση από εκείνη του προσπίπτοντος.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδα 1) και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 2).

(Μονάδες 3)

β) Το μέτρο της ορμής του ανακρουόμενου ηλεκτρονίου είναι ίσο με

i. το άθροισμα των μέτρων των ορμών του προσπίπτοντος και του σκεδαζόμενου φωτονίου.

ii. τη διαφορά των μέτρων των ορμών του προσπίπτοντος και του σκεδαζόμενου φωτονίου.

iii. την τετραγωνική ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων των μέτρων των ορμών του προσπίπτοντος και του σκεδαζόμενου φωτονίου.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδα 1) και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 5).

(Μονάδες 6)

Δίνονται: συν0° = 1, συν90° = 0, συν180° = -1

Μονάδες 9

Απάντηση

α)

Σωστή απάντηση : iii.

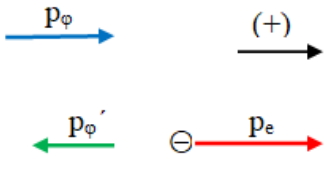
Έστω φ η γωνία που σχηματίζει η κατεύθυνση του προσπίπτοντος φωτονίου με την κατεύθυνση του σκεδαζόμενου.

Εφαρμόζω την εξίσωση Compton για τη σκέδαση του φωτονίου :

$$\Delta\lambda=\frac{h}{mc}(1-\text{συν}\varphi) \Rightarrow \frac{2h}{mc}=\frac{h}{mc}(1-\text{συν}\varphi) \Leftrightarrow 1-\text{συν}\varphi=2 \Leftrightarrow \text{συν}\varphi=-1 \Leftrightarrow \varphi=180^{o}.$$

β)

Σωστή απάντηση : i).



Η ορμή του συστήματος φωτονίου – ηλεκτρονίου διατηρείται σταθερή :

$$\vec{p}_{\text{ολ(πριν)}}=\vec{p}_{\text{ολ(μετά)}} \Leftrightarrow \vec{p}_{\varphi}=\vec{p}_{\varphi}{}'+\vec{p}_{e} \Leftrightarrow \vec{p}_{e}=\vec{p}_{\varphi}-\vec{p}_{\varphi}{}'. \quad (1)$$

Αφού τα διανύσματα $\vec{p}_{e}, \vec{p}_{\varphi}, \vec{p}_{\varphi}{}'$ έχουν ίδια διεύθυνση (σχήμα), ορίζω σαν θετική τη φορά της $\vec{p}_{\varphi}$ και εφαρμόζω τη σχέση αλγεβρικά : $\left|\vec{p}_{e}\right|=\left|\vec{p}_{\varphi}\right|-\left(-\left|\vec{p}_{\varphi}{}'\right|\right) \Leftrightarrow \left|\vec{p}_{e}\right|=\left|\vec{p}_{\varphi}\right|+\left|\vec{p}_{\varphi}{}'\right|$.

B2. Ένα διαπασών (δ_1) που λειτουργεί σαν σημειακή ηχητική πηγή, βρίσκεται ακίνητο μπροστά σε λείο κατακόρυφο τοίχο στο σημείο Α. Το διαπασών εκπέμπει ήχο συχνότητας $f_1 = 425$ Hz. Ανάμεσα στο διαπασών και στον τοίχο υπάρχει σημειακός ευαίσθητος δέκτης, ο οποίος μπορεί να μετακινείται ελεύθερα πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ που συνδέει κάθετα το διαπασών με το σημείο Β του τοίχου. Ο δέκτης καταγράφει μέγιστη ένταση ήχου όταν διέρχεται από δυο διαδοχικές θέσεις του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ, που απέχουν μεταξύ τους 0,4 m.

Αντικαθιστούμε το διαπασών (δ_1) με άλλο (δ_2) το οποίο εκπέμπει ήχο άγνωστης συχνότητας f_2. Διαπιστώνουμε τώρα ότι όταν ο δέκτης διέρχεται από δύο διαδοχικές θέσεις του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ, που απέχουν μεταξύ τους 1 m, καταγράφει μηδενική ένταση ήχου.

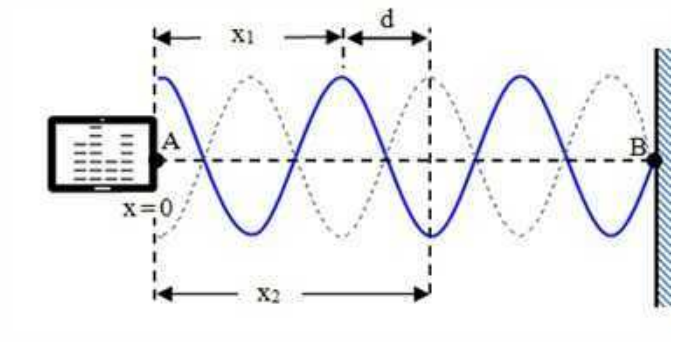
Η συχνότητα f_2 του ήχου που εκπέμπει το διαπασών (δ_2) είναι:

i. $f_2 = 170$Hz **ii.** $f_2 = 212,5$Hz **iii.** $f_2 = 1062,5$Hz

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση



Έστω υ το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης του ήχου στον αέρα και λ το μήκος κύματος.

Από την εξίσωση της κυματικής, προκύπτει :

$$\upsilon = \lambda f \Leftrightarrow \lambda = \frac{\upsilon}{f}. \quad (1)$$

Το αρμονικό ηχητικό κύμα που παράγει η πηγή ανακλάται στον τοίχο και επιστρέφοντας συμβάλλει με το αρχικό, οπότε σχηματίζεται στάσιμο.

Η απόσταση δύο διαδοχικών σημείων της ευθείας ΑΒ στα οποία συμβαίνει ενίσχυση (μέγιστο έντασης) ή απόσβεση (μηδενική ένταση) είναι :

$$d = \frac{\lambda}{2} \xrightarrow{(1)} d = \frac{\upsilon}{2f}. \quad (2)$$

Εφαρμόζω την εξίσωση (2) σε κάθε περίπτωση.

<u>1η περίπτωση</u>

$$d_1 = \frac{\upsilon}{2f_1} \Leftrightarrow \upsilon = 2d_1 f_1. \quad (3)$$

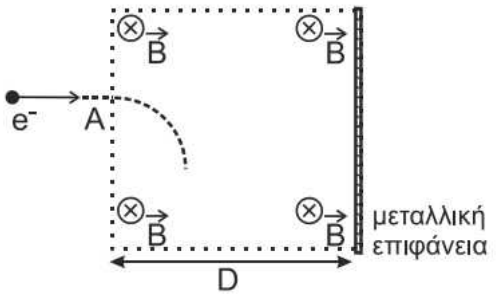
Σωστή απάντηση : i.

<u>2η περίπτωση</u>

$$d_2 = \frac{\upsilon}{2f_2} \Leftrightarrow \upsilon = 2d_2 f_2. \quad (4)$$

$$(3),\ (4) \Rightarrow 2d_1 f_1 = 2d_2 f_2 \Leftrightarrow f_2 = \frac{d_1 f_1}{d_2} \Rightarrow f_2 = \frac{0,4 \cdot 425}{1}\text{Hz} \Rightarrow f_2 = 170\,\text{Hz}.$$

B3. Ηλεκτρόνιο μάζας m και φορτίου (-e) με κινητική ενέργεια K κατευθύνεται προς μεταλλική επιφάνεια που είναι τοποθετημένη κάθετα στη διεύθυνση κίνησης του ηλεκτρονίου. Μπροστά από την επιφάνεια υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$, με τις δυναμικές του γραμμές να είναι παράλληλες στην μεταλλική επιφάνεια και κάθετες στο επίπεδο της σελίδας. Το εύρος του μαγνητικού πεδίου είναι D.



Αν το ηλεκτρόνιο εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο σε σημείο A κάθετα στις δυναμικές γραμμές του, όπως φαίνεται στο σχήμα, η ελάχιστη τιμή της έντασης B του μαγνητικού πεδίου έτσι ώστε το ηλεκτρόνιο να μην προσκρούσει στην μεταλλική επιφάνεια είναι

i. $B=\dfrac{\sqrt{2mK}}{|e|D}$ ii. $B=\dfrac{D}{|e|}\sqrt{\dfrac{m}{2K}}$ iii. $B=\dfrac{\sqrt{mK}}{|e|D}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

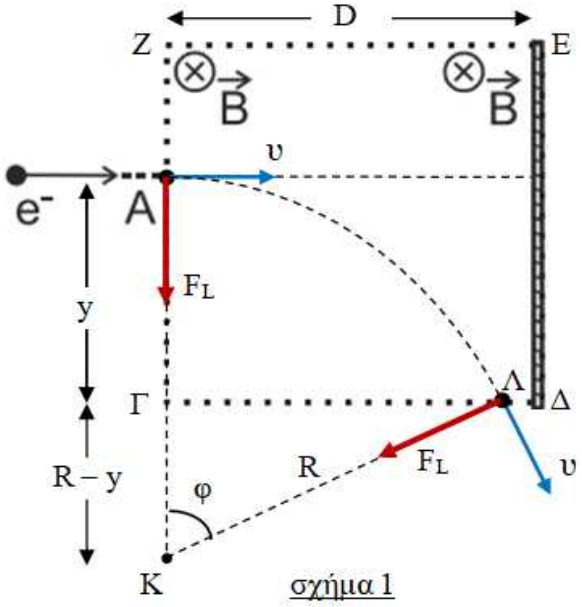
Μονάδες 6

Απάντηση

Από τη σχέση της κινητικής ενέργειας προκύπτει το μέτρο της ταχύτητας του ηλεκτρονίου :

$$K=\frac{1}{2}m\upsilon^2 \Leftrightarrow \upsilon^2=\frac{2K}{m} \Leftrightarrow \upsilon=\sqrt{\frac{2K}{m}}. \quad (1)$$

Από τη στιγμή που εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο, το ηλεκτρόνιο δέχεται την επίδραση δύναμης Lorentz $\vec{F}_L$ (κάθετης στην ταχύτητα και στις δυναμικές γραμμές). Η δύναμη Lorentz είναι η κεντρομόλος δύναμη που αναγκάζει το ηλεκτρόνιο να διαγράψει κυκλικό τόξο ακτίνας R. Ισχύει :



σχήμα 1

$$F_L=F_\kappa \Leftrightarrow |e|B\upsilon=m\frac{\upsilon^2}{R} \Leftrightarrow |e|B=m\frac{\upsilon}{R} \Leftrightarrow$$

$$R=\frac{m\upsilon}{|e|B} \xrightarrow{(1)} R=\frac{m\sqrt{\frac{2K}{m}}}{|e|B} \Leftrightarrow R=\frac{\sqrt{2mK}}{|e|B}. \quad (2)$$

Υποθέτω ότι το ηλεκτρόνιο εξέρχεται από το πεδίο από σημείο Λ, χωρίς να προσκρούσει στην πλάκα.

Το κέντρο K του κυκλικού τόξου που διαγράφει βρίσκεται στην προέκταση της ΖΓ (σχήμα 1).

Έστω $(A\Gamma)=y$ η απόσταση του σημείου εισόδου A από την πλευρά ΓΔ της τομής του πεδίου.

Για την απόσταση (ΓΛ) ισχύει : $(\Gamma\Lambda)=\sqrt{R^2-(R-y)^2} \Rightarrow (\Gamma\Lambda)=\sqrt{y(2R-y)}$. (3)

Για να μην προσκρούσει το ηλεκτρόνιο στην πλάκα, πρέπει να ισχύει :

$$(\Gamma\Lambda) \le D \xrightarrow{(3)} \sqrt{y(2R-y)} \le D \Leftrightarrow 2Ry - y^2 \le D^2 \Leftrightarrow 2Ry \le y^2 + D^2. \qquad (4)$$

Αφού $y \neq 0$, η σχέση (4) γράφεται :

$$R \le \frac{y^2 + D^2}{2y} \xrightarrow{(2)} \frac{\sqrt{2mK}}{|e|B} \le \frac{y^2 + D^2}{2y} \Leftrightarrow B \ge \frac{2y\sqrt{2mK}}{|e|(y^2 + D^2)}. \qquad (5)$$

Η σχέση (4) πρέπει να ισχύει για κάθε τιμή της απόστασης $y \neq 0$.

- Αν $y = d = \text{σταθερή} \xrightarrow{(5)} B \ge \frac{2d\sqrt{2mK}}{|e|(d^2 + D^2)} \Rightarrow B_{min} = \frac{2d\sqrt{2mK}}{|e|(d^2 + D^2)}.$

- Αν η θέση του σημείου Α μπορεί να μεταβάλλεται (δεν το αναφέρει η εκφώνηση) τότε θα μεταβάλλεται και η απόσταση y.

Θεωρώ την παράσταση : $\Pi = \frac{2y\sqrt{2mK}}{|e|(y^2 + D^2)}.$ (6)

Αντικαθιστώ : $\frac{2y}{y^2 + D^2} = x \xrightarrow{(6)} \Pi = x \cdot \frac{\sqrt{2mK}}{|e|}.$ (7)

Από τη σχέση $\frac{2y}{y^2 + D^2} = x$, προκύπτει : $2y = xy^2 + xD^2 \Leftrightarrow xy^2 - 2y + xD^2 = 0.$ (8)

Αφού η απόσταση y είναι πραγματικός αριθμός, πρέπει να ισχύει :

$$\Delta \ge 0 \Leftrightarrow (-2)^2 - 4x^2D^2 \ge 0 \Leftrightarrow 4x^2D^2 \le 4 \Leftrightarrow x^2 \le \frac{1}{D^2} \xrightarrow{x>0} x \le \frac{1}{D} \Rightarrow x_{max} = \frac{1}{D}. \qquad (9)$$

Για $x = x_{max} = \frac{1}{D}$, η εξίσωση (8) έχει διπλή ρίζα : $y = \frac{1}{x_{max}} \xrightarrow{(9)} y = D.$

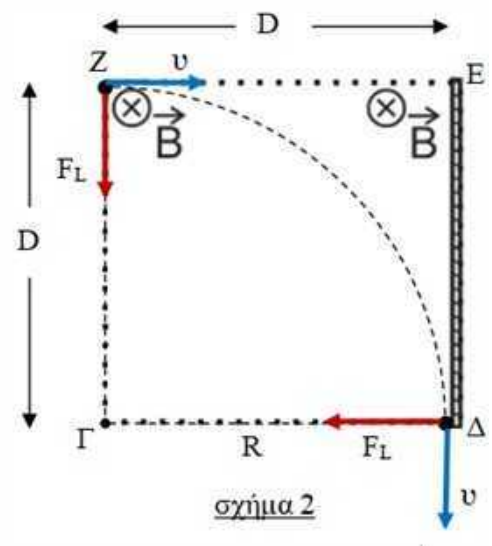
Στην περίπτωση αυτή το ηλεκτρόνιο εισέρχεται στο πεδίο από την κορυφή Z της τομής του μαγνητικού πεδίου και όχι από ένα σημείο Α της ΖΓ (όπως δείχνει το σχήμα της εκφώνησης).

Για $y = D \xrightarrow{(5)} B \ge \frac{2D\sqrt{2mK}}{|e|(2D^2)} \Leftrightarrow B \ge \frac{\sqrt{2mK}}{|e|D} \Rightarrow B_{min} = \frac{\sqrt{2mK}}{|e|D}.$

Σημείωση : Η προηγούμενη ανάλυση βασίστηκε στο σχήμα της εκφώνησης που δείχνει ότι η τομή του μαγνητικού πεδίου είναι τετράγωνο.

Σχόλιο

Από το σχήμα της εκφώνησης φαίνεται ότι η κάθετη τομή του μαγνητικού πεδίου είναι τετράγωνο πλευράς D και το ηλεκτρόνιο εισέρχεται από σημείο Α της ΖΓ, με (ΑΓ) < D.



σχήμα 2

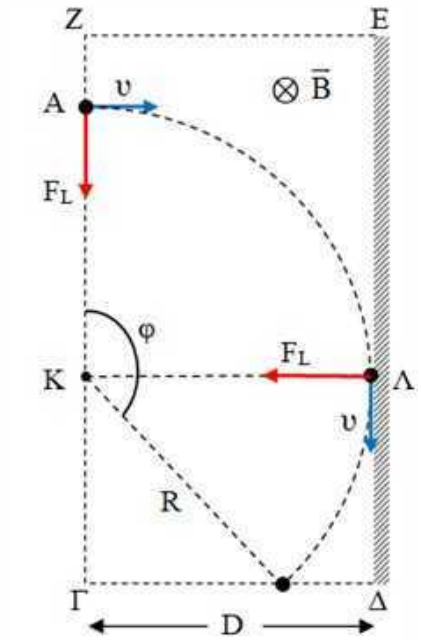
Για να εξέλθει από το σημείο Δ με την ταχύτητα παράλληλη προς την πλάκα, πρέπει η είσοδος να γίνει από την κορυφή Ζ, ώστε να διαγράψει τεταρτοκύκλιο ακτίνας R = D (σχήμα 2).

Αν η κάθετη τομή του μαγνητικού πεδίου είναι ορθογώνιο ΓΔΕΖ πλάτους D και μεγάλου μήκους (σχήμα 3), τότε [εφόσον (ΑΓ) ≥ D] το ηλεκτρόνιο διαγράφει κυκλικό τόξο ακτίνας R, με επίκεντρη γωνία $\varphi \geq 90^o$ (σχήμα 3).

Στην περίπτωση αυτή, για να μη χτυπήσει στην πλάκα, πρέπει να ισχύει :

$$R \leq D \xrightarrow{(2)} \frac{\sqrt{2mK}}{|e|B} \leq D \Leftrightarrow B \geq \frac{\sqrt{2mK}}{|e|D} \Rightarrow B_{min} = \frac{\sqrt{2mK}}{|e|D},$$

δηλαδή προκύπτει η απάντηση i).



σχήμα 3

Επομένως, **θα έπρεπε η εκφώνηση να έχει της εξής διατύπωση :**
« . . . η κάθετη τομή του μαγνητικού πεδίου είναι τετράγωνο ΑΓΔΕ πλευράς D και το ηλεκτρόνιο εισέρχεται από την κορυφή Α
[ή ορθογώνιο ΓΔΕΖ πλάτους D, μεγάλου μήκους και το ηλεκτρόνιο εισέρχεται από σημείο Α της ΓΖ, σε απόσταση (ΑΓ) ≥ D] . . . ».

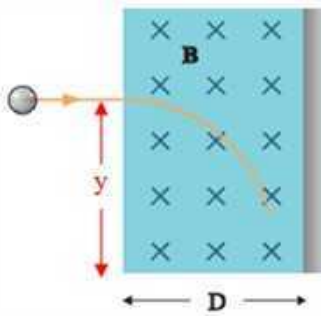
Συμπέρασμα

Η ερώτηση είναι λανθασμένη γιατί έχει ελλιπή δεδομένα και παραπλανητικό σχήμα.
Με βάση το σχήμα της εκφώνησης, καμία από τις απαντήσεις που δίνονται δεν είναι σωστή.

Παρατήρηση

Η ερώτηση 4.3 είναι παρόμοια με την άσκηση 4.46 του σχολικού βιβλίου (τεύχος Β, σελίδα 176), με δύο βασικές διαφορές :

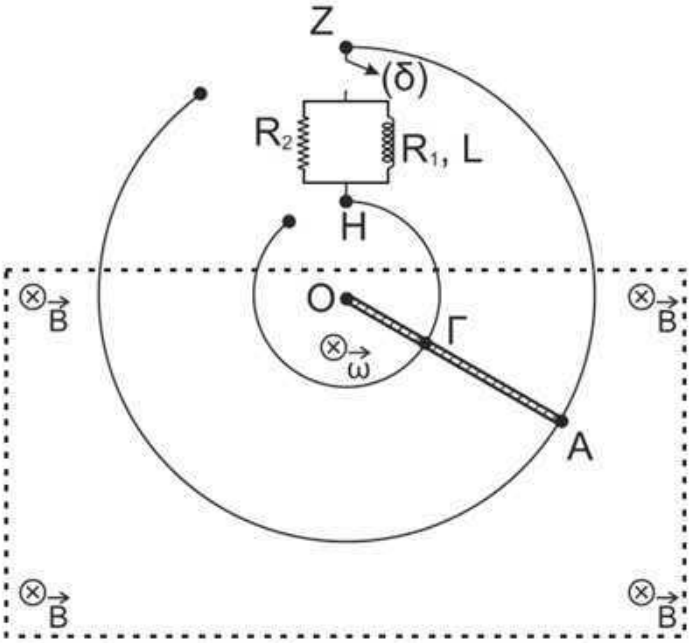
1) Η εκφώνηση του βιβλίου δεν αναφέρει ότι η δέσμη ηλεκτρονίων εισέρχεται στο πεδίο από (ορισμένο) σημείο Α,
2) Η απόσταση y του σημείου εισόδου είναι (περίπου) ίση με D (y ≅ D), άρα τα ηλεκτρόνια μπορούν να διαγράψουν τεταρτοκύκλια ακτίνας R = D και να εξέλθουν εφαπτομενικά, με την ταχύτητα παράλληλη προς την πλάκα.



Επομένως, η απάντηση του βιβλίου μπορεί (υπό προϋποθέσεις) να θεωρηθεί σωστή.

ΘΕΜΑ Γ

Η μεταλλική ράβδος ΟΑ περιστρέφεται κατά τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ μέτρου ω = 2 rad/s σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Ο. Κατά τη διάρκεια της περιστροφής ο αγωγός εφάπτεται σε κυκλικούς αγώγιμους οδηγούς ακτίνων (ΟΑ) = ℓ_1 = 0,4 m και (ΟΓ) = ℓ_2 = 0,2 m. Οι κυκλικοί οδηγοί, τα σύρματα σύνδεσης και ο αγωγός ΟΑ έχουν αμελητέα ωμική αντίσταση.
Ο διακόπτης (δ) αρχικά είναι ανοιχτός. Το μέτρο της έντασης του ομογενούς μαγνητικού πεδίου είναι ίσο με Β = 1 Τ και η φορά της από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.



Γ1. Να αποδείξετε ότι η τάση $V_{Aγ}$ μεταξύ των σημείων επαφής Α, Γ του περιστρεφόμενου αγωγού με τους κυκλικούς οδηγούς είναι ίση με $V_{Aγ}$ = 0,12 V.

Μονάδες 6

Μεταξύ των άκρων Z και Η των κυκλικών οδηγών, παρεμβάλλεται το κύκλωμα του παραπάνω σχήματος, το οποίο βρίσκεται έξω από το ομογενές μαγνητικό πεδίο. Το κύκλωμα περιλαμβάνει πηνίο που έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L = 0,2 Η και ωμική αντίσταση R_1 = 1,2 Ω. Ο αντιστάτης R_2 έχει ωμική αντίσταση R_2 = 0,6 Ω.

Γ2. Κάποια στιγμή κλείνουμε τον διακόπτη (δ). Να σχεδιάσετε και να αιτιολογήσετε την πολικότητα της ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο. (μονάδες 2) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο πηνίο αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη (δ). (μονάδες 4)

Μονάδες 6

Γ3. Μετά από λίγο και ενώ ο αγωγός ΟΑ συνεχίζει να περιστρέφεται τα ρεύματα στο κύκλωμα σταθεροποιούνται. Υπολογίστε τις σταθεροποιημένες τιμές των εντάσεων των ρευμάτων.

Μονάδες 6

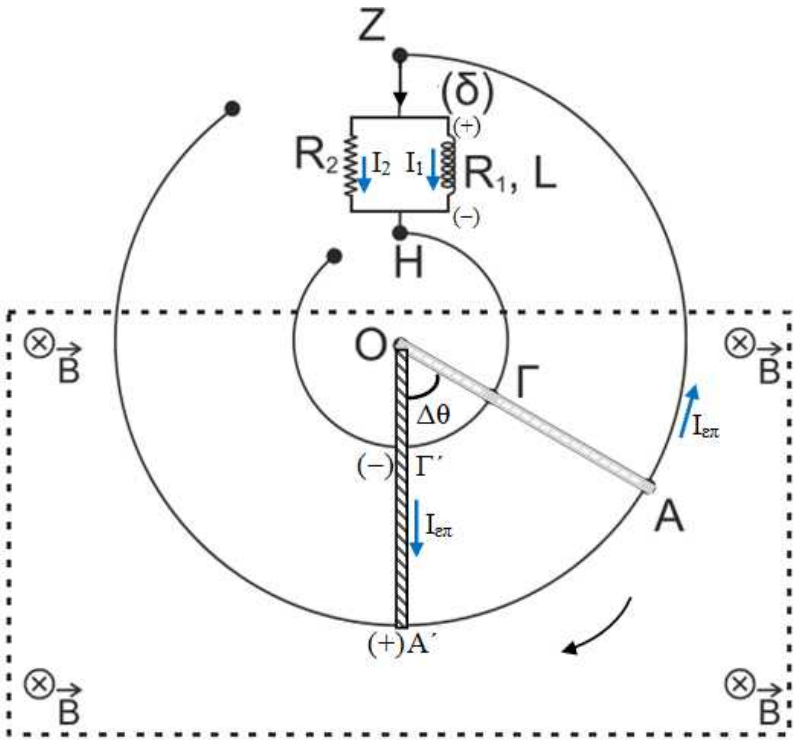
Γ4. Κάποια στιγμή ανοίγουμε τον διακόπτη (δ). Να σχεδιάσετε και να αιτιολογήσετε την πολικότητα της ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο. (μονάδες 2) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο πηνίο αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη (δ); (μονάδες 2) Να υπολογίσετε το ποσό της θερμότητας που μεταφέρεται στο περιβάλλον λόγω φαινομένου Joule στους αντιστάτες, από τη στιγμή που ανοίγει ο διακόπτης (δ) και μέχρι το ρεύμα να μηδενιστεί. (μονάδες 3)

Μονάδες 7

Θεωρείστε ότι κατά τη διάρκεια της περιστροφικής κίνησης, ο αγωγός ΟΑ βρίσκεται διαρκώς μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο και για όσο χρονικό διάστημα μελετάμε το φαινόμενο δεν φτάνει στην περιοχή του κυκλώματος.
Το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

Απάντηση

Γ1.



Σε χρονική διάρκεια Δt η ράβδος ΟΑ διαγράφει επίκεντρη γωνία Δθ rad και καλύπτει την επιφάνεια του κυκλικού τμήματος ΑΓΓ΄Α΄, εμβαδού

$$\Delta A = E_{OAA'} - E_{O\Gamma\Gamma'} = \frac{1}{2}\ell_1^2(\Delta\theta) - \frac{1}{2}\ell_2^2(\Delta\theta)$$

$$\Rightarrow \Delta A = \frac{1}{2}\left(\ell_1^2 - \ell_2^2\right)(\Delta\theta). \qquad (1)$$

Μεταξύ των σημείων Α, Γ αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή [(+) στο Α, (–) στο Γ], μέτρου :

$$E_{\varepsilon\pi(A\Gamma)} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B\frac{\Delta A}{\Delta t} \xrightarrow{(1)}$$

$$E_{\varepsilon\pi(A\Gamma)} = \frac{1}{2}B\left(\ell_1^2 - \ell_2^2\right)\cdot\frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi(A\Gamma)} = \frac{1}{2}B\left(\ell_1^2 - \ell_2^2\right)\omega.$$

Με αντικατάσταση : $E_{\varepsilon\pi(A\Gamma)} = \frac{1}{2}\cdot 1\left(0,4^2 - 0,2^2\right)\cdot 2\,V = (0,16 - 0,04)\,V \Rightarrow E_{\varepsilon\pi(A\Gamma)} = 0,12\,V.$

Αφού η αντίσταση της ράβδου ΟΑ είναι ασήμαντη, η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α, Γ είναι : $V_{A\Gamma} = E_{\varepsilon\pi(A\Gamma)} = 0,12$ V.

Γ2.

Μόλις κλείσουμε τον διακόπτη, οι κλάδοι του κυκλώματος διαρρέονται από ρεύματα.

Αφού η ένταση του ρεύματος στο πηνίο αυξάνεται, αναπτύσσεται ΗΕΔ αυτεπαγωγής με κατάλληλη πολικότητα [(+) στο Z, (–) στο Η] ώστε να αντιδράσει στην αύξηση της έντασης του ρεύματος (η ΗΕΔ αυτεπαγωγής τείνει να δώσει ρεύμα αντίθετης φοράς από το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο).

Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη (t = 0), η ένταση του ρεύματος στον κλάδο του πηνίου είναι μηδενική ($i_1 = 0$) και η ΗΕΔ αυτεπαγωγής είναι ίση με τη διαφορά δυναμικού V_{ZH} :

$E_{\alpha\upsilon\tau\,(o)} = V_{ZH} = V_{A\Gamma} \Rightarrow E_{\alpha\upsilon\tau\,(o)} = 0,12$ V.

Εφαρμόζω το νόμο της αυτεπαγωγής (κατά απόλυτη τιμή) :

$$\left|E_{\alpha\upsilon\tau(o)}\right| = L\left|\frac{di}{dt}\right|_{t=o} \Leftrightarrow \left|\frac{di}{dt}\right|_{t=o} = \frac{\left|E_{\alpha\upsilon\tau(o)}\right|}{L} \Rightarrow \left|\frac{di}{dt}\right|_{t=o} = \frac{0,12\,V}{0,2\,H} \Rightarrow \left|\frac{di}{dt}\right|_{t=o} = 0,6\,\frac{A}{s}.$$

Αφού η ένταση του ρεύματος στο πηνίο αυξάνεται, άρα : $\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=o} = 0,6\,\frac{A}{s}$.

Γ3.

Όταν σταθεροποιηθούν τα ρεύματα, η ΗΕΔ αυτεπαγωγής μηδενίζεται : $E_{αυτ} = 0$.

Εφαρμόζω το νόμο του Ωμ για τον κλάδο του πηνίου και της αντίστασης R_2 :

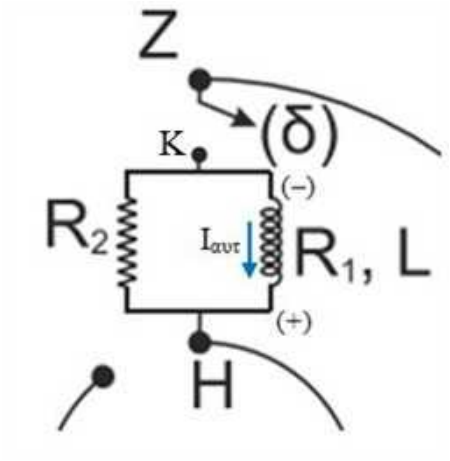
$$I_1 = \frac{V_{ZH}}{R_1} = \frac{0,12\,V}{1,2\,\Omega} \Rightarrow I_1 = 0,1\,A.$$

$$I_2 = \frac{V_{ZH}}{R_2} = \frac{0,12\,V}{0,6\,\Omega} \Rightarrow I_2 = 0,2\,A.$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο ΑΓ υπολογίζεται με τον 1ο κανόνα Kirchhoff :

$I_{επ} = I_1 + I_2 \Rightarrow I_{επ} = 0,3\ A.$

Γ4.



α) Όταν ανοίξουμε το διακόπτη, η ένταση του ρεύματος στον κλάδο του πηνίου τείνει να μηδενιστεί.

Στο πηνίο αναπτύσσεται ΗΕΔ αυτεπαγωγής με κατάλληλη πολικότητα [(+) στο Η, (–) στο Κ], η οποία παρέχει ρεύμα ίδιας φοράς με το αρχικό ρεύμα στο πηνίο, ώστε να αντιδράσει στην ελάττωση της έντασης του ρεύματος.

β) Αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη ($t' = 0$), η ένταση του ρεύματος I_o είναι ίση με την αρχική ένταση I_1 στο πηνίο : $I_o = I_1 = 0,1\ A$.

Εφαρμόζω τον 2ο κανόνα του Kirchhoff για τη χρονική στιγμή $t' = 0$:

$|E_{αυτ(o)}'| - I_oR_1 - I_oR_2 = 0 \Leftrightarrow |E_{αυτ(o)}'| = I_o(R_1 + R_2) \Rightarrow |E_{αυτ(o)}'| = (0,1\ A)(1,8V) = 0,18V.$

Εφαρμόζω το νόμο της αυτεπαγωγής (κατά απόλυτη τιμή) για τη χρονική στιγμή $t' = 0$:

$$\left|E_{αυτ(o)}'\right| = L\left|\frac{di}{dt}\right|_{t'=o} \Leftrightarrow \left|\frac{di}{dt}\right|_{t'=o} = \frac{\left|E_{αυτ(o)}'\right|}{L} \Rightarrow \left|\frac{di}{dt}\right|_{t'=o} = \frac{0,18\,V}{0,2\,H} \Rightarrow \left|\frac{di}{dt}\right|_{t'=o} = 0,9\,\frac{A}{s}.$$

Αφού η ένταση του ρεύματος μειώνεται, άρα : $\left(\frac{di}{dt}\right)_{t'=o} = -0,9\,\frac{A}{s}.$

γ) Πριν ανοίξουμε τον διακόπτη, το πηνίο είχε αποθηκεύσει ενέργεια στο μαγνητικό του πεδίο :

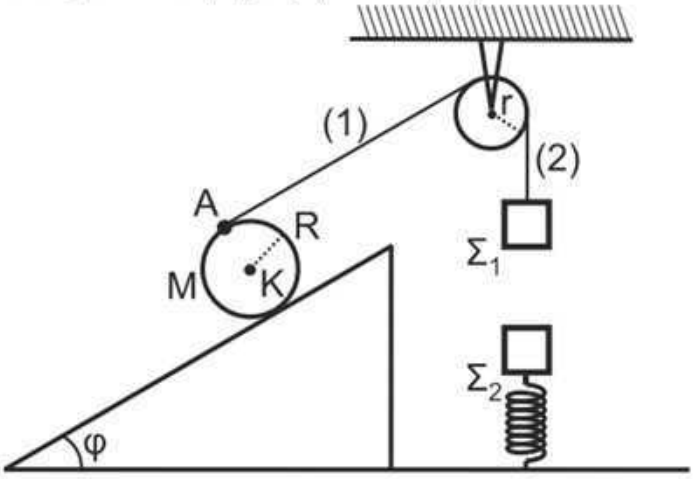
$$U_{B(o)} = \frac{1}{2}LI_1^2 \Rightarrow U_{B(o)} = \frac{1}{2}\cdot 0,2\cdot 0,1^2\,J \Rightarrow U_{B(o)} = 10^{-3}\,J.$$

Αφού ανοίξουμε τον διακόπτη, αναπτύσσεται ΗΕΔ αυτεπαγωγής, μέσω της οποίας η ενέργεια μαγνητικού πεδίου του πηνίου μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια στις αντιστάσεις R_1 , R_2 .

Το ποσό της θερμότητας που αποβάλλεται από τους αντιστάτες στο περιβάλλον, λόγω φαινομένου Joule, από τη στιγμή που ανοίξαμε τον διακόπτη και μέχρι να μηδενιστεί η ένταση του ρεύματος, είναι ίσο με την αρχική ενέργεια μαγνητικού πεδίου του πηνίου : $Q = U_{B\,(o)} \Rightarrow Q = 10^{-3}\ J.$

ΘΕΜΑ Δ

Ομογενής κύλινδρος μάζας Μ και ακτίνας $R = \frac{5}{\pi}$ m βρίσκεται σε κεκλιμένο επίπεδο μεγάλου μήκους, γωνίας κλίσεως φ = 30°. Σε σημείο Α της επιφανείας του κυλίνδρου, το οποίο απέχει από την επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου απόσταση 2R, έχει δεθεί το ένα άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος. Το άλλο άκρο του νήματος έχει δεθεί σε σώμα Σ_1 μικρών διαστάσεων και μάζας $m_1 = 1$ kg. Το νήμα περνά από το αυλάκι τροχαλίας ακτίνας r, η οποία έχει στερεωθεί σε οροφή. Το τμήμα (1) του νήματος είναι παράλληλο προς την επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου, ενώ το τμήμα (2) κατακόρυφο.



Το σύστημα των σωμάτων αυτών ισορροπεί στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Ο άξονας του κυλίνδρου είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας.
Σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων και μάζας $m_2 = 4$ kg ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 100 N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο οριζόντιο δάπεδο. Ο άξονας του ελατηρίου βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη διεύθυνση με τη διεύθυνση του νήματος (2).

Δ1. Να υπολογίσετε τη μάζα Μ του κυλίνδρου.

Μονάδες 5

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, κόβουμε ταυτόχρονα τα νήματα (1) και (2).
Αμέσως μετά την $t_0 = 0$, το σώμα Σ_1 πέφτει κατακόρυφα ενώ ο κύλινδρος κατέρχεται στο κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή επιτάχυνση, εκτελώντας κύλιση χωρίς ολίσθηση. Κατά τη διάρκεια της κύλισής του ο άξονάς του παραμένει συνεχώς κάθετος στο επίπεδο της σελίδας.

Δ2. Αν τη χρονική στιγμή t_1 το σημείο Α, ολοκληρώνει μία πλήρη περιστροφή και έχει ταχύτητα μέτρου $u_A = 20$ m/s, να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου κάνοντας χρήση των νόμων της κινηματικής κατά την κύλιση στερεών σωμάτων.

Μονάδες 7

Το σώμα Σ_1 πέφτοντας κατακόρυφα συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα Σ_2. Το συσσωμάτωμα, αμέσως μετά την πλαστική κρούση εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση σε κατακόρυφη διεύθυνση, υπό την επίδραση δύναμης αντίστασης της μορφής $F_{αντ} = -0{,}2u$ (S.I.), όπου u η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας.

Αμέσως μετά την κρούση ο ρυθμός έκλυσης θερμικής ενέργειας στο περιβάλλον είναι ίσος με $P_θ = 3{,}2$ J/s. Να υπολογίσετε:

Δ3. το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 5

Δ4. τη συνολική θερμική ενέργεια που ελευθερώνεται στο περιβάλλον από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση έως την χρονική στιγμή που η ταλάντωση του συσσωματώματος σταματά.

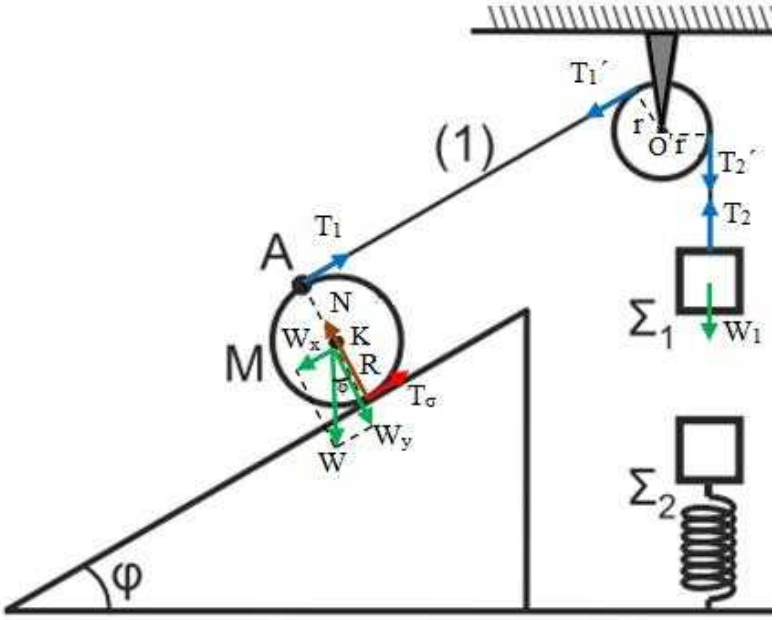
Μονάδες 8

Να θεωρήσετε ότι:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s².
- οι κρούσεις είναι ακαριαίες και κατά την πραγματοποίησή τους δεν έχουμε απώλεια μάζας.
- το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.
- το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

Απάντηση

Δ1.



Σώμα Σ_1

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων :

$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow T_2 - W_1 = 0 \Leftrightarrow T_2 = m_1 g$

$\Rightarrow T_2 = 10$ N.

Τροχαλία

Αφού το νήμα (2) είναι αβαρές, ισχύει :

$T_2' = T_2 = 10$ N.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς άξονα περιστροφής της τροχαλίας :

$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Leftrightarrow T_1' r - T_2' r = 0 \Leftrightarrow T_1' = T_2' = 10$ N.

Κύλινδρος

Αφού το νήμα (1) είναι αβαρές, ισχύει : $T_1 = T_1' = 10$ N.

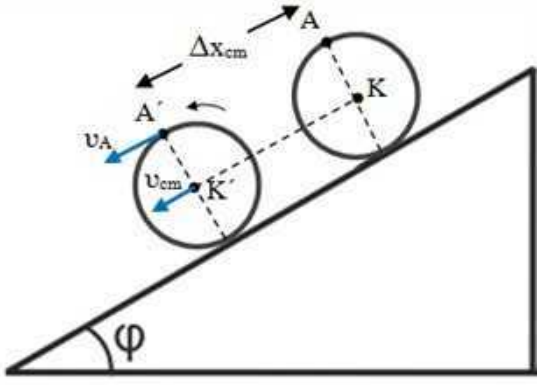
Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς άξονα περιστροφής του κυλίνδρου :

$\Sigma\tau_{(K)} = 0 \Leftrightarrow T_\sigma R - T_1 R = 0 \Leftrightarrow T_\sigma = T_1 \Rightarrow T_\sigma = 10$ N.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων στον άξονα x :

$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow T_\sigma + T_1 - W_x = 0 \Leftrightarrow T_\sigma + T_1 = Mg\eta\mu\varphi \Leftrightarrow M = \frac{T_\sigma + T_1}{g\eta\mu\varphi} \Rightarrow M = \frac{20}{10 \cdot 0{,}5}\text{Kg} \Rightarrow M = 4\,\text{Kg}.$$

Δ2.



Σύμφωνα με την εκφώνηση, ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς ολίσθηση. Για το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας υ_{cm} και της γωνιακής ταχύτητας ω ισχύει η σχέση :

$\upsilon_{cm} = \omega R$. (1)

Η ταχύτητα του σημείου Α που απέχει απόσταση 2R από το σημείο επαφής του κυλίνδρου με την επιφάνεια, έχει μέτρο : $\upsilon_A = \upsilon_{cm} + \upsilon_{\gamma\rho} = \upsilon_{cm} + \omega R \xrightarrow{(1)} \upsilon_A = 2\upsilon_{cm}$.

Τη χρονική στιγμή t_1 που η ταχύτητα του Α έχει μέτρο $\upsilon_A = 20$ m/s, το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου του κυλίνδρου είναι : $\upsilon_{cm} = \frac{\upsilon_A}{2} = 10\,\frac{m}{s}$.

Στη διάρκεια μιας περιστροφής το σημείο Α διανύει διάστημα $s = 2\pi R = 2\pi \cdot \frac{5}{\pi} m \Rightarrow s = 10\,m$.

Στην ίδια χρονική διάρκεια t_1 το μέτρο της μετατόπισης του κέντρου του κυλίνδρου, είναι :

$\Delta x_{cm} = s = 10$ m.

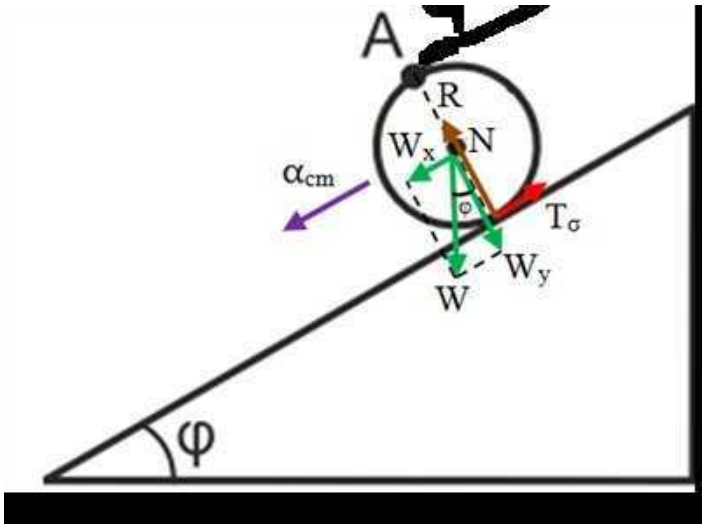
Το κέντρο του κυλίνδρου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_o = 0$).

Ισχύουν οι σχέσεις :

$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm} t_1 \Leftrightarrow t_1 = \frac{\upsilon_{cm}}{\alpha_{cm}}. \qquad (2)$$

$$\Delta x_{cm} = \frac{1}{2}\alpha_{cm} t_1^2 \xrightarrow{(2)} \Delta x_{cm} = \frac{1}{2}\cdot \alpha_{cm} \cdot \frac{\upsilon_{cm}^2}{\alpha_{cm}^2} \Leftrightarrow \Delta x_{cm} = \frac{\upsilon_{cm}^2}{2\alpha_{cm}} \Leftrightarrow \alpha_{cm} = \frac{\upsilon_{cm}^2}{2(\Delta x_{cm})} \Rightarrow$$

$$\alpha_{cm} = \frac{10^2}{2\cdot 10}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha_{cm} = 5\,\frac{m}{s^2}.$$



Σχόλιο

Από τη στιγμή που κόβεται το νήμα (1), το κέντρο του κυλίνδρου κινείται προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{cm} = 5\ m/s^2$ (σύμφωνα με τα δεδομένα της εκφώνησης).

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x :

$\Sigma F_x = M\alpha_{cm} \Leftrightarrow W_x - T_\sigma = M\alpha_{cm} \Leftrightarrow$

$T_\sigma = Mg\eta\mu\varphi - M\alpha_{cm} = M(g\eta\mu\varphi - \alpha_{cm})$.

Με αντικατάσταση :

$T_\sigma = 4\cdot(10\cdot 0{,}5 - 5)$ N $\Rightarrow$ $T_\sigma = 0$.

Αφού δεν υπάρχει στατική τριβή, η συνισταμένη ροπή ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο του κυλίνδρου είναι μηδενική.

Επομένως, ο κύλινδρος δεν κυλίεται αλλά εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση.

Το ερώτημα Δ2 είναι λανθασμένο.

Για να κυλίεται ο κύλινδρος (χωρίς ολίσθηση) θα έπρεπε η ταχύτητα υ_A να είχε μικρότερη τιμή από αυτή που δίνει η εκφώνηση ($\upsilon_A < 20$ m/s).

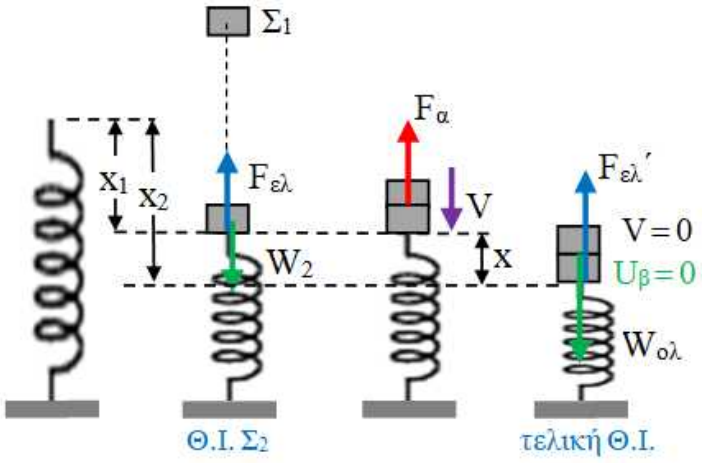
Δ3.

Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα έχει ταχύτητα μέτρου V με φορά προς τα κάτω.

Την ίδια στιγμή η δύναμη απόσβεσης έχει αλγεβρική τιμή $F_\alpha = -bV$, με $b = 0{,}2\ Kg/s$.

Μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}_\alpha$ η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια.

Ο ρυθμός μεταφοράς θερμικής ενέργειας στο περιβάλλον είναι ίσος με την απόλυτη τιμή της ισχύος της δύναμης $\vec{F}_\alpha$:



$$\frac{dQ}{dt} = P_\theta = |F_\alpha V| = |-bV\cdot V| \Rightarrow P_\theta = bV^2 \Leftrightarrow V^2 = \frac{P_\theta}{b} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{P_\theta}{b}} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{3,2}{0,2}}\frac{m}{s} \Rightarrow V = 4\frac{m}{s}.$$

Δ4.

Στη θέση ισορροπίας του Σ_2, το ελατήριο έχει συμπιεστεί κατά x_1. Ισχύει :

$$\Sigma F_2 = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} - W_2 = 0 \Leftrightarrow kx_1 = m_2 g \Leftrightarrow x_1 = \frac{m_2 g}{k} \Rightarrow x_1 = \frac{40}{100}m \Rightarrow x_1 = 0,4m.$$

Μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα ταλαντώνεται για κάποιο χρονικό διάστημα και τελικά σταματά (λόγω των αποσβέσεων) στη θέση ισορροπίας.

Στη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος, το ελατήριο έχει συμπιεστεί κατά x_2.

Αφού το συσσωμάτωμα είναι ακίνητο, άρα στη θέση αυτή είναι : $F_\alpha = 0$.

Ισχύει :

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda}' - W_{o\lambda} = 0 \Leftrightarrow kx_2 = (m_1+m_2)g \Leftrightarrow x_2 = \frac{(m_1+m_2)g}{k} \Rightarrow x_2 = \frac{50}{100}m \Rightarrow x_2 = 0,5m.$$

Η απόσταση των δύο θέσεων ισορροπίας, είναι : $x = x_2 - x_1 \Rightarrow x = 0{,}1\ m.$

<u>1ος τρόπος</u>

Ορίζω σαν επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από την τελική θέση ισορροπίας του συσσωματώματος και εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας για τη θέση της κρούσης (αμέσως μετά την κρούση) και την τελική θέση ισορροπίας :

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\beta(\alpha\rho\chi)} + U_{\varepsilon\lambda(\alpha\rho\chi)} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\beta(\tau\varepsilon\lambda)} + U_{\varepsilon\lambda(\tau\varepsilon\lambda)} + Q \Leftrightarrow$$

$$Q = \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 + (m_1+m_2)gx + \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2 \Rightarrow$$

$$Q = \left(\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 4^2 + 5\cdot 10\cdot 0,1 + \frac{1}{2}\cdot 100\cdot 0,4^2 - \frac{1}{2}\cdot 100\cdot 0,5^2\right)J \Rightarrow Q = 40,5J.$$

2ος τρόπος

Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα έχει κινητική ενέργεια $K_\sigma = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2$ και δυναμική ενέργεια ταλάντωσης $U_\tau = \frac{1}{2}kx^2$.

Η αρχική ενέργεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι :

$$E_o = K_\sigma + U_\tau = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow E_o = \frac{1}{2}\cdot\left(5\cdot 4^2 + 100\cdot 0{,}1^2\right)J \Rightarrow E_o = 40{,}5\,J.$$

Στη διάρκεια της φθίνουσας ταλάντωσης, η αρχική ενέργεια της ταλάντωσης μετατρέπεται σταδιακά σε θερμική ενέργεια.

Επομένως, το ποσό της θερμικής ενέργειας που μεταφέρεται στο περιβάλλον κατά τη διάρκεια της φθίνουσας ταλάντωσης, είναι :

$Q = E_o = 40{,}5$ J.

ΠΑΛΑΙΟΤΕΡΑ ΘΕΜΑΤΑ

(2002 – 2022)

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2022

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην επιλογή σας, η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Όταν δύο σφαίρες μικρών διαστάσεων, ίδιας μάζας, που κινούνται σε λείο οριζόντιο δάπεδο, συγκρούστούν έκκεντρα και ελαστικά, τότε:

α) ανταλλάσσουν ταχύτητες.
β) ελαττώνεται η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών.
γ) διατηρείται η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών.
δ) δεν μεταβάλλεται η ορμή της κάθε σφαίρας κατά την κρούση.

Μονάδες 5

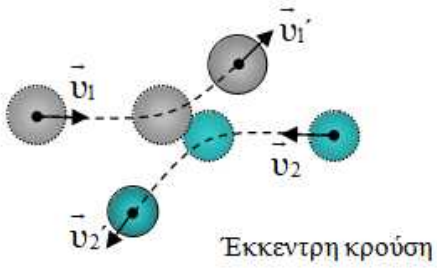
Απάντηση

α) Λάθος.

Πριν την έκκεντρη κρούση, οι ταχύτητες των σφαιρών έχουν την ίδια διεύθυνση.

Μετά την έκκεντρη κρούση, η ταχύτητα κάθε σφαίρας έχει διαφορετική διεύθυνση από την αρχική, άρα :

$\vec{\upsilon}_1' \neq \vec{\upsilon}_2$, $\vec{\upsilon}_2' \neq \vec{\upsilon}_1$.



Έκκεντρη κρούση

β) Λάθος.

Αφού η κρούση είναι ελαστική, η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 156.

γ) Σωστό.

Σε κάθε κρούση, η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 156.

δ) Λάθος.

Κατά τη διάρκεια της κρούσης, η μία σφαίρα ασκεί δύναμη στην άλλη με αποτέλεσμα τη μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας.

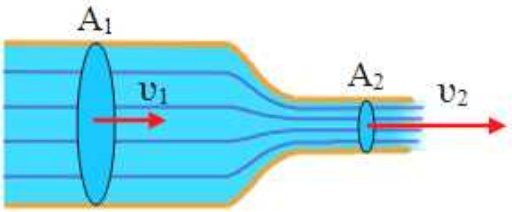
Α2. Ιδανικό ρευστό ρέει σε οριζόντιο σωλήνα μεταβλητής διατομής. Η διατομή του σωλήνα σε μια περιοχή Α είναι τετραπλάσια της διατομής του σωλήνα σε μια άλλη περιοχή Β. Αν η ταχύτητα του ρευστού στην περιοχή Α είναι ίση με u, τότε η ταχύτητα στην περιοχή Β είναι:

α) $\frac{u}{4}$ γ) $2u$

β) u δ) $4u$

Μονάδες 5

Απάντηση



Εφαρμόζω την εξίσωση της συνέχειας για τη ροή του ρευστού στις δύο διατομές του σωλήνα :

$$\Pi_1 = \Pi_2 \Leftrightarrow A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \xrightarrow[\upsilon_1=\upsilon]{A_1=4A_2} 4A_2\upsilon = A_2\upsilon_2 \Leftrightarrow \upsilon_2 = 4\upsilon.$$

Σωστή απάντηση : δ).

Α3. Αν το πλάτος της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει έναν αντιστάτη υποδιπλασιαστεί, τότε ο ρυθμός με τον οποίο ο αντιστάτης αποδίδει θερμότητα στο περιβάλλον:

α) υποδιπλασιάζεται.
β) διπλασιάζεται.
γ) υποτετραπλασιάζεται.
δ) τετραπλασιάζεται.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η ενεργός ένταση $I_{εν}$ και το πλάτος I της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος συνδέονται με τη σχέση :

$$I_{εν} = \frac{I}{\sqrt{2}}. \qquad (1)$$

Ο ρυθμός με τον οποίο ο αντιστάτης αποδίδει θερμότητα στο περιβάλλον είναι η θερμική ισχύς :

$$P_R = I_{εν}^2 R \xrightarrow{(1)} P_R = \frac{I^2 R}{2}. \qquad (2)$$

Αν υποδιπλασιαστεί το πλάτος I της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος, τότε η θερμική ισχύς στον αντιστάτη θα γίνει :

$$P_R' = \frac{\left(\frac{I}{2}\right)^2 R}{2} = \frac{\frac{I^2}{4} R}{2} = \frac{1}{4}\left(\frac{I^2 R}{2}\right) \xrightarrow{(2)} P_R' = \frac{1}{4} P_R .$$

Σωστή απάντηση : γ).

Α4. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση, όταν ο ταλαντωτής κινείται προς τη θέση ισορροπίας:

α) η δυναμική ενέργεια του ταλαντωτή αυξάνεται.
β) το μέτρο της επιτάχυνσης του ταλαντωτή μειώνεται.
γ) το μέτρο της ταχύτητας του ταλαντωτή μειώνεται.
δ) το μέτρο της δύναμης επαναφοράς στον ταλαντωτή αυξάνεται.

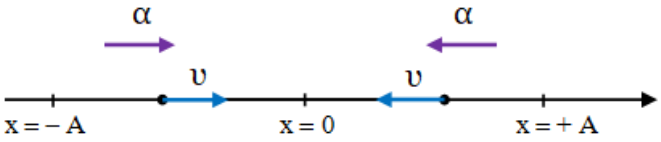
Μονάδες 5

Απάντηση

Όταν ο ταλαντωτής κινείται προς τη θέση ισορροπίας ($x = 0$), το μέτρο της απομάκρυνσης $|x|$ μειώνεται.

α) Λάθος.

Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης $U = \frac{1}{2}Dx^2$ μειώνεται.



β) Σωστό.

Το μέτρο της επιτάχυνσης $|\alpha|$ και το μέτρο της απομάκρυνσης $|x|$ συνδέονται με τη σχέση :

$|\alpha| = \omega^2|x|$.

Αφού το μέτρο της απομάκρυνσης μειώνεται, άρα και το μέτρο της επιτάχυνσης μειώνεται.

γ) Λάθος.

Όταν ο ταλαντωτής κινείται προς τη θέση ισορροπίας, η επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ έχει την ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα $\vec{\upsilon}$, άρα το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται.

δ) Λάθος.

Το μέτρο της δύναμης επαναφοράς δίνεται από τη σχέση : $|F_{επ}| = D|x|$.

Άρα, το μέτρο της δύναμης επαναφοράς μειώνεται.

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Αν διπλασιάσουμε το μέτρο καθεμιάς από τις δύο δυνάμεις ενός ζεύγους δυνάμεων, χωρίς να αλλάξουμε την απόσταση των φορέων των δυνάμεων, τότε το μέτρο της ροπής του ζεύγους των δυνάμεων τετραπλασιάζεται.

β) Αν μέσα σε σωληνοειδές, που διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης, τοποθετήσουμε πυρήνα μαλακού σιδήρου, οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του πυρήνα θα πυκνώσουν.

γ) Αν μικρή σφαίρα συγκρουστεί κάθετα και ελαστικά με λείο κατακόρυφο τοίχο έχοντας ορμή μέτρου p, η μεταβολή του μέτρου της ορμής της είναι ίση με 2p.

δ) Η Γη έχει ιδιοστροφορμή (σπιν) εξαιτίας της περιστροφής της γύρω από τον άξονά της.

ε) Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση με σταθερά απόσβεσης b, το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης στην περιοχή συντονισμού εξαρτάται από την τιμή της σταθεράς b.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Λάθος.

Το μέτρο της ροπής ενός ζεύγους δυνάμεων $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{F}$ υπολογίζεται από τη σχέση : $\tau = Fd$,

όπου d ο μοχλοβραχίονας του ζεύγους.

Αν διπλασιάσουμε το μέτρο των δυνάμεων του ζεύγους ($F' = 2F$) χωρίς να μεταβληθεί ο μοχλοβραχίονας d, τότε το μέτρο της ροπής του ζεύγους θα διπλασιαστεί : $\tau' = (2F)d \Rightarrow \tau' = 2\tau$.

β) Σωστό.

Όταν στο εσωτερικό του σωληνοειδούς υπάρχει πυρήνας σιδήρου, το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου δίνεται από τη σχέση : $B = \mu B_o$, όπου μ η μαγνητική διαπερατότητα του σιδήρου και B_o το μέτρο της έντασης όταν στο εσωτερικό υπάρχει αέρας.

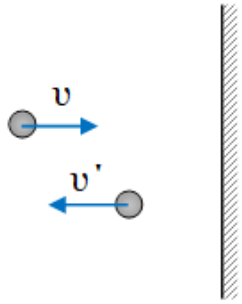
Για τα σιδηρομαγνητικά υλικά : $\mu \gg 1$, άρα το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου αυξάνεται και επομένως οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς θα πυκνώσουν.

Εναλλακτική απάντηση

Όταν τοποθετήσουμε σιδερένιο πυρήνα στο εσωτερικό του σωληνοειδούς, οι στοιχειώδεις μαγνήτες στο εσωτερικό του υλικού προσανατολίζονται (περίπου) προς την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών του μαγνητικού πεδίου του σωληνοειδούς, με αποτέλεσμα να ενισχυθεί πολύ το μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό του σωληνοειδούς και επομένως να πυκνώσουν οι δυναμικές γραμμές.

γ) Λάθος.

Αν η κρούση της σφαίρας με τον τοίχο είναι μετωπική και ελαστική, αμέσως μετά την κρούση η ταχύτητα της σφαίρας έχει αντίθετη φορά από την αρχική και (σχεδόν) ίσο μέτρο : $\upsilon' = -\upsilon$.

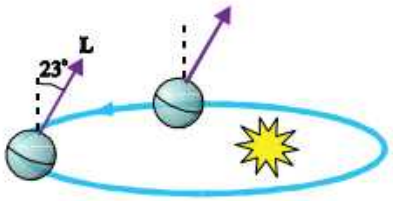


Η μεταβολή του μέτρου της ορμής λόγω της κρούσης με τον τοίχο, είναι :

$\Delta|p| = m|\upsilon'| - m|\upsilon| = m|\upsilon| - m|\upsilon| \Rightarrow \Delta|p| = 0.$

δ) Σωστό.

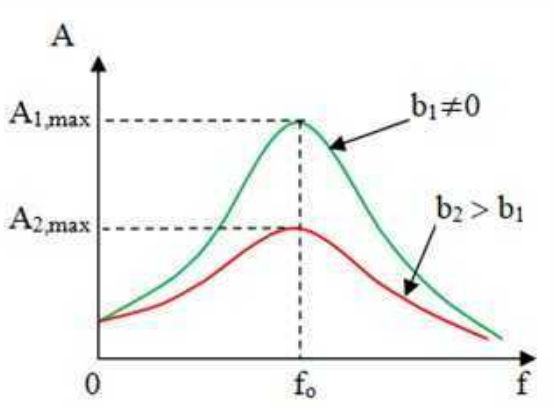
Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 124.



ε) Σωστό.

Αιτιολόγηση

Υποθέτω ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)]$, η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -b\upsilon)$ και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.



Στην περίπτωση αυτή, για δύο τιμές της σταθεράς απόσβεσης b_1, b_2 με $b_2 > b_1$, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη συχνότητα f του διεγέρτη όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα (f_o η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή).

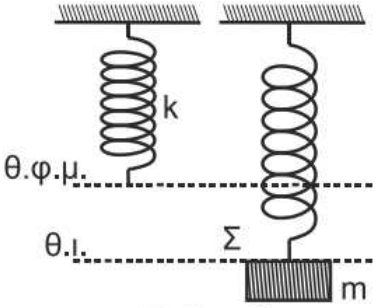
Στην κατάσταση συντονισμού ($f \cong f_o$) το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης A_{max} είναι διαφορετικό για διαφορετικές τιμές της σταθεράς απόσβεσης.

Σχόλια : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι

1) η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)]$,
2) η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -b\upsilon)$,
3) η απόσβεση είναι μικρή, ώστε η συχνότητα συντονισμού να είναι (περίπου) ίδια.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σώμα Σ μικρών διαστάσεων και μάζας m ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο (**Σχήμα 1**).



Σχήμα 1

Εκτελούμε δύο πειράματα:

Πείραμα 1

Μετακινούμε το σώμα Σ στη θέση φυσικού μήκους (θ.φ.μ.) του ελατηρίου, το αφήνουμε ελεύθερο και αυτό εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D = k και πλάτος A_1.

Πείραμα 2

Στην αρχική θέση ισορροπίας (θ.ι.) του σώματος Σ ασκείται σε αυτό, συνεχώς, κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $F = mg$ με φορά προς τα πάνω και τότε το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D = k και πλάτος A_2.

Για τα πλάτη A_1 και A_2 των παραπάνω πειραμάτων, ισχύει:

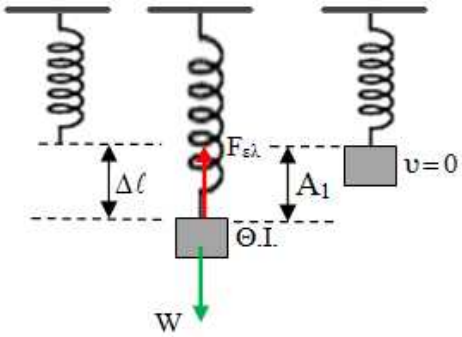
i. $A_1 = A_2$ ii. $A_1 = \frac{1}{2}A_2$ iii. $A_1 = 2A_2$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

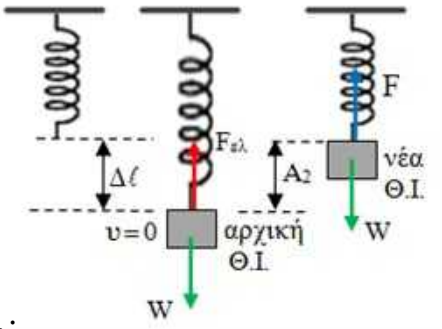
1ο πείραμα



Στην αρχική θέση ισορροπίας το ελατήριο έχει επιμήκυνση Δℓ. Αφού το σώμα είναι ακίνητο στη θέση που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος, άρα η θέση αυτή είναι η πάνω ακραία θέση της ΑΑΤ. Επομένως, το πλάτος της ΑΑΤ είναι :

$A_1 = \Delta\ell$. (1)

2ο πείραμα



Στη νέα θέση ισορροπίας του σώματος, ισχύει :

$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F + F_{ελ} - W = 0 \Leftrightarrow mg + F_{ελ} - mg = 0 \Leftrightarrow F_{ελ} = 0.$

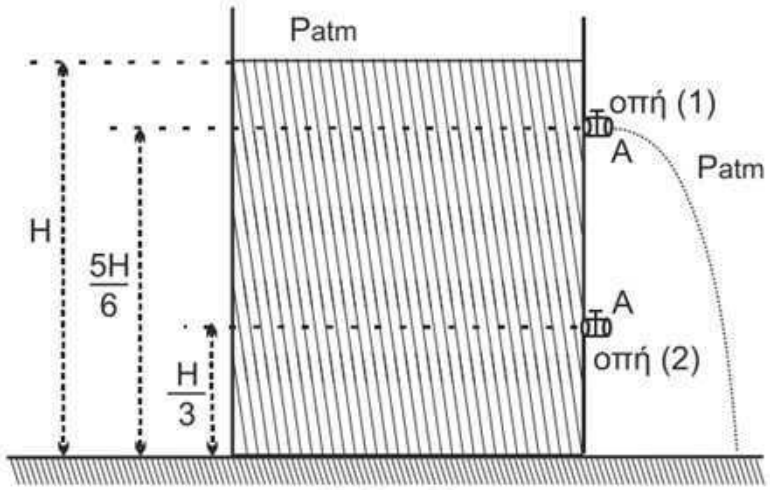
Άρα στη νέα θέση ισορροπίας το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Στην αρχική θέση ισορροπίας το σώμα ήταν ακίνητο, άρα η θέση αυτή είναι η (κάτω) ακραία θέση της νέας ΑΑΤ του σώματος.

Επομένως, το πλάτος της νέας ΑΑΤ είναι : $A_2 = \Delta\ell \xrightarrow{(1)} A_2 = A_1$.

Σωστή απάντηση : i.

B2. Ένα ανοιχτό δοχείο μεγάλου όγκου με κατακόρυφα τοιχώματα ηρεμεί ακλόνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Το δοχείο περιέχει νερό, το οποίο θεωρείται ιδανικό ρευστό, μέχρι ύψους Η πάνω από τη βάση του. Το δοχείο έχει στο πλευρικό του τοίχωμα δύο οπές (1) και (2) ίδιου εμβαδού διατομής Α, το οποίο είναι αμελητέο σε σύγκριση με το εμβαδόν της ελεύθερης επιφάνειας του νερού.

Οι δύο οπές (1) και (2) βρίσκονται σε ύψη $\frac{5H}{6}$ και $\frac{H}{3}$, αντίστοιχα, από τον πυθμένα του δοχείου (**Σχήμα 2**). Όταν είναι ανοικτή μόνο η οπή (1), όγκος υγρού V εκρέει από το δοχείο σε χρονικό διάστημα Δt_1. Όταν είναι ανοικτές και οι δύο οπές (1) και (2), ο ίδιος όγκος V εκρέει σε χρονικό διάστημα Δt_2.



Σχήμα 2

Ο λόγος των χρονικών διαστημάτων $\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}$ είναι ίσος με:

i. $\frac{1}{2}$ ii. $\frac{1}{3}$ iii. $\frac{1}{4}$

(Θεωρήστε ότι κατά τις εκροές του υγρού, η ταχύτητα της επιφάνειας του υγρού είναι μηδενική).

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

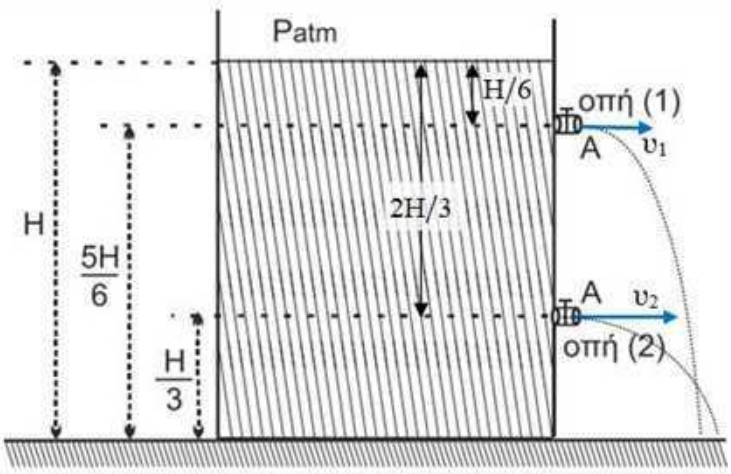
Μονάδες 6

Απάντηση

Έστω υ_1 , υ_2 οι ταχύτητες εκροής του νερού από τις οπές (1), (2) αντίστοιχα.

Η εξωτερική πίεση στην επιφάνεια του νερού και σε κάθε οπή είναι ίση με την ατμοσφαιρική.

Εφαρμόζω το θεώρημα του Torricelli σε κάθε περίπτωση.



➢ Όταν είναι ανοικτή μόνο η οπή (1), το μέτρο της ταχύτητας εκροής υπολογίζεται από τη σχέση :

$$\upsilon_1 = \sqrt{2g \cdot \left(H - \frac{5H}{6} \right)} \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\frac{gH}{3}}. \qquad (1)$$

Για την παροχή της οπής (1) ισχύουν οι σχέσεις :

$$\left.\begin{array}{l} \Pi_1 = \dfrac{V}{\Delta t_1} \\ \Pi_1 = A\upsilon_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{V}{\Delta t_1} = A\upsilon_1 \Rightarrow V = A\upsilon_1(\Delta t_1). \qquad (2)$$

➢ Όταν είναι ανοικτή και η οπή (2), το μέτρο της ταχύτητας εκροής από αυτή υπολογίζεται με τη σχέση :

$$\upsilon_2 = \sqrt{2g \cdot \left(H - \frac{H}{3} \right)} \Rightarrow \upsilon_2 = 2\sqrt{\frac{gH}{3}} \xrightarrow{(1)} \upsilon_2 = 2\upsilon_1. \qquad (3)$$

Για την παροχή της οπής (2) ισχύουν οι σχέσεις :

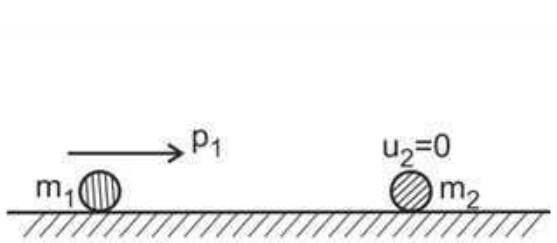
$$\left.\begin{array}{l} \Pi_2 = \dfrac{V_2}{\Delta t_2} \\ \Pi_2 = A\upsilon_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{V_2}{\Delta t_2} = A\upsilon_2 \Rightarrow V_2 = A\upsilon_2(\Delta t_2) \xrightarrow{(3)} V_2 = 2A\upsilon_1(\Delta t_2). \qquad (4)$$

Σε χρονική διάρκεια Δt_2 από την οπή (1) εκρέει όγκος νερού $V_1 = A\upsilon_1(\Delta t_2)$. (5)

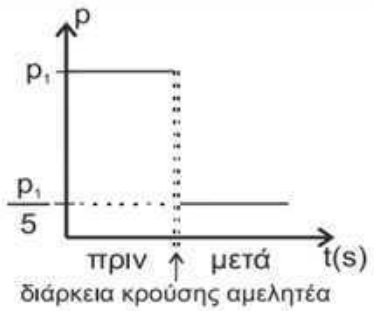
Σύμφωνα με την εκφώνηση, ισχύει :

$$V_1 + V_2 = V \xrightarrow{(2),\,(4),\,(5)} A\upsilon_1(\Delta t_2) + 2A\upsilon_1(\Delta t_2) = A\upsilon_1(\Delta t_1) \Leftrightarrow 3(\Delta t_2) = \Delta t_1 \Leftrightarrow \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{1}{3}.$$

B3. Σφαίρα μάζας m_1 κινείται με ορμή μέτρου p_1 και συγκρούεται, κεντρικά και ελαστικά, με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 3**. Η γραφική παράσταση της ορμής της σφαίρας m_1 φαίνεται στο **Σχήμα 4**.



Σχήμα 3



Σχήμα 4

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταβιβάστηκε από τη σφαίρα μάζας m_1 στη σφαίρα μάζας m_2 κατά την κρούση είναι ίσο με:

i. 64% ii. 80% iii. 96%

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

Απάντηση

Έστω p_1' το μέτρο της ορμής της 1ης σφαίρας αμέσως μετά την κρούση και υ_1 , υ_1' τα μέτρα των ταχυτήτων πριν και μετά την κρούση.

Από το διάγραμμα προκύπτει ότι : $p_1' = \frac{p_1}{5} \Leftrightarrow m_1\upsilon_1' = \frac{m_1\upsilon_1}{5} \Leftrightarrow \frac{\upsilon_1'}{\upsilon_1} = \frac{1}{5}.$ (1)

Αφού η κρούση είναι ελαστική, η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή, άρα ισχύει :

$K_1' + K_2' = K_1 + 0 \Leftrightarrow K_2' = K_1 - K_1'.$ (2)

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταβιβάστηκε από την 1η σφαίρα στη 2η κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι :

$$\Pi(\%) = \frac{K_2'}{K_1}\cdot 100\% \xrightarrow{(2)} \Pi(\%) = \frac{K_1 - K_1'}{K_1}\cdot 100\% = \left(1 - \frac{K_1'}{K_1}\right)\cdot 100\% = \left(1 - \frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}\right)\cdot 100\% \Rightarrow$$

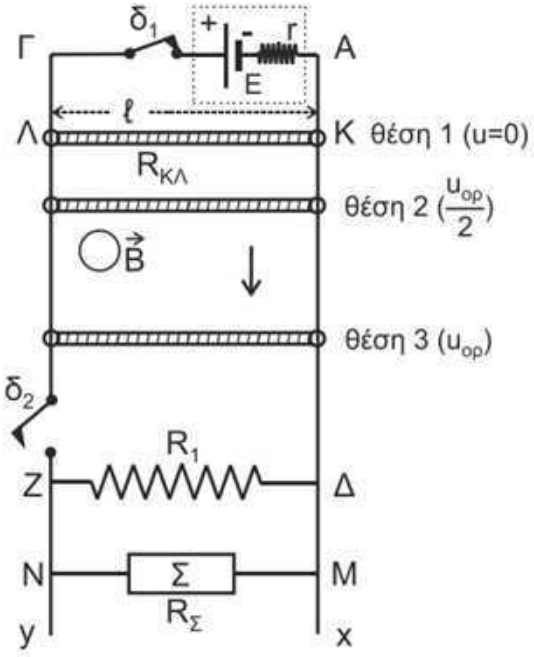
$$\Pi(\%) = \left[1 - \left(\frac{\upsilon_1'}{\upsilon_1}\right)^2\right]\cdot 100\% \xrightarrow{(1)} \Pi(\%) = \left[1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2\right]\cdot 100\% = \frac{24}{25}\cdot 100\% \Rightarrow \Pi(\%) = 96\%.$$

ΘΕΜΑ Γ

Οι μεγάλου μήκους, κατακόρυφοι, μεταλλικοί αγωγοί Αx και Γy απέχουν μεταξύ τους σταθερή απόσταση ℓ = 1 m και έχουν αμελητέα ωμική αντίσταση. Στα άκρα Α, Γ συνδέεται πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης Ε = 9 V και εσωτερικής αντίστασης r = 1 Ω.

Αγωγός ΚΛ μήκους ℓ = 1 m, μάζας m = 0,3 kg και ωμικής αντίστασης $R_{K\Lambda}$ = 2 Ω έχει τα άκρα του Κ, Λ πάνω στους κατακόρυφους αγωγούς Αx και Γy, είναι κάθετος σε αυτούς και είναι δυνατόν να ολισθαίνει κατά μήκος των αγωγών χωρίς τριβές. (**Σχήμα 5**)

Η όλη διάταξη βρίσκεται σε περιοχή που υπάρχει οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στο επίπεδο του σχήματος.



Σχήμα 5

Αρχικά ο διακόπτης δ_1 είναι κλειστός, ο διακόπτης δ_2 είναι ανοικτός και ο αγωγός ΚΛ είναι ακίνητος στη θέση 1.

Γ1. Να υπολογίσετε το μέτρο Β της έντασης του μαγνητικού πεδίου (μονάδες 3) και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της. (μονάδα 1)

Μονάδες 4

Στο κάτω μέρος της διάταξης, μεταξύ των σημείων Z και Δ, είναι συνδεδεμένος αντιστάτης με ωμική αντίσταση R_1 = 3 Ω και στα σημεία Μ, Ν είναι συνδεδεμένη θερμική συσκευή Σ ωμικής αντίστασης R_Σ, η οποία όταν στα άκρα της Μ, Ν έχει τάση ίση με 6 V λειτουργεί κανονικά αποδίδοντας θερμική ισχύ 6 W.

Ανοίγουμε τον διακόπτη δ_1, κλείνοντας ταυτόχρονα τον διακόπτη δ_2 και ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να κατέρχεται παραμένοντας συνεχώς οριζόντιος χωρίς τα άκρα του Κ, Λ να χάνουν την επαφή με τους αγωγούς Αx και Γy.

Γ2. Έστω ότι ο αγωγός ΚΛ έχει αποκτήσει οριακή ταχύτητα u_{op} στη θέση 3.

Να δικαιολογήσετε το είδος της κίνησης που εκτελεί ο αγωγός ΚΛ από τη θέση 1 έως τη θέση 3 (μονάδες 3) και να υπολογίσετε τη σταθερή οριακή ταχύτητα u_{op}. (μονάδες 6)

Μονάδες 9

Γ3. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του αγωγού στη θέση 2, στην οποία η ταχύτητά του είναι ίση με $\frac{u_{op}}{2}$.

Μονάδες 6

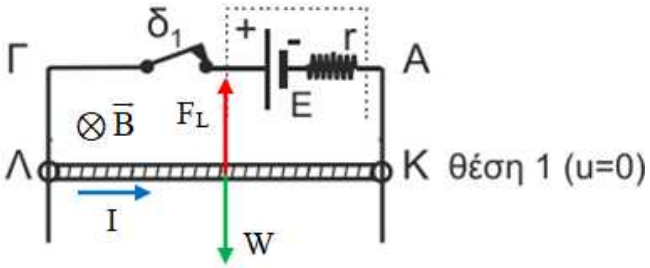
Γ4. Όταν ο αγωγός έχει αποκτήσει την οριακή του ταχύτητα, να εξετάσετε αν η θερμική συσκευή Σ λειτουργεί κανονικά.

Μονάδες 6

- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: g = 10 m/s^2
- Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.
- Το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

Απάντηση

Γ1.



Αφού κλείσουμε το διακόπτη (1), η ράβδος ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα έντασης :

$$I=\frac{E}{R_{K\Lambda}+r}=\frac{9V}{(2+1)\Omega} \Rightarrow I=3A.$$

Η ράβδος ΚΛ δέχεται δύναμη Laplace, μέτρου :

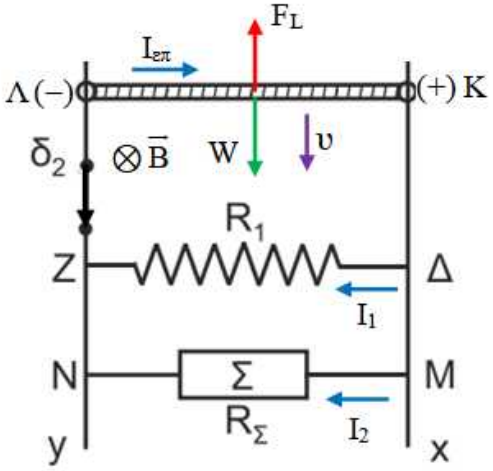
$F_L = BI\ell$. (1)

Αφού η ράβδος ισορροπεί, η δύναμη $\vec{F}_L$ είναι αντίθετη του βάρους δηλαδή κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω. Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας :

$$\Sigma F=0 \Leftrightarrow F_L-W=0 \xrightarrow{(1)} BI\ell=mg \Leftrightarrow B=\frac{mg}{I\ell} \Rightarrow B=\frac{0,3\cdot 10N}{(3A)(1m)} \Rightarrow B=1T.$$

Σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού, πρέπει η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου να έχει φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα, ώστε η δύναμη Laplace να έχει φορά προς τα πάνω.

Γ2.



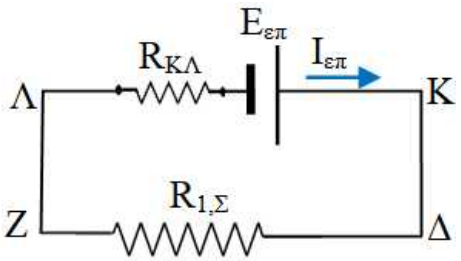
Τη στιγμή που ανοίγει ο διακόπτης (δ1), αποσυνδέεται η πηγή από το κύκλωμα με αποτέλεσμα να μηδενιστεί η ένταση του ρεύματος και η δύναμη Laplace.

Με την επίδραση του βάρους, η ράβδος ΚΛ θα κινηθεί προς τα κάτω με αποτέλεσμα να αυξάνεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια την οποία καλύπτει.

Στη ράβδο ΚΛ αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή [(+) στο Κ, (−) στο Λ] και το κλειστό κύκλωμα που αποτελείται από τη ράβδο ΚΛ, τον αντιστάτη και τη θερμική συσκευή, διαρρέεται από ρεύμα.

Η ωμική αντίσταση της θερμικής συσκευής υπολογίζεται από τη σχέση :

$$R_\Sigma=\frac{V_\kappa^2}{P_\kappa} \Rightarrow R_\Sigma=\frac{6^2}{6}\Omega \Rightarrow R_\Sigma=6\Omega.$$



Οι αντιστάσεις R_1 , R_Σ έχουν συνδεθεί παράλληλα.

Η ισοδύναμη αντίσταση του συστήματος είναι :

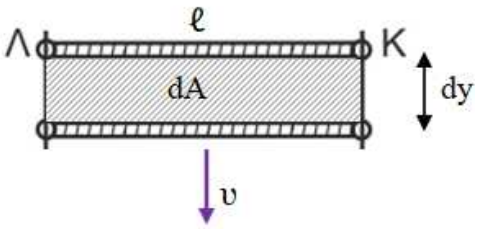
$$R_{1,\Sigma}=\frac{R_1R_\Sigma}{R_1+R_\Sigma} \Rightarrow R_{1,\Sigma}=\frac{3\cdot 6}{3+6}\Omega \Rightarrow R_{1,\Sigma}=2\Omega.$$

Η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος είναι : $R_{o\lambda}=R_{K\Lambda}+R_{1,\Sigma}=(2+2)\,\Omega \Rightarrow R_{o\lambda}=4\,\Omega.$

Το μέτρο της επαγόμενης ΗΕΔ υπολογίζεται από τη σχέση : $E_{\varepsilon\pi}=B\ell\upsilon^{*} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi}=\upsilon$. (S.I.) (2)

* Απόδειξη

Έστω ότι τη χρονική στιγμή t η ράβδος έχει ταχύτητα μέτρου υ.
Μέχρι τη χρονική στιγμή (t + dt) η ράβδος μετακινείται κατά dy
και καλύπτει επιφάνεια εμβαδού dA = ℓ(dy).



Το μέτρο της επαγόμενης ΗΕΔ τη χρονική στιγμή t δίνεται από
το νόμο της επαγωγής (Faraday) :

$$E_{επ} = \frac{d\Phi}{dt} = B\frac{dA}{dt} \Rightarrow E_{επ} = B\ell\frac{dy}{dt} \Rightarrow E_{επ} = B\ell\upsilon.$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο ΚΛ υπολογίζεται με το νόμο του Ωμ :

$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} \xrightarrow{(2)} I_{επ} = \frac{\upsilon}{4} \text{ ή } I_{επ} = 0,25\upsilon. \text{ (S.I.)} \qquad (3)$$

Στη ράβδο ΚΛ ασκείται δύναμη Laplace, κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω, μέτρου :

$$F_L = B\ell I_{επ} \xrightarrow{(3)} F_L = 0,25\upsilon. \text{ (S.I.)} \qquad (4)$$

Έστω ότι τη χρονική στιγμή t η ράβδος έχει επιτάχυνση μέτρου α.

Ορίζω θετική φορά προς τα κάτω και εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής (αλγεβρικά) :

$$\Sigma F = m\alpha \Leftrightarrow mg - F_L = m\alpha \xrightarrow{(4)} 3 - 0,25\upsilon = 0,3\alpha. \text{ (S.I.)} \qquad (5)$$

Αφού αρχικά η ταχύτητα της ράβδου αυξάνεται, από τη σχέση (5) προκύπτει ότι η επιτάχυνσή της μειώνεται, δηλαδή η ράβδος εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση με μειούμενη επιτάχυνση.

Κάποια στιγμή η επιτάχυνση μηδενίζεται (α = 0) οπότε η ράβδος αποκτά σταθερή (οριακή) ταχύτητα $\upsilon_{ορ}$.

Αντικαθιστώντας α = 0 στη σχέση (5), προκύπτει το μέτρο της οριακής ταχύτητας $\upsilon_{ορ}$:

$$3 - 0,25\upsilon_{ορ} = 0 \Leftrightarrow 0,25\upsilon_{ορ} = 3 \Leftrightarrow \upsilon_{ορ} = \frac{3}{0,25} \Rightarrow \upsilon_{ορ} = 12\frac{m}{s}.$$

Γ3.

Τη χρονική στιγμή που η ράβδος έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon = \frac{\upsilon_{ορ}}{2} = 6\frac{m}{s}$, η δύναμη Laplace έχει μέτρο:

$F_L = (0,25\cdot 6)\ N = 1,5\ N.$

Με θετική φορά προς τα κάτω, η αλγεβρική τιμή της συνισταμένης δύναμης είναι :

$\Sigma F = mg - F_L = (3 - 1,5)\ N \Rightarrow \Sigma F = 1,5\ N.$

Σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Newton, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής της ράβδου (αλγεβρική τιμή) την ίδια χρονική στιγμή, είναι : $\frac{dp}{dt} = \Sigma F \Rightarrow \frac{dp}{dt} = 1,5\,Kg\frac{m}{s^2}$ (ή N).

Το διάνυσμα του ρυθμού μεταβολής της ορμής έχει φορά προς τα κάτω.

Γ4.

Όταν η ράβδος ΚΛ κινείται με την οριακή ταχύτητα, η ένταση του ρεύματος που την διαρρέει έχει τιμή :

$I_{\varepsilon\pi} = 0{,}25\upsilon_{o\rho} = (0{,}25 \cdot 12)\ A \ \Rightarrow \ I_{\varepsilon\pi} = 3\ A.$

Η διαφορά δυναμικού στα άκρα της συσκευής έχει τιμή :

$V_{MN} = I_{\varepsilon\pi} R_{1,\Sigma} = (3 \cdot 2)\ V \ \Rightarrow \ V_{MN} = 6\ V.$

Αφού $V_{MN} = V_{\kappa} = 6\ V,$ άρα η συσκευή λειτουργεί κανονικά.

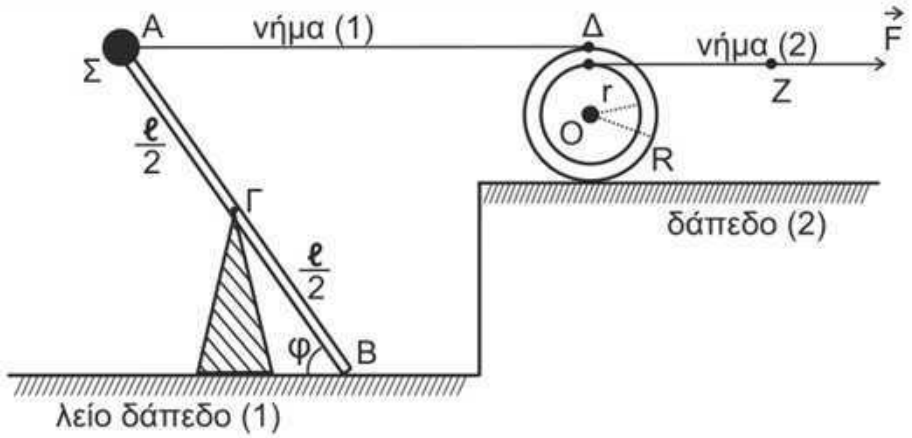
Σχόλια

1) Η διατύπωση «οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο» δεν είναι σωστή.
Το μαγνητικό πεδίο είναι περιοχή του χώρου και δεν έχει κατεύθυνση.
Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου είναι οριζόντια (οι δυναμικές γραμμές είναι οριζόντιες).
2) Στο ερώτημα Γ3 δεν διευκρινίζει η εκφώνηση αν ζητά το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής ή και την κατεύθυνσή του.

ΘΕΜΑ Δ

Λεπτή, άκαμπτη, ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΒ μάζας $M_ρ = 3$ kg και μήκους $ℓ = 2$ m, φέρει στο άκρο της Α σφαιρίδιο Σ μάζας $m = 1$ kg, αμελητέων διαστάσεων, και ισορροπεί σε πλάγια θέση με τη βοήθεια κατακόρυφου υποστηρίγματος, το οποίο έχουμε στερεώσει στο λείο οριζόντιο δάπεδο (1). Η ράβδος ακουμπά με το άκρο της Β στο δάπεδο (1) σχηματίζοντας γωνία φ, όπου ημφ = 0,8 και συνφ = 0,6. Η κορυφή του υποστηρίγματος συνδέεται με την ράβδο στο μέσον της Γ με άρθρωση και το σύστημα ράβδος-σφαιρίδιο μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Γ (κάθετα στο επίπεδο του σχήματος).

Με τη βοήθεια του οριζόντιου, αβαρούς και μη εκτατού νήματος (1) έχουμε συνδέσει το σφαιρίδιο Σ με το ανώτερο σημείο Δ ομογενούς τροχαλίας μάζας $M_τ = 7$ kg και ακτίνας $R = 0,4$ m. Η τροχαλία σε απόσταση $r = 0,3$ m από το κέντρο της Ο έχει ένα λεπτό κυκλικό αυλάκι στο οποίο έχουμε τυλίξει πολλές φορές αβαρές και μη εκτατό νήμα (2). Στο άκρο Ζ του νήματος (2) ασκούμε σταθερή δύναμη $\vec{F}$. Όλη η διάταξη ισορροπεί στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.



Σχήμα 6

Δ1. Αν το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα (1) στο σφαιρίδιο Σ είναι 10,5 N, να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος στο άκρο της Β από το λείο δάπεδο (1).

Μονάδες 4

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s κόβουμε το νήμα (1). Το σύστημα ράβδος – σφαιρίδιο Σ αρχίζει να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χάνοντας την επαφή του με το δάπεδο (1).

Δ2. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος (1) και ενώ η ράβδος έχει χάσει την επαφή της με το λείο δάπεδο (1).

Μονάδες 6

Κατά την περιστροφή του συστήματος ράβδου–σφαιριδίου Σ, το σφαιρίδιο Σ χτυπά στο οριζόντιο δάπεδο. Η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος αμέσως μετά την κρούση έχει μέτρο $\frac{ω}{2}$, όπου ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ακριβώς πριν την κρούση.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής $\Delta\vec{L}$ του συστήματος ράβδος–σφαιρίδιο Σ και να σχεδιάσετε το διάνυσμα $\Delta\vec{L}$.

Μονάδες 5

Η τροχαλία, αμέσως μετά τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s, αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει στο οριζόντιο δάπεδο (2) με την επίδραση της δύναμης $\vec{F}$, το μέτρο της οποίας είναι 12 N. Ο άξονας περιστροφής της παραμένει συνεχώς οριζόντιος και κάθετος στο επίπεδο του σχήματος.

Δ4. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας της τροχαλίας.

Μονάδες 4

Δ5. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s.

Μονάδες 6

Δίνονται:

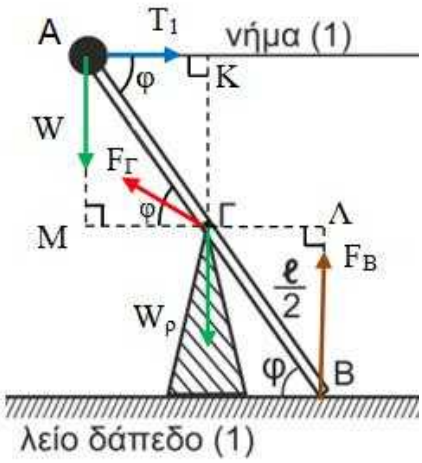
- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$
- η ροπή αδράνειας ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτή: $I_{cm(\rho)} = \frac{1}{12} M_\rho \cdot \ell^2$
- η ροπή αδράνειας τροχαλίας ως προς τον άξονά της: $I_{cm(\tau)} = \frac{1}{2} M_\tau \cdot R^2$

Να θεωρήσετε ότι:

- η κρούση είναι ακαριαία
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα
- κατά την κρούση, δεν έχουμε απώλεια μάζας
- το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα

Απάντηση

Δ1.



Αφού το δάπεδο (1) είναι λείο, η δύναμη $\vec{F}_B$ που ασκεί στη ράβδο είναι κάθετη σε αυτό.

Το βάρος της ράβδου $\vec{W}_\rho$ και η δύναμη $\vec{F}_\Gamma$ δεν προκαλούν ροπή ως προς τον άξονα που διέρχεται από το Γ και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς το Γ :

$$\Sigma\tau_{(\Gamma)} = 0 \ \Leftrightarrow\ mg(\Gamma M) + F_B(\Gamma\Lambda) - T_1(\Gamma K) = 0 \ \Leftrightarrow$$

$$F_B \frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi = T_1 \frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi - mg\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi \ \Leftrightarrow\ F_B = T_1\frac{\eta\mu\varphi}{\sigma\upsilon\nu\varphi} - mg \ \Rightarrow$$

$$F_B = \left(10{,}5 \cdot \frac{0{,}8}{0{,}6} - 10\right) N \ \Rightarrow\ F_B = 4\,N.$$

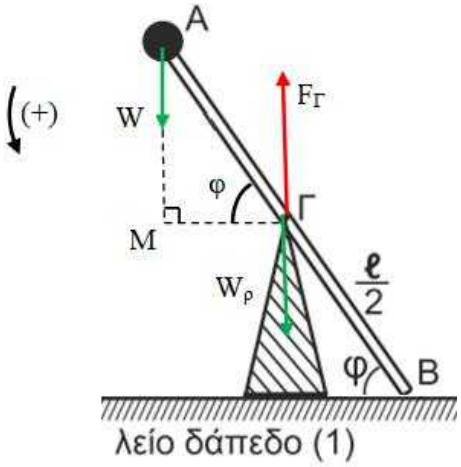
Δ2.

Αφού κοπεί το νήμα (1) η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται γύρω από τον άξονα που διέρχεται από το Γ, με την επίδραση της ροπής του βάρους $\vec{W}$ του σφαιριδίου.

Υπολογίζω τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος – σφαιρίδιο ως προς τον άξονα περιστροφής :

$$I_{ολ(Γ)} = I_{ρ(Γ)} + I_{σ(Γ)} = \frac{1}{12}M_ρ\ell^2 + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{12}\cdot 3\cdot 2^2 + 1\cdot 1^2\right)\text{Kgm}^2 \Rightarrow \ I_{ολ(Γ)} = 2\,\text{Kgm}^2.$$

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης για το σύστημα ράβδος – σφαιρίδιο, τη στιγμή που χάνεται η επαφή στο Β :



$$Στ_{(Γ)} = I_{ολ(Γ)}α_{γων} \ \Leftrightarrow \ mg(ΓM) = I_{ολ(Γ)}α_{γων} \ \Leftrightarrow$$

$$α_{γων} = \frac{mg\frac{\ell}{2}συνφ}{I_{ολ(Γ)}} \ \Rightarrow \ α_{γων} = \frac{10\cdot 1\cdot 0,6}{2}\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \ \Rightarrow \ α_{γων} = 3\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}.$$

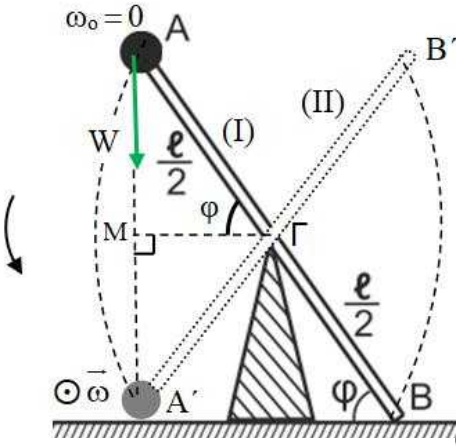
Τη στιγμή που χάνεται η επαφή της ράβδου με το δάπεδο (1), ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής, είναι (αλγεβρικά) :

$$\left(\frac{dL}{dt}\right)_{ρ(Γ)} = I_{ρ(Γ)}α_{γων} \ \Rightarrow \ \left(\frac{dL}{dt}\right)_{ρ(Γ)} = \left(\frac{1}{12}\cdot 3\cdot 2^2\cdot 3\right)\text{Nm} \ \Rightarrow \ \left(\frac{dL}{dt}\right)_{ρ(Γ)} = 3\,\text{Nm}.$$

Το διάνυσμα του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής έχει τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής και φορά από το σχήμα προς τον αναγνώστη.

Δ3.

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την περιστροφή του συστήματος από την αρχική θέση (Ι) μέχρι τη θέση (ΙΙ) ελάχιστα πριν έρθει σε επαφή το σφαιρίδιο με το δάπεδο :



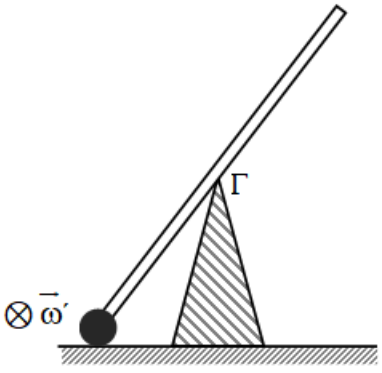
$$K_{τελ} - K_{αρχ} = ΣW \ \Leftrightarrow \ \frac{1}{2}I_{ολ}ω^2 - 0 = mg(AA΄) \ \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}I_{ολ}ω^2 = mg(2\cdot\frac{\ell}{2}ημφ) \ \Leftrightarrow ω^2 = \frac{2mgℓημφ}{I_{ολ}} \ \Rightarrow \ ω = \sqrt{\frac{2mgℓημφ}{I_{ολ}}}$$

$$\Rightarrow \ ω = \sqrt{\frac{2\cdot 10\cdot 2\cdot 0,8}{2}}\frac{\text{rad}}{\text{s}} \ \Rightarrow \ ω = 4\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Η στροφορμή $\vec{L}΄$ του σφαιριδίου αμέσως μετά την κρούση έχει αντίθετη φορά από την στροφορμή $\vec{L}$ ελάχιστα πριν την κρούση με το δάπεδο.

Θεωρώντας σαν θετική τη φορά της αρχικής στροφορμής $\vec{L}$, η αλγεβρική μεταβολή της στροφορμής λόγω της κρούσης, είναι :



$$ΔL = -L΄ - L = -I_{ολ}\cdot\frac{ω}{2} - I_{ολ}ω \ \Rightarrow \ ΔL = -\frac{3}{2}I_{ολ}ω \ \Rightarrow$$

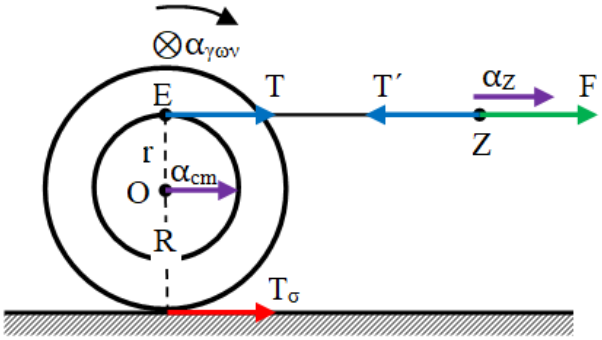
$$ΔL = -\frac{3}{2}\cdot 2\cdot 4\,\text{Kg}\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \ \Rightarrow \ ΔL = -12\,\text{Kg}\frac{\text{m}^2}{\text{s}}.$$

$⊙\vec{L}$
$⊗\vec{L}΄$
$⊗\Delta\vec{L} = \vec{L}΄ - \vec{L}$

Άρα, το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του συστήματος ράβδος – σφαιρίδιο λόγω της κρούσης είναι $|\Delta L| = 12\,Kg\frac{m^2}{s}$.

Το διάνυσμα της μεταβολής της στροφορμής $\Delta\vec{L}$ έχει φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

Δ4.



Το άκρο Z του νήματος δέχεται δύο αντίρροπες δυνάμεις : τη δύναμη $\vec{F}$ και την τάση του νήματος $\vec{T}'$.

Αφού η μάζα του Z είναι ασήμαντη, ισχύει :

$\Sigma F_Z = 0 \Leftrightarrow F - T' = 0 \Leftrightarrow T' = F = 12\ N.$

Η μάζα του νήματος είναι ασήμαντη, άρα ισχύει :

$T = T' = 12\ N.$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x :

$\Sigma F_x = M_\tau \alpha_{cm} \Leftrightarrow T + T_\sigma = M_\tau \alpha_{cm}.$ (1)

Αφού η τροχαλία κυλίεται χωρίς ολίσθηση, ισχύει : $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} R.$ (2)

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το O :

$$\Sigma\tau_{(O)} = I_\tau \alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow Tr - T_\sigma R = \frac{1}{2} M_\tau R^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{(2)} T\frac{r}{R} - T_\sigma = \frac{1}{2} M_\tau \alpha_{cm}. \quad (3)$$

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (1), (3) :

$$T + T_\sigma + T\frac{r}{R} - T_\sigma = M_\tau \alpha_{cm} + \frac{1}{2} M_\tau \alpha_{cm} \Leftrightarrow T\left(1 + \frac{r}{R}\right) = \frac{3}{2} M_\tau \alpha_{cm} \Leftrightarrow \alpha_{cm} = \frac{2T\left(1 + \frac{r}{R}\right)}{3M_\tau} \Rightarrow$$

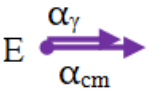
$$\alpha_{cm} = \frac{2 \cdot 12 \cdot \left(1 + \frac{0,3}{0,4}\right)}{3 \cdot 7} \frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha_{cm} = 2\,\frac{m}{s^2}.$$

Δ5.

Η γωνιακή επιτάχυνση ενός σημείου της τροχαλίας έχει μέτρο : $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_{cm}}{R} = \frac{2}{0,4}\frac{rad}{s^2} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 5\frac{rad}{s^2}.$

Όταν η τροχαλία κυλίεται χωρίς ολίσθηση, το ανώτερο σημείο E της εσωτερικής περιφέρειας ακτίνας r έχει δύο συνιστώσες επιταχύνσεις : την επιτάχυνση του κέντρου μάζας $\vec{\alpha}_{cm}$ λόγω μεταφορικής κίνησης και τη γραμμική επιτάχυνση $\vec{\alpha}_\gamma$ λόγω περιστροφής ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο της, μέτρου : $\alpha_\gamma = \alpha_{\gamma\omega\nu} r.$ (3)

Η συνισταμένη επιτάχυνση του E έχει μέτρο :



$$\alpha_E = \alpha_{cm} + \alpha_\gamma = \alpha_{cm} + \alpha_{\gamma\omega v} r \;\Rightarrow\; \alpha_E = \left(2 + 5\cdot 0,3\right)\frac{m}{s^2} \;\Rightarrow\; \alpha_E = 3,5\frac{m}{s^2}.$$

Το άκρο Z του τεντωμένου οριζόντιου νήματος έχει κάθε χρονική στιγμή την ίδια επιτάχυνση με το σημείο Ε : $\alpha_Z = \alpha_E = 3,5\frac{m}{s^2}$.

Το σημείο Z εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_o = 0$).

Το μέτρο της μετατόπισης του Z μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 , δίνεται από τη σχέση :

$$\Delta x_Z = \frac{1}{2}\alpha_Z t_1^2 \;\Rightarrow\; \Delta x_Z = \frac{1}{2}\cdot 3,5\cdot 2^2\,m \;\Rightarrow\; \Delta x_Z = 7\,m.$$

Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ στην ίδια χρονική διάρκεια, είναι :

$W_F = F(\Delta x_Z) = (12\ N)(7\ m) \;\Rightarrow\; W_F = 84\ J.$

Σχόλια

1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η δύναμη $\vec{F}$ είναι οριζόντια.
2) Στο ερώτημα Δ2 δεν διευκρινίζει η εκφώνηση αν ζητά το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής ή και την κατεύθυνσή του.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΤΡΙΤΗ 13 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2022
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Ιδανικό ρευστό ρέει σε οριζόντιο σωλήνα μεταβλητής διατομής. Η εξίσωση του Bernoulli παίρνει τη μορφή

α) $p + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 = \text{σταθερό}$ **β)** $p + \rho g y = \text{σταθερό}$

γ) $\frac{1}{2}\rho\upsilon^2 + \rho g y = \text{σταθερό}$ **δ)** $\frac{1}{2}\rho\upsilon^2 = \text{σταθερό}$

Μονάδες 5

Απάντηση

Η εξίσωση Bernoulli έχει τη γενική μορφή : $p + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 + \rho g y = \text{σταθερό}.$

Αφού ο σωλήνας είναι οριζόντιος, ισχύει : $y = \text{σταθερό}.$

Επομένως, για τον οριζόντιο σωλήνα η εξίσωση Bernoulli παίρνει τη μορφή :

$p + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 = \text{σταθερό}.$

Σωστή απάντηση : α).

Α2. Το συνολικό φορτίο που μετακινείται σε κλειστό κύκλωμα, λόγω φαινομένου επαγωγής, εξαρτάται από

α) τη χρονική διάρκεια του φαινομένου.
β) τον ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής.
γ) την ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα.
δ) την ωμική αντίσταση που παρουσιάζει το κύκλωμα.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σύμφωνα με το νόμο του Neumann $q_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Delta\Phi|}{R_{\text{ολ}}}$, το ηλεκτρικό φορτίο που μετακινείται λόγω επαγωγής σε κλειστό κύκλωμα, σε κάποια χρονική διάρκεια, εξαρτάται από την αντίστοιχη μεταβολή της μαγνητικής ροής και τη συνολική ωμική αντίσταση του κυκλώματος.

Σωστή απάντηση : δ).

Α3. Η στιγμιαία ισχύς του εναλλασσόμενου ρεύματος δίνεται από τη σχέση

α) $p = V I$ β) $p = \frac{V I}{2}$

γ) $p = V_{\eta\mu\omega t} I_{\eta\mu\omega t}$ δ) $p = V_{\varepsilon v} I_{\varepsilon v}$

Μονάδες 5

Απάντηση

Η στιγμιαία ισχύς ενός εναλλασσόμενου ρεύματος δίνεται από τη σχέση : $p = \upsilon i$. (1)

Για ένα αρμονικά εναλλασσόμενο ρεύμα, η στιγμιαία τάση υ και η στιγμιαία ένταση i δίνονται από τις εξισώσεις :

$\upsilon = V_{\eta\mu\omega t}$, (2)

$i = I_{\eta\mu\omega t}$. (3)

Αντικαθιστώντας από τις σχέσεις (2), (3) στη σχέση (1), προκύπτει : $p = V I \eta\mu^2\omega t$.

Σωστή απάντηση : γ).

Α4. Σε κάθε κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων

α) έχουμε ανταλλαγή ταχυτήτων.

β) έχουμε ανταλλαγή ορμών.

γ) έχουμε ανταλλαγή κινητικών ενεργειών.

δ) οι μεταβολές των ορμών των σωμάτων είναι αντίθετες.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σε κάθε κρούση μεταξύ δύο σωμάτων, η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή.

Επομένως ισχύει :

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1{}' + \vec{p}_2{}' \Leftrightarrow \vec{p}_1 - \vec{p}_1{}' = \vec{p}_2{}' - \vec{p}_2 \Leftrightarrow -\Delta\vec{p}_1 = \Delta\vec{p}_2 .$$

Δηλαδή, οι μεταβολές των ορμών των δύο σωμάτων είναι αντίθετες.

Σωστή απάντηση : δ).

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

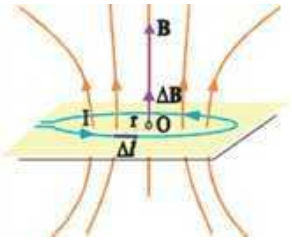
α) Η μονάδα έντασης του μαγνητικού πεδίου στο S.I. είναι το 1 Tesla.
β) Στο χώρο γύρω από κυκλικό ρευματοφόρο αγωγό δημιουργείται ομογενές μαγνητικό πεδίο.
γ) Τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση.
δ) Σε εξαναγκασμένη ταλάντωση με απόσβεση, στην κατάσταση συντονισμού, το μέγιστο πλάτος εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης b.
ε) Με τη βοήθεια του υδραυλικού ανυψωτήρα μπορούμε να κερδίσουμε σε δύναμη.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Σωστό.

β) Λάθος.



Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου ενός κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού είναι (γενικά) καμπύλες που τέμνουν κάθετα το επίπεδο του αγωγού.

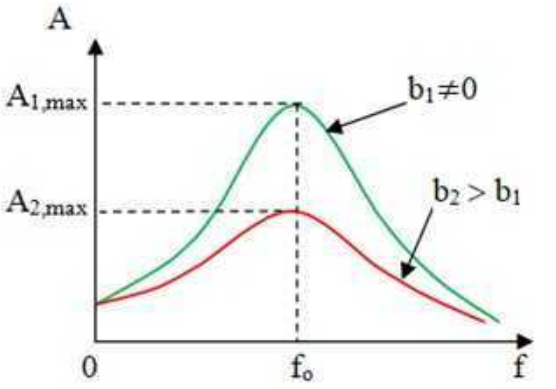
γ) Λάθος.

Μόνο στην επιταχυνόμενη στροφική κίνηση τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης έχουν ίδια κατεύθυνση.

Στην επιβραδυνόμενη στροφική κίνηση, τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης είναι αντίρροπα.

δ) Σωστό.

Αιτιολόγηση



Υποθέτω ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\text{συν}(2\pi f_\delta t)]$, η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -bu)$ και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.

Στην περίπτωση αυτή το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη συχνότητα f του διεγέρτη, για δύο τιμές της σταθεράς απόσβεσης b_1, b_2 με $b_2 > b_1$, όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα (f_o η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή).

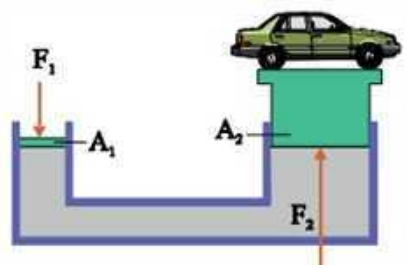
Στην κατάσταση συντονισμού ($f \cong f_o$) το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης A_{max} είναι διαφορετικό για διαφορετικές τιμές της σταθεράς απόσβεσης.

Σχόλια : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι

1) η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)]$,
2) η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -b\upsilon)$,
3) η απόσβεση είναι μικρή, ώστε η συχνότητα συντονισμού να είναι (περίπου) ίδια.

ε) Σωστό.

Ασκώντας δύναμη μέτρου F_1 στο μικρό έμβολο εμβαδού A_1, προκαλούμε (μέσω του υγρού του ανυψωτήρα) δύναμη μέτρου F_2 στο μεγάλο έμβολο εμβαδού A_2.



Όταν ισορροπούν τα έμβολα με το υγρό, ισχύει η σχέση :

$$p_1 = p_2 \Leftrightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Leftrightarrow F_2 = F_1 \cdot \frac{A_2}{A_1}. \quad (1)$$

Αφού $A_2 > A_1 \xrightarrow{(1)} F_2 > F_1$.

Επομένως, με τον υδραυλικό ανυψωτήρα μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε μια δύναμη.

Σχόλιο

Η διατύπωση : « . . . μπορούμε να κερδίσουμε σε δύναμη . . . » είναι ασαφής.

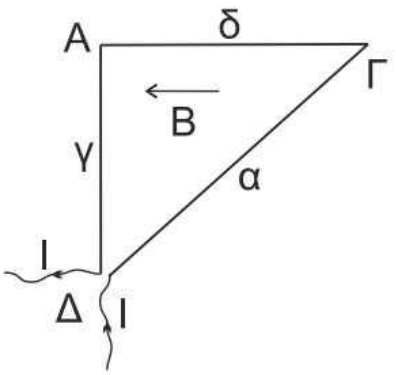
Μία καλύτερη διατύπωση είναι : « . . . μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε μια δύναμη . . . »

ΘΕΜΑ Β

Β1. Το πλαίσιο ΑΓΔ έχει σχήμα ορθογώνιου τριγώνου με ορθή γωνία στο Α και πλευρές α, δ, γ, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 1.**

Το πλαίσιο διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης I και βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, έντασης $\vec{B}$.

Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου είναι παράλληλες στην πλευρά ΑΓ του πλαισίου.



Σχήμα 1

Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης, που δέχεται το πλαίσιο από το μαγνητικό πεδίο, έχει τιμή

i. $\Sigma F = B\,I\,\gamma$ ii. $\Sigma F = 0$ iii. $\Sigma F = B\,I\,\alpha\,\eta\mu\Delta$.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

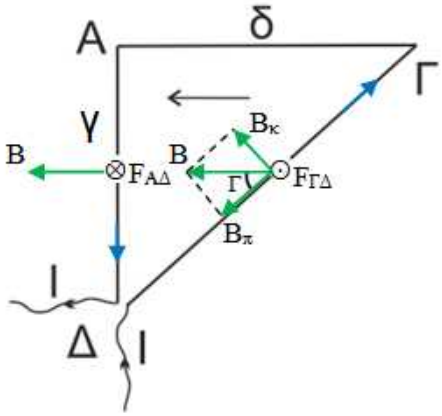
β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Η δύναμη Laplace που δέχεται η πλευρά ΑΔ είναι κάθετη στο επίπεδο του σχήματος, με φορά προς τη σελίδα και έχει μέτρο

$F_{A\Delta} = BI\gamma\eta\mu 90^o \Rightarrow F_{A\Delta} = BI\gamma.$ (1)



Η δύναμη Laplace που δέχεται η πλευρά ΓΔ είναι κάθετη στο επίπεδο του σχήματος, με φορά προς τον αναγνώστη και έχει μέτρο : $F_{\Gamma\Delta} = B_\kappa I\alpha \Rightarrow F_{\Gamma\Delta} = BI\alpha(\eta\mu\Gamma).$ (2)

Ισχύει : $\eta\mu\Gamma = \frac{\gamma}{\alpha} \Leftrightarrow \alpha(\eta\mu\Gamma) = \gamma.$ (3)

(2), (3) $\Rightarrow$ $F_{\Gamma\Delta} = BI\gamma.$ (4)

Στην πλευρά ΑΓ δεν ασκείται δύναμη Laplace γιατί είναι παράλληλη με την ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου.

Αφού οι δυνάμεις $\vec{F}_{A\Delta}$, $\vec{F}_{\Gamma\Delta}$ είναι αντίρροπες, η συνισταμένη τους είναι :

$\Sigma F = F_{\Gamma\Delta} - F_{A\Delta} \xrightarrow{(1),\,(4)} \Sigma F = BI\gamma - BI\gamma \Rightarrow \Sigma F = 0.$

Σωστή απάντηση : ii).

B2. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση που προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας συχνότητας, οι οποίες πραγματοποιούνται γύρω από το ίδιο σημείο, στην ίδια διεύθυνση, με εξισώσεις:

- $x_1 = A_1\,\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{6})$
- $x_2 = A_2\,\eta\mu(\omega t + \frac{2\pi}{3})$

Για τα πλάτη A_1 και A_2 ισχύει $A_1 = A_2\sqrt{3}$.

Τη χρονική στιγμή t = 0, ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος είναι ίσος με

i. $\frac{1}{3}$ ii. $\frac{1}{2}$ iii. 3 .

Δίνεται ότι: $\eta\mu\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\eta\mu\frac{\pi}{3} = \eta\mu\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο ταλαντώσεων, είναι :

$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{6} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης υπολογίζεται από τη σχέση :

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\varphi} = \sqrt{(A_2\sqrt{3})^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}} = \sqrt{3A_2^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cdot 0} \Rightarrow A = 2A_2.$$

➢ Η διαφορά φάσης θ μεταξύ της συνισταμένης ταλάντωσης και της ταλάντωσης πλάτους A_1, είναι :

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{A_2\eta\mu\varphi}{A_1 + A_2\sigma\upsilon\nu\varphi} = \frac{A_2\eta\mu\frac{\pi}{2}}{A_2\sqrt{3} + A_2\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}} = \frac{A_2}{A_2\sqrt{3}} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}.$$

Η συνισταμένη ΑΑΤ έχει εξίσωση της απομάκρυνσης :

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_{o,1} + \theta) \Rightarrow x = 2A_2\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow x = 2A_2\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right). \text{ (S.I.)} \quad (1)$$

Για $t = 0 \xrightarrow{(1)} x = 2A_2\eta\mu\frac{\pi}{3} = 2A_2\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = A_2\sqrt{3}.$

Εναλλακτικός τρόπος υπολογισμού του x

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ είναι :

$$x_1 = A_1 \eta\mu \frac{\pi}{6} = A_1 \cdot \frac{1}{2} \xrightarrow{A_1 = A_2\sqrt{3}} x_1 = \frac{A_2\sqrt{3}}{2}.$$

$$x_2 = A_2 \eta\mu \frac{\pi}{3} \Rightarrow x_2 = \frac{A_2\sqrt{3}}{2}.$$

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας : $x = x_1 + x_2 \Rightarrow x = A_2\sqrt{3}.$

Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t = 0$, είναι :

$$U_\tau = \frac{1}{2} D x^2 \Rightarrow U_\tau = \frac{1}{2} D \left(A_2\sqrt{3}\right)^2 \Rightarrow U_\tau = \frac{3}{2} D A_2^2. \qquad (2)$$

Η κινητική ενέργεια του σώματος την ίδια χρονική στιγμή υπολογίζεται από την ΑΔΕ :

$$K = E_\tau - U_\tau = \frac{1}{2} D (2A_2)^2 - \frac{3}{2} D A_2^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} D A_2^2. \qquad (3)$$

Το πηλίκο της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια τη χρονική στιγμή $t = 0$, είναι :

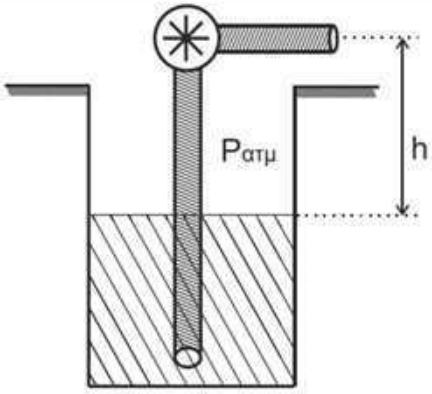
$$\frac{K}{U_\tau} = \frac{\frac{1}{2} D A_2^2}{\frac{3}{2} D A_2^2} \Leftrightarrow \frac{K}{U_\tau} = \frac{1}{3}.$$

Σωστή απάντηση : i).

B3. Μια αντλία χρησιμοποιείται για την άντληση νερού από πηγάδι.

Η υψομετρική διαφορά της ελεύθερης επιφάνειας του νερού στο πηγάδι και του σημείου εξόδου από το σωλήνα της αντλίας παραμένει σταθερή και ίση με h, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 2**.

Από την ενέργεια που προσφέρει η αντλία, 0,2 Joule ανά δευτερόλεπτο μετατρέπονται σε κινητική ενέργεια του νερού στην έξοδο.



Σχήμα 2

Αν υποδιπλασιάσουμε μόνο το εμβαδόν διατομής στην έξοδο του σωλήνα της αντλίας, για να κρατήσουμε σταθερή την παροχή του νερού η αντλία θα πρέπει να αυξήσει την ισχύ της κατά

i. 0,6 J / s ii. 0,8 J / s iii. 0,2 J / s .

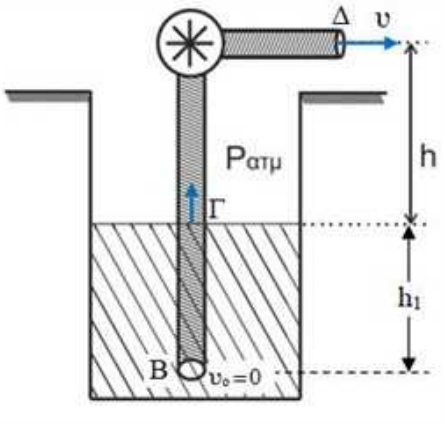
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

Απάντηση



Η αρχική παροχή του σωλήνα στην έξοδο Δ δίνεται από τη σχέση:

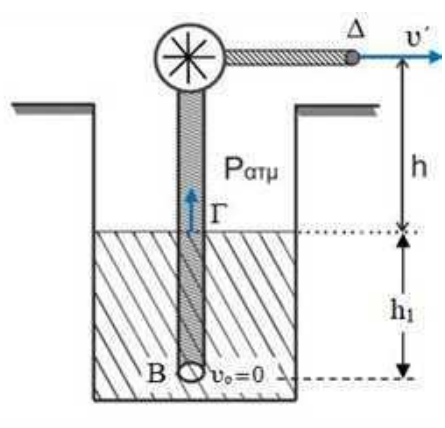
$\Pi = A\upsilon$. (1)

Όταν υποδιπλασιαστεί το εμβαδό διατομής, η παροχή του σωλήνα στην έξοδο Δ δίνεται από τη σχέση :

$\Pi' = A'\upsilon'$. (2)

Αφού $\Pi = \Pi'$, από το συνδυασμό των σχέσεων (1), (2) προκύπτει:

$$A\upsilon = A'\upsilon' \Leftrightarrow A\upsilon = \frac{A}{2}\upsilon' \Leftrightarrow \upsilon' = 2\upsilon. \quad (3)$$



Από τη σχέση ορισμού της παροχής, προκύπτει :

$$\Pi = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta V = \Pi(\Delta t).$$

Αφού η παροχή παραμένει σταθερή, σε χρονική διάρκεια $\Delta t = 1\ s$ εξέρχεται ίσος όγκος νερού ΔV άρα και ίση μάζα νερού $\Delta m = \rho(\Delta V)$, στις δύο περιπτώσεις.

Αρχικά, το νερό στο στόμιο του κατακόρυφου σωλήνα (διατομή Β) είναι ακίνητο ($\upsilon_o = 0$).

1ος τρόπος

1η περίπτωση

Σε χρονική διάρκεια $\Delta t = 1$ s εξέρχεται από τη διατομή Δ μάζα νερού Δm, με κινητική ενέργεια $K = 0,2$ J.

Ισχύει : $K = \frac{1}{2}(\Delta m)\upsilon_{\Gamma}^2$. (4)

2η περίπτωση

Σε χρονική διάρκεια $\Delta t = 1$ s εξέρχεται από τη διατομή Δ μάζα νερού Δm με κινητική ενέργεια :

$$K' = \frac{1}{2}(\Delta m)\upsilon_{\Gamma}'^2 \xrightarrow{(3)} K' = \frac{1}{2}(\Delta m)\cdot 4\upsilon_{\Gamma}^2 \xrightarrow{(4)} K' = 4K \Rightarrow K' = 0,8\,J. \quad (5)$$

Αφού η υψομετρική διαφορά παραμένει σταθερή, η μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας της μάζας νερού Δm είναι ίδια στις δύο περιπτώσεις.

Άρα, η επιπλέον ενέργεια που δαπανά η αντλία στη 2η περίπτωση, σε χρονική διάρκεια $\Delta t = 1$ s, χρησιμοποιείται αποκλειστικά για την αύξηση της κινητικής ενέργειας της μάζας νερού Δm κατά

$\Delta K = K' - K = 0,8$ J $- 0,2$ J $\Rightarrow \Delta K = 0,6$ J.

Επομένως, η αντλία πρέπει να αυξήσει την ισχύ της κατά $\Delta P = \frac{\Delta K}{\Delta t} = 0,6\frac{J}{s}$.

2ος τρόπος

Σε χρονική διάρκεια Δt εξέρχεται από τη διατομή Δ μάζα νερού $\Delta m = \rho(\Delta V)$.

Κατά τη διάρκεια της μετακίνησης της μάζας νερού Δm από το στόμιο Β του κατακόρυφου σωλήνα μέχρι το Δ, η αντλία προσφέρει ενέργεια για την αύξηση της κινητικής και της (βαρυτικής) δυναμικής ενέργειας της μάζας Δm.

Στη χρονική διάρκεια Δt, η αντλία προσφέρει ενέργεια : $\Delta W = \Delta K + \Delta U_{\beta}$, όπου :

$\Delta K = \frac{1}{2}(\Delta m)\upsilon^2$ η αύξηση της κινητικής ενέργειας της μάζας Δm (ξεκινώντας από την ακινησία στο Β),

$\Delta U_{\beta} = (\Delta m)g(h + h_1)$ η αύξηση της δυναμικής ενέργειας της μάζας Δm,

h_1 η κατακόρυφη απόσταση του στομίου στο Β από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού του πηγαδιού.

Η ισχύς που δαπανά η αντλία για την μετακίνηση αυτή, δίνεται από τη σχέση :

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta K}{\Delta t} + \frac{\Delta U_{\beta}}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}(\Delta m)\upsilon^2}{\Delta t} + \frac{(\Delta m)g(h + h_1)}{\Delta t} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\rho(\Delta V)}{\Delta t}\cdot\upsilon^2 + \frac{\rho(\Delta V)}{\Delta t}\cdot g(h + h_1) \Rightarrow$$

$$P = \frac{\rho\Pi\upsilon^2}{2} + \rho\Pi g(h + h_1). \quad (6)$$

1η περίπτωση

$$\frac{\Delta K}{\Delta t}=\frac{\rho \Pi \upsilon^2}{2}=0,2\frac{J}{s}. \qquad (7)$$

$$P=\frac{\Delta K}{\Delta t}+\rho \Pi g(h+h_1). \qquad (8)$$

2η περίπτωση

$$\frac{\Delta K'}{\Delta t}=\frac{\rho \Pi \upsilon'^2}{2}=\frac{\rho \Pi (2\upsilon)^2}{2} \Rightarrow \frac{\Delta K'}{\Delta t}=4\cdot\frac{\rho \Pi \upsilon^2}{2} \xrightarrow{(7)} \frac{\Delta K'}{\Delta t}=4\cdot\frac{\Delta K}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta K'}{\Delta t}=0,8\frac{J}{s}. \qquad (9)$$

$$P'=\frac{\Delta K'}{\Delta t}+\rho \Pi g(h+h_1). \qquad (10)$$

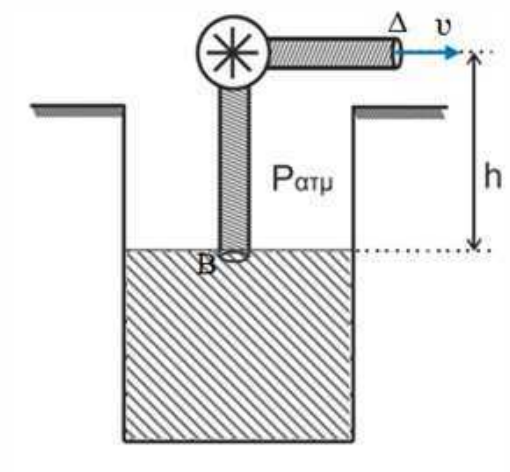
Αφαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (10), (8), προκύπτει η αύξηση της ισχύος της αντλίας :

$$\Delta P=P'-P=\frac{\Delta K'}{\Delta t}-\frac{\Delta K}{\Delta t} \xrightarrow{(7),\,(9)} \Delta P=(0,8-0,2)\frac{J}{s} \Rightarrow \Delta P=0,6\frac{J}{s}.$$

Σχόλιο

Η εκφώνηση έπρεπε να δίνει σαν h την υψομετρική διαφορά μεταξύ του στομίου στην έξοδο Δ και του στομίου στην είσοδο Β και όχι μεταξύ του Δ και της ελεύθερης επιφάνειας του νερού, αφού το νερό μέσα στον κατακόρυφο σωλήνα, στο ύψος της στάθμης νερού του πηγαδιού, δεν είναι ακίνητο.

Διαφορετικά, έπρεπε το στόμιο του σωλήνα στο Β να βρίσκεται πολύ κοντά στην επιφάνεια του νερού στο πηγάδι, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



ΘΕΜΑ Γ

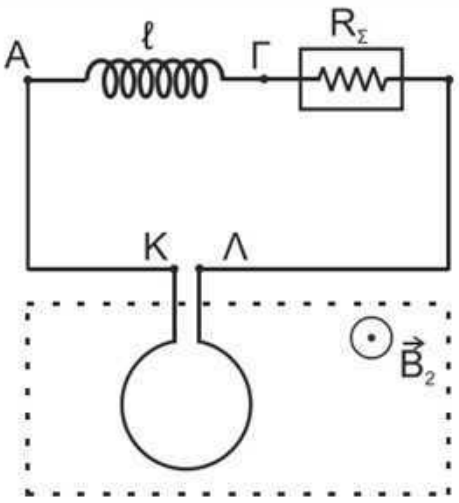
Το σωληνοειδές μήκους ℓ του **Σχήματος 3**, που έχει n = 500 σπείρες/m και ωμική αντίσταση $R_1 = 2\Omega$, έχει συνδεθεί με θερμική συσκευή Σ ωμικής αντίστασης R_Σ, η οποία, όταν στα άκρα της έχει τάση ίση με 10 V, λειτουργεί κανονικά αποδίδοντας θερμική ισχύ 50 W.

Στα σημεία Κ, Λ του κυκλώματος έχει συνδεθεί κυκλικός αγωγός ωμικής αντίστασης $R_2 = 2\Omega$. Ο αγωγός αυτός αποτελείται από N = 300 σπείρες ίδιας ακτίνας, εμβαδού $S = 0{,}25\ m^2$ και βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο.

Το επίπεδο του αγωγού αυτού είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου, οι οποίες έχουν φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου αυξάνεται με σταθερό ρυθμό

$$\frac{\Delta B_2}{\Delta t} = 0{,}16\ T/s.$$



Σχήμα 3

Γ1. Να σχεδιάσετε τη φορά του επαγωγικού ρεύματος στον κυκλικό αγωγό, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε την ηλεκτρεγερτική δύναμη (ΗΕΔ) από επαγωγή που αναπτύσσεται στον κυκλικό αγωγό.

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης $\vec{B}_1$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς.

Μονάδες 6

Γ4. Αποσυνδέουμε το σωληνοειδές από το κύκλωμα, το κόβουμε στη μέση και συνδέουμε ξανά το ένα από τα δύο νέα σωληνοειδή στα σημεία Α, Γ, διατηρώντας το μήκος ℓ/2. Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης $\vec{B}_1'$ του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του νέου σωληνοειδούς (μονάδες 4), καθώς και την τελική ισχύ που αποδίδει τότε η θερμική συσκευή. (μονάδες 3)

Μονάδες 7

Δίνεται η σταθερά του μαγνητικού πεδίου $K_\mu = 10^{-7}\ \frac{N}{A^2}$.

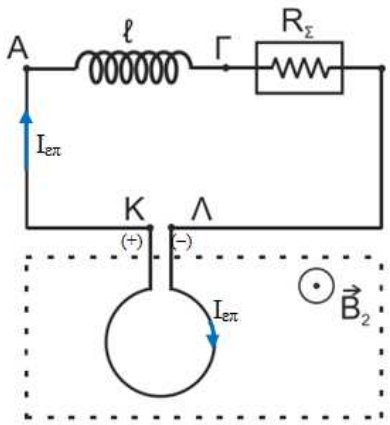
Να μη γίνει αντικατάσταση του π, όπου αυτό εμφανιστεί.

Απάντηση

Γ1.

Σύμφωνα με την εκφώνηση, το μέτρο της έντασης $\vec{B}_2$ του μαγνητικού πεδίου αυξάνεται, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από τις σπείρες του «κυκλικού αγωγού» και να αναπτυχθεί σ' αυτόν ΗΕΔ από επαγωγή.

Το κλειστό κύκλωμα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα, το οποίο στον κυκλικό αγωγό έχει τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού (από το Λ προς το Κ) ώστε να δημιουργεί μαγνητικό πεδίο με αντίρροπες δυναμικές γραμμές και να αντιδρά στην αύξηση της μαγνητικής ροής, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz.



Γ2.

Το **μέτρο** της ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στον κυκλικό σγωγό, υπολογίζεται με το νόμο της επαγωγής (Faraday) :

$$E_{επ} = N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = NS \cdot \frac{\Delta B_2}{\Delta t} \Rightarrow E_{επ} = 300 \cdot 0,25 \cdot 0,16\,V \Rightarrow E_{επ} = 12\,V.$$

Η πολικότητα της ΗΕΔ έχει σημειωθεί στο σχήμα [(+) στο Κ, (–) στο Λ].

Γ3.

Η θερμική συσκευή έχει τάση κανονικής λειτουργίας $V_κ = 10V$ και ισχύ κανονικής λειτουργίας $P_κ = 50$ W.

Η ωμική αντίσταση $R_Σ$ της θερμικής συσκευής, είναι :

$$R_\Sigma = \frac{V_κ^2}{P_κ} \Rightarrow R_\Sigma = \frac{10^2}{50}\Omega \Rightarrow R_\Sigma = 2\Omega.$$

Η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος είναι : $R_{ολ} = R_1 + R_2 + R_\Sigma = (2 + 2 + 2)\,\Omega \Rightarrow R_{ολ} = 6\,\Omega$.

Η ένταση του ρεύματος υπολογίζεται με το νόμο του Ωμ :

$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} \Rightarrow I_{επ} = \frac{12\,V}{6\,\Omega} \Rightarrow I_{επ} = 2\,A.$$

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς, είναι :

$$B_1 = 4\pi K_\mu I_{επ} n \Rightarrow B_1 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 500\,T \Rightarrow B_1 = 4\pi \cdot 10^{-4}\,T.$$

Γ4.

Η ωμική αντίσταση του αρχικού σωληνοειδούς δίνεται από τη σχέση : $R_1 = \rho\frac{\ell}{S_1}$, (1)

όπου ℓ το μήκος του σύρματος του σωληνοειδούς και S_1 το εμβαδό της διατομής του σύρματος.

Η ωμική αντίσταση του νέου σωληνοειδούς είναι :

$$R_1' = \rho\frac{\ell'}{S_1} = \rho\frac{\frac{\ell}{2}}{S_1} = \frac{1}{2}\left(\rho\frac{\ell}{S_1}\right) \xrightarrow{(1)} R_1' = \frac{R_1}{2} \Rightarrow R_1' = 1\Omega.$$

Επομένως : $R_{o\lambda}' = R_1' + R_2 + R_\Sigma = (1 + 2 + 2)\,\Omega \Rightarrow R_{o\lambda}' = 5\,\Omega.$

Η νέα τιμή της έντασης του ρεύματος, είναι : $I_{\varepsilon\pi}' = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}'} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi}' = \frac{12\,V}{5\,\Omega} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi}' = 2,4\,A.$

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του νέου σωληνοειδούς, είναι :

$$B_1' = 4\pi K_\mu I_{\varepsilon\pi}' n \Rightarrow B_1' = 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 2,4\cdot 500\,T \Rightarrow B_1' = 4,8\pi\cdot 10^{-4}\,T.$$

Η θερμική συσκευή αποδίδει ισχύ :

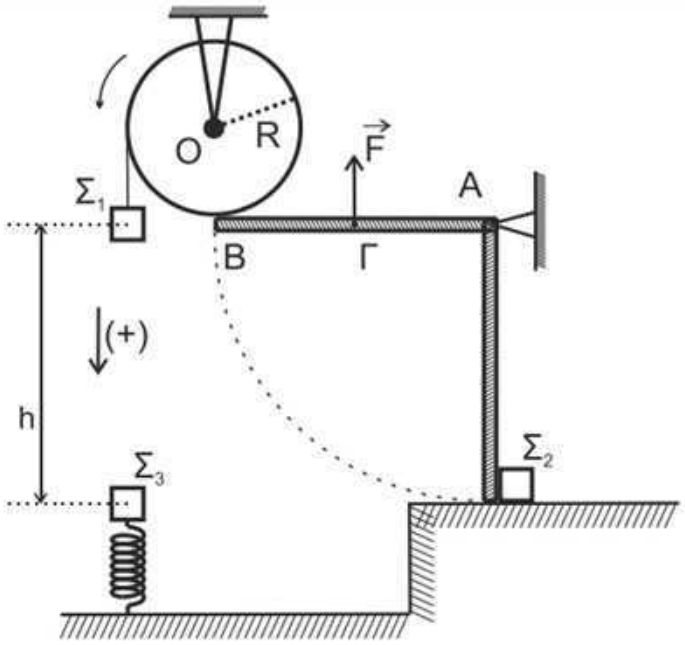
$$P_\Sigma' = I_{\varepsilon\pi}'^2 R_\Sigma \Rightarrow P_\Sigma' = 2,4^2\cdot 2\,W \Rightarrow P_\Sigma' = 11,52\,W.$$

Σχόλιο

Ένα πηνίο με N = 300 σπείρες έχει μεγάλο μήκος και δεν μπορεί να θεωρηθεί (επίπεδος) κυκλικός αγωγός.

ΘΕΜΑ Δ

Άκαμπτη, ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΒ, μήκους $\ell = 1,2$ m και μάζας $M_ρ = 2$ Kg, έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Η ράβδος μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α.



Σχήμα 4

Στο μέσον Γ της ράβδου ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ με φορά προς τα πάνω, μέτρου F = 80 N. Η ράβδος ΑΒ εφάπτεται με το άκρο της Β σε ομογενή τροχαλία, μάζας $M_T = 2$ Kg και ακτίνας R, που είναι στερεωμένη σε οροφή και που μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της (**Σχήμα 4**).
Αβαρές και μη εκτατό νήμα είναι τυλιγμένο πολλές φορές στο αυλάκι της τροχαλίας και στο ελεύθερο άκρο του είναι δεμένο σώμα $Σ_1$, μικρών διαστάσεων και μάζας $m_1 = 1$ Kg. Η τροχαλία με την επίδραση της τριβής που δέχεται από τη ράβδο ισορροπεί οριακά.

Δ1. Να υπολογίσετε το συντελεστή οριακής τριβής μεταξύ ράβδου και τροχαλίας.

Μονάδες 5

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, καταργούμε τη δύναμη $\vec{F}$, με αποτέλεσμα η ράβδος να στραφεί γύρω από το άκρο της Α και η τροχαλία να περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της. Όταν η ράβδος φθάσει στην κατακόρυφη θέση, το άκρο της Β συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα $Σ_2$, μικρών διαστάσεων και μάζας m_2=1Kg.

Δ2. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος $Σ_2$ αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

Κάτω από το σώμα $Σ_1$ και σε απόσταση h = 1,2 m βρίσκεται σώμα $Σ_3$, μάζας $m_3 = 3$ Kg, το οποίο ισορροπεί στο άνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 100 N / m, η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη στο έδαφος.

Τη χρονική στιγμή t_1, το σώμα $Σ_1$ συγκρούεται πλαστικά με το σώμα $Σ_3$ και ταυτόχρονα κόβεται το νήμα. Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{u}_1$ του σώματος Σ_1, τη χρονική στιγμή t_1 που συναντά το σώμα Σ_3.

Μονάδες 5

Δ4. Να υπολογίσετε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Μονάδες 5

Δ5. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος. Θεωρήστε χρονική στιγμή t = 0 τη στιγμή της κρούσης και θετική φορά την προς τα κάτω.

Μονάδες 4

Δίνονται:

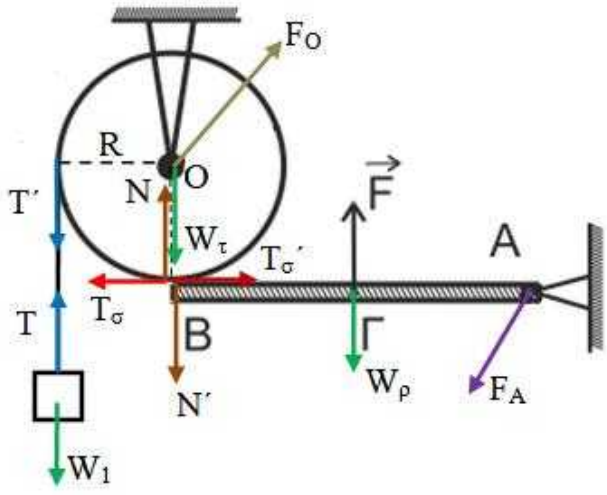
- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.
- η ροπή αδράνειας ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α $I_{(A)} = \frac{1}{3} M_\rho \ell^2$
- η ροπή αδράνειας τροχαλίας ως προς τον άξονα της: $I_{cm(T)} = \frac{1}{2} M_T R^2$

Να θεωρήσετε ότι:

- οι κρούσεις είναι ακαριαίες και κατά την πραγματοποίησή τους δεν έχουμε απώλεια μάζας.
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα.
- το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.
- το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

Απάντηση

Δ1.



Σώμα Σ_1

Το σώμα Σ_1 ισορροπεί, άρα ισχύει :

$\Sigma F_1 = 0 \Leftrightarrow T = m_1 g \Rightarrow T = 10\ N.$

Η μάζα του νήματος είναι ασήμαντη, άρα οι δυνάμεις που ασκεί στο σώμα και την τροχαλία έχουν ίσα μέτρα :

$T' = T = 10\ N.$

Τροχαλία

Αφού η τροχαλία ισορροπεί, η στατική τριβή $\vec{T}_\sigma$ που δέχεται από τη ράβδο έχει φορά προς τα αριστερά, ώστε να προκαλεί αντίθετη ροπή από την τάση του νήματος $\vec{T}'$.

Σύμφωνα με την εκφώνηση «η τροχαλία ισορροπεί οριακά».

Επομένως, **δεχόμαστε ότι η στατική τριβή μεταξύ ράβδου – τροχαλίας είναι ίση με την οριακή τριβή** :

$T_\sigma = T_{o\rho}$.

Το βάρος $\vec{W}_\tau$ της τροχαλίας και η δύναμη $\vec{F}_O$ από τον άξονα δεν προκαλούν ροπή.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας :

$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Leftrightarrow T' R - T_{o\rho} R = 0 \Leftrightarrow T' = T_{o\rho} \Rightarrow T_{o\rho} = 10\ N.$

Ράβδος

Σύμφωνα με τον 3ο νόμο του Newton : $T_{\sigma}' = T_{\sigma} \Rightarrow T_{o\rho}' = T_{o\rho} = 10N$.

Αφού η ράβδος είναι ομογενής και ισοπαχής, το κέντρο μάζας της είναι το μέσο της Γ.

Η στατική τριβή $\vec{T}_{\sigma}'$ και η δύναμη $\vec{F}_A$ από τον άξονα περιστροφής της ράβδου δεν προκαλούν ροπή.

Υποθέτω ότι η ράβδος εφάπτεται με το άκρο της Β στο κατώτερο σημείο της τροχαλίας, άρα η ακτίνα ΟΒ είναι κάθετη στη ράβδο στο σημείο Β.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής της ράβδου που διέρχεται από το Α :

$$\Sigma\tau_{A)} = 0 \Leftrightarrow N'\ell + \left(W_{\rho} - F\right)\frac{\ell}{2} = 0 \Leftrightarrow N' = \frac{F - M_{\rho}g}{2} \Rightarrow N' = \frac{80-20}{2}N \Rightarrow N' = 30\,N.$$

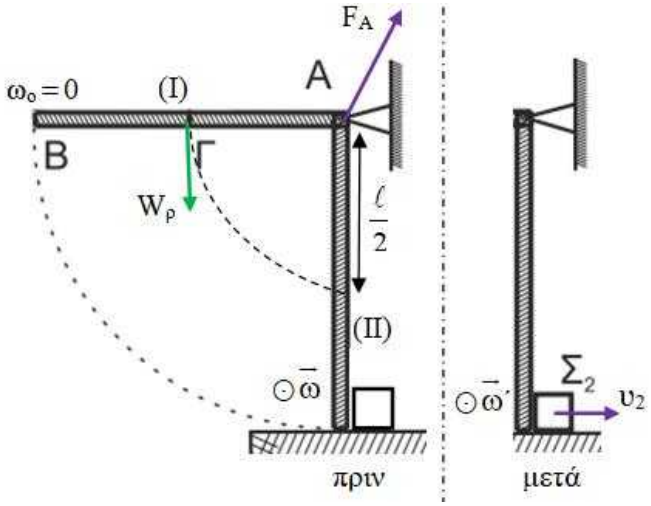
Εφαρμόζω το νόμο της οριακής στατικής τριβής :

$$T_{o\rho}' = \mu_{o\rho}N' \Leftrightarrow \mu_{o\rho} = \frac{T_{o\rho}'}{N'} \Rightarrow \mu_{o\rho} = \frac{10}{30} \Rightarrow \mu_{o\rho} = \frac{1}{3}.$$

Δ2.

Ράβδος

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την περιστροφή της ράβδου από την αρχική οριζόντια θέση (Ι) μέχρι την κατακόρυφη θέση (ΙΙ) (ελάχιστα πριν την κρούση) :



$$K_{II} - K_I = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2}I_{(A)}\omega^2 - 0 = M_{\rho}g\frac{\ell}{2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{3}M_{\rho}\ell^2\omega^2 = M_{\rho}g\ell \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{3g}{\ell} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3g}{\ell}} \Rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{30}{1,2}}\frac{rad}{s} = \sqrt{25}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 5\frac{rad}{s}.$$

Κατά τη διάρκεια της κρούσης δεν ασκούνται εξωτερικές ροπές στο σύστημα ράβδος – σώμα Σ_2, άρα η στροφορμή του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής διατηρείται σταθερή :

$$L_{\sigma(A)} = L_{\sigma(A)}' \Leftrightarrow I_{\rho}\omega = (I_{\rho} + m_2\ell^2)\omega' \Leftrightarrow \frac{1}{3}M_{\rho}\ell^2\omega = \left(\frac{1}{3}M_{\rho}\ell^2 + m_2\ell^2\right)\omega' \Leftrightarrow \omega' = \frac{M_{\rho}\omega}{M_{\rho} + 3m_2} \Rightarrow$$

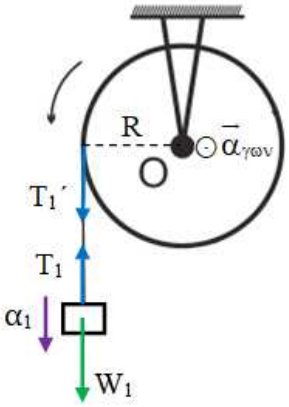
$$\omega' = \frac{2\cdot 5}{2 + 3\cdot 1}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega' = 2\frac{rad}{s}.$$

Μετά την κρούση το Σ_2 κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας ℓ.

Το μέτρο της (γραμμικής) ταχύτητας του Σ_2 αμέσως μετά την κρούση είναι :

$$\upsilon_2 = \omega' \ell \;\Rightarrow\; \upsilon_2 = \left(2\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)(1{,}2\,\text{m}) \;\Rightarrow\; \upsilon_2 = 2{,}4\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Δ3.



Από τη στιγμή που καταργείται η δύναμη $\vec{F}$, το Σ_1 κατέρχεται με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_1$ και η τροχαλία περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$.

Το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας, άρα ισχύει :

$R\alpha_{\gamma\omega\nu} = \alpha_1$. (1)

<u>Σώμα Σ_1</u>

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής :

$\Sigma F_1 = m_1\alpha_1 \;\Leftrightarrow\; m_1 g - T_1 = m_1\alpha_1$. (2)

<u>Τροχαλία</u>

Η μάζα του νήματος είναι ασήμαντη, άρα : $T_1' = T_1$. (3)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης :

$$\Sigma\tau_{(O)} = I_{\tau(O)}\alpha_{\gamma\omega\nu} \;\Leftrightarrow\; T_1' R = \frac{1}{2}M_\tau R^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \;\Leftrightarrow\; T_1' = \frac{1}{2}M_\tau R\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{(1),\,(3)} T_1 = \frac{1}{2}M_\tau\alpha_1. \quad (4)$$

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (2), (4) :

$$m_1 g - T_1 + T_1 = m_1\alpha_1 + \frac{1}{2}M_\tau\alpha_1 \;\Leftrightarrow\; m_1 g = \left(m_1 + \frac{M_\tau}{2}\right)\alpha_1 \;\Leftrightarrow\; \alpha_1 = \frac{m_1 g}{m_1 + \frac{M_\tau}{2}} \;\Rightarrow$$

$$\alpha_1 = \frac{10}{1+1}\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \;\Rightarrow\; \alpha_1 = 5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Το Σ_1 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_o = 0$). Ισχύουν οι σχέσεις :

$$\upsilon_1 = \alpha_1 t_1 \;\Leftrightarrow\; t_1 = \frac{\upsilon_1}{\alpha_1}. \quad (5)$$

$$h = \frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \xrightarrow{(5)} h = \frac{1}{2}\alpha_1 \cdot \frac{\upsilon_1^2}{\alpha_1^2} \;\Leftrightarrow\; h = \frac{\upsilon_1^2}{2\alpha_1} \;\Leftrightarrow\; \upsilon_1^2 = 2\alpha_1 h \;\Rightarrow\; \upsilon_1 = \sqrt{2\alpha_1 h} \;\Rightarrow$$

$$\upsilon_1 = \sqrt{2\cdot 5\cdot 1{,}2}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = \sqrt{12}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \;\Rightarrow\; \upsilon_1 = 2\sqrt{3}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

<u>Εναλλακτική απάντηση</u>

Κατά τη διάρκεια της περιστροφής της τροχαλίας, το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει.

Επομένως, το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_1$ του σώματος και το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$ της τροχαλίας συνδέονται με τη σχέση : $\upsilon_1 = R\omega$. (I)

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για το σύστημα σώμα – τροχαλία, από τη στιγμή που καταργείται η δύναμη μέχρι τη στιγμή που το σώμα έχει κατέβει κατά h από την αρχική θέση :

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}I_\tau\omega^2 - 0 = mgh \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}M_\tau R^2\omega^2 = mgh \xrightarrow{(I)}$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{4}M_\tau\upsilon_1^2 = mgh \Leftrightarrow (2m + M_\tau)\upsilon_1^2 = 4mgh \Leftrightarrow \upsilon_1^2 = \frac{4mgh}{2m + M_\tau} \Rightarrow \upsilon_1 = 2\sqrt{\frac{mgh}{2m + M_\tau}} \Rightarrow$$

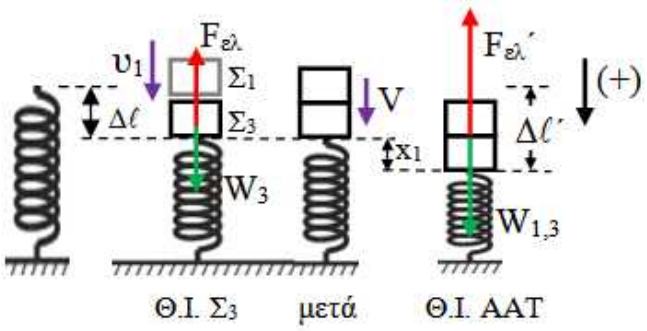
$$\upsilon_1 = 2\sqrt{\frac{1\cdot 10\cdot 1,2}{2\cdot 1 + 2}}\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_1 = 2\sqrt{3}\frac{m}{s}.$$

Δ4.

Στη θέση ισορροπίας του Σ_3 το ελατήριο έχει συμπίεση $\Delta\ell$. Ισχύει :

$$\Sigma F_3 = 0 \Leftrightarrow F_{ελ} - W_3 = 0 \Leftrightarrow k(\Delta\ell) = m_3 g \Leftrightarrow$$

$$\Delta\ell = \frac{m_3 g}{k} \Rightarrow \Delta\ell = \frac{30}{100}m \Rightarrow \Delta\ell = 0,3m.$$



Αφού η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι ασήμαντη, πρακτικά η ορμή του συστήματος δεν μεταβάλλεται.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής (αλγεβρικά) :

$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_3)V \Leftrightarrow V = \frac{m_1\upsilon_1}{m_1 + m_3} \Rightarrow V = \frac{1\cdot 2\sqrt{3}}{1+3}\frac{m}{s} \Rightarrow V = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{s}.$$

Στη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ το ελατήριο έχει συμπίεση $\Delta\ell'$. Ισχύει :

$$\Sigma F_{1,3} = 0 \Leftrightarrow F_{ελ}' - W_{1,3} = 0 \Leftrightarrow k(\Delta\ell') = (m_1 + m_3)g \Leftrightarrow \Delta\ell' = \frac{(m_1 + m_3)g}{k} \Rightarrow \Delta\ell' = \frac{(1+3)\cdot 10}{100}m \Rightarrow$$

$$\Delta\ell' = 0,4m.$$

Η απόσταση x_1 των δύο θέσεων ισορροπίας, είναι : $x_1 = \Delta\ell' - \Delta\ell = (0,4 - 0,3)m \Rightarrow x_1 = 0,1m.$

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ :

$$E_\tau = K_{1,3} + U_\tau \Leftrightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_3)V^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \Leftrightarrow A^2 = \frac{(m_1 + m_3)V^2}{k} + x_1^2 \Rightarrow$$

$$A = \sqrt{4\cdot\frac{3}{4}\cdot 10^{-2} + 10^{-2}}m = \sqrt{4\cdot 10^{-2}}\,m \Rightarrow A = 0,2m.$$

Δ5.

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ είναι : $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m_1 + m_3}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\dfrac{100}{4}}\dfrac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 5\dfrac{rad}{s}$.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης στην ΑΑΤ έχει τη γενική μορφή : $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$. (6)

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το συσσωμάτωμα έχει απομάκρυνση $x = -x_1 \Rightarrow x = -0,1\ m$.

Αντικαθιστώντας τις τιμές στη σχέση (6), προκύπτει η τιμή της αρχικής φάσης φ_o :

$$-0,1 = 0,2\eta\mu\varphi_o \Leftrightarrow \eta\mu\varphi_o = -\frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_o = \begin{cases} \dfrac{7\pi}{6} & (7) \\ \text{ή} & \\ \dfrac{11\pi}{6} & (8) \end{cases}$$

Η εξίσωση της ταχύτητας στην ΑΑΤ έχει τη γενική μορφή : $\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o)$. (9)

Αμέσως μετά την κρούση ($t = 0$) το συσσωμάτωμα κινείται προς τη θετική φορά ($\upsilon > 0$).

Για $t = 0 \xrightarrow{(9)} \upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\varphi_o$. (10)

Αν $\varphi_o = \dfrac{7\pi}{6} \xrightarrow{(10)} \upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\dfrac{7\pi}{6} = \upsilon_{max}\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) < 0$, απορρίπτεται.

Αν $\varphi_o = \dfrac{11\pi}{6} \xrightarrow{(10)} \upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\dfrac{11\pi}{6} = \upsilon_{max}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) > 0$, δεκτή.

Άρα : $\varphi_o = \dfrac{11\pi}{6}$.

Αντικαθιστώντας στη σχέση (6) προκύπτει η εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ :

$$x = 0,2\eta\mu\left(5t + \frac{11\pi}{6}\right).\ (S.I.)$$

Σχόλια

1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η ράβδος εφάπτεται με το άκρο της Β **στο κατώτερο σημείο της τροχαλίας**, ώστε η ακτίνα ΟΒ να είναι κάθετη στη ράβδο στο σημείο επαφής Β της ράβδου με την τροχαλία.

2) Η διατύπωση : «η τροχαλία ισορροπεί οριακά» είναι ασαφής.

Μία καλύτερη διατύπωση θα ήταν : «η τροχαλία είναι έτοιμη να περιστραφεί» ή «η στατική τριβή μεταξύ ράβδου – τροχαλίας είναι ίση με την οριακή τριβή».

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΤΡΙΤΗ 22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2021
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην επιλογή σας, η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση*

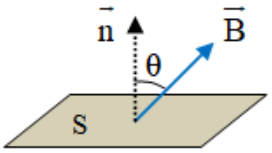
Α1. Η μαγνητική ροή Φ, που διέρχεται από μια επίπεδη επιφάνεια εμβαδού S, η οποία βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο

α) είναι μέγιστη, όταν η επιφάνεια είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου
β) είναι διανυσματικό μέγεθος
γ) είναι μέγιστη, όταν η επιφάνεια είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου
δ) έχει μονάδα μέτρησης το 1 Tesla (1Τ).

Μονάδες 5

Απάντηση

Η μαγνητική ροή Φ που διέρχεται από μία επίπεδη επιφάνεια εμβαδού S, η οποία βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου B, δίνεται από τη σχέση : $\Phi = BS\sigma\upsilon\nu\theta$, (1)



όπου θ η γωνία που σχηματίζουν οι δυναμικές γραμμές με την κάθετη $\vec{n}$ στην επιφάνεια.

α) Λάθος.

Όταν η επιφάνεια είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές :

$\theta = 90^o \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\theta = 0 \xrightarrow{(1)} \Phi = 0.$

β) Λάθος.

Η μαγνητική ροή είναι μονόμετρο μέγεθος.

γ) Σωστό.

Όταν η επιφάνεια είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές :

$\theta = 0^o \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\theta = 1 \xrightarrow{(1)} \Phi = BS =$ μέγιστη.

δ) Λάθος.

Η μονάδα μέτρησης της μαγνητικής ροής στο S.I. είναι το 1 Weber : $1\ Wb = 1\ T\cdot m^2$.

A2. Σώμα εκτελεί κίνηση, που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, γύρω από το ίδιο σημείο ίδιου πλάτους και ίδιας διεύθυνσης, με συχνότητες f_1=199Hz και f_2=201Hz, με αποτέλεσμα να παρουσιάζονται διακροτήματα. Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι

α) 1 s

β) $\frac{1}{200}$ s

γ) $\frac{1}{400}$ s

δ) 0,5 s

Μονάδες 5

Απάντηση

Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους της σύνθετης ταλάντωσης είναι η περίοδος T_δ του διακροτήματος και υπολογίζεται από τη σχέση :

$$T_\delta = \frac{1}{|f_1 - f_2|} \Rightarrow T_\delta = \frac{1}{(201-199)\text{Hz}} = \frac{1}{2}\text{s} \Rightarrow T_\delta = 0,5\text{s}.$$

Σωστή απάντηση : δ).

Α3. Η γωνιακή επιτάχυνση ενός στερεού σώματος, που εκτελεί ομαλά μεταβαλλόμενη στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής

α) έχει διεύθυνση κάθετη στον άξονα περιστροφής

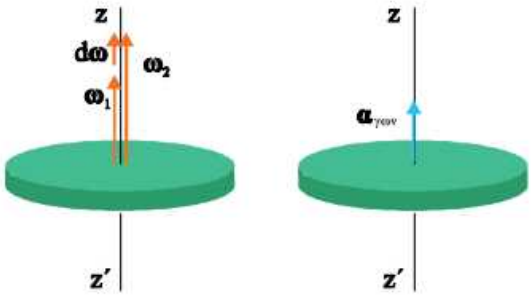
β) έχει κατεύθυνση αντίθετη από την κατεύθυνση του διανύσματος της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας

γ) έχει κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση του διανύσματος της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας

δ) έχει κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση του διανύσματος της αρχικής του γωνιακής ταχύτητας.

Μονάδες 5

Απάντηση



Η γωνιακή επιτάχυνση ενός στρεφόμενου στερεού ορίζεται με τη σχέση : $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$, (1)

όπου $d\vec{\omega} = \vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_1$ το διάνυσμα μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας.

Αφού $dt > 0 \xrightarrow{(1)} \vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu} \uparrow\uparrow d\vec{\omega}$, δηλαδή **η γωνιακή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ έχει την ίδια κατεύθυνση με το διάνυσμα μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας $d\vec{\omega}$.**

Σωστή απάντηση : **γ).**

α) Λάθος.

Η γωνιακή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ έχει την ίδια διεύθυνση με τη γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$, άρα έχει τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής.

β) Λάθος.

δ) Λάθος.

Η γωνιακή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ έχει την ίδια κατεύθυνση με την αρχική γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}_1$ μόνο στην επιταχυνόμενη στροφική κίνηση (σχήμα).

Α4. Η υδροστατική πίεση στον οριζόντιο πυθμένα ενός ανοιχτού κυλινδρικού δοχείου με κατακόρυφα τοιχώματα, το οποίο περιέχει ιδανικό υγρό σε ισορροπία και βρίσκεται εντός βαρυτικού πεδίου

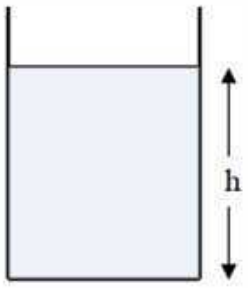
α) είναι ανεξάρτητη από το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας

β) εξαρτάται από το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας

γ) είναι ανεξάρτητη από την πυκνότητα του υγρού

δ) εξαρτάται από το εμβαδόν του πυθμένα του δοχείου. **Μονάδες 5**

Απάντηση



Η υδροστατική πίεση στον οριζόντιο πυθμένα του δοχείου υπολογίζεται με τη σχέση : $p_{υδρ} = \rho g h$, (1)

όπου ρ η πυκνότητα του υγρού, g το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας και h το ύψος της στάθμης του υγρού στο δοχείο.

α) Λάθος.

β) Σωστό.

γ) Λάθος.

δ) Λάθος.

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι η υδροστατική πίεση στον πυθμένα δεν εξαρτάται από το εμβαδό του πυθμένα.

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που αυτές ορίζουν.

β) Η ροή ενός ιδανικού ρευστού παρουσιάζει στροβίλους.

γ) Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου ενός ραβδόμορφου μαγνήτη δεν τέμνονται και είναι πάντα κλειστές.

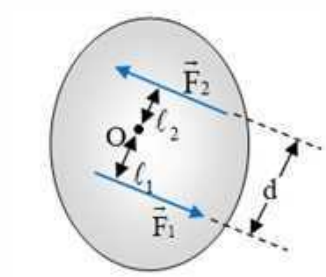
δ) Ο κανόνας του Lenz είναι αποτέλεσμα της αρχής διατήρησης της ενέργειας.

ε) Η ένταση του μαγνητικού πεδίου κοντά στα άκρα ρευματοφόρου σωληνοειδούς έχει μέτρο ίσο με το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Σωστό.

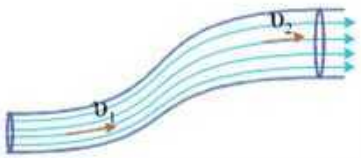


Το μέτρο της ροπής ενός ζεύγους δυνάμεων, που έχουν μέτρα $F_1 = F_2 = F$, υπολογίζεται από τη σχέση :

$\tau = F \cdot d$, όπου d η απόσταση των φορέων των δυνάμεων (μοχλοβραχίονας) του ζεύγους.

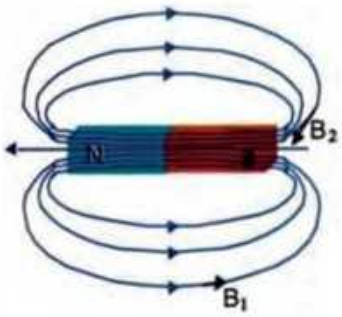
Επομένως, η ροπή του ζεύγους είναι ίδια για όλα τα σημεία του επιπέδου των δυνάμεων του ζεύγους.

β) Λάθος.



Η ροή ενός ιδανικού ρευστού είναι στρωτή και δεν παρουσιάζει στροβίλους.

γ) Σωστό.



Οι δυναμικές γραμμές ενός μαγνητικού πεδίου δεν τέμνονται και είναι κλειστές.

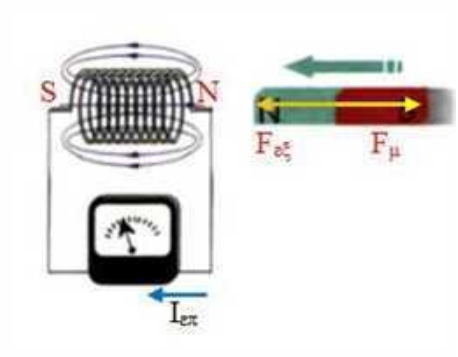
Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου ενός ραβδόμορφου μαγνήτη δεν σταματούν στους πόλους του αλλά διέρχονται και από το εσωτερικό του μαγνήτη (με φορά από το νότιο προς το βόρειο πόλο του).

δ) Σωστό.

<u>Παράδειγμα</u>

Όταν πλησιάζουμε το βόρειο πόλο ενός ραβδόμορφου μαγνήτη στο δεξιό άκρο ενός πηνίου (που έχει συνδεθεί με αμπερόμετρο), στο πηνίο επάγεται ΗΕΔ κατάλληλης πολικότητας [(+) στο δεξιό άκρο του πηνίου] ώστε με το ρεύμα που προκαλεί να αντιδράσει στην αύξηση της μαγνητικής ροής, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz.

Το επαγωγικό ρεύμα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο και το πηνίο συμπεριφέρεται σαν μαγνήτης με το δεξιό άκρο σαν βόρειο πόλο (N). Ο βόρειος πόλος του πηνίου απωθεί το βόρειο πόλο του μαγνήτη, με αποτέλεσμα να απαιτείται εξωτερική δύναμη ώστε ο μαγνήτης να πλησιάζει το πηνίο.



Η ενέργεια που δαπανάται για την κίνηση του μαγνήτη μεταφέρεται μέσω του μαγνητικού πεδίου στο κύκλωμα του πηνίου και μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια, σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας.

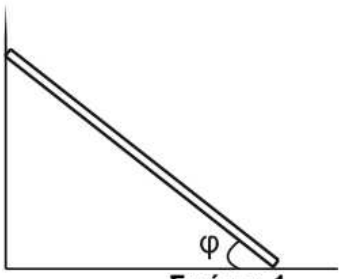
Επομένως, ο κανόνας του Lenz είναι αποτέλεσμα της αρχής διατήρησης της ενέργειας.

ε) Λάθος.

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στα άκρα του σωληνοειδούς είναι μικρότερο από το μέτρο της έντασης στο κέντρο του (περίπου το μισό).

ΘΕΜΑ Β

Β1. Λεπτή ομογενής σκάλα βάρους w Ισορροπεί, ακουμπώντας σε λείο κατακόρυφο τοίχο και τραχύ οριζόντιο δάπεδο, όπως στο σχήμα 1. Εάν μ ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ σκάλας και οριζοντίου δαπέδου, τότε η ελάχιστη τιμή της εφαπτομένης της γωνίας φ, για την οποία η σκάλα ισορροπεί, είναι ίση με



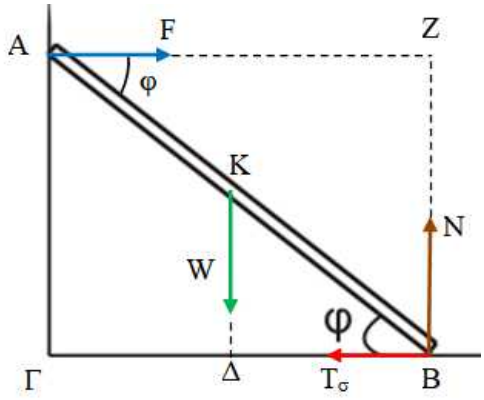
Σχήμα 1

i. $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{1}{\mu}$ ii. $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{1}{2\mu}$ iii. $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{3}{2\mu}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση



Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων σε κάθε άξονα :

$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F = T_\sigma$. (1)

$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow N = mg$. (2)

Αφού η σκάλα είναι λεπτή και ομογενής, το κέντρο μάζας της είναι το μέσο της Κ.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς το Β :

$$\Sigma\tau_{(B)} = 0 \Leftrightarrow F(BZ) = W(B\Delta) \Leftrightarrow F\ell\eta\mu\varphi = mg\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi \Leftrightarrow$$

$$F = \frac{mg}{2\varepsilon\varphi\varphi} \xrightarrow{(1),\,(2)} T_\sigma = \frac{N}{2\varepsilon\varphi\varphi}. \quad (3)$$

Σύμφωνα με το νόμο της οριακής στατικής τριβής : $T_{o\rho} = \mu N$. (4)

Εφ' όσον η σκάλα δεν ολισθαίνει, ισχύει :

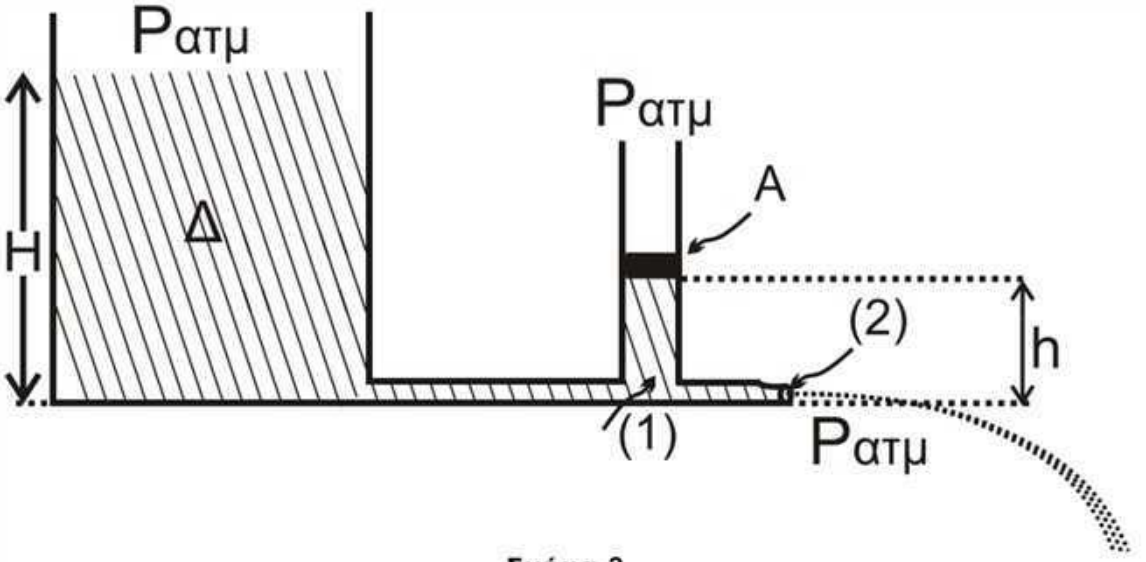
$$T_\sigma \le T_{o\rho} \xrightarrow{(3),\,(4)} \frac{N}{2\varepsilon\varphi\varphi} \le \mu N \Leftrightarrow 1 \le 2\mu(\varepsilon\varphi\varphi) \Leftrightarrow \varepsilon\varphi\varphi \ge \frac{1}{2\mu} \Rightarrow \varepsilon\varphi\varphi_{min} = \frac{1}{2\mu}.$$

Σωστή απάντηση : ii).

Β2. Ιδανικό ρευστό πυκνότητας ρ ρέει από δεξαμενή (Δ) μεγάλης διατομής μέσω οριζόντιου λεπτού σωλήνα, του οποίου το εμβαδόν διατομής ελαττώνεται στο μισό στο σημείο (2) όπου το ρευστό εξέρχεται στην ατμόσφαιρα. Λεπτός κατακόρυφος σωλήνας εμβαδού διατομής Α προσαρμόζεται στο σημείο (1), όπως φαίνεται στο σχήμα 2 στην ελεύθερη επιφάνεια του οποίου προσαρμόζεται έμβολο βάρους w που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές και έχει επίσης εμβαδόν Α. Εάν το ύψος του ρευστού στη δεξαμενή είναι Η και στο λεπτό κατακόρυφο σωλήνα είναι h = H/4, τότε το βάρος του εμβόλου ισούται με

i. $w = \frac{\rho g H A}{2}$ ii. $w = \frac{\rho g H A}{4}$ iii. $w = \frac{\rho g H A}{3}$

Όπου g η βαρυτική επιτάχυνση.



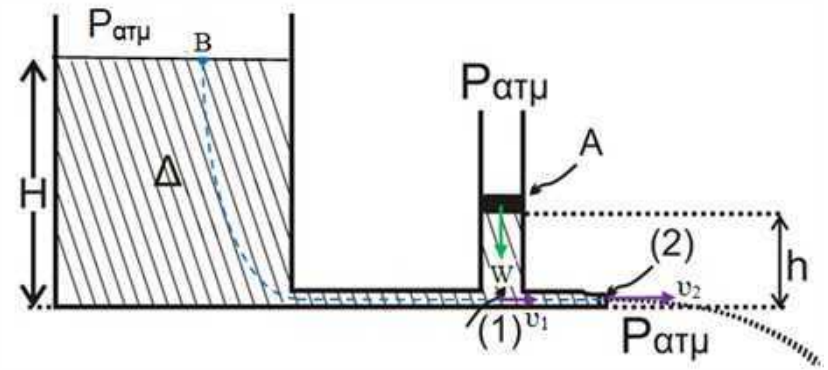
Σχήμα 2

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

Αφού το δοχείο έχει μεγάλη διατομή, πρακτικά το μέτρο της ταχύτητας ροής στην επιφάνεια του υγρού είναι μηδενική.



Το μέτρο της ταχύτητας του υγρού στο σημείο (2) υπολογίζεται με το θεώρημα Torricelli :

$\upsilon_2 = \sqrt{2gH}$. (1)

Εφαρμόζω την εξίσωση της συνέχειας για τις διατομές στα σημεία (1), (2) :

$$A_1\upsilon_1 = \frac{A_1}{2}\upsilon_2 \Leftrightarrow \upsilon_1 = \frac{\upsilon_2}{2} \xrightarrow{(1)} \upsilon_1 = \frac{\sqrt{2gH}}{2} \quad \text{ή} \quad \upsilon_1 = \sqrt{\frac{gH}{2}}. \qquad (2)$$

Εφαρμόζω την εξίσωση Bernoulli για τα σημεία (1), (2) :

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \xrightarrow{(1),\,(2)} p_1 + \frac{1}{2}\rho\frac{gH}{2} = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\cdot 2gH \Leftrightarrow p_1 + \frac{\rho gH}{4} = p_{\alpha\tau\mu} + \rho gH \Leftrightarrow$$

$$p_1 = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{3}{4}\rho gH\,. \quad (3)$$

Αφού η ρευματική γραμμή που διέρχεται από το σημείο (1) είναι οριζόντια, πρακτικά το υγρό στον κατακόρυφο σωλήνα ηρεμεί. Επομένως, η πίεση στο σημείο (1) του υγρού είναι :

$$p_1 = p_{\alpha\tau\mu} + \rho gh + \frac{W}{A}. \qquad (4)$$

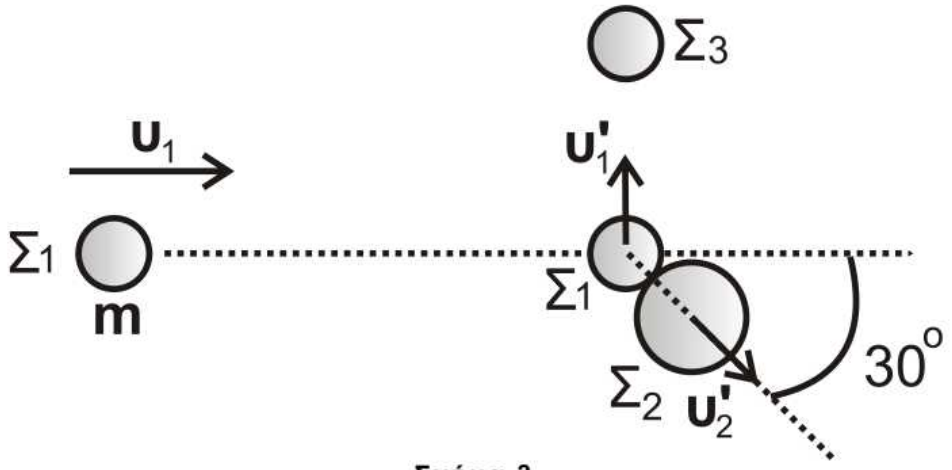
Αντικαθιστώντας από τη σχέση (4) στη σχέση (3), προκύπτει :

$$p_{\alpha\tau\mu} + \rho gh + \frac{W}{A} = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{3}{4}\rho gH \Leftrightarrow \frac{W}{A} = \frac{3}{4}\rho gH - \rho g\frac{H}{4} \Leftrightarrow \frac{W}{A} = \frac{1}{2}\rho gH \Leftrightarrow W = \frac{\rho gHA}{2}.$$

Σωστή απάντηση : i).

B3. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα Σ_1 μάζας $m_1=m$ που κινείται με ταχύτητα u_1, συγκρούεται ελαστικά, αλλά όχι κεντρικά, με δεύτερη σφαίρα Σ_2 μάζας $m_2=2m$, η οποία είναι αρχικά ακίνητη.

Αμέσως μετά την κρούση, η σφαίρα Σ_1 κινείται κάθετα στην αρχική της διεύθυνση με ταχύτητα u'_1 και η σφαίρα Σ_2 κινείται με ταχύτητα u'_2 σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία 30^0 με την αρχική διεύθυνση κίνησης της σφαίρας Σ_1. Στη συνέχεια, η σφαίρα Σ_1 συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ_3 μάζας $m_3=m$ που βρίσκεται ακίνητη στο ίδιο λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται σε κάτοψη στο σχήμα 3.



Σχήμα 3

Ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος των σφαιρών Σ_1 και Σ_3 προς την αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ_1, πριν την κρούση της με τη σφαίρα Σ_2, είναι ίσος με:

i. $\frac{1}{2}$ ii. $\frac{1}{3}$ iii. $\frac{1}{6}$

Δίνονται:

- $\eta\mu 30^0 = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Να θεωρήσετε ότι:

- όλες οι σφαίρες είναι μικρών διαστάσεων,
- όλες οι κρούσεις είναι ακαριαίες,
- τα σώματα δεν αναπηδούν κατά την κρούση,
- κατά τις κρούσεις, δεν έχουμε απώλεια μάζας.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

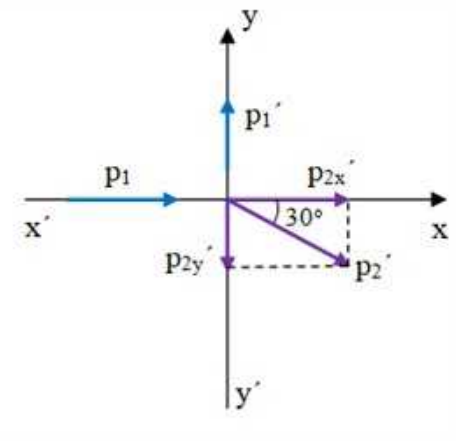
Απάντηση

Σχεδιάζω τις ορμές των σφαιρών Σ_1 , Σ_2 πριν και μετά την 1η κρούση, τις αναλύω σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων x΄x, y΄y, ώστε ο άξονας x να έχει τη διεύθυνση της $\vec{\upsilon}_1$ και εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής σε κάθε άξονα.

άξονας x

$$p_{ολ(x)} = p_{ολ(x)}' \Leftrightarrow p_1 = p_{2(x)}' \Leftrightarrow mυ_1 = 2mυ_2' συν30^o \Leftrightarrow$$

$$υ_1 = 2υ_2' \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow υ_2' = \frac{υ_1}{\sqrt{3}}. \quad (1)$$



άξονας y

$$p_{ολ(y)} = p_{ολ(y)}' \Leftrightarrow 0 = p_1' - p_{2(y)}' \Leftrightarrow mυ_1' = 2mυ_2' ημ30^o \xrightarrow{(1)}$$

$$υ_1' = 2 \cdot \frac{υ_1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow υ_1' = \frac{υ_1}{\sqrt{3}}. \quad (2)$$

Έστω V το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής για την πλαστική κρούση μεταξύ 1ης και 3ης σφαίρας :

$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow mυ_1' = 2mV \Leftrightarrow V = \frac{υ_1'}{2} \xrightarrow{(2)} V = \frac{υ_1}{2\sqrt{3}}. \quad (3)$$

Το πηλίκο της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος προς την αρχική κινητική ενέργεια της $Σ_1$, είναι :

$$\frac{K_σ}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2mV^2}{\frac{1}{2}mυ_1^2} \xrightarrow{(3)} \frac{K_σ}{K_1} = \frac{2 \cdot \left(\frac{υ_1}{2\sqrt{3}}\right)^2}{υ_1^2} = \frac{2 \cdot \frac{υ_1^2}{12}}{υ_1^2} \Rightarrow \frac{K_σ}{K_1} = \frac{1}{6}.$$

Σωστή απάντηση : iii).

Παρατήρηση

Αφού η 1η κρούση είναι ελαστική, η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν και μετά την κρούση πρέπει να είναι ίδια.

$$K_{ολ(πριν)} = \frac{1}{2}mυ_1^2.$$

$$K_{ολ(μετά)} = \frac{1}{2}mυ_1'^2 + \frac{1}{2} \cdot 2mυ_2'^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{υ_1^2}{3} + 2 \cdot \frac{υ_1^2}{3}\right) = \frac{1}{2}mυ_1^2.$$

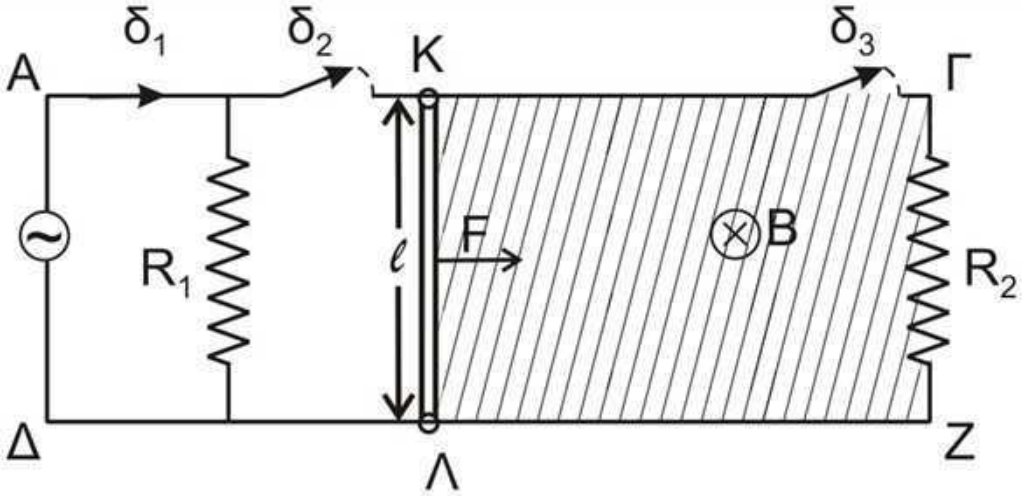
Άρα : $K_{ολ(πριν)} = K_{ολ(μετά)}$.

Προφανώς για διευκόλυνση, η εκφώνηση έχει επιπλέον δεδομένα.

ΘΕΜΑ Γ

Στο σχήμα 4 οι αγωγοί ΑΓ, ΔΖ, μεγάλου μήκους, βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, είναι παράλληλοι μεταξύ τους, απέχουν ℓ=1m και έχουν μηδενική ωμική αντίσταση. Η ράβδος ΚΛ έχει μήκος ℓ=1m μάζα m=0,5kg, αντίσταση $R_{K\Lambda}$=2Ω και αρχικά είναι ακίνητη. Η ράβδος ΚΛ μπορεί να κινείται χωρίς τριβές, παραμένοντας συνεχώς κάθετη και σε επαφή με τους αγωγούς ΑΓ, ΔΖ.

Η γεννήτρια εναλλασσόμενου ρεύματος που συνδέεται στα άκρα Α,Δ περιέχει αγώγιμο πλαίσιο μηδενικής αντίστασης, το οποίο στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από άξονα που βρίσκεται στο επίπεδό του και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Η χρονική εξίσωση της στιγμιαίας τιμής της εναλλασσόμενης τάσης που εμφανίζεται στο πλαίσιο είναι υ = V·ημ(50πt) S.I. Οι αντιστάτες που φαίνονται στο σχήμα 4 έχουν τιμές R_1 = 6Ω και R_2 = 3Ω. Από την αρχική θέση της ράβδου ΚΛ και στον χώρο δεξιά απ' αυτήν, υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης Β, του οποίου οι δυναμικές γραμμές έχουν διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της σελίδας και φορά από τον αναγνώστη προς αυτήν, όπως φαίνεται στο σχήμα 4 και καλύπτει όλη τη γραμμοσκιασμένη περιοχή.



Σχήμα 4

Γ1. Αρχικά, ο διακόπτης δ_1 είναι κλειστός και οι δ_2, δ_3 είναι ανοικτοί. Τότε, η μέση ισχύς στον αντιστάτη R_1 ισούται με 12W. Υπολογίστε το πλάτος της τάσης V και την ενεργό ένταση του ρεύματος στον αντιστάτη R_1.

Μονάδες 6

Γ2. Διατηρώντας τον διακόπτη δ_1 κλειστό και ανοιχτούς τους διακόπτες δ_2 και δ_3, διπλασιάζουμε τη συχνότητα περιστροφής του πλαισίου στη γεννήτρια εναλλασσόμενης τάσης. Η στιγμιαία τιμή της τάσης που παράγεται τότε έχει τη μορφή υ' = V'·ημ(ω't). Να γραφεί η χρονική εξίσωση της στιγμιαίας ισχύος στον αντιστάτη R_1 και να υπολογιστεί η τιμή της τη χρονική στιγμή $5\cdot10^{-3}$sec.

Μονάδες 6

Γ3. Τη χρονική στιγμή t_0=0, ανοίγουμε τον διακόπτη δ_1 και ασκούμε στο μέσο της ράβδου ΚΛ σταθερή οριζόντια δύναμη, κάθετη στη ράβδο μέτρου F=0,5N με φορά, όπως στο σχήμα 4. Τη στιγμή 2sec κλείνουμε τους διακόπτες δ_2 και δ_3 και παρατηρούμε ότι έκτοτε η ράβδος κινείται με σταθερή ταχύτητα. Υπολογίστε το μέτρο της έντασης Β του μαγνητικού πεδίου μέσα στο οποίο κινείται η ράβδος.

Μονάδες 6

Γ4. Για το χρονικό διάστημα 0 έως 5sec, να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις εκατό του έργου της F που μετατρέπεται σε θερμότητα στον αντιστάτη R_2.

Μονάδες 7

Απάντηση

Γ1.

Από τη σχέση της μέσης ισχύος στον αντιστάτη R_1 υπολογίζω την ενεργό τιμή της έντασης του ρεύματος :

$$P_\mu = I_{\varepsilon\nu}^2 R_1 \;\Leftrightarrow\; I_{\varepsilon\nu}^2 = \frac{P_\mu}{R_1} \;\Rightarrow\; I_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{P_\mu}{R_1}} \;\Rightarrow\; I_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{12}{6}}\,A \;\Rightarrow\; I_{\varepsilon\nu} = \sqrt{2}\,A.$$

Το πλάτος της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος, είναι :

$$I = I_{\varepsilon\nu}\sqrt{2} \;\Rightarrow\; I = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\,A \;\Rightarrow\; I = 2A.$$

Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης υπολογίζεται με το νόμο του Ωμ :

$$V = I R_1 \;\Rightarrow\; V = (2A)(6\,\Omega) \;\Rightarrow\; V = 12V.$$

Γ2.

Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης που αναπτύσσεται στο πλαίσιο, λόγω της περιστροφής του μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο, υπολογίζεται από τη σχέση $V = NBA\omega$ άρα είναι ανάλογο με τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής.

Αν διπλασιαστεί η γωνιακή ταχύτητα (και η συχνότητα) περιστροφής $\left(\omega' = 2\omega = 100\pi\frac{rad}{s}\right)$, τότε θα διπλασιαστεί και το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης.

Άρα : $V' = 2V = 24\ V.$

Η στιγμιαία τάση που αναπτύσσεται στο πλαίσιο έχει εξίσωση :

$$\upsilon' = V'\eta\mu(\omega' t) \;\Rightarrow\; \upsilon' = 24\eta\mu(100\pi).\ (S.I.) \qquad (1)$$

Η στιγμιαία ισχύς στον αντιστάτη R_1 περιγράφεται από την εξίσωση :

$$p_1' = \frac{\upsilon'^2}{R_1} \xrightarrow{(1)} p_1' = 96\eta\mu^2(100\pi t).\ (S.I.) \qquad (2)$$

$$\text{Για } t = 5\cdot 10^{-3}\,s \xrightarrow{(2)} p_1 = 96\eta\mu^2(100\pi\cdot 5\cdot 10^{-3})\,W = 96\eta\mu^2\left(\frac{\pi}{2}\right) \;\Rightarrow\; p_1 = 96\,W.$$

Γ3.

Από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ που άνοιξε ο διακόπτης δ_1 μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s που έκλεισαν οι διακόπτες δ_2 και δ_3, στη διεύθυνση κίνησης της ράβδου ΚΛ ασκείται μόνο η σταθερή δύναμη $\vec{F}$, με αποτέλεσμα να κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$.

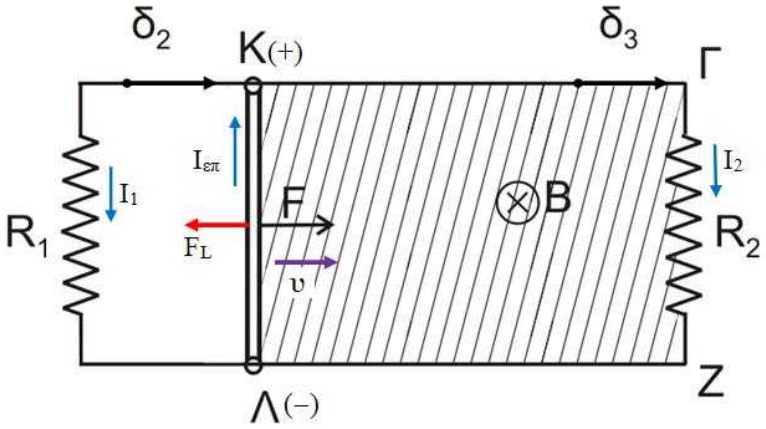
Ορίζω θετική φορά προς τα δεξιά και εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής (αλγεβρικά) :

$$\Sigma F_x = m\alpha \;\Leftrightarrow\; F = m\alpha \;\Leftrightarrow\; \alpha = \frac{F}{m} \;\Rightarrow\; \alpha = \frac{0,5N}{0,5Kg} \;\Rightarrow\; \alpha = 1\frac{m}{s^2}.$$

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\ s$, η ράβδος έχει ταχύτητα μέτρου

$$\upsilon_1 = \alpha t_1 \ \Rightarrow\ \upsilon_1 = \left(1\frac{m}{s^2}\right)(2s) \ \Rightarrow\ \upsilon_1 = 2\frac{m}{s}.$$

Στη ράβδο ΚΛ αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή, μέτρου $E_{\varepsilon\pi} = B\ell\upsilon_1$. * (3)



Αφού κλείσουν οι διακόπτες, η ράβδος και οι αντιστάτες διαρρέονται από ρεύμα.
Οι αντιστάτες R_1, R_2 έχουν συνδεθεί παράλληλα, άρα έχουν ισοδύναμη αντίσταση :

$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6\cdot 3}{6+3}\Omega \ \Rightarrow\ R_{1,2} = 2\Omega.$$

Η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος είναι : $R_{o\lambda} = R_{1,2} + R_{K\Lambda} = (2 + 2)\ \Omega = 4\ \Omega$.

Σύμφωνα με το νόμο του Ωμ, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τη ράβδο δίνεται από τη σχέση :

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} \xrightarrow{(3)} I_{\varepsilon\pi} = \frac{B\ell\upsilon_1}{R_{o\lambda}}. \qquad (4)$$

Στο μέσο της ράβδου ΚΛ ασκείται δύναμη Laplace, κάθετη προς αυτή με φορά προς τα αριστερά, μέτρου :

$$F_L = B\ell I_{\varepsilon\pi} \xrightarrow{(4)} F_L = \frac{B^2\ell^2\upsilon_1}{R_{o\lambda}}. \qquad (5)$$

Αφού η ράβδος κινείται με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, ισχύει :

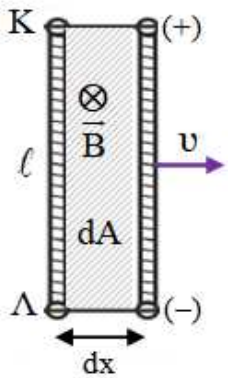
$$\Sigma F_x = 0 \ \Leftrightarrow\ F = F_L \xrightarrow{(5)} F = \frac{B^2\ell^2\upsilon_1}{R_{o\lambda}} \ \Leftrightarrow\ B^2 = \frac{FR_{o\lambda}}{\ell^2\upsilon_1} \ \Leftrightarrow\ B = \frac{1}{\ell}\sqrt{\frac{FR_{o\lambda}}{\upsilon_1}} \ \Rightarrow$$

$$B = \frac{1}{1}\cdot\sqrt{\frac{0,5\cdot 4}{2}}\,T \ \Rightarrow\ B = 1T.$$

*** Απόδειξη**

Έστω ότι τη χρονική στιγμή t η ράβδος έχει ταχύτητα μέτρου υ.
Μέχρι τη χρονική στιγμή $t + dt$ η ράβδος μετακινείται κατά dx και καλύπτει επιφάνεια εμβαδού $dA = \ell\,(dx)$.
Το μέτρο της επαγόμενης ΗΕΔ δίνεται από το νόμο της επαγωγής (Faraday) :

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{d\Phi}{dt} = B\frac{dA}{dt} \ \Rightarrow\ E_{\varepsilon\pi} = B\ell\frac{dx}{dt} \ \Rightarrow\ E_{\varepsilon\pi} = B\ell\upsilon.$$



Γ4.

<u>0 s ⟶ 2 s</u> : Το μέσο της ράβδου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Το μέτρο της μετατόπισης μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s είναι :

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}\alpha t_1^2 = \frac{1}{2}\cdot\left(1\frac{m}{s^2}\right)\left(4s^2\right) \Rightarrow \Delta x_1 = 2m.$$

<u>2 s ⟶ 5 s</u> : Το μέσο της ράβδου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Το μέτρο της μετατόπισης κατά τη χρονική διάρκεια $\Delta t_2 = t_2 - t_1 = 3$ s, είναι :

$$\Delta x_2 = \upsilon_1(\Delta t_2) = \left(2\frac{m}{s}\right)(3s) \Rightarrow \Delta x_2 = 6m.$$

Το μέτρο της συνολικής μετατόπισης είναι : $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = (2 + 6)$ m $= 8$ m.

Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ σε αυτή τη χρονική διάρκεια είναι :

$W_F = F(\Delta x) = (0{,}5\text{ N})(8\text{ m}) \Rightarrow W_F = 4$ J.

Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα μόνο στη χρονική διάρκεια $\Delta t_2 = t_2 - t_1 = 3$ s.

$$(3) \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = \frac{1\cdot 1\cdot 2}{4}A \Rightarrow I_{\varepsilon\pi} = 0{,}5A.$$

Η διαφορά δυναμικού στα άκρα των αντιστατών είναι :

$V_{\Gamma Z} = I_{\varepsilon\pi}R_{1,2} = (0{,}5\text{ A})(2\Omega) \Rightarrow V_{\Gamma Z} = 1$V.

Το ποσό θερμότητας που αποβάλλεται από τον αντιστάτη R_2 στη χρονική διάρκεια Δt_2, είναι :

$$Q_2 = \frac{V_{\Gamma\Delta}^2}{R_2}(\Delta t_2) \Rightarrow Q_2 = \frac{1^2}{3}\cdot 3J \Rightarrow Q_2 = 1J.$$

Το ποσοστό του έργου της δύναμης $\vec{F}$ που μετατράπηκε σε θερμότητα στον αντιστάτη R_2, είναι :

$$\Pi(\%) = \frac{Q_2}{W_F}\cdot 100\% \Rightarrow \Pi(\%) = \frac{1}{4}\cdot 100\% \Rightarrow \Pi(\%) = 25\%.$$

<u>Σχόλιο</u>

Το μαγνητικό πεδίο είναι περιοχή του χώρου και δεν έχει κατεύθυνση.

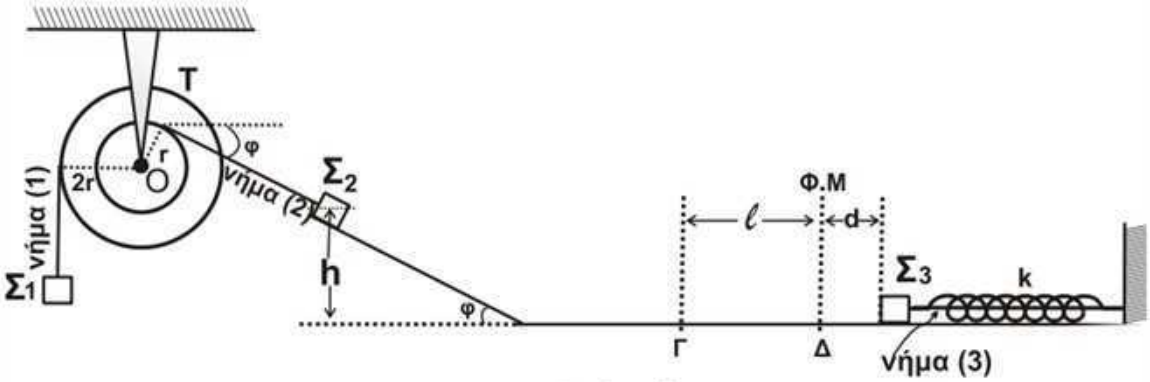
Η ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου είναι κατακόρυφη.

ΘΕΜΑ Δ

Η ομογενής τροχαλία Τ του σχήματος 5 μάζας Μ=1,5kg, αποτελείται από δύο κυκλικά τμήματα ακτίνων r και 2r αντίστοιχα, κολλημένα μεταξύ τους που στην περιφέρειά τους φέρουν λεπτή εγκοπή.

Η τροχαλία Τ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της Ο. Στο εξωτερικό κυκλικό τμήμα της τροχαλίας είναι τυλιγμένο λεπτό αβαρές νήμα (1), στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σώμα Σ_1 μάζας m_1. Στο εσωτερικό κυκλικό τμήμα της τροχαλίας είναι τυλιγμένο λεπτό αβαρές νήμα (2), στο άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σώμα Σ_2, μάζας m_2=5kg που βρίσκεται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ (ημφ=0,6 και συνφ=0,8). Στη συνέχεια της βάσης του κεκλιμένου επιπέδου, βρίσκεται λείο οριζόντιο επίπεδο μεγάλου μήκους. Το σύστημα της τροχαλίας και των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 ισορροπεί στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Σώμα Σ_3 μάζας m_3=5kg ισορροπεί δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα Σ_3 είναι δεμένο με νήμα (3) με το ελατήριο συμπιεσμένο κατά d=0,2m από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.



Σχήμα 5

Δ1. Να υπολογίσετε τη μάζα m_1 και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η τροχαλία Τ από τον άξονα.

Μονάδες 7

Κόβουμε ταυτόχρονα τα νήματα (1) και (2) και απομακρύνουμε το σώμα Σ_1. Το σώμα Σ_2 που βρίσκεται σε ύψος h=1,8m από το οριζόντιο επίπεδο, αρχίζει να κατέρχεται στο κεκλιμένο επίπεδο και, αφού φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, συνεχίζει (χωρίς να παρατηρείται φαινόμενο αναπήδησης και χωρίς να μεταβάλλεται το μέτρο της ταχύτητάς του) την κίνησή του στο λείο οριζόντιο επίπεδο.

Όταν το σώμα Σ_2 βρίσκεται στο σημείο Γ του οριζοντίου επιπέδου που απέχει απόσταση $\ell = \frac{3\pi}{5}$m από τη θέση Δ στην οποία το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, κόβεται το νήμα (3) και το σώμα Σ_3 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D=k. Το σώμα Σ_3 συγκρούεται κεντρικά ελαστικά για πρώτη φορά με το σώμα Σ_2 στη θέση Δ φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Δ2. Να δείξετε ότι η σταθερά k του ελατηρίου είναι ίση με $125\frac{N}{m}$.

Μονάδες 5

Δ3. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο για την απλή αρμονική ταλάντωση που εκτελεί το σώμα Σ_3 αμέσως μετά την κρούση (t=0 η στιγμή της κρούσης και θετική κατεύθυνση η κατεύθυνση της κίνησης του σώματος Σ_3 πριν την κρούση του με το σώμα Σ_2).

Μονάδες 4

Δ4. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_3, τη χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια της ταλάντωσής του είναι οκταπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσής του, για πρώτη φορά μετά την κρούση με το σώμα Σ_2, καθώς και την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_3 την ίδια χρονική στιγμή.

Μονάδες 6

Δ5. Να υπολογίσετε την απόσταση των σωμάτων Σ_2 και Σ_3 τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ_3 διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου για πρώτη φορά μετά την κρούση με το σώμα Σ_2.

Μονάδες 3

Δίνονται:

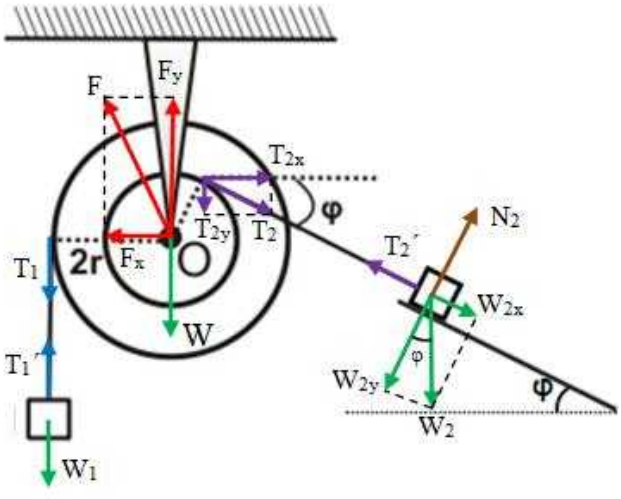
- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$,
- η σταθερά π είναι περίπου ίση με 3,14.

Να θεωρήσετε ότι:

- η κρούση είναι ακαριαία,
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα,
- κατά την κρούση, δεν έχουμε απώλεια μάζας,
- ο χαρακτηρισμός «λεπτό νήμα» αφορά νήμα αμελητέου πάχους,
- τα σχήματα δεν είναι υπό κλίμακα,
- το οριζόντιο επίπεδο είναι μεγάλου μήκους και οι κινήσεις των σωμάτων, Σ_2 και Σ_3 για το ερώτημα **Δ5** πραγματοποιούνται εξ ολοκλήρου στο οριζόντιο επίπεδο.

Απάντηση

Δ1.



Σώμα Σ_2

Στον άξονα x το σώμα ισορροπεί, άρα ισχύει :

$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow T_2' = W_{2x} \Leftrightarrow T_2' = m_2 g \eta\mu\varphi \Rightarrow$

$T_2' = 5 \cdot 10 \cdot 0{,}6\ N \Rightarrow T_2' = 30\ N.$

Τροχαλία

Αφού τα νήματα είναι αβαρή, οι δυνάμεις που ασκεί κάθε νήμα στα σώματα που έχουν δεθεί στα άκρα του έχουν ίσα μέτρα. Άρα : $T_2 = T_2' = 30\ N$.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας :

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Leftrightarrow T_1 \cdot 2r = T_2 \cdot r \Leftrightarrow T_1 = \frac{T_2}{2} \Rightarrow T_1 = 15\,N.$$

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων σε κάθε άξονα :

$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow T_{2x} = F_x \Leftrightarrow F_x = T_2 \sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow F_x = 30 \cdot 0{,}8\ N \Rightarrow F_x = 24\ N.$

$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow F_y = T_1 + W + T_{2y} = T_1 + Mg + T_2 \eta\mu\varphi \Rightarrow F_y = (15 + 15 + 30 \cdot 0{,}6)\ N \Rightarrow F_y = 48\ N.$

Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ που ασκεί ο άξονας στην τροχαλία υπολογίζεται με το Πυθαγόρειο θεώρημα :

$$F=\sqrt{F_x^2+F_y^2} \Rightarrow F=\sqrt{24^2+(2\cdot 24)^2}\,N=\sqrt{24^2+4\cdot 24^2}\,N=\sqrt{5\cdot 24^2}\,N \Rightarrow F=24\sqrt{5}\,N.$$

Σώμα Σ_1

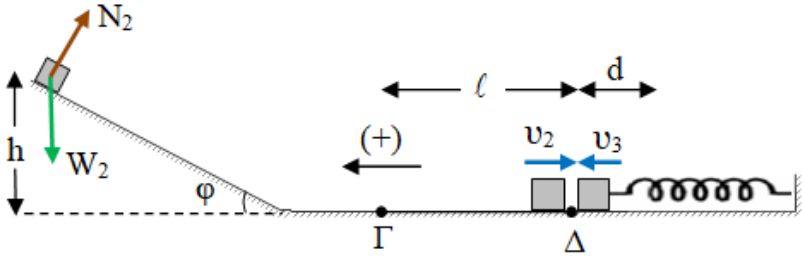
$T_1' = T_1 = 15\ N.$

$$\Sigma F_1=0 \Leftrightarrow T_1'=W_1 \Leftrightarrow T_1'=m_1 g \Leftrightarrow m_1=\frac{T_1'}{g} \Rightarrow m_1=\frac{15}{10}Kg \Rightarrow m_1=1,5Kg.$$

Δ2.

Σώμα Σ_2

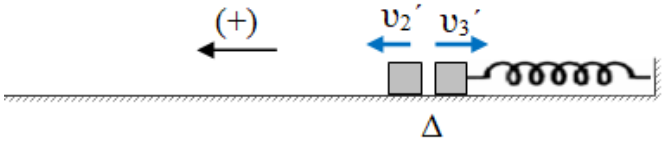
Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή από την αρχική θέση μέχρι τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου :



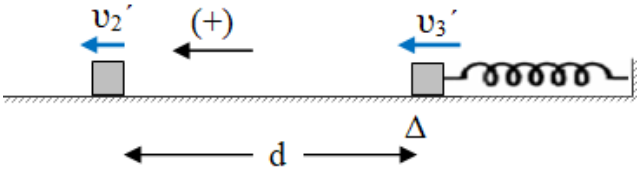
$$K_{τελ}-K_{αρχ}=W_{W2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2-0=m_2gh \Leftrightarrow$$

$$\upsilon_2^2=2gh \Rightarrow \upsilon_2=\sqrt{2gh} \Rightarrow \upsilon_2=\sqrt{2\cdot 10\cdot 1,8}\frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$|\upsilon_2|=\sqrt{36}\frac{m}{s} \Rightarrow |\upsilon_2|=6\frac{m}{s}.$$



Στο λείο οριζόντιο επίπεδο, το Σ_2 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Η χρονική διάρκεια Δt που απαιτείται ώστε να διανύσει τη διαδρομή Γ ⟶ Δ, είναι:



$$\Delta t=\frac{\ell}{\upsilon_2} \Rightarrow \Delta t=\frac{\frac{3\pi}{5}}{6}s \Rightarrow \Delta t=\frac{\pi}{10}s.$$

Σώμα Σ_3

Τη στιγμή που κόπηκε το νήμα (3) το σώμα ήταν ακίνητο στην ακραία θέση της αρχικής ΑΑΤ.

Μέχρι να συγκρουστεί με το Σ_2, το Σ_3 εκτελεί ΑΑΤ με περίοδο : $T=2\pi\sqrt{\frac{m_3}{k}}$. (1)

Το χρονικό διάστημα που απαιτείται για τη μετάβαση από την ακραία θέση στη θέση ισορροπίας, είναι :

$$\Delta t=\frac{T}{4} \xrightarrow{(1)} \Delta t=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m_3}{k}} \Leftrightarrow \frac{2(\Delta t)}{\pi}=\sqrt{\frac{m_3}{k}} \Leftrightarrow \frac{4(\Delta t)^2}{\pi^2}=\frac{m_3}{k} \Leftrightarrow k=\frac{\pi^2 m_3}{4(\Delta t)^2} \Rightarrow$$

$$k=\frac{\pi^2\cdot 5}{4\cdot\frac{\pi^2}{100}} \Rightarrow k=125\frac{N}{m}.$$

Δ3.

Το πλάτος της αρχικής ΑΑΤ που εκτελεί το Σ_3 είναι : $A = d = 0,2$ m.

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ είναι : $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_3}} = \sqrt{\frac{125}{5}}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 5\frac{rad}{s}$.

Τη στιγμή που διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, έχει ταχύτητα μέτρου :

$|\upsilon_3| = \upsilon_{max} = \omega A \Rightarrow |\upsilon_3| = (5\cdot 0,2)\frac{m}{s} \Rightarrow |\upsilon_3| = 1\frac{m}{s}$.

Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο σωμάτων ελάχιστα πριν την κρούση, είναι :

$\upsilon_2 = -6\frac{m}{s},\ \upsilon_3 = 1\frac{m}{s}$.

Αφού τα σώματα έχουν ίσες μάζες ($m_2 = m_3 = 5$ Kg) και η κρούση είναι κεντρική και ελαστική, θα ανταλλάξουν ταχύτητες.

Επομένως, οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο σωμάτων αμέσως μετά την κρούση, είναι :

$\upsilon_2' = 1\frac{m}{s},\ \upsilon_3' = -6\frac{m}{s}$.

Αμέσως μετά την κρούση το Σ_3 βρίσκεται στη θέση ισορροπίας της νέας ΑΑΤ και κινείται προς την αρνητική φορά με ταχύτητα μέτρου : $\upsilon_{max}' = |\upsilon_3'| = 6\frac{m}{s}$.

Για το πλάτος A' της ΑΑΤ που εκτελεί μετά την κρούση, ισχύει :

$A' = \frac{\upsilon_{max}}{\omega} \Rightarrow A' = \frac{6}{5}m \Rightarrow A' = 1,2m$.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης στην ΑΑΤ έχει τη γενική μορφή : $x = A'\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$. (2)

Για $t = 0$: $x = 0 \xrightarrow{(2)} \eta\mu\varphi_o = 0 \Rightarrow \begin{cases} \varphi_o = 0, & (3) \\ \text{ή} \\ \varphi_o = \pi. & (4) \end{cases}$

Η εξίσωση της ταχύτητας στην ΑΑΤ έχει τη γενική μορφή : $\upsilon = \upsilon_{max}'\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o)$. (5)

Για $t = 0 \xrightarrow{(5)} \upsilon = \upsilon_{max}'\sigma\upsilon\nu\varphi_o$. (6)

Αν $\varphi_o = 0 \xrightarrow{(6)} \upsilon = \upsilon_{max}'\sigma\upsilon\nu 0 = \upsilon_{max}' > 0$, απορρίπτεται.

Αν $\varphi_o = \pi \xrightarrow{(6)} \upsilon = \upsilon_{max}'\sigma\upsilon\nu\pi = -\upsilon_{max}' < 0$, δεκτή.

Επομένως : $\varphi_o = \pi$.

Αντικαθιστώντας τιμές στην (2) προκύπτει η εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ :

$x = 1,2\eta\mu(5t + \pi)$. (S.I.)

Δ4.

Αμέσως μετά την κρούση το Σ_3 βρίσκεται στη θέση $x = 0$ και κινείται προς την αρνητική φορά, άρα την 1η φορά που ισχύει $K = 8U_\tau$, είναι : $x < 0$.

Αντικαθιστώ τη σχέση $K = 8U_\tau$ στην αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ΑΑΤ :

$$K + U_\tau = E_\tau \Leftrightarrow 9U_\tau = E_\tau \Leftrightarrow 9\cdot\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{A^2}{9} \Rightarrow x = -\frac{A}{3} \Rightarrow x = -0,4\,m.$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του Σ_3 στη θέση αυτή, είναι (αλγεβρικά) :

$$\frac{dp}{dt} = F_{\varepsilon\pi} = -kx \Rightarrow \frac{dp}{dt} = -125\cdot(-0,4)\,N \Rightarrow \frac{dp}{dt} = +50\,N.$$

Υπολογίζω το μέτρο της ταχύτητας του Σ_3 στη θέση $x = -0,4$ m :

$$K = 8U_\tau \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_3\upsilon^2 = 8\cdot\frac{1}{2}kx^2 \Leftrightarrow m_3\upsilon^2 = 8\left(m_3\omega^2\right)x^2 \Rightarrow |\upsilon| = 2\sqrt{2}\,\omega|x| \Rightarrow$$

$$|\upsilon| = 2\sqrt{2}\cdot 5\cdot 0,4\,\frac{m}{s} \Rightarrow |\upsilon| = 4\sqrt{2}\,\frac{m}{s}.$$

Σε χρονική διάρκεια dt το Σ_3 μετατοπίζεται από τη θέση x στη θέση $(x + dx)$.

Σύμφωνα με το ΘΜΚΕ, ισχύει :

$$dK = dW = F_{\varepsilon\pi}(dx) = -kx(dx) \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -kx\left(\frac{dx}{dt}\right) \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -kx\upsilon.$$

Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας στη θέση $x = -0,4$ m, είναι :

$$\frac{|dK|}{dt} = k|x||\upsilon| \Rightarrow \frac{|dK|}{dt} = 125\cdot 0,4\cdot 4\sqrt{2}\,\frac{J}{s} \Rightarrow \frac{|dK|}{dt} = 200\sqrt{2}\,\frac{J}{s}.$$

Δ5.

Το Σ_3 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας Δ μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t' = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega} \Rightarrow \Delta t' = \frac{\pi}{5}s.$

Στην ίδια χρονική διάρκεια, το Σ_2 κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου $|\upsilon_2'| = 1\frac{m}{s}$

και διανύει απόσταση (από το Δ) : $d = |\upsilon_2'|(\Delta t') \Rightarrow d = \frac{\pi}{5}m.$

Η απόσταση των δύο σωμάτων την ίδια στιγμή, είναι : $d = \frac{\pi}{5}m \Rightarrow d \cong 0,628\,m.$

Σχόλιο : Στο ερώτημα Δ4 δεν διευκρινίζει η εκφώνηση αν ζητά το μέτρο ή την αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της ορμής.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 10 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2021
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Η εναλλασσόμενη τάση που αναπτύσσεται στα άκρα ενός πλαισίου, που περιστρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο με γωνιακή ταχύτητα ω, έχει τη μορφή $\upsilon = V\cdot\eta\mu\omega t$.

Αν διπλασιαστεί η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του πλαισίου, η εναλλασσόμενη τάση θα έχει τη μορφή:

α) $\upsilon = V\cdot\eta\mu\omega t$
β) $\upsilon = V\cdot\eta\mu 2\omega t$
γ) $\upsilon = 2V\cdot\eta\mu 2\omega t$
δ) $\upsilon = 2V\cdot\eta\mu\omega t$

Μονάδες 5

Απάντηση

Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης που αναπτύσσεται στο πλαίσιο δίνεται από τη σχέση : $V = NBA\omega$, δηλαδή είναι ανάλογο με το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής.

Αν διπλασιαστεί το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ($\omega' = 2\omega$), θα διπλασιαστεί και το πλάτος της τάσης ($V' = 2V$).

Επομένως, η εξίσωση της εναλλασσόμενης τάσης θα έχει τη μορφή :

$\upsilon = V'\eta\mu(\omega' t) \Rightarrow \upsilon = 2V\eta\mu(2\omega t)$.

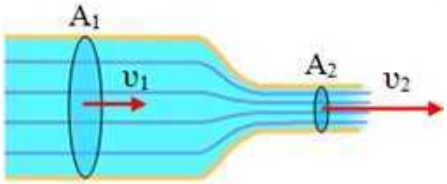
Σωστή απάντηση : γ).

Α2. Ιδανικό ρευστό ρέει σε σωλήνα μεταβλητής διατομής που βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο. Σε ένα τμήμα του σωλήνα όπου η διατομή είναι Α, η ταχύτητα είναι ίση με υ. Σε ένα άλλο τμήμα του σωλήνα διατομής Α/2:

α) η ταχύτητα του ρευστού είναι ίση με υ/2
β) η ταχύτητα του ρευστού είναι ίση με υ/4
γ) η ταχύτητα του ρευστού είναι ίση με υ
δ) η παροχή του ρευστού παραμένει σταθερή.

Μονάδες 5

Απάντηση



Σύμφωνα με την εξίσωση της συνέχειας, η παροχή του ρευστού παραμένει σταθερή : $\Pi =$ σταθερή.

Σωστή απάντηση : δ).

Για τις διατομές $A_1 = A$ και $A_2 = A/2$, η εξίσωση της συνέχειας έχει τη μορφή :

$$\Pi_1 = \Pi_2 \Leftrightarrow A\upsilon_1 = \frac{A}{2}\upsilon_2 \Leftrightarrow \upsilon_2 = 2\upsilon_1 \text{ ή } \upsilon_2 = 2\upsilon.$$

Επομένως, οι απαντήσεις α), β), γ) είναι λανθασμένες.

Α3. Σε μια μηχανική ταλάντωση της οποίας το πλάτος μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $A = A_o e^{-\Lambda t}$, όπου Ao είναι το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης και Λ είναι μια θετική σταθερά, ισχύει ότι:

α) το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι σταθερό,

β) η περίοδος Τ της ταλάντωσης διατηρείται σταθερή για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b

γ) η περίοδος της ταλάντωσης μειώνεται με τον χρόνο για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης

δ) το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι ανάλογο της απομάκρυνσης.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σε μία φθίνουσα μηχανική ταλάντωση, το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο, σύμφωνα με τη σχέση $A = A_o e^{-\Lambda t}$, όταν **η δύναμη απόσβεσης** είναι αντίρροπη της ταχύτητας και **έχει μέτρο ανάλογο του μέτρου της ταχύτητας** (αλγεβρικά : $F_\alpha = -bu$). [α), δ) : Λάθος]

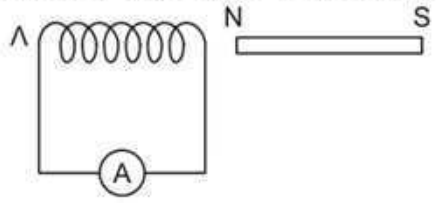
Σε αυτό το είδος φθίνουσας ταλάντωσης, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b η περίοδος ταλάντωσης Τ διατηρείται σταθερή. [γ) : Λάθος]

Σωστή απάντηση : β).

Σχόλιο

Αρχικά η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι **η σταθερά Λ εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης b**, ενώ στη συνέχεια αναφέρει τη σταθερά απόσβεσης b.

Α4. Στο κύκλωμα του σχήματος 1 το πηνίο συγκρατείται ακίνητο.



Σχήμα 1

α) όταν ο μαγνήτης απομακρύνεται από το πηνίο, στο άκρο Λ του πηνίου εμφανίζεται βόρειος πόλος (N)

β) όταν ο μαγνήτης απομακρύνεται από το πηνίο, στο άκρο Λ του πηνίου εμφανίζεται νότιος πόλος (S)

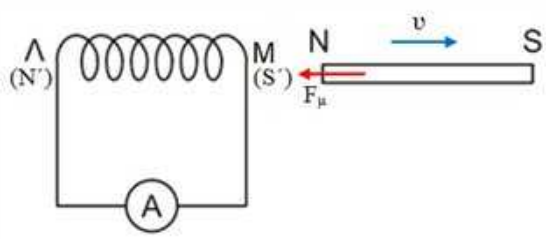
γ) όταν ο μαγνήτης πλησιάζει το πηνίο, στο άκρο Λ του πηνίου εμφανίζεται βόρειος πόλος (N)

δ) όταν ο μαγνήτης μένει ακίνητος, στο άκρο Λ του πηνίου εμφανίζεται βόρειος πόλος (N).

Μονάδες 5

Απάντηση

Όταν ο μαγνήτης απομακρύνεται από το πηνίο (κινούμενος κατά μήκος του άξονα του πηνίου) η μαγνητική ροή που διέρχεται από τις σπείρες του πηνίου μειώνεται.



Στο πηνίο αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή και το κλειστό κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα.

Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, το ρεύμα θα έχει τέτοια φορά ώστε, μέσω του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί, να αντιδράσει στη μεταβολή της μαγνητικής ροής.

Επομένως στο άκρο Μ του πηνίου εμφανίζεται νότιος πόλος (S) και **στο άκρο Λ εμφανίζεται βόρειος πόλος** (N), με αποτέλεσμα το πηνίο να έλκει τον μαγνήτη και να εμποδίζει την απομάκρυνσή του και την ελάττωση της μαγνητικής ροής.

Σωστή απάντηση : α).

[β) : Λάθος]

Όταν ο μαγνήτης πλησιάζει το πηνίο, στο άκρο Μ εμφανίζεται βόρειος πόλος και στο Λ νότιος, ώστε το πηνίο να απωθεί τον μαγνήτη και να εμποδίζει την αύξηση της μαγνητικής ροής.

[γ) : Λάθος].

Όταν ο μαγνήτης είναι ακίνητος δεν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή στο πηνίο οπότε δεν αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή, το πηνίο δεν διαρρέεται από ρεύμα και δεν δημιουργεί μαγνητικό πεδίο.

[δ) : Λάθος]

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Δύο ρευματικές γραμμές ενός ρευστού δεν μπορούν να τέμνονται.

β) Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση κατά τον συντονισμό η ενέργεια μεταφέρεται από τον διεγέρτη στο ταλαντούμενο σύστημα κατά τον βέλτιστο τρόπο.

γ) Η μονάδα μέτρησης της μαγνητικής διαπερατότητας κάποιου υλικού στο σύστημα SI είναι το 1 Wb (1 Weber).

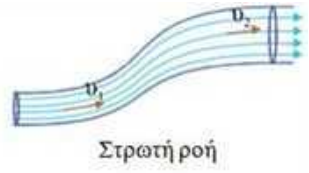
δ) Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού μεγάλου μήκους είναι ανοιχτές.

ε) Τα όργανα που χρησιμοποιούμε για τη μέτρηση εναλλασσόμενων τάσεων και ρευμάτων δείχνουν ενεργές τιμές.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Λάθος.



Στρωτή ροή

Η ρευματική γραμμή είναι η τροχιά μιας στοιχειώδους ποσότητας του ρευστού.

Όταν η ροή είναι στρωτή (ιδανικό ρευστό) τότε οι ρευματικές γραμμές δεν τέμνονται.

Όταν όμως η ροή είναι στροβιλώδης, τότε οι ρευματικές γραμμές μπορούν να τέμνονται.


Στροβιλώδης ροή

Σχόλιο

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι **το ρευστό είναι ιδανικό** (ή ότι **η ροή είναι στρωτή)**.

β) Σωστό.

Στην κατάσταση συντονισμού μεταφέρεται από το διεγέρτη στο σύστημα το μέγιστο ποσό ενέργειας (ανά περίοδο) με αποτέλεσμα το πλάτος ταλάντωσης να είναι μέγιστο.

γ) Λάθος.

Η μαγνητική διαπερατότητα μ ενός υλικού ορίζεται με τη σχέση $\mu = \frac{B}{B_o}$ και σαν πηλίκο ομοειδών μεγεθών είναι αδιάστατο μέγεθος, άρα δεν έχει μονάδα μέτρησης.

δ) Λάθος.

Γενικά, οι δυναμικές γραμμές ενός μαγνητικού πεδίου είναι κλειστές.

Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου ενός ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού μεγάλου μήκους είναι ομόκεντροι κύκλοι, με τα επίπεδά τους κάθετα προς τον αγωγό.

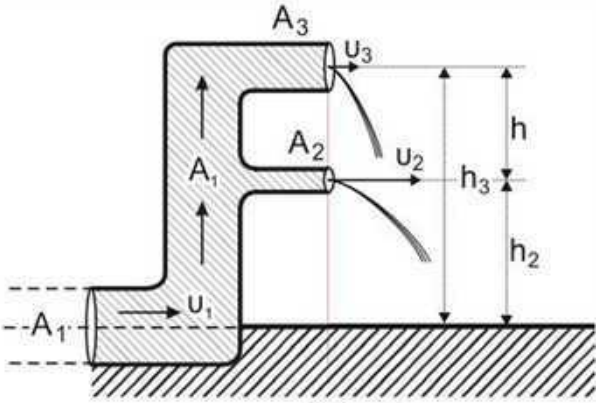
ε) Σωστό.

Η λειτουργία των βολτομέτρων και των αμπερομέτρων του εναλλασσόμενου ρεύματος βασίζεται στα θερμικά αποτελέσματα του ρεύματος.

Επομένως, τα βολτόμετρα και τα αμπερόμετρα του εναλλασσόμενου ρεύματος μετρούν τις ενεργές τιμές της τάσης και της έντασης, αντίστοιχα.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σε έναν οριζόντιο σωλήνα μεγάλου μήκους σταθερής διατομής A_1, κινείται ιδανικό ρευστό πυκνότητας ρ, με ταχύτητα $υ_1$. Το τελικό τμήμα του σωλήνα είναι κατακόρυφο και καταλήγει σε δύο οριζόντιους σωλήνες σταθερής διατομής $A_2 = 0,3\,A_1$ και $A_3 = 0,6\,A_1$, από τους οποίους το ιδανικό ρευστό εξέρχεται στην ατμόσφαιρα (σχήμα 2).



Σχήμα 2

Οι οριζόντιοι σωλήνες απέχουν μεταξύ τους απόσταση h και βρίσκονται σε ύψη h_2 και h_3 αντίστοιχα από το έδαφος.
Το ιδανικό ρευστό εξέρχεται από τους οριζόντιους σωλήνες με ταχύτητες $υ_2$ και $υ_3$ αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει $υ_2 = 3υ_3$.
Στο τμήμα του σωλήνα διατομής A_1 η κινητική ενέργεια του ιδανικού ρευστού ανά μονάδα όγκου είναι ίση με:

i. $\frac{9}{32}\rho\cdot g\cdot h$ ii. $\frac{3}{8}\rho\cdot g\cdot h$ iii. $\frac{8}{9}\rho\cdot g\cdot h$

Όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας και $h = h_3 - h_2$.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Εφαρμόζω την εξίσωση της συνέχειας για τις διατομές A_1, A_2, A_3 :

$$\Pi_1 = \Pi_2 + \Pi_3 \Leftrightarrow A_1υ_1 = A_2υ_2 + A_3υ_3 \Rightarrow A_1υ_1 = (0,3A_1)(3υ_3) + 0,6A_1υ_3 \Rightarrow υ_1 = 1,5υ_3. \quad (1)$$

Εφαρμόζω την εξίσωση Bernoulli για τις διατομές A_1, A_2 :

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho υ_1^2 = p_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho υ_2^2 + \rho g h_2. \quad (2)$$

Εφαρμόζω την εξίσωση Bernoulli για τις διατομές A_1, A_3 :

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho υ_1^2 = p_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho υ_3^2 + \rho g h_3. \quad (3)$$

Εξισώνω τα 2α μέλη των σχέσεων (2), (3) :

$$p_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho υ_3^2 + \rho g h_3 = p_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho υ_2^2 + \rho g h_2 \Leftrightarrow \rho g(h_3 - h_2) = \frac{1}{2}\rho\left(υ_2^2 - υ_3^2\right) \Rightarrow gh = \frac{1}{2}\left(9υ_3^2 - υ_3^2\right) \Rightarrow$$

$$gh = 4υ_3^2 \Rightarrow υ_3 = \frac{\sqrt{gh}}{2}. \quad (4)$$

Με συνδυασμό των σχέσεων (1), (4), προκύπτει : $υ_1 = \frac{3\sqrt{gh}}{4}$. (5)

Η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου του ρευστού στη διατομή A_1, είναι :

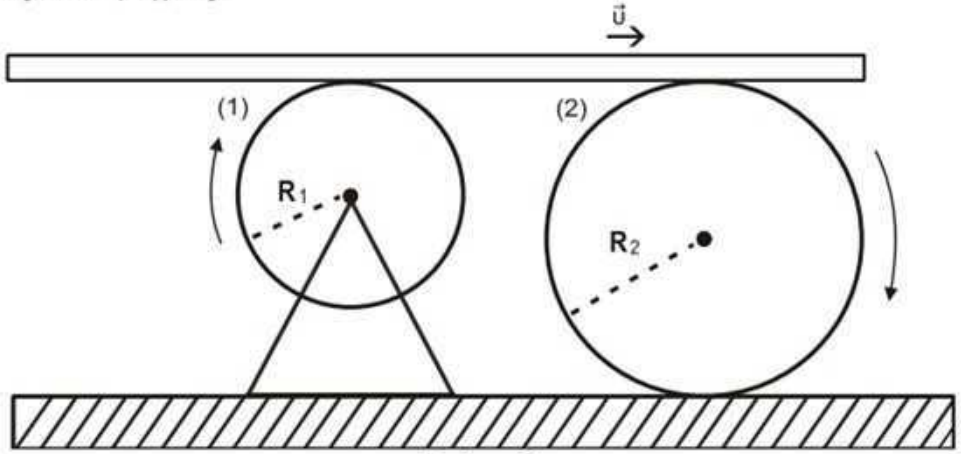
$$\frac{K_1}{V_1} = \frac{1}{2}\rho υ_1^2 \xrightarrow{(5)} \frac{K_1}{V_1} = \frac{1}{2}\rho\cdot\left(\frac{9}{16}gh\right) \Rightarrow \frac{K_1}{V_1} = \frac{9}{32}\rho g h.$$

(Σωστή απάντηση : i)

B2. Λεπτή σανίδα κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα $\vec{u}$, χωρίς να ολισθαίνει, πάνω σε δύο τροχούς (1) και (2) αντίστοιχα όπως στο σχήμα 3. Ο τροχός (1) ακτίνας R_1 περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα χωρίς τριβές και ο τροχός (2) ακτίνας $R_2=\lambda \cdot R_1$ (όπου $\lambda > 1$) κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Όταν η σανίδα σε χρόνο t έχει μετακινηθεί κατά x οι δύο τροχοί έχουν κάνει N_1 και N_2 περιστροφές αντίστοιχα. Ο λόγος των περιστροφών $\frac{N_1}{N_2}$ των δύο κυλίνδρων είναι ίσος με:

i. λ ii. 2λ iii. 4λ

Η σανίδα δεν χάνει την επαφή της κατά τη διάρκεια της κίνησης της πάνω στους δύο τροχούς.



Σχήμα 3

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

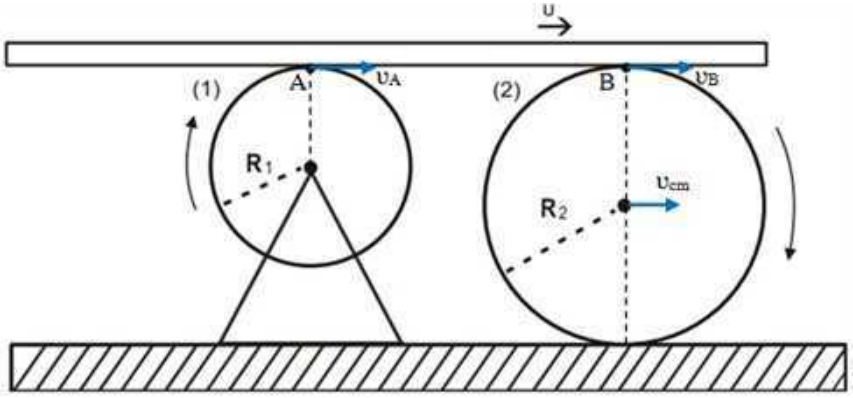
β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Έστω ότι τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ είναι σε επαφή με τη σανίδα τα σημεία Α, Β της περιφέρειας των τροχών (1), (2) αντίστοιχα.

Αφού η σανίδα δεν ολισθαίνει πάνω στους τροχούς, για τα μέτρα των ταχυτήτων των σημείων Α, Β ισχύει : $\upsilon_A = \upsilon_B = \upsilon$.



Τροχός (1)

Μετά από χρόνο t, ένα σημείο της περιφέρειας θα διανύσει διάστημα $s_1 = \upsilon t$. (1)

Ο αριθμός περιστροφών του τροχού (1) στο χρόνο t, είναι : $N_1 = \frac{s_1}{2\pi R_1} \xrightarrow{(1)} N_1 = \frac{\upsilon t}{2\pi R_1}$. (2)

Τροχός (2)

Για τα μέτρα των ταχυτήτων υ_B , υ_{cm} ισχύει : $\upsilon_B = 2\upsilon_{cm} \Leftrightarrow \upsilon_{cm} = \frac{\upsilon}{2}.$ (3)

Μετά από χρόνο t, το κέντρο του τροχού θα διανύσει διάστημα $s_2 = \upsilon_{cm} t \xrightarrow{(3)} s_2 = \frac{\upsilon t}{2}.$ (4)

Ο αριθμός περιστροφών του τροχού (2) στο χρόνο t, είναι : $N_2 = \frac{s_2}{2\pi R_2} \xrightarrow{(4)} N_2 = \frac{\upsilon t}{4\pi R_2}.$ (5)

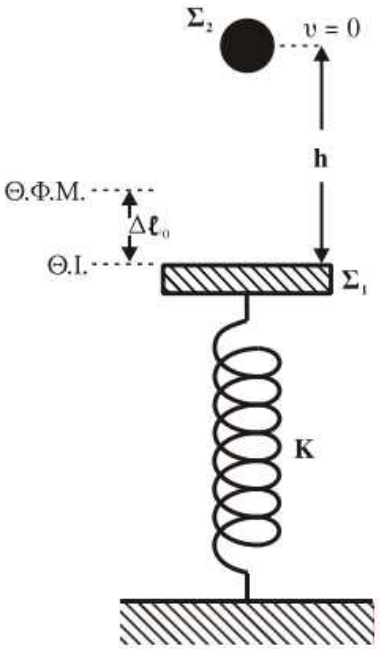
Διαιρώ κατά μέλη τις σχέσεις (2), (5) :

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\frac{\upsilon t}{2\pi R_1}}{\frac{\upsilon t}{4\pi R_2}} = \frac{2R_2}{R_1} \xrightarrow{R_2 = \lambda R_1} \frac{N_1}{N_2} = \frac{2\lambda R_1}{R_1} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = 2\lambda.$$

Σχόλιο

Αρχικά η εκφώνηση αναφέρεται σε δύο τροχούς, οι οποίοι στο τέλος μετατρέπονται σε «κυλίνδρους».

B3. Σώμα Σ_1 μάζας m_1 ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Το ελατήριο είναι συμπιεσμένο κατά $\Delta\ell_0$ σε σχέση με το φυσικό του μήκος όπως φαίνεται στο σχήμα 4. Από ύψος $h = 3\Delta\ell_0$ πάνω από το Σ_1 στην ίδια κατακόρυφο με τον άξονα του ελατηρίου αφήνεται ελεύθερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = m_1$, το οποίο συγκρούεται ακαριαία με το Σ_1 κεντρικά και πλαστικά.



Σχήμα 4

Το συσσωμάτωμα που προκύπτει αμέσως μετά την κρούση εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D = K και πλάτος A.

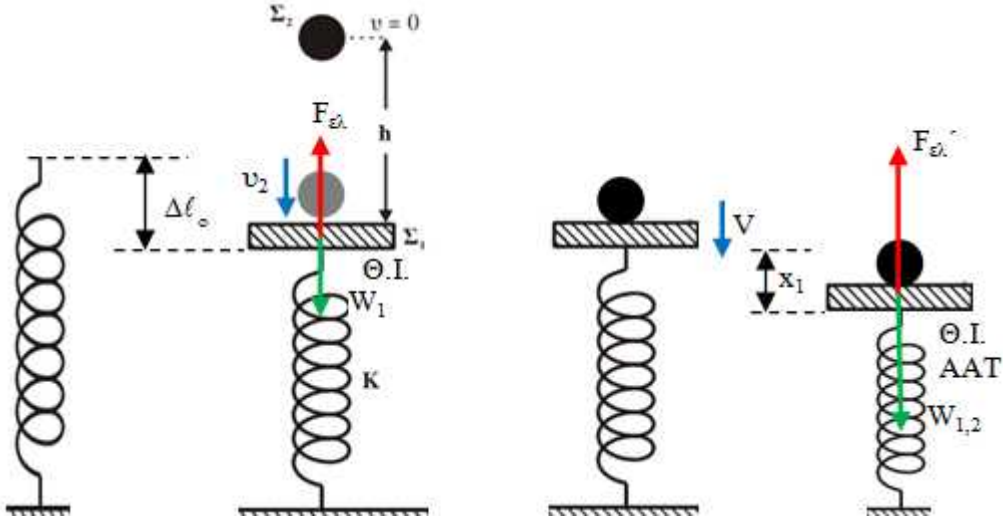
Το πλάτος A της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι ίσο με:

i. $\frac{2m \cdot g}{K}$ ii. $\frac{3m \cdot g}{K}$ iii. $\frac{4m \cdot g}{K}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 7**

Απάντηση



Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή του Σ_2 από τη θέση που αφήνεται μέχρι να φτάσει στο Σ_1 :

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 - 0 = m_2 gh \Leftrightarrow \upsilon_2^2 = 2gh \Leftrightarrow \upsilon_2 = \sqrt{2gh}. \quad (1)$$

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής για την πλαστική κρούση (αλγεβρικά) :

$$p_{ολ(μετά)} = p_{ολ(πριν)} \Leftrightarrow 2mV = m\upsilon_2 \Leftrightarrow V = \frac{\upsilon_2}{2} \xrightarrow{(1)} V = \frac{\sqrt{2gh}}{2} \Rightarrow V = \frac{\sqrt{6g(\Delta\ell_o)}}{2}. \quad (2)$$

Στη θέση ισορροπίας του Σ_1 το ελατήριο έχει συμπίεση $\Delta\ell_o$. Ισχύει :

$$\Sigma F_1 = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} = W_1 \Leftrightarrow k(\Delta\ell_o) = m_1 g \Leftrightarrow \Delta\ell_o = \frac{mg}{k}. \quad (3)$$

Στη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος το ελατήριο έχει συμπίεση $\Delta\ell_o + x_1$, όπου x_1 η απόσταση της θέσης της κρούσης από τη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ. Ισχύει :

$$\Sigma F_{1,2} = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda}' = W_{1,2} \Leftrightarrow k(\Delta\ell_o + x_1) = (2m)g \Leftrightarrow \Delta\ell_o + x_1 = \frac{2mg}{k} \xrightarrow{(3)} x_1 = \frac{2mg}{k} - \frac{mg}{k} \Rightarrow$$

$$x_1 = \frac{mg}{k}. \quad (4)$$

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ :

$$E_\tau = K_\sigma + U_\tau \Leftrightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(2m)V^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \Leftrightarrow A^2 = \frac{(2m)V^2}{k} + x_1^2 \xrightarrow{(2),\,(4)}$$

$$A^2 = \frac{(2m)\cdot 6g(\Delta\ell_o)}{4k} + \frac{m^2g^2}{k^2} \xrightarrow{(3)} A^2 = \frac{3mg}{k}\cdot\frac{mg}{k} + \frac{m^2g^2}{k^2} = \frac{4m^2g^2}{k^2} \Rightarrow A = \frac{2mg}{k}.$$

Σωστή απάντηση : i.

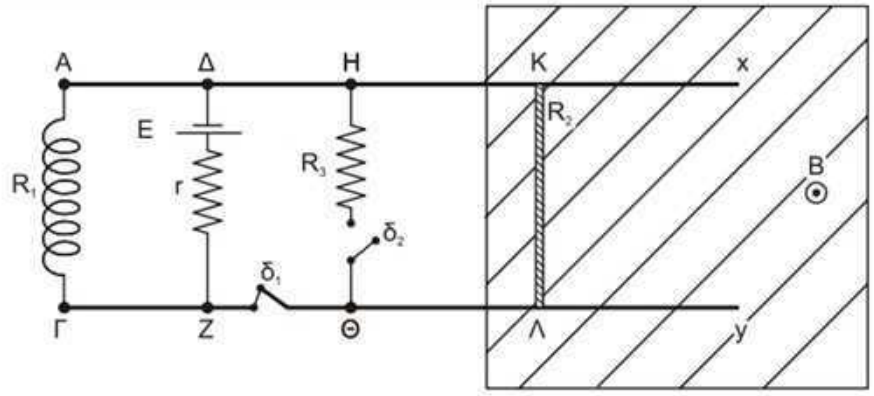
ΘΕΜΑ Γ

Οι δύο παράλληλοι οριζόντιοι αγωγοί, Αx και Γy του σχήματος 5, έχουν μεγάλο μήκος, αμελητέα ωμική αντίσταση και απέχουν μεταξύ τους απόσταση L = 1 m. Τα άκρα τους Α και Γ συνδέονται με σωληνοειδές ωμικής αντίστασης $R_1 = 6\ \Omega$, του οποίου ο αριθμός των σπειρών ανά μονάδα μήκους είναι $n = N/\ell = 200$ σπείρες/m.

Στα σημεία Δ και Ζ των παράλληλων αγωγών έχει συνδεθεί ηλεκτρική πηγή με ηλεκτρεγερτική δύναμη E = 24 V και εσωτερική αντίσταση r = 2 Ω, Στα σημεία Η και Θ συνδέεται αντιστάτης ωμικής αντίστασης $R_3 = 1\ \Omega$ σε σειρά με τον διακόπτη δ_2, ενώ μεταξύ των σημείων Ζ και Θ παρεμβάλλεται διακόπτης δ_1.

Ευθύγραμμος μεταλλικός αγωγός ΚΛ, μάζας m = 1 Kg, μήκους L = 1 m και ωμικής αντίστασης $R_2 = 3\ \Omega$, του οποίου τα άκρα βρίσκονται συνεχώς σε επαφή με τους αγωγούς Αx και Γy και μπορεί να ολισθαίνει παραμένοντας συνεχώς κάθετος σε αυτούς. Στην γραμμοσκιασμένη περιοχή του επιπέδου των αγωγών Αx και Γy εφαρμόζεται εξωτερικό ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B = 1 T (σχήμα 5), του οποίου οι μαγνητικές γραμμές είναι κάθετες στο επίπεδο αυτό, με φορά από την σελίδα προς τον αναγνώστη.

Αρχικά ο διακόπτης δ_1 είναι κλειστός και ο διακόπτης δ_2 ανοιχτός. Ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί οριακά λόγω τριβής, που εμφανίζεται στα σημεία επαφής Κ και Λ, συνολικού μέτρου Τ.



Σχήμα 5

Γ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης τριβής Τ.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο μέσον του άξονα του σωληνοειδούς. Θεωρείστε πως τα δύο μαγνητικά πεδία δεν αλληλεπιδρούν.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κλείνουμε τον διακόπτη δ_2 και ανοίγουμε τον διακόπτη δ_1. Την ίδια στιγμή στο μέσον του αγωγού ΚΛ και κάθετα σε αυτόν ασκείται κατάλληλη δύναμη F με φορά προς τα δεξιά, ώστε αυτός να κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a = 4\ m/s^2$ ίδιας κατεύθυνσης με την δύναμη F.

Γ3. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την εξωτερική δύναμη σε συνάρτηση με τον χρόνο F = F(t).
Η συνολική τριβή του αγωγού ΚΛ με τους οριζόντιους αγωγούς σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του είναι ίση με Τ.

Μονάδες 7

Γ4. Να υπολογίσετε το επαγωγικό φορτίο που πέρασε από μία διατομή του αγωγού, ΚΛ στο χρονικό διάστημα από $t_0 = 0$ έως $t_1 = 1$ s.

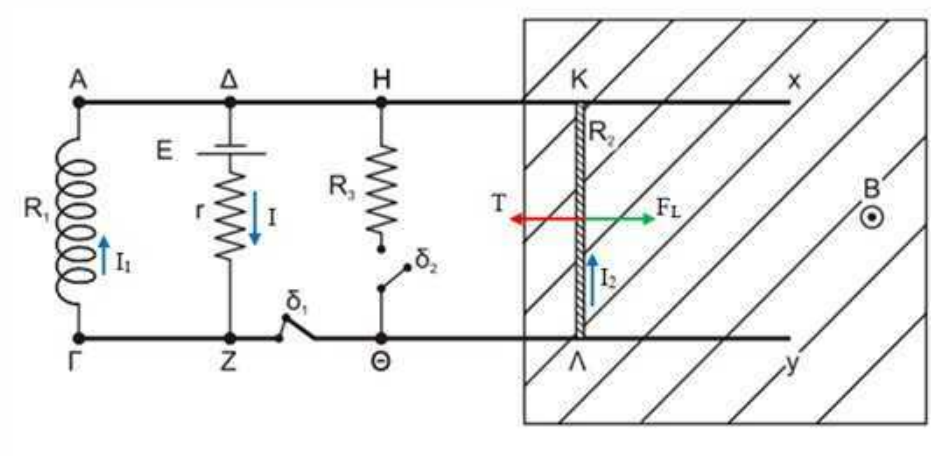
Μονάδες 6

Η διάταξη κατά τη διάρκεια της κίνησης του αγωγού ΚΛ παραμένει ακίνητη.

Δίνεται $K_\mu = 10^{-7}\ \frac{N}{A^2}$

Απάντηση

Γ1.



Οι αντιστάσεις R_1 , R_2 έχουν την ίδια τάση στα άκρα τους ($V_{ΓΑ} = V_{ΛΚ}$), επομένως :

$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \cdot 3}{6+3}\Omega = 2\Omega.$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον κλάδο ΔΖ είναι :

$$I = \frac{E}{R_{1,2} + r} = \frac{24}{2+2}A = 6A.$$

Η τάση στα άκρα του αγωγού ΚΛ έχει τιμή : $V_{ΛΚ} = IR_{1,2} = (6\ A)(2\ \Omega) \Rightarrow V_{ΛΚ} = 12\ V.$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον ΚΛ έχει τιμή : $I_2 = \frac{V_{ΛΚ}}{R_2} = \frac{12V}{3\Omega} \Rightarrow I_2 = 4A.$

Στο μέσο του αγωγού ΚΛ ασκείται δύναμη Laplace, οριζόντια με φορά προς τα δεξιά, μέτρου :

$F_L = BI_2L \Rightarrow F_L = (1 \cdot 4 \cdot 1)\ N \Rightarrow F_L = 4\ N.$

Αφού ο αγωγός ισορροπεί, στον άξονα x ισχύει : $\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F_L = T \Rightarrow T = 4\ N.$

Άρα, η συνολική δύναμη (στατικής) τριβής έχει μέτρο $T = 4\ N$ και φορά προς τα αριστερά.

Γ2.

Σύμφωνα με τον 1ο καόνα του Kirchhoff, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές, έχει τιμή :

$I_1 = I - I_2 \Rightarrow I_1 = 6\ A - 4\ A \Rightarrow I_1 = 2\ A.$

Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς υπολογίζεται με τη σχέση :

$B_1 = 4\pi K_\mu I_1 n \Rightarrow B_1 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^2\ T \Rightarrow B_1 = 16\pi \cdot 10^{-5}\ T$ ή $B_1 = 1{,}6\pi \cdot 10^{-4}\ T.$

Γ3.

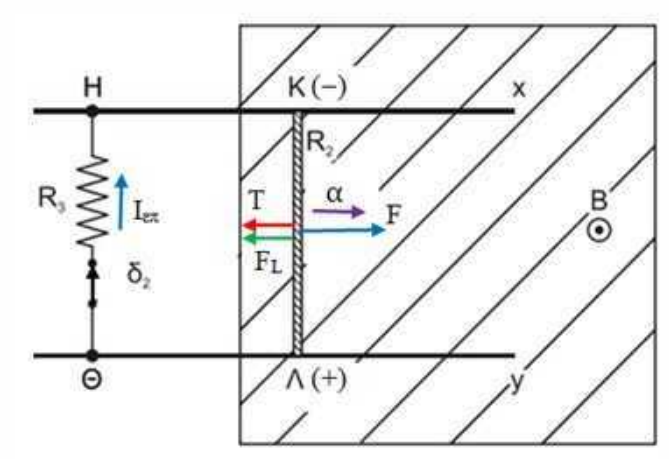
Τη χρονική στιγμή t, η ταχύτητα του αγωγού έχει μέτρο : $\upsilon = \alpha t \Rightarrow \upsilon = 4t.$ (S.I.) (1)

Στον αγωγό ΚΛ αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή, μέτρου :

$$E_{επ} = BL\upsilon^* \xrightarrow{(1)} E_{επ} = 4t. \ (S.I.) \qquad (2)$$

Ο βρόχος ΘΗΚΛΘ διαρρέεται από ρεύμα, έντασης

$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_2 + R_3} \xrightarrow{(2)} I_{επ} = t. \ (S.I.) \qquad (3)$$



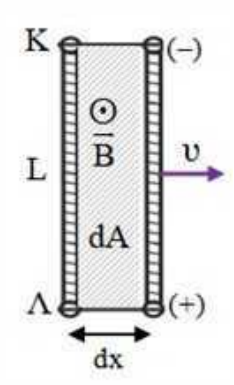
Στον αγωγό ΚΛ ασκείται δύναμη Laplace, οριζόντια με φορά προς τα αριστερά, μέτρου :

$$F_L = BLI_{\varepsilon\pi} \xrightarrow{(3)} F_L = t.\ (S.I.) \qquad (4)$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής (αλγεβρικά) :

$$\Sigma F_x = m\alpha \Leftrightarrow F - F_L - T = m\alpha \Leftrightarrow F = F_L + T + m\alpha \xrightarrow{(4)} F = t + 8.\ (S.I.)$$

*** Απόδειξη**



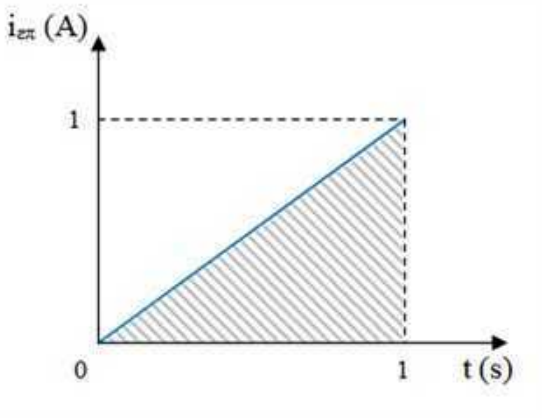
Έστω ότι τη χρονική στιγμή t η ράβδος έχει ταχύτητα μέτρου υ.

Μέχρι τη χρονική στιγμή t + dt η ράβδος μετακινείται κατά dx και καλύπτει επιφάνεια εμβαδού dA = L(dx). Το μέτρο της επαγόμενης ΗΕΔ δίνεται από το νόμο της επαγωγής (Faraday) :

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{d\Phi}{dt} = B\frac{dA}{dt} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = BL\frac{dx}{dt} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = BL\upsilon.$$

Γ4.

Το ηλεκτρικό φορτίο που πέρασε από μία διατομή του αγωγού στο χρονικό διάστημα $t_o = 0 \longrightarrow t_1 = 1$ s είναι ίσο (αριθμητικά) με το εμβαδό του τριγώνου στο διάγραμμα $I_{\varepsilon\pi} - t$:



$$q_{\varepsilon\pi} = E_{\tau\rho\iota\gamma} = \frac{1\cdot 1}{2}C \Rightarrow q_{\varepsilon\pi} = 0{,}5C.$$

Εναλλακτική απάντηση

Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1$ s ο αγωγός ΚΛ μετατοπίζεται κατά :

$$\Delta x = \frac{1}{2}\alpha t_1^2 = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 1^2\ m \Rightarrow \Delta x = 2\,m.$$

Στη χρονική διάρκεια $0 \rightarrow t_1$ ο αγωγός ΚΛ καλύπτει επιφάνεια εμβαδού : $\Delta A = L(\Delta x) \Rightarrow \Delta A = 2\ m^2$.

Η αντίστοιχη μεταβολή της μαγνητικής ροής, είναι : $\Delta\Phi = B(\Delta A) = 2$ Wb.

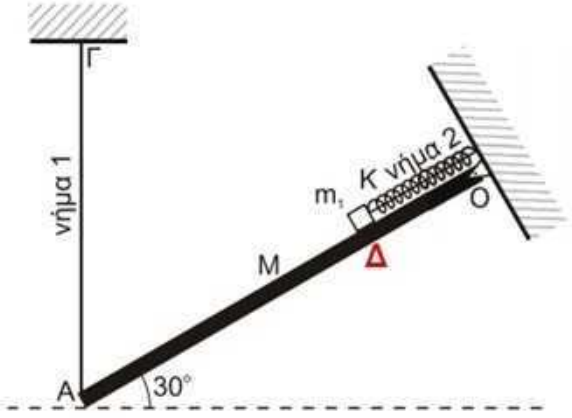
Εφαρμόζω το νόμο του Neumann για το επαγωγικό φορτίο :

$$q_{\varepsilon\pi} = \frac{\Delta\Phi}{R_{2,3}} \Leftrightarrow q_{\varepsilon\pi} = \frac{\Delta\Phi}{R_2 + R_3} \Rightarrow q_{\varepsilon\pi} = \frac{2}{3+1}C \Rightarrow q_{\varepsilon\pi} = 0{,}5C.$$

ΘΕΜΑ Δ

Η ομογενής λεπτή, λεία ράβδος ΟΑ του σχήματος 6 μάζας Μ = 8 Kg και μήκους L = 2 m είναι αρθρωμένη στο άκρο της Ο και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα κάθετο στο επίπεδο του σχεδίου. Η ράβδος ισορροπεί δεμένη, στο άκρο της Α, από κατακόρυφο αβαρές, μη εκτατό νήμα 1 το πάνω άκρο του οποίου είναι ακλόνητα δεμένο στο Γ. Η ράβδος και το νήμα βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και η ράβδος σχηματίζει γωνία φ = 30° με την οριζόντια διεύθυνση.

Επάνω στη ράβδο ισορροπεί σώμα μάζας m_1 = 4 Kg, μικρών διαστάσεων, που είναι δεμένο σε ιδανικό ελατήριο σταθεράς Κ και σε αβαρές μη εκτατό νήμα 2 τα οποία είναι παράλληλα στη ράβδο και τα επάνω άκρα τους είναι ακλόνητα στερεωμένα (σχήμα 6). Στη θέση αυτή το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και το σώμα m1 βρίσκεται στη θέση Δ, όπου ΟΔ = 0,5 m.



Σχήμα 6

Δ1. Υπολογίστε τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από το νήμα 1 στο άκρο της Α.

Μονάδες 6

Δ2. Κάποια χρονική στιγμή κόβεται το νήμα 2 οπότε το σώμα m_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με σταθερά επαναφοράς D = K, επάνω στη λεία ράβδο με ολική ενέργεια Ε = 2 J. Γράψτε τη χρονική εξίσωση της κινητικής ενέργειας ταλάντωσης της m_1 ως προς το χρόνο. Θεωρήστε t = 0 τη χρονική στιγμή που κόβεται το νήμα και θετική φορά από το Α προς το Ο.

Μονάδες 7

Κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του σώματος μάζας m_1 δεύτερο μικρό σώμα μάζας $m_2 = m_1$ που εκτοξεύεται από το άκρο Α της ράβδου, συγκρούεται κεντρικά ελαστικά (ακαριαία) με το σώμα μάζας m_1, έχοντας ακριβώς πριν την κρούση με το σώμα μάζας m_1, ταχύτητα μέτρου u_2, παράλληλη στη ράβδο με φορά προς τα επάνω. Τη στιγμή αυτή το σώμα m_1 έχει απομάκρυνση x_1, όπου $x_1 < 0$ (το σώμα μάζας m_2 μετά την κρούση απομακρύνεται).

Δ3. Να βρεθεί η απομάκρυνση x_1 ώστε το σώμα m_1 αμέσως μετά την κρούση να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με το μέγιστο δυνατό πλάτος.

Μονάδες 6

Δ4. Αν δίνεται πως το νέο πλάτος ταλάντωσης της σώματος μάζας m_1 ισούται με 0,4 m, υπολογίστε την ταχύτητα u_2 του σώματος μάζας m_2.

Μονάδες 6

Η ράβδος παραμένει σε ισορροπία σε όλη τη διάρκεια του φαινομένου και δίνονται: $ημ30° = ½$, $συν30° = \sqrt{3}/2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s^2.

Απάντηση

Δ1.

<u>Σώμα Σ_1</u>

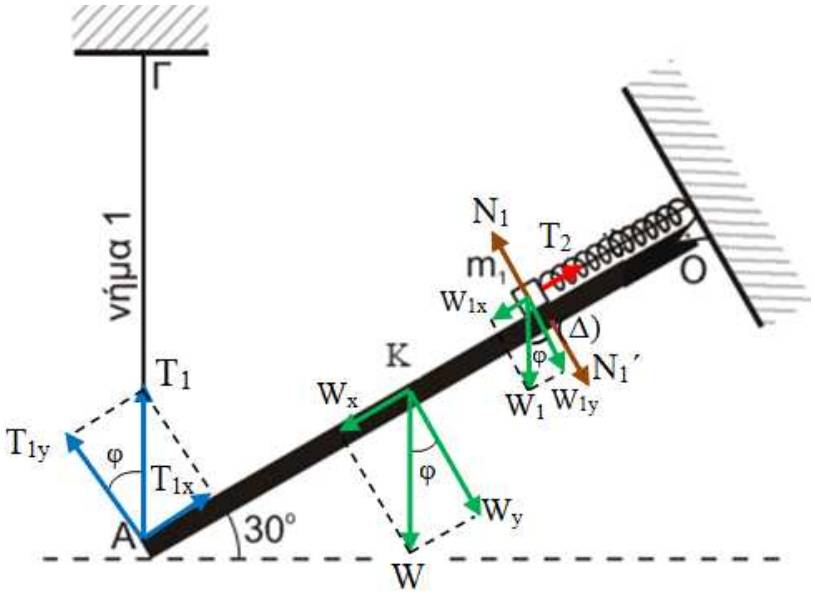
Η λεία ράβδος ασκεί στο σώμα δύναμη $\vec{N}_1$, κάθετη στη ράβδο.

Αναλύω το βάρος του σώματος σε άξονες x (παράλληλο στη ράβδο) και y (κάθετο τη ράβδο).

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων στον άξονα y :

$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow N_1 = W_{1y} = m_1 g\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$

$N_1 = 4 \cdot 10 \frac{\sqrt{3}}{2} N \Rightarrow N_1 = 20\sqrt{3}\,N.$



<u>Ράβδος</u>

Σύμφωνα με τον 3ο νόμο του Newton, το σώμα ασκεί στη ράβδο αντίθετη δύναμη $\vec{N}_1'$, μέτρου :

$N_1' = N_1 = 20\sqrt{3}\,N.$

Αφού η ράβδος είναι ομογενής, το κέντρο μάζας της είναι το μέσο της K.

Αναλύω το βάρος και την τάση του νήματος στους άξονες x, y και εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το O :

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Leftrightarrow N_1'(\Delta O) + W_y \cdot \frac{L}{2} - T_{1y} L = 0 \Leftrightarrow N_1'(\Delta O) + (Mg\sigma\upsilon\nu\varphi)\cdot\frac{L}{2} = (T_1\sigma\upsilon\nu\varphi)L \Leftrightarrow$$

$$T_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = 20\sqrt{3} \cdot 0{,}5 + 8 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1 \Rightarrow T_1 = 50\,N.$$

Δ2.

Τη στιγμή που κόβεται το νήμα (2), το Σ_1 είναι ακίνητο στην ακραία θέση $x = +A$.

Στη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell$.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας στον άξονα x :

$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} = W_{1x} \Leftrightarrow k(\Delta\ell) = m_1 g\eta\mu\varphi \Leftrightarrow k = \frac{m_1 g\eta\mu\varphi}{\Delta\ell}. \quad (1)$$

Η απόσταση μεταξύ Θ.Ι. – ακραίας θέσης είναι ίση με το πλάτος A της ΑΑΤ. Επομένως :

$$A = \Delta\ell \xrightarrow{(1)} k = \frac{m_1 g\eta\mu\varphi}{A}. \quad (2)$$

Από τη σχέση της ενέργειας ταλάντωσης υπολογίζω το πλάτος της :

$$E=\frac{1}{2}kA^2 \xrightarrow{(2)} E=\frac{1}{2}\cdot\frac{m_1 g\eta\mu\varphi}{A}\cdot A^2 \Leftrightarrow E=\frac{m_1 g\eta\mu\varphi}{2}\cdot A \Leftrightarrow A=\frac{2E}{m_1 g\eta\mu\varphi} \Rightarrow$$

$$A=\frac{2\cdot 2}{4\cdot 10\cdot 0,5}m \Rightarrow A=0,2\,m.$$

$$(1) \Rightarrow k=\frac{4\cdot 10\cdot 0,5}{0,2}\frac{N}{m} \Rightarrow k=100\frac{N}{m}.$$

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ είναι :

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m_1}}=\sqrt{\frac{100}{4}}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega=5\frac{rad}{s}.$$

Η εξίσωση της ΑΑΤ έχει τη γενική μορφή :

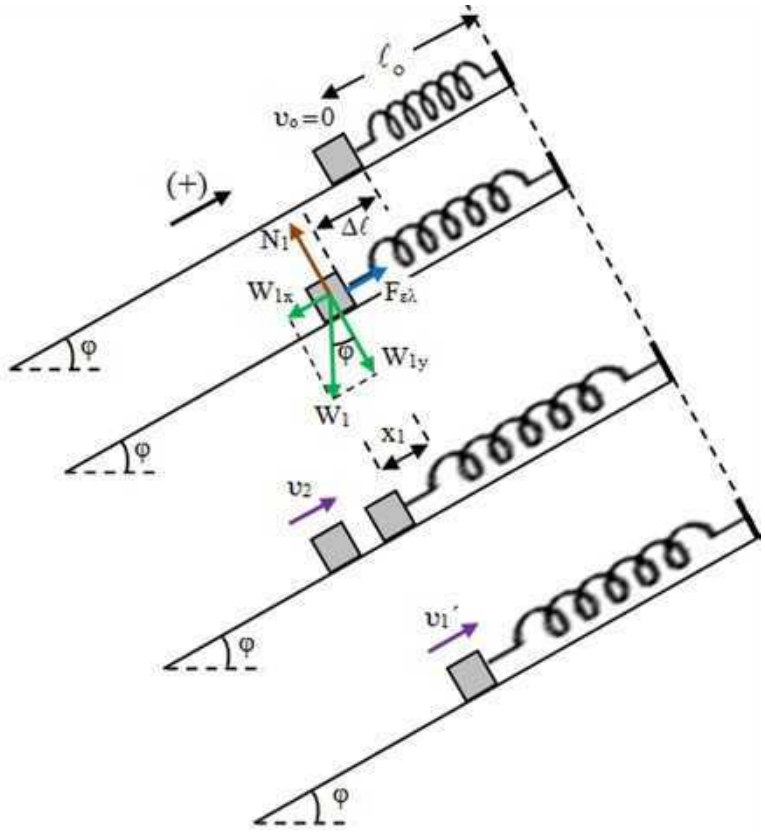
$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$. (3)

Για $t = 0$: $x = +A \xrightarrow{(3)} A = A\eta\mu\varphi_o \Rightarrow$

$$\eta\mu\varphi_o=1 \Rightarrow \varphi_o=\frac{\pi}{2}.$$

Η κινητική ενέργεια της ΑΑΤ του Σ_1 περιγράφεται από την εξίσωση :

$$K=E\sigma\upsilon\nu^2(\omega t+\varphi_o) \Rightarrow K=2\sigma\upsilon\nu^2\left(5t+\frac{\pi}{2}\right). \text{ (S.I.)}$$



Δ3.

Αφού η κρούση είναι κεντρική – ελαστική και οι μάζες των σωμάτων είναι ίσες ($m_1 = m_2$), τα σώματα ανταλλάσσουν ταχύτητες, άρα : $\upsilon_1' = \upsilon_2$. (4)

Επομένως, για την κινητική ενέργεια του Σ_1 αμέσως μετά την κρούση, ισχύει :

$$K_1'=\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 \xrightarrow{(4)} K_1'=\frac{1}{2}m_1\upsilon_2^2. \quad (5)$$

Η ενέργεια της ταλάντωσης του Σ_1 αμέσως μετά την κρούση, είναι :

$$E_\tau'=\frac{1}{2}kx_1^2+\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 \xrightarrow{(5)} E_\tau'=\frac{1}{2}kx_1^2+\frac{1}{2}m_1\upsilon_2^2. \quad (6)$$

Επομένως, η ενέργεια ταλάντωσης θα είναι μέγιστη όταν η απομάκρυνση x_1 θα έχει μέγιστο μέτρο, δηλαδή : $|x_1| = A$.

Αφού $x_1 < 0 \Rightarrow x_1 = -A \Rightarrow x_1 = -0,2$ m.

Δ4.

Η ενέργεια της ταλάντωσης του Σ_1 μετά την κρούση υπολογίζεται και από τη σχέση :

$$E_{\tau}' = \frac{1}{2} k A'^2. \qquad (7)$$

Με συνδυασμό των σχέσεων (6), (7) προκύπτει : $\frac{1}{2} k A'^2 = \frac{1}{2} k x_1^2 + \frac{1}{2} m_1 \upsilon_2^2$. (8)

Αν το νέο πλάτος ταλάντωσης Α΄= 0,4 m είναι το μέγιστο δυνατό, τότε η απομάκρυνση του Σ_1 ελάχιστα πριν την κρούση ήταν : $x_1 = -A$.

Στην περίπτωση αυτή, από τη σχέση (8) προκύπτει :

$$\frac{1}{2} k A'^2 = \frac{1}{2} k A^2 + \frac{1}{2} m_1 \upsilon_2^2 \Leftrightarrow \upsilon_2^2 = \frac{k\left(A'^2 - A^2\right)}{m_1} \Rightarrow |\upsilon_2| = \sqrt{\frac{k\left(A'^2 - A^2\right)}{m_1}} \Rightarrow$$

$$|\upsilon_2| = \sqrt{\frac{100\left(0,16 - 0,04\right)}{4}} \frac{m}{s} \Rightarrow |\upsilon_2| = \sqrt{3} \frac{m}{s}.$$

Πριν την κρούση το Σ_2 κινείται προς τα πάνω, άρα : $\upsilon_2 > 0$.

Επομένως : $\upsilon_2 = +\sqrt{3} \frac{m}{s}$ (αλγεβρική τιμή).

Σχόλιο

Στο ερώτημα Δ4 δεν αναφέρει η εκφώνηση ότι το **νέο πλάτος Α΄= 0,4 m είναι το μέγιστο δυνατό πλάτος ταλάντωσης**, ώστε να ισχύει η προϋπόθεση ότι η απομάκρυνση του Σ_1 ελάχιστα πριν την κρούση είναι $x_1 = -A$ και να είναι δυνατός ο υπολογισμός της ταχύτητας υ_2.

ΝΕΟ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ
ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ – ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΔΕΥΤΕΡΑ 22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2020
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην επιλογή σας, η οποία συμπληρώνει σωστά την περιγραφή.*

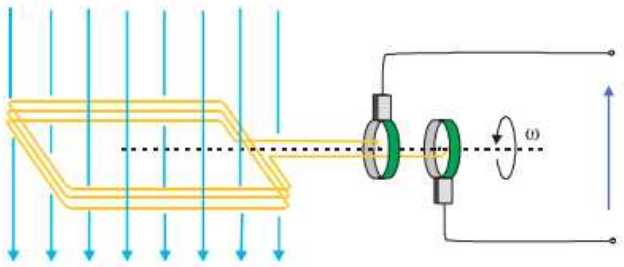
Α1. Για την παραγωγή εναλλασσόμενης τάσης πλάτους V, ένα πλαίσιο περιστρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B. Αν διπλασιάσουμε την περίοδο περιστροφής του πλαισίου, διατηρώντας σταθερή την ένταση B του μαγνητικού πεδίου, τότε το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης γίνεται ίσο με

α) V
β) 2V
γ) $\frac{V}{2}$
δ) $\frac{V}{\sqrt{2}}$.

Μονάδες 5

Απάντηση

Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας και η περίοδος περιστροφής του πλαισίου συνδέονται με τη σχέση :



$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \qquad (1)$$

Για ένα επίπεδο πλαίσιο με N σπείρες εμβαδού A, το οποίο περιστρέφεται γύρω από άξονα του επιπέδου του που είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $\vec{B}$, το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης δίνεται από τη σχέση :

$$V = NBA\omega \xrightarrow{(1)} V = \frac{2\pi NBA}{T}. \qquad (2)$$

Με βάση τη σχέση (2), αν διπλασιαστεί η περίοδος περιστροφής, το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης θα υποδιπλασιαστεί :

$$V' = \frac{2\pi NBA}{2T} \xrightarrow{(2)} V' = \frac{V}{2}.$$

Σωστή απάντηση : γ).

Α2. Αν τροφοδοτήσουμε ένα σωληνοειδές με ρεύμα έντασης I, τότε στο μέσον του η ένταση του μαγνητικού πεδίου έχει μέτρο B. Αν κόψουμε στη μέση το σωληνοειδές και τροφοδοτήσουμε το ένα κομμάτι του με ρεύμα ίδιας έντασης I, τότε η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο μέσον του κομματιού αυτού έχει μέτρο

α) B
β) 2B
γ) $\frac{B}{2}$
δ) $\frac{B}{4}$.

Μονάδες 5

Απάντηση

Έστω N ο αριθμός σπειρών του σωληνοειδούς και ℓ το μήκος του.

Όταν το σωληνοειδές διαρρέεται από ρεύμα έντασης I, το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του δίνεται από τη σχέση : $B = 4\pi K_\mu \frac{NI}{\ell}$. (1)

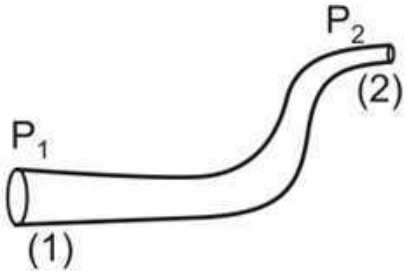
Αν κόψουμε το σωληνοειδές στη μέση, κάθε κομμάτι έχει $N' = \frac{N}{2}$ σπείρες και μήκος $\ell' = \frac{\ell}{2}$.

Όταν το ένα κομμάτι διαρρέεται από ρεύμα έντασης I, το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του δίνεται από τη σχέση : $B' = 4\pi K_\mu \frac{N'I}{\ell'} = 4\pi K_\mu \frac{\frac{N}{2}I}{\frac{\ell}{2}} = 4\pi K_\mu \frac{NI}{\ell} \xrightarrow{(1)} B' = B$.

Σωστή απάντηση : α).

A3. Ιδανικό ρευστό ρέει σε σωλήνα που βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο. Στο **σχήμα 1** απεικονίζεται τμήμα του σωλήνα, και το ιδανικό ρευστό ρέει από τη θέση (1) προς τη θέση (2). Για τις πιέσεις P_1 και P_2 στις δύο αυτές θέσεις του σωλήνα ισχύει ότι

α) $P_1 < P_2$
β) $P_1 = P_2$
γ) $P_1 > P_2$
δ) αδυνατούμε να τις συγκρίνουμε.

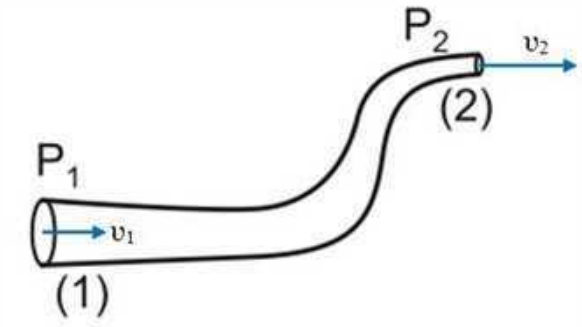


Σχήμα 1

Μονάδες 5

Απάντηση

Έστω A_1, A_2 τα εμβαδά των διατομών (1), (2) του σωλήνα και υ_1, υ_2 τα μέτρα των ταχυτήτων του υγρού αντίστοιχα. Από το σχήμα φαίνεται ότι : $A_1 > A_2$.



Εφαρμόζω την εξίσωση της συνέχειας στις δύο διατομές :

$$\Pi_1 = \Pi_2 \Leftrightarrow A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \Leftrightarrow \upsilon_2 = \frac{A_1}{A_2}\cdot\upsilon_1 \xrightarrow{A_1 > A_2}$$

$\upsilon_2 > \upsilon_1$. (1)

Εφαρμόζω την εξίσωση Bernoulli για τις δύο διατομές :

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \Leftrightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2\right) \xrightarrow{(1)} p_1 - p_2 > 0 \Rightarrow p_1 > p_2 .$$

Σωστή απάντηση : γ).

Α4. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας συχνότητας f, που πραγματοποιούνται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση, ισχύει ότι

α) το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου,

β) το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των πλατών των επιμέρους ταλαντώσεων,

γ) το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα f των επιμέρους ταλαντώσεων,

δ) το πλάτος και η αρχική φάση της σύνθετης ταλάντωσης εξαρτώνται από τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά των επιμέρους ταλαντώσεων.

Μονάδες 5

Απάντηση

Από τη σύνθεση δύο ΑΑΤ ίδιας συχνότητας f, που εξελίσσονται στον άξονα x και έχουν ίδια θέση ισορροπίας, με εξισώσεις $x_1 = A_1\eta\mu(2\pi ft + \varphi_1)$, $x_2 = A_2\eta\mu(2\pi ft + \varphi_2)$, προκύπτει μία ΑΑΤ που έχει πλάτος : $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\varphi}$, (1)

όπου A_1, A_2 τα πλάτη των επιμέρους ταλαντώσεων, φ_1, φ_2 οι αρχικές φάσεις τους και $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ η διαφορά φάσης μεταξύ τους.

Η διαφορά φάσης θ μεταξύ της σύνθετης ταλάντωσης και της 1ης ΑΑΤ δίνεται από τη σχέση :

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{A_2\eta\mu\varphi}{A_1 + A_2\sigma\upsilon\nu\varphi}. \quad (2)$$

Η αρχική φάση της σύνθετης ΑΑΤ είναι : $\varphi_o = \varphi_1 + \theta$. (3)

Από τις σχέσεις (1), (2), (3) φαίνεται ότι **το πλάτος και η αρχική φάση της σύνθετης ταλάντωσης εξαρτώνται από τα πλάτη και τις αρχικές φάσεις των επιμέρους ταλαντώσεων**.

Σωστή απάντηση : δ).

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) 1 Wb = 1 V · s.

β) Δύο απείρου μήκους ευθύγραμμοι παράλληλοι αγωγοί που διαρρέονται από ομόρροπα ηλεκτρικά ρεύματα και βρίσκονται σε μικρή απόσταση μεταξύ τους απωθούνται.

γ) Ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός, που βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, θα μπορούσε να μη δέχεται δύναμη Laplace.

δ) Η εξίσωση του Bernoulli είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας στη ροή των ρευστών.

ε) Το αποτέλεσμα της σύνθεσης δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, ίδιας θέσης ισορροπίας, ίδιου πλάτους και παραπλήσιων συχνοτήτων είναι απλή αρμονική ταλάντωση.

Μονάδες 5

Απάντηση

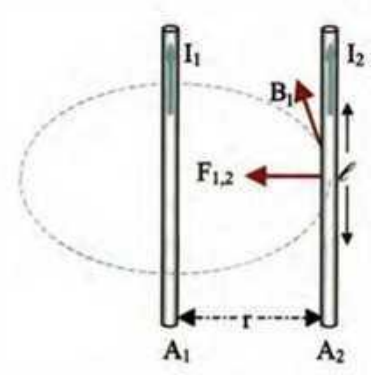
α) Σωστό.

Από το νόμο της επαγωγής $|E_{\varepsilon\pi}| = \dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$, προκύπτει για τις μονάδες μέτρησης η σχέση :

$$1V = 1\frac{Wb}{s} \Leftrightarrow 1Wb = 1V \cdot s.$$

β) Λάθος.

Σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού, όταν τα ρεύματα είναι ομόρροπα, η δύναμη που ασκεί το μαγνητικό πεδίο του ενός ρευματοφόρου αγωγού στον άλλο είναι ελκτική.



γ) Σωστό.

Το μέτρο της δύναμης Laplace που δέχεται ένας ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός, ο οποίος βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, υπολογίζεται από τη σχέση : $F_L = BI\ell\eta\mu\varphi$, (1)

όπου φ η γωνία που σχηματίζει ο αγωγός με τις δυναμικές γραμμές.

Όταν ο αγωγός είναι παράλληλος στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου, τότε :

$\varphi = 0$ (ή $\varphi = 180^o$) $\Rightarrow$ $\eta\mu\varphi = 0 \xrightarrow{(1)} F_L = 0.$

δ) Σωστό.

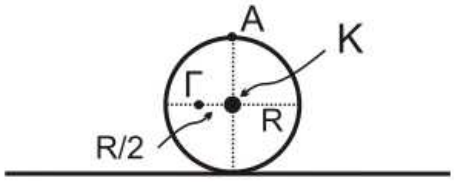
Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 96.

ε) Λάθος.

Από τη σύνθεση δύο ΑΑΤ με ίσα πλάτη και παραπλήσιες συχνότητες, προκύπτει ταλάντωση μεταβαλλόμενου πλάτους $(0 \le |A'| \le 2A)$. [Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 27]

ΘΕΜΑ Β

Β1. Τροχός ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Κάποια χρονική στιγμή το κέντρο μάζας του τροχού έχει ταχύτητα μέτρου $υ_{cm}$. Έστω Α το ανώτερο σημείο της περιφέρειας του τροχού και Γ ένα σημείο του τροχού που βρίσκεται στην οριζόντια διάμετρο και απέχει απόσταση ΓΚ = R/2 από το κέντρο Κ του τροχού, όπως φαίνεται στο **σχήμα 2**.



Σχήμα 2

Ο λόγος $\frac{υ_Γ}{υ_A}$ των μέτρων των ταχυτήτων των σημείων Γ και Α είναι ίσος με

i. $\frac{1}{4}$ ii. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ iii. $\frac{\sqrt{5}}{4}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

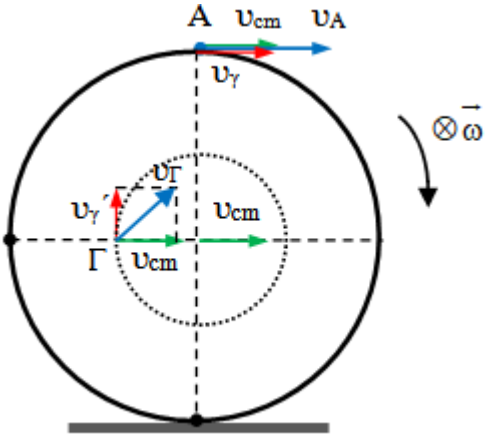
β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

Κάθε σημείο του τροχού (εκτός από τα σημεία του άξονα περιστροφής) έχει δύο συνιστώσες ταχύτητες :

i) την ταχύτητα $\vec{υ}_{cm}$ λόγω της μεταφορικής κίνησης,

ii) τη γραμμική ταχύτητα $\vec{υ}_γ$, λόγω περιστροφής γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του τροχού, μέτρου $υ_γ = ωr$, όπου ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής και r η ακτίνα του κυκλικού τόξου που διαγράφει το σημείο.



Αφού ο τροχός κυλίεται χωρίς ολίσθηση, ισχύει :

$υ_{cm} = ωR.$ (1)

Η ταχύτητα ενός σημείου είναι η συνισταμένη των ταχυτήτων των επιμέρους κινήσεων : $\vec{υ} = \vec{υ}_{cm} + \vec{υ}_γ$.

Σημείο Α

Οι συνιστώσες ταχύτητες $\vec{υ}_{cm}$, $\vec{υ}_γ$ είναι ομόρροπες, άρα η συνισταμένη ταχύτητα $\vec{υ}_A$ έχει μέτρο :

$υ_A = υ_{cm} + υ_γ = υ_{cm} + ωR \xrightarrow{(1)} υ_A = 2υ_{cm}.$ (2)

Σημείο Γ

Η γραμμική ταχύτητα $\vec{υ}_γ΄$ έχει μέτρο : $υ_γ΄ = ω\frac{R}{2} \xrightarrow{(1)} υ_γ΄ = \frac{υ_{cm}}{2}.$ (3)

Οι συνιστώσες ταχύτητες $\vec{\upsilon}_{cm}$, $\vec{\upsilon}_{\gamma'}$ είναι κάθετες, άρα η συνισταμένη ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{\Gamma}$ έχει μέτρο :

$$\upsilon_{\Gamma}=\sqrt{\upsilon_{cm}^2+\upsilon_{\gamma}^2} \xrightarrow{(3)} \upsilon_{\Gamma}=\sqrt{\upsilon_{cm}^2+\frac{\upsilon_{cm}^2}{4}}=\sqrt{\frac{5\upsilon_{cm}^2}{4}} \Rightarrow \upsilon_{\Gamma}=\frac{\sqrt{5}}{2}\upsilon_{cm}. \qquad (4)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (2), (4), προκύπτει :

$$\frac{\upsilon_{\Gamma}}{\upsilon_{A}}=\frac{\frac{\sqrt{5}}{2}\upsilon_{cm}}{2\upsilon_{cm}} \Rightarrow \frac{\upsilon_{\Gamma}}{\upsilon_{A}}=\frac{\sqrt{5}}{4}.$$

Σωστή απάντηση : iii.

B2. Μικρή σφαίρα Σ_1 μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα μέτρου u_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη μικρή σφαίρα Σ_2 μάζας m_2 με $m_1<m_2$. Κατά την κρούση αυτή, ποσοστό επί τοις εκατό (%) ίσο με Π_1 της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_1 μεταφέρεται ως κινητική ενέργεια στη σφαίρα Σ_2. Αν αντιστρέψουμε τη διαδικασία, δηλαδή αν η σφαίρα Σ_2, κινούμενη με ταχύτητα μέτρου u_2, συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με την ακίνητη σφαίρα Σ_1, τότε το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_2, που μεταφέρεται στη σφαίρα Σ_1, ισούται με Π_2. Για τα ποσοστά Π_1 και Π_2 ισχύει:

i. $\Pi_1 < \Pi_2$ ii. $\Pi_1 = \Pi_2$ iii. $\Pi_1 > \Pi_2$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

<u>1η περίπτωση</u>

Το μέτρο της ταχύτητας της (αρχικά ακίνητης) 2ης σφαίρας, αμέσως μετά την κεντρική ελαστική κρούση,

δίνεται από τη σχέση : $\upsilon_2' = \dfrac{2m_1}{m_1+m_2}\cdot\upsilon_1$. (1)

Αφού η κρούση είναι ελαστική, η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή, άρα :

$K_1 + 0 = K_1' + K_2' \Leftrightarrow K_1 - K_1' = K_2' \Leftrightarrow |\Delta K_1| = K_2'$.

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της 1ης σφαίρας που μεταφέρεται στη 2η, είναι :

$$\Pi_1(\%) = \frac{K_2'}{K_1}\cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}\cdot 100\% \xrightarrow{(1)} \Pi_1(\%) = \frac{m_2\cdot\frac{4m_1^2\upsilon_1^2}{(m_1+m_2)^2}}{m_1\upsilon_1^2}\cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi_1(\%) = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}\cdot 100\%. \quad (2)$$

<u>2η περίπτωση</u>

Το μέτρο της ταχύτητας της (αρχικά ακίνητης) 1ης σφαίρας, αμέσως μετά την κεντρική ελαστική κρούση,

δίνεται από τη σχέση : $\upsilon_1' = \dfrac{2m_2}{m_1+m_2}\cdot\upsilon_2$. (3)

Αφού η κρούση είναι ελαστική, η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή, άρα :

$0 + K_2 = K_1' + K_2' \Leftrightarrow K_2 - K_2' = K_1' \Leftrightarrow |\Delta K_2| = K_1'$.

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της 2ης σφαίρας που μεταφέρεται στη 1η, είναι :

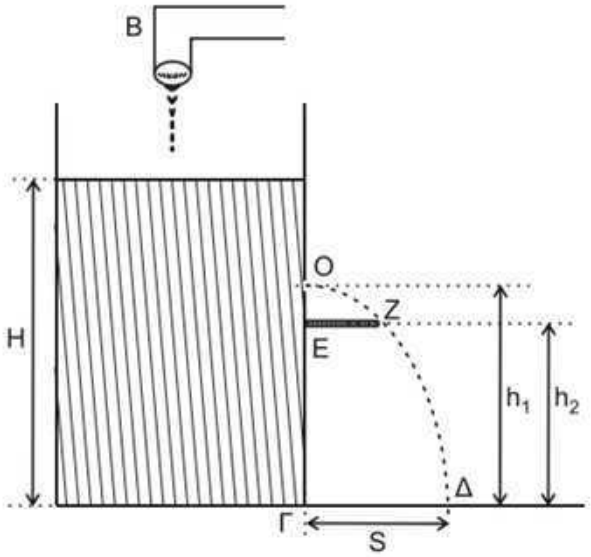
$$\Pi_2(\%) = \frac{K_1'}{K_2}\cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2}{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2}\cdot 100\% \xrightarrow{(3)} \Pi_2(\%) = \frac{m_1\cdot\frac{4m_2^2\upsilon_2^2}{(m_1+m_2)^2}}{m_2\upsilon_2^2}\cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi_2(\%) = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}\cdot 100\%. \qquad (4)$$

Από τις σχέσεις (2), (4) προκύπτει ότι : $\Pi_1 = \Pi_2$.

Σωστή απάντηση : ii.

Β3. Στο **σχήμα 3,** στο ανοιχτό δοχείο μεγάλου όγκου με κατακόρυφα τοιχώματα, πέφτει συνέχεια νερό, το οποίο θεωρείται ιδανικό ρευστό, από μια βρύση Β σταθερής παροχής Π. Το δοχείο βρίσκεται σε οριζόντιο έδαφος και δε μπορεί να γεμίσει, γιατί εξέρχεται νερό από μία οπή Ο, που βρίσκεται σε ένα από τα κατακόρυφα τοιχώματα του δοχείου. Η οπή βρίσκεται σε ύψος h_1 από τη βάση του δοχείου, και το εμβαδόν διατομής της Α είναι πολύ μικρότερο από το εμβαδόν της ελεύθερης επιφάνειας του νερού.



Σχήμα 3

Η ελεύθερη επιφάνεια του νερού σταθεροποιείται σε ύψος Η από τη βάση του δοχείου. Η λεπτή φλέβα νερού που εξέρχεται από την οπή πέφτει στο οριζόντιο έδαφος σε σημείο Δ, το οποίο απέχει οριζόντια απόσταση (ΓΔ)=S από τη βάση του δοχείου. Σε σημείο Ε του ιδίου κατακόρυφου τοιχώματος με την οπή, και στην ίδια κατακόρυφο, έχουμε στηρίξει λεπτή οριζόντια ράβδο ΕΖ μήκους (ΕΖ)=S/2. Το σημείο Ε βρίσκεται σε ύψος $h_2 = \frac{21H}{32}$.

Αν η λεπτή φλέβα του νερού διέρχεται οριακά από το άκρο Ζ της ράβδου, τότε η παροχή Π της βρύσης είναι

i. $\Pi = \frac{A}{2}\sqrt{gH}$ ii. $\Pi = 2A\sqrt{gH}$ iii. $\Pi = A\sqrt{2gH}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

Απάντηση

Αν δεχθούμε ότι το νερό της επιφάνειας του δοχείου ηρεμεί, το μέτρο της ταχύτητας εκροής του νερού από το Ο υπολογίζεται με το θεώρημα Torricelli : $\upsilon = \sqrt{2g(H-h_1)}$. (1)

Κάθε στοιχειώδης ποσότητα νερού που εξέρχεται από την οπή εκτελεί οριζόντια βολή από ύψος h_1.

Εφαρμόζω την εξίσωση της τροχιάς $y = \frac{g}{2\upsilon^2}\cdot x^2$ για τις διαδρομές ΟΖ και ΟΔ :

διαδρομή ΟΖ : $h_1 - h_2 = \frac{g}{2\upsilon^2}\cdot\left(\frac{s}{2}\right)^2 \Leftrightarrow h_1 - h_2 = \frac{g}{8\upsilon^2}\cdot s^2$. (2)

διαδρομή ΟΔ : $h_1 = \frac{g}{2\upsilon^2}\cdot s^2$. (3)

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (2), (3) προκύπτει :

$$\frac{h_1 - h_2}{h_1} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4h_1 - 4h_2 = h_1 \Leftrightarrow 3h_1 = 4h_2 \Leftrightarrow h_1 = \frac{4}{3}h_2 \Rightarrow h_1 = \frac{4}{3}\cdot\frac{21}{32}\cdot H \Rightarrow h_1 = \frac{7H}{8}. \quad (4)$$

Με συνδυασμό των σχέσεων (1), (4) προκύπτει :

$$\upsilon = \sqrt{2g\left(H - \frac{7H}{8}\right)} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{gH}{4}} \Rightarrow \upsilon = \frac{\sqrt{gH}}{2}. \quad (5)$$

Η παροχή της οπής δίνεται από τη σχέση :

$$\Pi' = A\upsilon \xrightarrow{(5)} \Pi' = A\frac{\sqrt{gH}}{2}. \quad (6)$$

Αφού το ύψος της ελεύθερης επιφάνειας του νερού είναι σταθερό, ο όγκος νερού πέφτει στο δοχείο από τη βρύση ανά μονάδα χρόνου είναι ίσος με τον όγκο του νερού που εξέρχεται από την οπή.

Επομένως, η παροχή της βρύσης είναι ίση με την παροχή της οπής :

$$\Pi = \Pi' \xrightarrow{(6)} \Pi = \frac{A}{2}\sqrt{gH}.$$

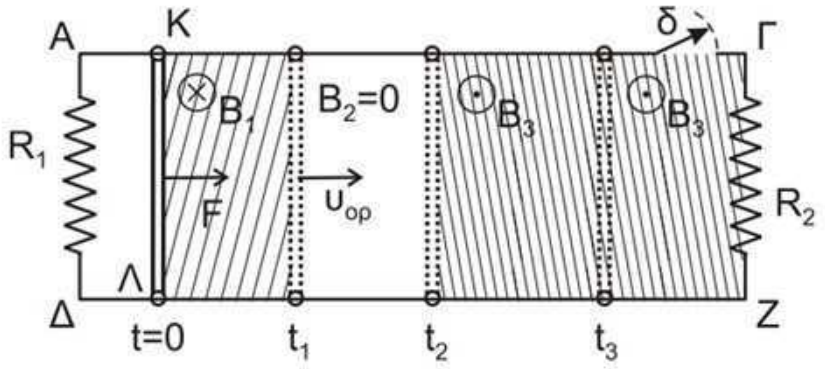
Σωστή απάντηση : i.

ΘΕΜΑ Γ

Δύο παράλληλοι οριζόντιοι αγωγοί ΑΓ και ΔΖ μεγάλου μήκους και μηδενικής αντίστασης απέχουν μεταξύ τους απόσταση L = 1m. Τα άκρα Α και Δ συνδέονται με αγωγό αντίστασης R_1 = 2Ω και τα άκρα Γ και Ζ με αγωγό αντίστασης R_2 = 2Ω. Ο αγωγός ΑΓ έχει λίγο πριν το τέλος του ανοιχτό διακόπτη δ, όπως φαίνεται στο **σχήμα 4**. Ένας άλλος αγωγός ΚΛ, με μήκος ΚΛ = 1m έχει αντίσταση $R_{K\Lambda}$ = 3Ω και μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές, μένοντας κάθετος και σε επαφή στα σημεία Κ και Λ με τους οριζόντιους αγωγούς ΑΓ και ΔΖ.

Ο αγωγός ΚΛ αρχικά είναι ακίνητος. Κάποια χρονική στιγμή, την οποία θεωρούμε ως t=0, ασκούμε στο μέσο του αγωγού ΚΛ σταθερή δύναμη μέτρου F=0,8N, η οποία είναι κάθετη στον αγωγό και η διεύθυνσή της ανήκει στο επίπεδο που ορίζουν οι αγωγοί ΑΓ και ΔΖ. Ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να κινείται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B_1=1T, που είναι κάθετο στο επίπεδο των αγωγών ΑΓ και ΔΖ, με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

Τη χρονική στιγμή t_1 ο αγωγός ΚΛ, έχοντας αποκτήσει σταθερή οριακή ταχύτητα $υ_{op}$, εξέρχεται από την περιοχή όπου η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι B_1 και εισέρχεται σε περιοχή, όπου η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι B_2=0, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Σχήμα 4

Γ1. Να περιγράψετε το είδος της κίνησης που εκτελεί ο αγωγός ΚΛ από τη χρονική στιγμή t=0 έως τη χρονική στιγμή t_1 (μονάδες 3) και να υπολογίσετε τη σταθερή οριακή ταχύτητα $υ_{op}$ (μονάδες 3).

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή t_1 καταργούμε τη δύναμη F και τη χρονική στιγμή t_2 ο αγωγός ΚΛ εισέρχεται σε περιοχή όπου υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B_3, ίδιου μέτρου και αντίθετης κατεύθυνσης με την ένταση B_1.

Γ2. Να υπολογίσετε το μέτρο και να προσδιορίσετε τη φορά της εξωτερικής δύναμης F′, που πρέπει να ασκήσουμε στο μέσον του αγωγού ΚΛ, κάθετα σε αυτόν και της οποίας η διεύθυνση ανήκει στο επίπεδο των αγωγών, ώστε ο αγωγός να συνεχίσει να κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $υ_{op}$.

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε τη θερμότητα Q, που εκλύεται στους αγωγούς του κυκλώματος από τη χρονική στιγμή t_2 μέχρι μια άλλη χρονική στιγμή t_3, αν το επαγωγικό φορτίο που πέρασε από μία διατομή του αγωγού ΚΛ στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα (t_2-t_3) είναι $q_{επ}$=0,2 C.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή t_3 κλείνουμε το διακόπτη δ και ο αγωγός ΚΛ, με την επίδραση της εξωτερικής δύναμης F′, συνεχίζει την κίνησή του στην περιοχή όπου υπάρχει το ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B_3 και τελικά αποκτά νέα οριακή ταχύτητα.

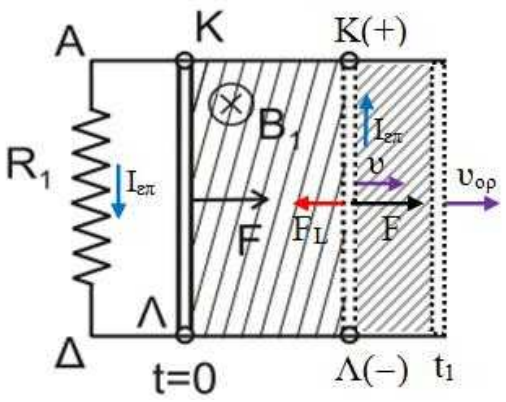
Γ4. Να υπολογίσετε τη νέα οριακή ταχύτητα $υ'_{op}$, που αποκτά ο αγωγός (μονάδες 3), καθώς και την τάση $V_{K\Lambda}$ στα άκρα του αγωγού ΚΛ (μονάδες 2) και τις εντάσεις των ρευμάτων, που διαρρέουν τους αντιστάτες R_1 και R_2 (μονάδες 2), όταν αυτός κινείται με τη νέα του οριακή ταχύτητα.

Μονάδες 7

Απάντηση

Γ1.

Μετά τη χρονική στιγμή $t = 0$ ο αγωγός ΚΛ κινείται μέσα στο μαγνητικό πεδίο, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο ΚΛΔΑ και να αναπτυχθεί ΗΕΔ από επαγωγή.



Τη στιγμή που ο αγωγός κινείται με ταχύτητα μέτρου υ, το μέτρο της επαγόμενης ΗΕΔ δίνεται από τη σχέση :

$E_{επ} = B_1 L υ$ * $\Rightarrow$ $E_{επ} = υ.$ (S.I.) (1)

Η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος είναι :

$R_{ολ} = R_{ΚΛ} + R_1 \Rightarrow R_{ολ} = 5\ Ω.$

Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης

$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} \xrightarrow{(1)} I_{επ} = 0,2υ. \text{ (S.I.)} \qquad (2)$$

Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, το επαγωγικό ρεύμα έχει φορά από το Α προς το Δ, ώστε να δημιουργήσει μαγνητικό πεδίο με αντίρροπες δυναμικές γραμμές και να αντιδράσει στην αύξηση της μαγνητικής ροής.

Στον αγωγό ΚΛ ασκείται δύναμη Laplace, οριζόντια με φορά προς τα αριστερά, μέτρου :

$$F_L = B_1 L I_{επ} \xrightarrow{(2)} F_L = 0,2υ. \text{ (S.I.)} \qquad (3)$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x :

$$\Sigma F_x = mα \Leftrightarrow F - F_L = mα \xrightarrow{(3)} 0,8 - 0,2υ = mα. \qquad (4)$$

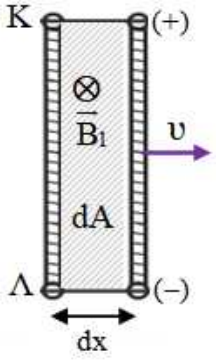
Αφού αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας του αγωγού, από τη σχέση (4) προκύπτει ότι το μέτρο της επιτάχυνσης ελαττώνεται μέχρι να μηδενιστεί, οπότε ο αγωγός αποκτά σταθερή ταχύτητα $\vec{υ}_{ορ}$.

Επομένως, μέχρι τη χρονική στιγμή t_1, ο αγωγός εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση της οποίας το μέτρο ελαττώνεται.

Τη χρονική στιγμή t_1 η επιτάχυνση μηδενίζεται ($α = 0$) και ο αγωγός αποκτά σταθερή ταχύτητα $\vec{υ}_{ορ}$.

$$(4) \xrightarrow[υ=υ_{ορ}]{α=0} 0,8 - 0,2υ_{ορ} = 0 \Rightarrow 0,8 = 0,2υ_{ορ} \Rightarrow υ_{ορ} = 4\frac{m}{s}.$$

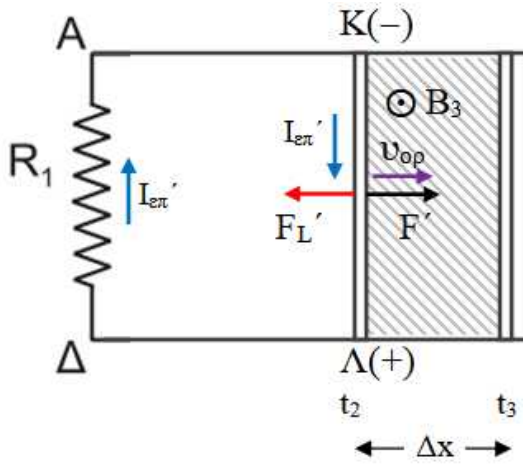
*** Απόδειξη**



Έστω ότι τη χρονική στιγμή t η ράβδος έχει ταχύτητα μέτρου υ.

Μέχρι τη χρονική στιγμή $t + dt$ η ράβδος μετακινείται κατά dx και καλύπτει επιφάνεια εμβαδού $dA = L(dx)$. Το μέτρο της επαγόμενης ΗΕΔ δίνεται από το νόμο της επαγωγής (Faraday) : $E_{επ} = \frac{dΦ}{dt} = B_1 \frac{dA}{dt} \Rightarrow E_{επ} = B_1 L \frac{dx}{dt} \Rightarrow E_{επ} = B_1 L υ.$

Γ2.



Όταν ο αγωγός ΚΛ κινείται μέσα στο μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_3$, αντιστρέφεται η πολικότητα της ΗΕΔ και το επαγωγικό ρεύμα έχει φορά από το Δ προς το Α, ώστε να δημιουργήσει μαγνητικό πεδίο με αντίρροπες δυναμικές γραμμές και να αντιδράσει στην αύξηση της μαγνητικής ροής (σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz).

Το μέτρο της επαγόμενης ΗΕΔ δίνεται από τη σχέση :

$E_{\varepsilon\pi}' = B_3 L \upsilon_{ορ} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi}' = 4\,V.$

Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης : $I_{\varepsilon\pi}' = \dfrac{E_{\varepsilon\pi}'}{R_{ολ}} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi}' = \dfrac{4V}{5\Omega} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi}' = 0,8A.$

Στον αγωγό ΚΛ ασκείται δύναμη Laplace, οριζόντια με φορά προς τα αριστερά (σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού), μέτρου :

$F_L' = B_3 L I_{\varepsilon\pi}' \Rightarrow F_L' = (1\cdot 1\cdot 0,8)\,N \Rightarrow F_L' = 0,8\,N.$

Για να κινείται ο αγωγός με σταθερή ταχύτητα πρέπει να ασκείται στο μέσο του, κάθετα προς αυτόν, οριζόντια δύναμη $\vec{F}'$ με φορά προς τα δεξιά, μέτρου : $F' = F_L' = 0,8\ N.$

Γ3.

Έστω $\Delta\Phi$ η μεταβολή της μαγνητικής ροής στη χρονική διάρκεια $\Delta t = t_3 - t_2$.

Εφαρμόζω το νόμο του Neumann για το φορτίο που διέρχεται από μία διατομή του κυκλώματος στη χρονική διάρκεια Δt, λόγω της μεταβολής της μαγνητικής ροής :

$$q_{\varepsilon\pi} = \frac{\Delta\Phi}{R_{ολ}} \Leftrightarrow \Delta\Phi = q_{\varepsilon\pi} R_{ολ} \Rightarrow \Delta\Phi = (0,2C)(5\Omega) \Rightarrow \Delta\Phi = 1Wb.$$

<u>1ος τρόπος</u>

Εφαρμόζω το νόμο της επαγωγής (απόλυτη τιμή) :

$$E_{\varepsilon\pi}' = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{\Delta\Phi}{E_{\varepsilon\pi}'} \Rightarrow \Delta t = \frac{1Wb}{4V} \Rightarrow \Delta t = 0,25\ s.$$

Το ποσό θερμότητας που εκλύεται από τους αγωγούς του κυκλώματος στη χρονική διάρκεια Δt, υπολογίζεται με το νόμο του Joule :

$$Q = I_{\varepsilon\pi}'^2 R_{ολ} (\Delta t) \Rightarrow Q = \left(0,8^2 \cdot 5 \cdot 0,25\right) J \Rightarrow Q = 0,8J.$$

<u>2ος τρόπος</u>

Στη χρονική διάρκεια $\Delta t = t_3 - t_2$ ο αγωγός μετακινείται κατά Δx και καλύπτει επιφάνεια εμβαδού $\Delta S = L(\Delta x)$. (5)

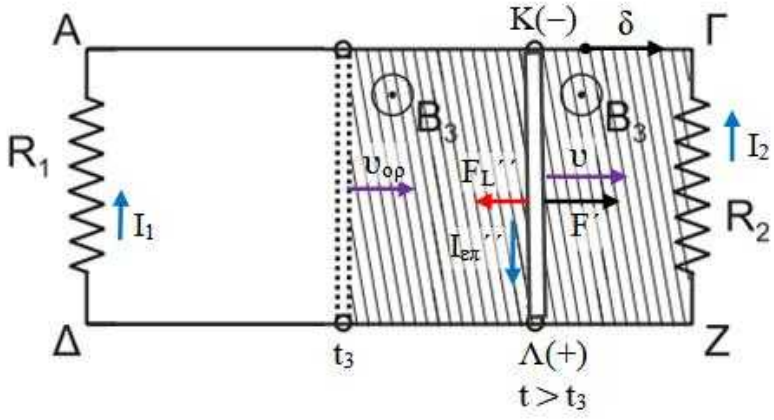
Από τη μεταβολή της μαγνητικής ροής στη χρονική διάρκεια Δt, προκύπτει :

$$\Delta\Phi = B_3(\Delta S) \xrightarrow{(5)} \Delta\Phi = B_3 L(\Delta x) \Leftrightarrow \Delta x = \frac{\Delta\Phi}{B_3 L} \Rightarrow \Delta x = 1\text{m}.$$

Αφού ο αγωγός κινείται με σταθερή ταχύτητα, η ενέργεια που προσφέρεται μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}'$ μεταφέρεται στο κύκλωμα και μετατρέπεται σε θερμότητα στους αγωγούς. Επομένως :

$Q = W_{F'} \Rightarrow Q = F'(\Delta x) \Rightarrow Q = (0{,}8\text{ N})(1\text{m}) \Rightarrow Q = 0{,}8\text{ J}.$

Γ4.



Κάποια στιγμή $t > t_3$ που ο αγωγός κινείται με ταχύτητα μέτρου υ, το μέτρο της επαγόμενης ΗΕΔ δίνεται από τη σχέση :

$E_{\varepsilon\pi}'' = B_3 L\upsilon \Rightarrow E_{\varepsilon\pi}'' = \upsilon.$ (S.I.) (6)

Οι αντιστάσεις R_1, R_2 έχουν συνδεθεί παράλληλα, επομένως :

$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2\cdot 2}{2+2}\Omega \Rightarrow R_{1,2} = 1\Omega.$$

Η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος είναι :

$R_{o\lambda}' = R_{K\Lambda} + R_{1,2} \Rightarrow R_{o\lambda}' = (3+1)\ \Omega \Rightarrow R_{o\lambda}' = 4\Omega.$

Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_{\varepsilon\pi}'' = \frac{E_{\varepsilon\pi}''}{R_{o\lambda}'} \xrightarrow{(6)} I_{\varepsilon\pi}'' = 0{,}25\upsilon.$ (S.I.) (7)

Το μέτρο της δύναμης Laplace υπολογίζεται από τη σχέση :

$F_L'' = B_3 L I_{\varepsilon\pi}'' \xrightarrow{(7)} F_L'' = 0{,}25\upsilon.$ (S.I.) (8)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x :

$\Sigma F_x = m\alpha \Leftrightarrow F' - F_L'' = m\alpha \xrightarrow{(8)} 0{,}8 - 0{,}25\upsilon = m\alpha.$ (9)

Τη χρονική στιγμή t_3 (που κλείνει ο διακόπτης), η δύναμη Laplace έχει μέτρο : $F_{L(o)}'' = 0{,}25\upsilon_{o\rho} = 1$ N.

Ισχύει : $F' < F_{L(o)}''$, άρα ο αγωγός επιβραδύνεται ($\alpha < 0$).

Αφού ελαττώνεται το μέτρο της ταχύτητας, από τη σχέση (9) προκύπτει ότι το μέτρο της επιβράδυνσης ελαττώνεται μέχρι να μηδενιστεί, οπότε ο αγωγός αποκτά σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{o\rho}'$.

$$(9) \xrightarrow[\upsilon = \upsilon_{o\rho}']{\alpha = 0} 0{,}8 - 0{,}25\upsilon_{o\rho}' = 0 \Rightarrow 0{,}8 = 0{,}25\upsilon_{o\rho}' \Rightarrow \upsilon_{o\rho}' = 3{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Όταν $\upsilon = \upsilon_{o\rho}'$:

$(6) \Rightarrow E_{\varepsilon\pi}'' = 3{,}2$ V,

$(7) \Rightarrow I_{\varepsilon\pi}'' = (0,25 \cdot 3,2)\,A \Rightarrow I_{\varepsilon\pi}'' = 0,8\,A.$

Η διαφορά δυναμικού στα άκρα του αγωγού ΚΛ είναι :

$V_{K\Lambda} = -V_{\Lambda K} = -(E_{\varepsilon\pi}'' - I_{\varepsilon\pi}'' R_{K\Lambda}) = -(3,2 - 0,8 \cdot 3)\,V \Rightarrow V_{K\Lambda} = -0,8\,V.$

Εναλλακτικός τρόπος υπολογισμού της $V_{K\Lambda}$

Η διαφορά δυναμικού στα άκρα του αγωγού ΚΛ είναι :

$V_{K\Lambda} = -V_{\Lambda K} = -V_{\Delta A} = -I_{\varepsilon\pi} R_{1,2} \Rightarrow V_{K\Lambda} = -(0,8 \cdot 1)\,V \Rightarrow V_{K\Lambda} = -0,8\,V.$

[Η τάση στα άκρα του αγωγού ΚΛ (κατά απόλυτη τιμή) είναι : $|V_{K\Lambda}| = 0,8\,V.$]

Οι εντάσεις των ρευμάτων στους αντιστάτες υπολογίζονται με το νόμο του Ωμ :

$$I_1 = \frac{V_{\Lambda K}}{R_1} \Rightarrow I_1 = \frac{0,8\,V}{2\,\Omega} \Rightarrow I_1 = 0,4\,A,$$

$$I_2 = \frac{V_{\Lambda K}}{R_2} \Rightarrow I_2 = \frac{0,8\,V}{2\,\Omega} \Rightarrow I_2 = 0,4\,A.$$

Σχόλια

1) Η διατύπωση : «Τη χρονική στιγμή t_1 αγωγός ΚΛ, έχοντας αποκτήσει σταθερή οριακή ταχύτητα $\upsilon_{o\rho}$, εξέρχεται από την περιοχή . . . » δημιουργεί την εντύπωση ότι ο αγωγός έχει ήδη αποκτήσει οριακή ταχύτητα πριν τη χρονική στιγμή t_1 (και δεν την αποκτά τη χρονική στιγμή t_1).
Στην περίπτωση αυτή, ο αγωγός εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση με μειούμενη επιτάχυνση μέχρι κάποια χρονική στιγμή $t_1' < t_1$ και στη συνέχεια εκτελεί ομαλή κίνηση με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_{o\rho}$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 (που φτάνει στο όριο των δύο περιοχών).
2) Στο ερώτημα Γ4 δεν διευκρινίζει η εκφώνηση αν ζητείται το μέτρο ή η αλγεβρική τιμή της τάσης $V_{K\Lambda}$.

ΘΕΜΑ Δ

Μία λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ, μήκους ℓ και μάζας M=10 kg έχει στο άκρο της Α άρθρωση και ισορροπεί στηριζόμενη σε λείο κατακόρυφο τοίχο σχηματίζοντας γωνία $\theta = 45^o$ με το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο **σχήμα 5**. Σε ένα σημείο Κ, που απέχει $d = \frac{\ell}{6}$ από το μέσο της Ο, είναι δεμένο το ένα άκρο ενός οριζόντιου, λεπτού, αβαρούς και μη εκτατού νήματος (1), το άλλο άκρο του οποίου είναι τυλιγμένο γύρω από τον εσωτερικό κύλινδρο ακτίνας r ενός στερεού, που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους.

Στον εξωτερικό κύλινδρο του στερεού, ακτίνας R=2r, είναι τυλιγμένο ένα δεύτερο λεπτό, αβαρές και μη εκτατό νήμα (2), στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα Σ_2 μάζας m_2=3 kg.

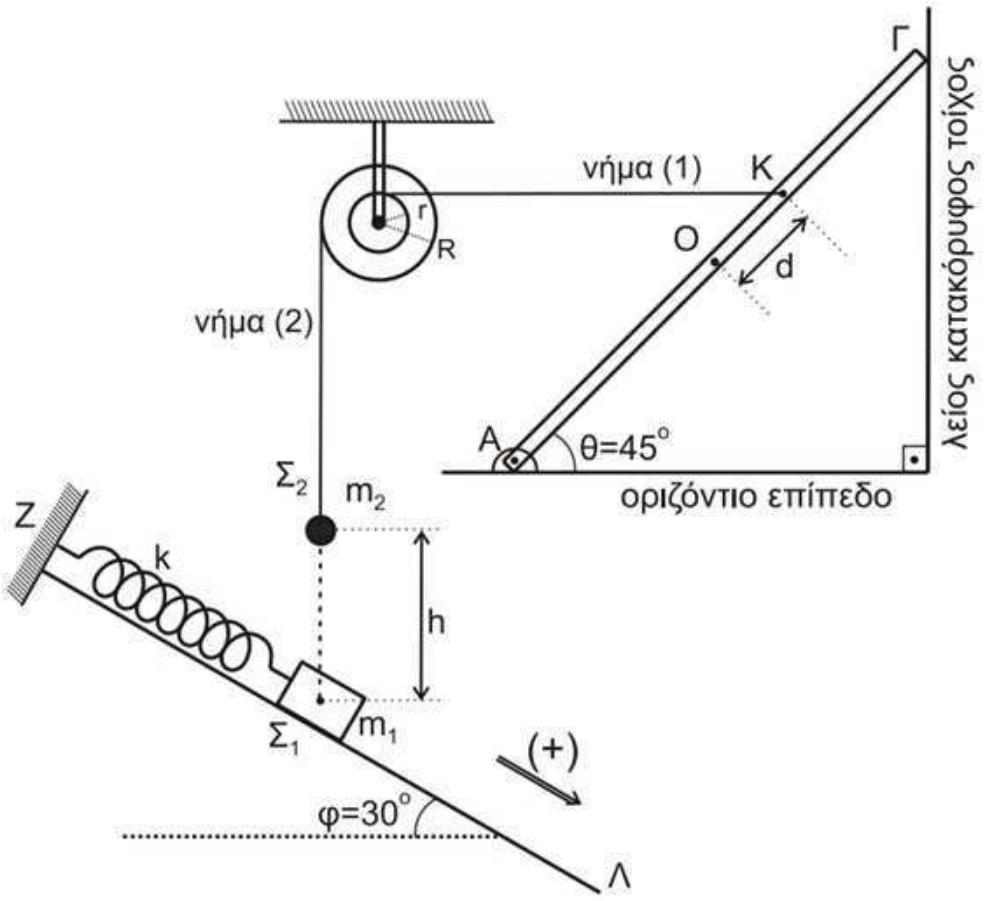
Το σύστημα στερεό-ράβδος είναι ακίνητο.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης, που δέχεται η ράβδος στο σημείο Γ από τον λείο, κατακόρυφο τοίχο.

Μονάδες 6

Στην κορυφή Ζ λείου κεκλιμένου επιπέδου μεγάλου μήκους και γωνίας κλίσης $\varphi = 30^o$, είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k=100 N/m. Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος με το κεκλιμένο επίπεδο και στο άλλο άκρο του ισορροπεί δεμένο σώμα Σ_1 μάζας m_1=1 kg. Το σώμα Σ_1 μάζας m_1 βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με το σώμα Σ_2 μάζας m_2, που κρέμεται στην άκρη του νήματος (2).

Κάποια χρονική στιγμή το νήμα (2) κόβεται και το σώμα Σ_2, αφού εκτελέσει ελεύθερη πτώση, συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Σ_1. Αμέσως μετά την πλαστική κρούση το συσσωμάτωμα αποκτά κοινή ταχύτητα μέτρου $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ m/s και αρχίζει να κινείται πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο ΖΛ, εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D=k.



Σχήμα 5

Δ2. Να υπολογίσετε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα.

Μονάδες 4

Δ3. Να βρείτε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. (Να θεωρήσετε ως t=0 τη χρονική στιγμή της κρούσης των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 και θετική τη φορά από το Ζ προς το Λ).

Μονάδες 6

Δ4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ_2 αμέσως πριν την πλαστική κρούση (ο χρόνος της κρούσης θεωρείται αμελητέος) και την αρχική απόσταση h των σωμάτων Σ_1 και Σ_2.

Μονάδες 5

Δ5. Να υπολογίσετε το λόγο του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου προς το μέτρο της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης, όταν το σώμα που ταλαντώνεται, βρίσκεται στη θέση της μέγιστης επιμήκυνσης του ελατηρίου.

Μονάδες 4

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$,
- $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \eta\mu 45^\circ = \sigma\upsilon\nu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2},$

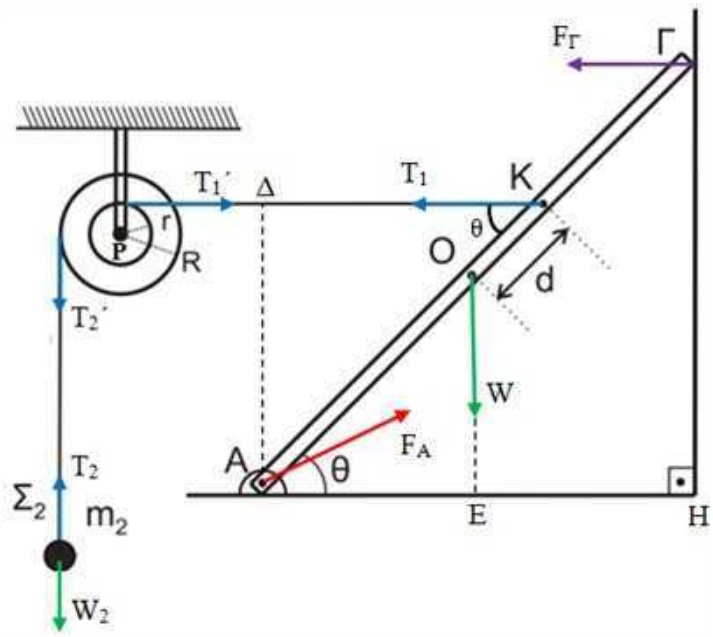
  $\eta\mu\frac{7\pi}{6} = \eta\mu\frac{11\pi}{6} = -\frac{1}{2}$

Να θεωρήσετε ότι:

- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα,
- κατά την κρούση δεν έχουμε απώλεια μάζας,
- ο χαρακτηρισμός «λεπτό νήμα» αφορά νήμα αμελητέου πάχους.

Απάντηση

Δ1.



Σώμα Σ_2

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων :

$\Sigma F_2 = 0 \Leftrightarrow T_2 = m_2 g \Rightarrow T_2 = 30\ N.$

Αφού η μάζα των νημάτων είναι ασήμαντη, οι δυνάμεις που ασκεί κάθε νήμα στα σώματα που έχουν δεθεί στα άκρα του έχουν ίσα μέτρα.

Άρα : $T_1' = T_1$, $T_2' = T_2 = 30\ N.$

Στερεό

Υποθέτω ότι το στερεό μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από άξονα που ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων του και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής :

$\Sigma\tau_{(P)} = 0 \Leftrightarrow T_2' R - T_1' r = 0 \Rightarrow T_2' \cdot 2r = T_1' r \Rightarrow T_1' = 2T_2' \Rightarrow T_1' = 60\,N.$

Ράβδος

$T_1 = T_1' = 60\ \text{N}$.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το Α και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \ \Leftrightarrow\ F_\Gamma(\Gamma H) + T_1(A\Delta) - W(AE) = 0 \ \Leftrightarrow\ F_\Gamma \ell \eta\mu\theta + T_1\left(\frac{\ell}{2}+\frac{\ell}{6}\right)\eta\mu\theta = Mg\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\theta \ \Rightarrow$$

$$F_\Gamma \ell\frac{\sqrt{2}}{2} + T_1\frac{2\ell}{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = Mg\frac{\ell}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \ \Rightarrow\ F_\Gamma = \left(\frac{Mg}{2} - \frac{2T_1}{3}\right) = (50-40)\text{N} \ \Rightarrow\ F_\Gamma = 10\,\text{N}.$$

Δ2.

Στη θέση ισορροπίας του Σ_1 το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell$. Ισχύει :

$$\Sigma F_{1x} = 0 \ \Leftrightarrow\ F_{\varepsilon\lambda} = W_{1x} \ \Leftrightarrow\ k(\Delta\ell) = m_1 g\eta\mu\varphi \ \Leftrightarrow$$

$$\Delta\ell = \frac{m_1 g\eta\mu\varphi}{k} \ \Rightarrow\ \Delta\ell = \frac{10\cdot 0{,}5}{100}\text{m} \ \Rightarrow\ \Delta\ell = 5\cdot 10^{-2}\,\text{m}.$$

Στη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell'$.

Στη θέση αυτή ισχύει :

$$\Sigma F_x = 0 \ \Leftrightarrow\ F_{\varepsilon\lambda}' = W_x \ \Leftrightarrow$$

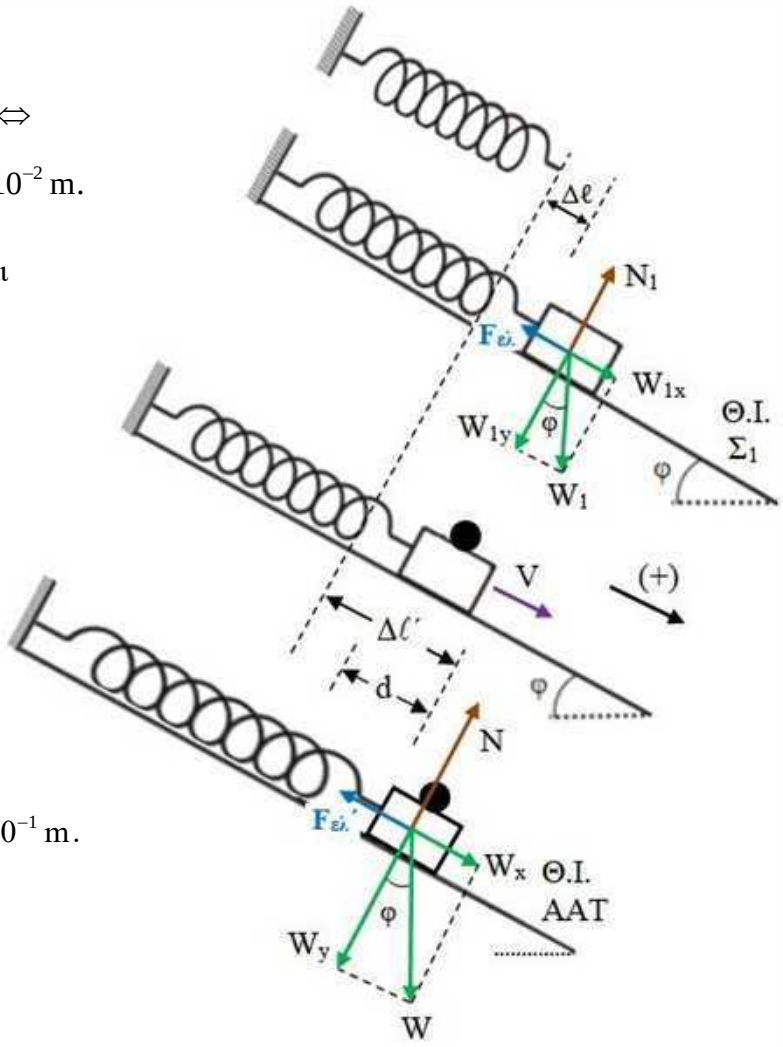
$$k(\Delta\ell') = (m_1+m_2)g\eta\mu\varphi \ \Leftrightarrow$$

$$\Delta\ell' = \frac{(m_1+m_2)g\eta\mu\varphi}{k} \ \Rightarrow\ \Delta\ell' = \frac{40\cdot 0{,}5}{100}\text{m}$$

$$\Rightarrow\ \Delta\ell' = 2\cdot 10^{-1}\,\text{m}.$$

Η θέση της κρούσης απέχει από τη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ απόσταση :

$$d = \Delta\ell' - \Delta\ell = (2-0{,}5)\cdot 10^{-1}\,\text{m} \ \Rightarrow\ d = 1{,}5\cdot 10^{-1}\,\text{m}.$$



Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ για τη θέση της κρούσης (αμέσως μετά την κρούση) και μία ακραία θέση :

$$K_\sigma + U_\tau = E_\tau \ \Leftrightarrow\ \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 + \frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}kA^2 \ \Leftrightarrow$$

$$A^2 = \frac{(m_1+m_2)V^2}{k} + d^2 \ \Rightarrow\ A^2 = \left(\frac{4\cdot\frac{9\cdot 3}{16}}{100} + 2{,}25\cdot 10^{-2}\right)\text{m}^2 \ \Rightarrow\ A^2 = 9\cdot 10^{-2}\,\text{m}^2 \ \Rightarrow\ A = 0{,}3\,\text{m}.$$

Δ3.

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ του συσσωματώματος δίνεται από τη σχέση :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{4}}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 5\frac{rad}{s}.$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης στην ΑΑΤ έχει τη γενική μορφή : $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$. (1)

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το συσσωμάτωμα έχει αρνητική απομάκρυνση $x = -x_1 = -0,15\ m$ και κινείται προς τη θετική φορά με ταχύτητα $\upsilon = V = \frac{3\sqrt{3}}{4}\frac{m}{s}$.

$$\text{Για } t = 0 \xrightarrow{(1)} -0,15 = 0,3\eta\mu\varphi_o \Rightarrow \eta\mu\varphi_o = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_o = \frac{7\pi}{6} & (2) \\ \text{ή} \\ \varphi_o = \frac{11\pi}{6} & (3) \end{cases}$$

Η εξίσωση της ταχύτητας έχει τη γενική μορφή : $\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o)$. (4)

$$\text{Για } t = 0 \xrightarrow{(4)} \upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\varphi_o . \quad (5)$$

$$\text{Αν } \varphi_o = \frac{7\pi}{6} \xrightarrow{(5)} \upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\frac{7\pi}{6} < 0, \quad \text{απορρίπτεται.}$$

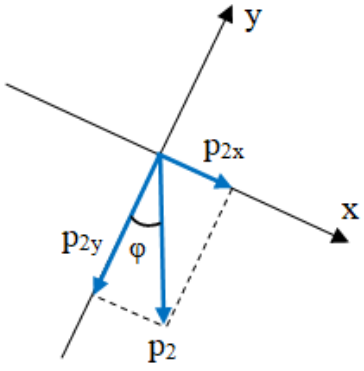
$$\text{Αν } \varphi_o = \frac{11\pi}{6} \xrightarrow{(5)} \upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\frac{11\pi}{6} > 0, \quad \text{δεκτή.}$$

Άρα : $\varphi_o = \frac{11\pi}{6}$.

Επομένως, η εξίσωση (1) γράφεται : $x = 0,3\eta\mu\left(5t + \frac{11\pi}{6}\right)$. (S.I.)

Δ4.

Σχεδιάζω ορθογώνιο σύστημα αξόνων x΄x, y΄y, ώστε ο άξονας x να είναι παράλληλος στην κεκλιμένη επιφάνεια, και αναλύω την ορμή του Σ_2.



Αφού η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα, πρακτικά η ορμή του συστήματος στον άξονα x δεν μεταβάλλεται.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής στον άξονα x΄x :

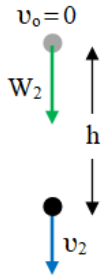
$$p_{ολ,x(πριν)} = p_{ολ,x(μετά)} \Leftrightarrow p_{2,x} = p_{ολ,x(μετά)} \Leftrightarrow m_2\upsilon_2\eta\mu\varphi = (m_1 + m_2)V$$

$$\Leftrightarrow \upsilon_2 = \frac{(m_1 + m_2)V}{m_2\eta\mu\varphi} \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{4\cdot\frac{3\sqrt{3}}{4}}{3\cdot 0,5}\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_2 = 2\sqrt{3}\frac{m}{s}.$$

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή του Σ_2 από τη θέση που αφήνεται μέχρι να φτάσει στο Σ_1 :

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 - 0 = m_2 gh \Leftrightarrow \upsilon_2^2 = 2gh \Leftrightarrow h = \frac{\upsilon_2^2}{2g} \Rightarrow$$

$$h = \frac{4\cdot 3}{20}m \Rightarrow h = 0,6\,m.$$



Δ5.

Όταν το συσσωμάτωμα βρίσκεται στην κάτω ακραία θέση της ΑΑΤ, $x = +A = 0,3\,m$, το ελατήριο έχει τη μέγιστη επιμήκυνση $\Delta\ell_{max} = \Delta\ell' + A = 0,5\,m$, άρα η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στη θέση αυτή έχει μέτρο :

$$\left|F_{\varepsilon\lambda(max)}\right| = k(\Delta\ell_{max}) = 100\cdot 0,5\,N \Rightarrow \left|F_{\varepsilon\lambda(max)}\right| = 50\,N.$$

Το μέτρο της δύναμης επαναφοράς στην ίδια θέση, είναι :

$$|F_{\varepsilon\pi(max)}| = kA = 100\cdot 0,3\ N \Rightarrow |F_{\varepsilon\pi(max)}| = 30\ N.$$

Στη θέση αυτή, το πηλίκο των μέτρων των δύο δυνάμεων είναι :

$$\frac{\left|F_{\varepsilon\lambda(max)}\right|}{\left|F_{\varepsilon\pi(max)}\right|} = \frac{50\,N}{30\,N} \Rightarrow \frac{\left|F_{\varepsilon\lambda(max)}\right|}{\left|F_{\varepsilon\pi(max)}\right|} = \frac{5}{3}.$$

Σχόλια

1) **Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι το στερεό μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από άξονα που ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων του και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος.**

2) Η διατύπωση «το άλλο άκρο του οποίου (νήματος) είναι τυλιγμένο . . . » δεν είναι ακριβής.
Το υπόλοιπο τμήμα του νήματος είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια του κυλίνδρου.

3) Στο ερώτημα Δ1 οι εκφράσεις «το συσσωμάτωμα αποκτά κοινή ταχύτητα . . . και αρχίζει να κινείται» δεν έχουν νόημα.
Το συσσωμάτωμα είναι ένα σώμα. Με ποιο άλλο σώμα έχει κοινή ταχύτητα ;
Αφού το συσσωμάτωμα έχει ταχύτητα (άρα κινείται), τι νόημα έχει η έκφραση : «αρχίζει να κινείται» ;
Μία καλύτερη διατύπωση της πρότασης είναι η εξής : «Αμέσως μετά την πλαστική κρούση το συσσωμάτωμα κινείται με ταχύτητα μέτρου $\frac{3\sqrt{3}}{4}\frac{m}{s}$ πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο ΖΛ και εκτελεί αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$.

4) Στο ερώτημα Δ4 έπρεπε να ζητείται **το μέτρο** της ταχύτητας του Σ2 ελάχιστα πριν την πλαστική κρούση.

ΠΑΛΑΙΟ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ
ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ – ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2020
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην πρόταση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται σε ορισμένο γραμμικό ελαστικό μέσο. Το μήκος κύματος

α) δεν εξαρτάται από τη συχνότητα της πηγής του κύματος
β) είναι η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων του ελαστικού μέσου που έχουν ίσες απομακρύνσεις και κινούνται κατά την ίδια φορά
γ) είναι η απόσταση των δύο ακραίων θέσεων της ταλάντωσης που εκτελεί κάποιο σημείο του μέσου
δ) εξαρτάται από τη θέση της πηγής του κύματος.

Μονάδες 5

Απάντηση

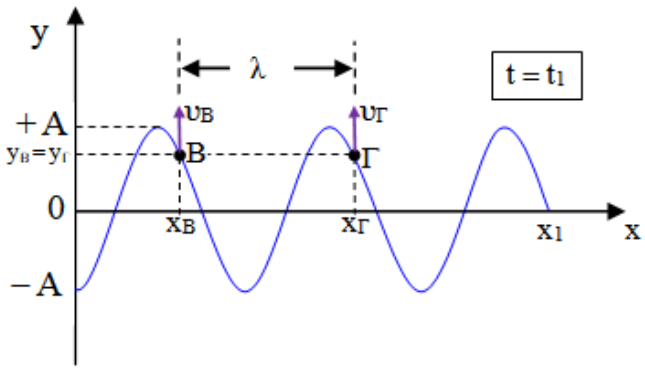
α) Λάθος.

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος σε ένα ελαστικό μέσο είναι σταθερή (υ = σταθερή).

Σύμφωνα με την εξίσωση της κυματικής $\lambda = \frac{\upsilon}{f}$, το μήκος κύματος είναι αντιστρόφως ανάλογο με τη συχνότητα του κύματος.

β) Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 46.



Απόδειξη

Θεωρώ ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x.

Έστω δύο σημεία Β, Γ του ελαστικού μέσου, των οποίων οι θέσεις ισορροπίας απέχουν μεταξύ τους ένα μήκος κύματος λ : $x_\Gamma - x_B = \lambda$. (1)

Για τις φάσεις φ_B, φ_Γ της ταλάντωσης των σημείων την ίδια χρονική στιγμή t, ισχύει :

$$\varphi_B - \varphi_\Gamma = 2\pi \cdot \frac{x_\Gamma - x_B}{\lambda} \xrightarrow{(1)} \varphi_B - \varphi_\Gamma = 2\pi \Leftrightarrow \varphi_B = \varphi_\Gamma + 2\pi. \quad (2)$$

Ισχύουν οι σχέσεις :

$$y_B = A\eta\mu\varphi_B \xrightarrow{(2)} y_B = A\eta\mu(\varphi_\Gamma + 2\pi) = A\eta\mu\varphi_\Gamma \Rightarrow y_B = y_\Gamma .$$

$$\upsilon_B = \omega A\sigma\upsilon\nu\varphi_B \xrightarrow{(2)} \upsilon_B = \omega A\sigma\upsilon\nu(\varphi_\Gamma + 2\pi) = \omega A\sigma\upsilon\nu\varphi_\Gamma \Rightarrow \upsilon_B = \upsilon_\Gamma .$$

Επομένως, τα σημεία του ελαστικού μέσου των οποίων οι θέσεις ισορροπίας απέχουν ένα μήκος κύματος έχουν ίσες απομακρύνσεις και ίσες ταχύτητες σε κάθε χρονική στιγμή.

γ) Λάθος.
Η απόσταση των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης ενός σημείου του μέσου είναι : $d = 2A$.

δ) Λάθος.
Αν η πηγή του κύματος δεν βρίσκεται στη θέση $x = 0$ αλλά σε κάποια άλλη θέση x_o, τότε το εγκάρσιο αρμονικό κύμα που διαδίδεται στη διεύθυνση του άξονα x περιγράφεται από την εξίσωση :

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} \pm \frac{x - x_o}{\lambda}\right).$$

Η διαφορά φάσης δύο σημείων του μέσου είναι (απόλυτη τιμή) : $|\Delta\varphi| = 2\pi\frac{|\Delta x|}{\lambda}$,

όπου $|\Delta x|$ η απόσταση των θέσεων ισορροπίας των δύο σημείων.

Για δύο σημεία του μέσου που έχουν κάθε στιγμή ίσες απομακρύνσεις και κινούνται προς την ίδια φορά, η διαφορά φάσης είναι (απόλυτη τιμή) : $|\Delta\varphi| = 2\pi$.

Επομένως : $2\pi = 2\pi\frac{|\Delta x|}{\lambda} \Leftrightarrow |\Delta x| = \lambda$.

Άρα, το μήκος κύματος δεν μεταβάλλεται αν αλλάξει η θέση της πηγής.

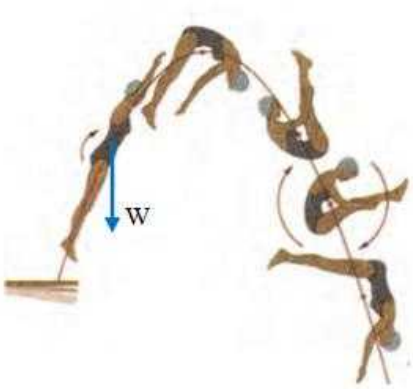
Α2. Αθλητής των καταδύσεων από βατήρα, καταφέρνει να κάνει αρκετές περιστροφές στον αέρα μέχρι να βουτήξει στο νερό. Αυτό γίνεται διότι

α) δέχεται τη ροπή του βάρους του
β) μεταβάλλεται η στροφορμή του
γ) μειώνει τη ροπή αδράνειάς του συμπτύσσοντας τα άκρα του, ώστε να αυξήσει τη γωνιακή ταχύτητα της περιστροφής του
δ) διατηρείται η μηχανική του ενέργεια.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Λάθος.



Το βάρος του αθλητή δεν προκαλεί ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο μάζας του αθλητή.

β) Λάθος.

Στη διάρκεια της κατάδυσης δεν ασκούνται εξωτερικές ροπές στον αθλητή, άρα η στροφορμή του διατηρείται σταθερή :

$\Sigma\tau_{(\kappa)} = 0 \Leftrightarrow \vec{L} = \text{σταθερή}.$

γ) Σωστό.

Στην αρχή της κατάδυσης ο αθλητής συμπτύσσει τα άκρα του, με αποτέλεσμα να μειωθεί η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής. Αφού η στροφορμή διατηρείται, αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να αυξηθεί η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής :

$$L' = L \Leftrightarrow I'\omega' = I\omega \Leftrightarrow \omega' = \frac{I}{I'}\cdot\omega \xrightarrow{I > I'} \omega' > \omega.$$

δ) Λάθος.

Κατά τη διάρκεια της κατάδυσης και μέχρι να φτάσει στην επιφάνεια του νερού, η μηχανική ενέργεια του αθλητή διατηρείται σταθερή (η αντίσταση του αέρα δεν λαμβάνεται υπόψη).

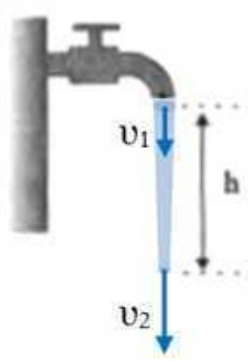
Όμως, η αιτία για την οποία ο αθλητής καταφέρνει να εκτελέσει αρκετές περιστροφές είναι η μεταβολή της ροπής αδράνειας σε συνδυασμό με τη διατήρηση της στροφορμής και όχι η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας.

Α3. Φλέβα νερού εξέρχεται από το στόμιο βρύσης και κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω. Καθώς η φλέβα του νερού κατεβαίνει, το εμβαδόν διατομής της

α) μειώνεται γιατί αυξάνεται η ταχύτητα
β) μειώνεται γιατί μειώνεται η ταχύτητα
γ) αυξάνεται γιατί αυξάνεται η ταχύτητα
δ) αυξάνεται γιατί μειώνεται η ταχύτητα.

Μονάδες 5

Απάντηση



Υποθέτω ότι η ροή της φλέβας νερού είναι στρωτή.

Θεωρώ μία διατομή της φλέβας με εμβαδό A_1 κοντά στο στόμιο της βρύσης και 2η διατομή εμβαδού A_2 χαμηλότερα.

Κατά τη διάρκεια της πτώσης, αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας κάθε στοιχειώδους ποσότητας νερού, άρα : $\upsilon_2 > \upsilon_1$.

Η παροχή της βρύσης είναι σταθερή, άρα :

$$\Pi_2 = \Pi_1 \Leftrightarrow A_2\upsilon_2 = A_1\upsilon_1 \Leftrightarrow A_2 = A_1 \cdot \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} \xrightarrow{\upsilon_1 < \upsilon_2} A_2 < A_1 .$$

Επομένως, το εμβαδό διατομής της φλέβας μειώνεται γιατί αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας.

Σωστή απάντηση : α).

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η ροή της φλέβας νερού είναι στρωτή.

Α4. Σε κεντρική ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών

α) ένα μέρος της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σφαιρών μετατρέπεται σε θερμότητα

β) η κινητική ενέργεια του συστήματός τους παραμένει σταθερή

γ) η μηχανική ενέργεια κάθε σφαίρας παραμένει σταθερή

δ) η ορμή κάθε σφαίρας παραμένει σταθερή.

Μονάδες 5

Απάντηση

Ανελαστική ονομάζεται η κρούση στην οποία ένα μέρος της αρχικής κινητικής ενέργειας των σωμάτων μετατρέπεται σε θερμότητα. [Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 156].

Σωστή απάντηση : α).

Η κινητική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται (αφού ένα ποσοστό της μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια). [β) : Λάθος]

Κατά τη διάρκεια της κρούσης κάθε σφαίρα ασκεί δύναμη στην άλλη, άρα η ορμή κάθε σφαίρας μεταβάλλεται. [δ) : Λάθος]

Η δυναμική ενέργεια κάθε σφαίρας δεν μεταβάλλεται, ενώ η κινητική της ενέργεια μεταβάλλεται αφού μεταβάλλεται και η ορμή της $\left(K = \frac{p^2}{2m} \right)$.

Επομένως, η μηχανική ενέργεια κάθε σφαίρας μεταβάλλεται. [γ) : Λάθος]

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις στην κατάσταση συντονισμού, το μέγιστο πλάτος εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης (b).

β) Η υδροστατική πίεση σε σημείο ενός υγρού που ισορροπεί είναι ανάλογη της απόστασης του σημείου από τον πυθμένα.

γ) Η εξίσωση Bernoulli είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης της ύλης.

δ) Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων δημιουργούνται διακροτήματα. Η περίοδος των διακροτημάτων ισούται με $T_\delta = |T_1 - T_2|$, όπου T_1 και T_2 οι περίοδοι των δύο αρχικών ταλαντώσεων.

ε) Στη μεταφορική κίνηση ενός στερεού κάθε στιγμή όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.

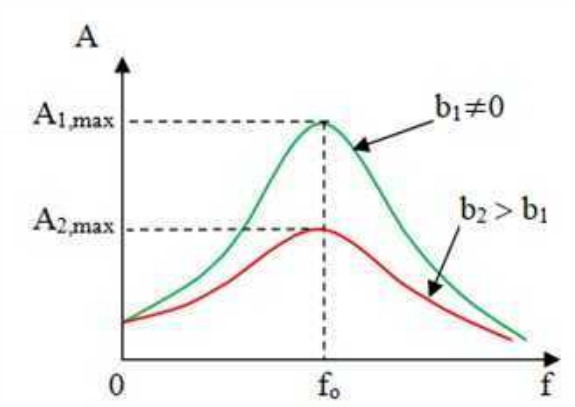
Μονάδες 5

Απάντηση

α) Σωστό.

Αιτιολόγηση

Υποθέτω ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)]$, η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -b\upsilon)$ και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.



Στην περίπτωση αυτή το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη συχνότητα f του διεγέρτη, για δύο τιμές της σταθεράς απόσβεσης b_1, b_2 με $b_2 > b_1$, όπως φαίνεται στο διάγραμμα (f_o η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή).

Από το διάγραμμα προκύπτει ότι στην κατάσταση συντονισμού ($f \cong f_o$) το πλάτος ταλάντωσης εξαρτάται από την τιμή της σταθεράς απόσβεσης, π.χ. αν $b_1 < b_2 \Rightarrow A_{1,max} > A_{2,max}$.

Σχόλια : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι

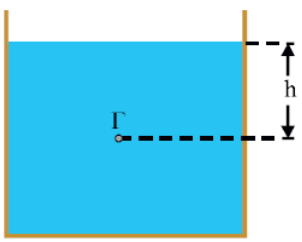
1) η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)]$,

2) η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -b\upsilon)$,

3) η απόσβεση είναι μικρή, ώστε η συχνότητα συντονισμού να είναι (περίπου) ίδια.

β) Λάθος.

Η υδροστατική πίεση σε σημείο υγρού που ισορροπεί είναι ανάλογη με την κατακόρυφη απόσταση h (βάθος) του σημείου από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού $(p_{\upsilon\delta} = \rho gh)$.



γ) Λάθος.

Η εξίσωση Bernoulli $\left(p + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 + \rho gh \right)$ προκύπτει από την εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας στη ροή ενός ιδανικού ρευστού.

δ) Λάθος.

Η περίοδος των διακροτημάτων υπολογίζεται από τη σχέση :

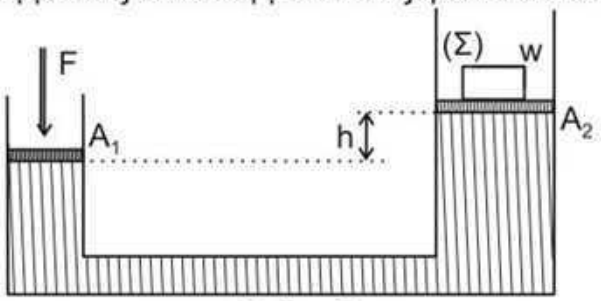
$$T_\delta = \frac{1}{|f_1 - f_2|} \xrightarrow{f=\frac{1}{T}} T_\delta = \frac{1}{\left|\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right|} = \frac{1}{\frac{|T_2 - T_1|}{T_1 T_2}} \Leftrightarrow T_\delta = \frac{T_1 T_2}{|T_1 - T_2|}.$$

ε) Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 109.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Το υδραυλικό πιεστήριο του σχήματος 1 περιέχει ιδανικό ρευστό πυκνότητας ρ και κλείνεται από δύο αβαρή έμβολα με εμβαδά A_1 και A_2. Πάνω στο έμβολο εμβαδού A_2 είναι τοποθετημένο σώμα Σ, που έχει βάρος w, και το σύστημα ισορροπεί με τη βοήθεια εξωτερικής δύναμης F, που ασκείται στο έμβολο A_1. Η υψομετρική διαφορά των εμβόλων στην κατάσταση ισορροπίας είναι ίση με h όπως φαίνεται στο σχήμα 1.



Σχήμα 1

Η απαιτούμενη για την ισορροπία δύναμη έχει μέτρο F, που υπολογίζεται με μία από τις παρακάτω σχέσεις

i. $\frac{F}{A_1}=\frac{w}{A_2}$

ii. $\frac{F}{A_1}=\frac{w+\rho g h A_2}{A_2}$ iii. $\frac{F}{A_2}=\frac{w+\rho g h A_2}{A_1}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

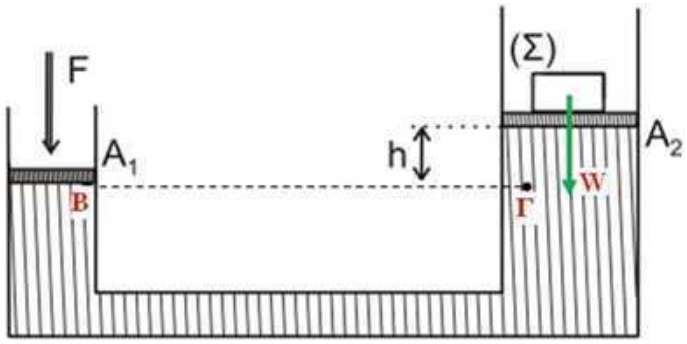
Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Θεωρώ ένα σημείο Β του υγρού ακριβώς κάτω από το έμβολο 1 και ένα σημείο Γ σε βάθος h κάτω από το έμβολο 2.



Η πίεση στο σημείο Β δίνεται από τη σχέση :

$$p_B = p_{\alpha\tau} + \frac{F}{A_1}. \qquad (1)$$

Η πίεση στο σημείο Γ δίνεται από τη σχέση :

$$p_\Gamma = p_{\alpha\tau} + \frac{W}{A_2} + \rho g h \Leftrightarrow p_\Gamma = p_{\alpha\tau} + \frac{W+\rho g h A_2}{A_2}. \qquad (2)$$

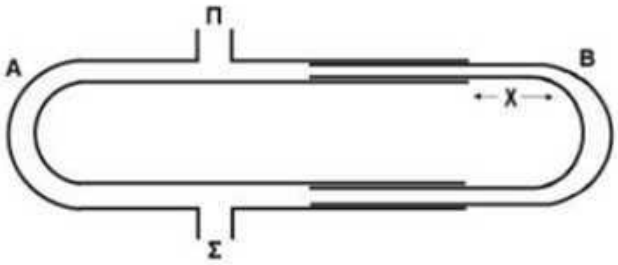
Αφού το υγρό ισορροπεί, οι πιέσεις στα σημεία Β, Γ που βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, είναι ίσες :

$$p_B = p_\Gamma \xrightarrow{(1),\,(2)} p_{\alpha\tau} + \frac{F}{A_1} = p_{\alpha\tau} + \frac{W+\rho g h A_2}{A_2} \Leftrightarrow \frac{F}{A_1} = \frac{W+\rho g h A_2}{A_2}.$$

Σωστή απάντηση : ii.

Σχόλιο : Η εκφώνηση δεν αναφέρει αν πρέπει να ληφθεί υπ' όψη η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\alpha\tau}$.

B2. Η διάταξη του σχήματος 2 αποτελείται από δύο σωλήνες Α και Β. Ο σωλήνας Β μπορεί να μετακινείται. Με τον τρόπο αυτό μεταβάλλεται το μήκος x. Μια πηγή δημιουργεί ηχητικά κύματα μήκους κύματος λ, στο ανοικτό άκρο Π του σωλήνα.



Σχήμα 2

Στο άλλο άκρο Σ του σωλήνα φτάνουν ταυτόχρονα δύο ηχητικά κύματα. Τα κύματα δημιουργούνται από την πηγή και διαδίδονται μέσω του αέρα στους σωλήνες Α και Β. Όταν μετακινούμε το σωλήνα Β (μεταβάλλοντας την απόσταση x) παρατηρούμε ότι η ένταση του ήχου στο σημείο Σ αυξομειώνεται. Για $x=x_1$ στο σημείο Σ τα δύο ηχητικά κύματα συμβάλλουν ενισχυτικά. Καθώς αυξάνουμε το x, στο σημείο Σ παρατηρείται για πρώτη φορά αποσβεστική συμβολή, όταν γίνει $x=x_2=x_1+4\text{cm}$. Για το μήκος κύματος λ ισχύει:

i. $\lambda=12\text{cm}$ ii. $\lambda=16\text{cm}$ iii. $\lambda=4\text{cm}$

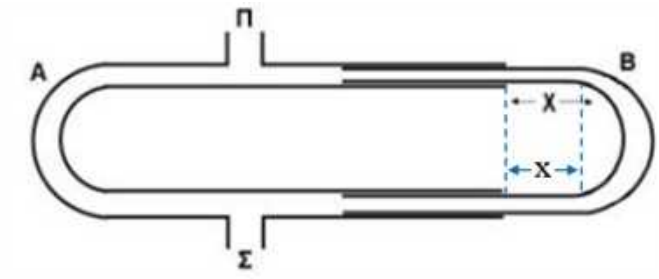
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση



Για $x = x_1$

Έστω ότι το μήκος της διαδρομής των ηχητικών κυμάτων στον σωλήνα Α είναι s_1 και το μήκος της διαδρομής των ηχητικών κυμάτων στον σωλήνα Β είναι s_2, με $s_2 > s_1$.

Αφού η συμβολή των κυμάτων στο Σ είναι ενισχυτική, ισχύει : $s_2 - s_1 = N\cdot\lambda$. (1) [N = 1, 2, 3, . . .]

Για $x = x_1 + 4\text{ cm}$

Το μήκος της διαδρομής των ηχητικών κυμάτων στον σωλήνα Α είναι s_1 και το μήκος της διαδρομής των ηχητικών κυμάτων στον σωλήνα Β είναι : $s_2' = s_2 + 8\text{ cm}$. (2)

Αφού η συμβολή των κυμάτων στο Σ είναι αποσβεστική για 1η φορά, ισχύει :

$$s_2' - s_1 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \xrightarrow{(2)} s_2 + 8\,\text{cm} - s_1 = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \xrightarrow{(1)} N\cdot\lambda + 8\,\text{cm} = N\cdot\lambda + \frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow \frac{\lambda}{2} = 8\,\text{cm}$$

$$\Leftrightarrow \lambda = 16\,\text{cm}.$$

Σωστή απάντηση : ii.

B3. Μικρή σφαίρα Σ_1 μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα u_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη μικρή σφαίρα Σ_2 μάζας m_2, $m_1 \neq m_2$. Κατά την κρούση αυτή ποσοστό $\Pi_1\%$ της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_1 μεταφέρεται ως κινητική ενέργεια στη σφαίρα Σ_2. Αν αντιστρέψουμε το φαινόμενο, δηλαδή αν η σφαίρα Σ_2 κινούμενη με ταχύτητα u_2, συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με την ακίνητη σφαίρα Σ_1, τότε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_2 που μεταφέρεται στη σφαίρα Σ_1 ισούται με $\Pi_2\%$. Για τα Π_1 και Π_2 ισχύει:

i. $\Pi_1<\Pi_2$ ii. $\Pi_1>\Pi_2$ iii. $\Pi_1=\Pi_2$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

Απάντηση

1η περίπτωση

Το μέτρο της ταχύτητας της (αρχικά ακίνητης) 2ης σφαίρας, αμέσως μετά την κεντρική ελαστική κρούση, δίνεται από τη σχέση : $\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\cdot\upsilon_1$. (1)

Αφού η κρούση είναι ελαστική, η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή, άρα :

$K_1 + 0 = K_1' + K_2' \Leftrightarrow K_1 - K_1' = K_2' \Leftrightarrow |\Delta K_1| = K_2'$.

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της 1ης σφαίρας που μεταφέρεται στη 2η, είναι :

$$\Pi_1(\%) = \frac{K_2'}{K_1}\cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}\cdot 100\% \xrightarrow{(1)} \Pi_1(\%) = \frac{m_2\cdot\frac{4m_1^2\upsilon_1^2}{(m_1+m_2)^2}}{m_1\upsilon_1^2}\cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi_1(\%) = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}\cdot 100\%. \quad (2)$$

2η περίπτωση

Το μέτρο της ταχύτητας της (αρχικά ακίνητης) 1ης σφαίρας, αμέσως μετά την κεντρική ελαστική κρούση, δίνεται από τη σχέση : $\upsilon_1' = \frac{2m_2}{m_1+m_2}\cdot\upsilon_2$. (3)

Αφού η κρούση είναι ελαστική, η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή, άρα :

$0 + K_2 = K_1' + K_2' \Leftrightarrow K_2 - K_2' = K_1' \Leftrightarrow |\Delta K_2| = K_1'$.

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της 2ης σφαίρας που μεταφέρεται στη 1η, είναι :

$$\Pi_2(\%) = \frac{K_1'}{K_2}\cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2}{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2}\cdot 100\% \xrightarrow{(3)} \Pi_2(\%) = \frac{m_1\cdot\frac{4m_2^2\upsilon_2^2}{(m_1+m_2)^2}}{m_2\upsilon_2^2}\cdot 100\% \Rightarrow$$

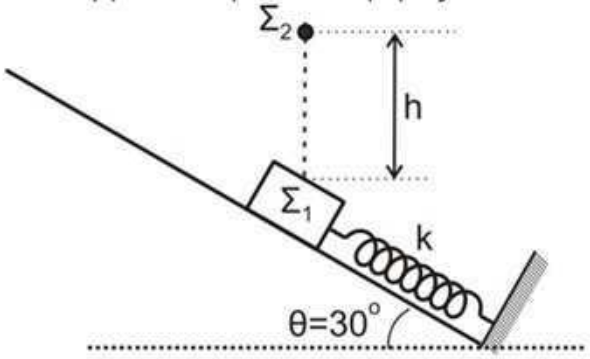
$$\Pi_2(\%) = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}\cdot 100\%. \qquad (4)$$

Από τις σχέσεις (2), (4) προκύπτει ότι : $\Pi_1 = \Pi_2$.

Σωστή απάντηση : ii.

ΘΕΜΑ Γ

Στο σχήμα 3, σώμα Σ_1 μικρών διαστάσεων, μάζας $m_1=1kg$ ισορροπεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\theta=30^o$ δεμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο. Από ύψος $h=0,6m$ πάνω από το Σ_1 αφήνεται ελεύθερο σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων μάζας $m_2=3kg$ το οποίο συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Σ_1. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0=0$, πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D=k$.



Σχήμα 3

Γ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε το πλάτος Α της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

Γ3. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο. Να θεωρήσετε θετική φορά, τη φορά από τη βάση προς την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε τον λόγο του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου προς το μέτρο της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης, όταν η κινητική ενέργεια Κ του συσσωματώματος είναι οκταπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης U (K=8U), για δεύτερη φορά.

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε ότι:

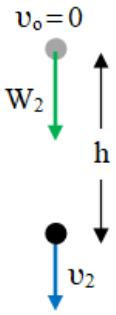
- κατά την κρούση δεν έχουμε απώλεια μάζας,
- η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα,
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα.

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$
- $\eta\mu\frac{\pi}{6}=\eta\mu\frac{5\pi}{6}=\frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu\frac{5\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Απάντηση

Δ1.

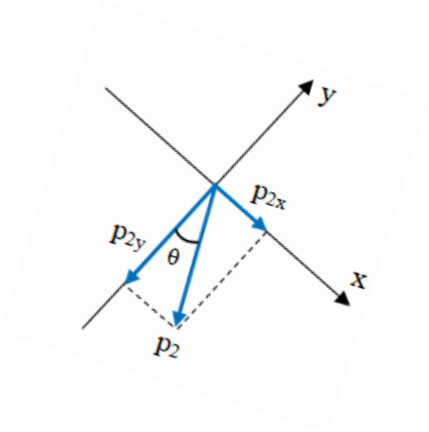


Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή του Σ_2 από τη θέση που αφήνεται μέχρι να φτάσει στο Σ_1 :

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 - 0 = m_2gh \Leftrightarrow \upsilon_2^2 = 2gh \Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{2gh} \Rightarrow$$

$$\upsilon_2 = \sqrt{2\cdot 10\cdot 0,6}\,\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_2 = 2\sqrt{3}\,\frac{m}{s}.$$

Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα κινείται με ταχύτητα $\vec{V}$ παράλληλη στην κεκλιμένη επιφάνεια.



Σχεδιάζω ορθογώνιο σύστημα αξόνων x΄x, y΄y, ώστε ο άξονας x να είναι παράλληλος στην κεκλιμένη επιφάνεια, και αναλύω την ορμή του Σ_2 σε συνιστώσες.

Αφού η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα, πρακτικά η ορμή του συστήματος στον άξονα x δεν μεταβάλλεται.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής στον άξονα x΄x :

$$p_{ολ,x(πριν)} = p_{ολ,x(μετά)} \Leftrightarrow p_{2,x} = p_{ολ,x(μετά)} \Leftrightarrow m_2\upsilon_2\eta\mu\theta = (m_1+m_2)V \Leftrightarrow V = \frac{m_2\upsilon_2\eta\mu\theta}{m_1+m_2} \Rightarrow$$

$$V = \frac{3\cdot 2\sqrt{3}\cdot 0,5}{1+3}\,\frac{m}{s} \Rightarrow V = \frac{3\sqrt{3}}{4}\,\frac{m}{s}.$$

Δ2.

Στη θέση ισορροπίας του Σ_1 το ελατήριο έχει συμπίεση $\Delta\ell$.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας στον άξονα x :

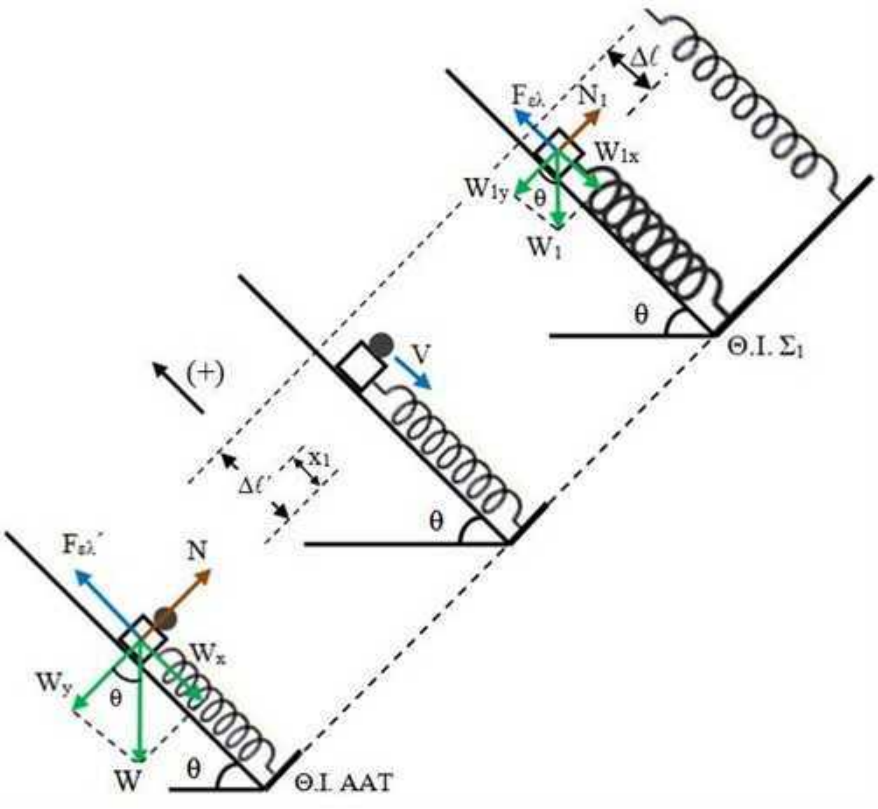
$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F_{ελ} = W_{1x} \Leftrightarrow$$

$$k(\Delta\ell) = m_1g\eta\mu\theta \Leftrightarrow \Delta\ell = \frac{m_1g\eta\mu\theta}{k}$$

$$\Rightarrow \Delta\ell = \frac{10\cdot 0,5}{100} \Rightarrow \Delta\ell = 0,05\,m.$$

Στη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ το ελατήριο έχει συμπίεση $\Delta\ell'$.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας στον άξονα x :



$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda}' = W_x \Leftrightarrow k(\Delta\ell') = (m_1+m_2)g\eta\mu\theta \Leftrightarrow \Delta\ell' = \frac{(m_1+m_2)g\eta\mu\theta}{k} \Rightarrow$$

$$\Delta\ell' = \frac{40\cdot 0,5}{100} \Rightarrow \Delta\ell' = 0,2\,m.$$

Η απόσταση της θέσης της κρούσης από τη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ είναι :

$$x_1 = \Delta\ell' - \Delta\ell = 0,2m - 0,05m \Rightarrow x_1 = 0,15m = 1,5\cdot 10^{-1}\,m.$$

Εφαρμόζω την ΑΔΕ στην ΑΑΤ για τη θέση της κρούσης (αμέσως μετά την κρούση) και μία ακραία θέση :

$$E_\tau = K + U_\tau \Leftrightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \Leftrightarrow A^2 = \frac{(m_1+m_2)V^2 + kx_1^2}{k} \Rightarrow$$

$$A^2 = \frac{4\cdot\frac{27}{16} + 100\cdot 2,25\cdot 10^{-2}}{100}\,m^2 = \frac{36}{400}\,m^2 \Rightarrow A = 0,3m.$$

Δ3.

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ του συσσωματώματος έχει τιμή :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{4}}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 5\frac{rad}{s}.$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης στην ΑΑΤ έχει τη γενική μορφή : $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$. (1)

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το συσσωμάτωμα έχει θετική απομάκρυνση $x = x_1 = 0,15$ m και κινείται προς την αρνητική φορά με ταχύτητα (αλγεβρική τιμή) : $\upsilon = -V = -\frac{3\sqrt{3}}{4}\frac{m}{s}$.

$$\text{Για } t = 0 \xrightarrow{(1)} 0,15 = 0,3\eta\mu\varphi_o \Rightarrow \eta\mu\varphi_o = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_o = \frac{\pi}{6} & (2) \\ \text{ή} & \\ \varphi_o = \frac{5\pi}{6} & (3) \end{cases}$$

Η εξίσωση της ταχύτητας έχει τη γενική μορφή : $\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o)$. (4)

$$\text{Για } t = 0 \xrightarrow{(4)} \upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\varphi_o\,. \quad (5)$$

$$\text{Αν } \varphi_o = \frac{\pi}{6} \xrightarrow{(5)} \upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} > 0, \quad \text{απορρίπτεται.}$$

$$\text{Αν } \varphi_o = \frac{5\pi}{6} \xrightarrow{(5)} \upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\frac{5\pi}{6} < 0, \quad \text{δεκτή.}$$

$$\text{Άρα : } \varphi_o = \frac{5\pi}{6}.$$

Επομένως, η εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ είναι : $x = 0,3\eta\mu\left(5t + \frac{5\pi}{6}\right)$. (S.I.)

Δ4.

Ισχύει :

$$K+U_\tau=E_\tau \xrightarrow{K=8U_\tau} 9U_\tau=E_\tau \Leftrightarrow 9\cdot\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kA^2 \Leftrightarrow x^2=\frac{A^2}{9} \Rightarrow x=\pm\frac{A}{3} \Rightarrow x=\pm 0{,}1\text{m}.$$

Τη χρονική στιγμή $t=0$ το συσσωμάτωμα έχει απομάκρυνση $x=x_1=0{,}15\ \text{m}$ και $\upsilon<0$,

άρα κινείται προς την ακραία θέση $x=-A$ και το x μειώνεται $(x\downarrow)$.

Την 1η φορά που ισχύει $K=8U_\tau$ θα έχει απομάκρυνση $x=0{,}1\ \text{m}$, ενώ τη 2η φορά θα έχει απομάκρυνση $x=-0{,}1\ \text{m}$.

Όταν $x=-0{,}1\ \text{m}$, το ελατήριο έχει συμπιεστεί επιπλέον (σε σχέση με τη Θ.Ι.) κατά $|x|=0{,}1\ \text{m}$, άρα η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στη θέση αυτή έχει μέτρο :

$$|F_{\varepsilon\lambda}|=k\left(\Delta\ell'+|x|\right)=100\cdot(0{,}2+0{,}1)\,\text{N} \Rightarrow |F_{\varepsilon\lambda}|=30\,\text{N}.$$

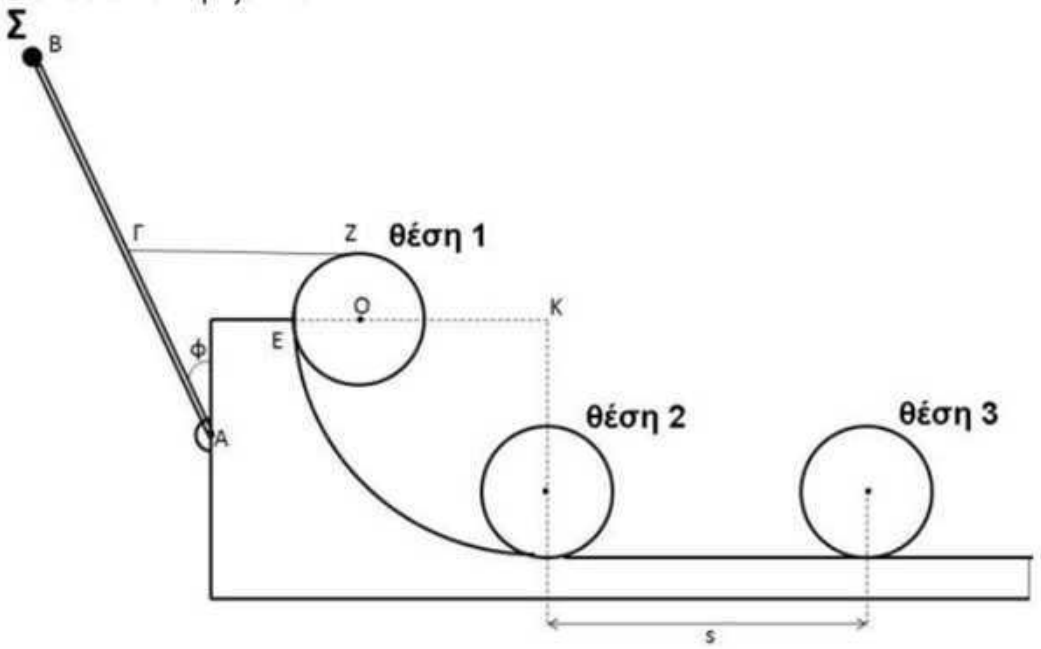
Το μέτρο της δύναμης επαναφοράς στην ίδια θέση, είναι :

$$|F_{\varepsilon\pi}|=k|x|=100\cdot 0{,}1\ \text{N} \Rightarrow |F_{\varepsilon\pi}|=10\ \text{N}.$$

Στη θέση αυτή, το πηλίκο των μέτρων των δύο δυνάμεων είναι : $\dfrac{|F_{\varepsilon\lambda}|}{|F_{\varepsilon\pi}|}=\dfrac{30\,\text{N}}{10\,\text{N}} \Rightarrow \dfrac{|F_{\varepsilon\lambda}|}{|F_{\varepsilon\pi}|}=3.$

ΘΕΜΑ Δ

Στο σχήμα 4, ομογενής, άκαμπτη και ισοπαχής ράβδος ΑΒ μάζας M_1=6kg και μήκους L=1m, στηρίζεται με άρθρωση στο ένα άκρο της Α σε κατακόρυφο ακλόνητο τοίχο. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον άξονα που διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος. Στο άκρο Β της ράβδου έχει στερεωθεί υλικό σημείο Σ μάζας m=1kg. Με αβαρές, λεπτό και μη εκτατό νήμα, έχουμε δέσει το μέσο Γ της ράβδου με το ανώτερο σημείο Ζ της περιφέρειας ομογενούς δίσκου μάζας M_2 κέντρου Ο και ακτίνας r=0,1m. Ο δίσκος ακουμπάει στην κορυφή ακλόνητου τεταρτοκυκλίου ακτίνας ΚΕ=R=2,8m στο σημείο Ε αυτού (θέση 1), έτσι ώστε το στερεό που αποτελείται από τη ράβδο και το υλικό σημείο Σ, καθώς και ο δίσκος, να ισορροπούν στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, με τη ράβδο να σχηματίζει γωνία φ με τον κατακόρυφο τοίχο. Το νήμα είναι οριζόντιο και τεντωμένο και η ακτίνα ΟΕ του δίσκου είναι οριζόντια.



Σχήμα 4

Δ1. Να υπολογίσετε:

i) το μέτρο της τάσης του νήματος ΓΖ (μονάδες 3)

ii) τη μάζα M_2 του δίσκου (μονάδες 2)

Μονάδες 5

Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα ΓΖ.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του στερεού που αποτελείται από τη ράβδο και το υλικό σημείο Σ αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος.

Μονάδες 5

Στη συνέχεια, το στερεό ράβδος – υλικό σημείο Σ αρχίζει να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από τον άξονα περιστροφής του Α.

Δ3.

i) Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής του, μεταξύ της αρχικής του θέσης και της θέσης όπου η ράβδος γίνεται οριζόντια. (μονάδες 5)

ii) Να προσδιορίσετε την κατεύθυνση του διανύσματός της. (μονάδες 2)

Μονάδες 7

Αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος ο δίσκος αρχίζει να κατέρχεται κυλιόμενος χωρίς να ολισθαίνει στο τεταρτοκύκλιο και στη συνέχεια κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο, το οποίο επίσης είναι ακλόνητο.

Δ4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του δίσκου, όταν φτάνει στη βάση του τεταρτοκυκλίου (θέση 2).

Μονάδες 4

Δ5. Να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών που έχει εκτελέσει ο δίσκος,
i) κατά την κύλισή του στο τεταρτοκύκλιο, (μονάδες 2)
ii) κατά την κίνησή του στο λείο οριζόντιο δάπεδο όταν το κέντρο μάζας του έχει διανύσει διάστημα s = π μέτρα (m) (θέση 3). (μονάδες 2)

Μονάδες 4

Δίνονται:

- ημφ = 0,6, συνφ=0,8,
- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s^2,
- η ροπή αδράνειας του ομογενούς δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του είναι ίση με $I_{cm(δίσκου)} = \frac{1}{2}M_2r^2$,
- η ροπή αδράνειας της ομογενούς ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το άκρο της και είναι κάθετος σε αυτή είναι ίση με $I_{ράβδου} = \frac{1}{3}M_1L^2$,
- ο άξονας περιστροφής του ομογενούς δίσκου παραμένει συνεχώς οριζόντιος σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του,
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα,
- ο χαρακτηρισμός λεπτό νήμα αφορά νήμα αμελητέου πάχους,
- τα σχήματα δεν είναι υπό κλίμακα.

Απάντηση

Δ1.

i)

<u>Ράβδος + σφαιρίδιο</u>

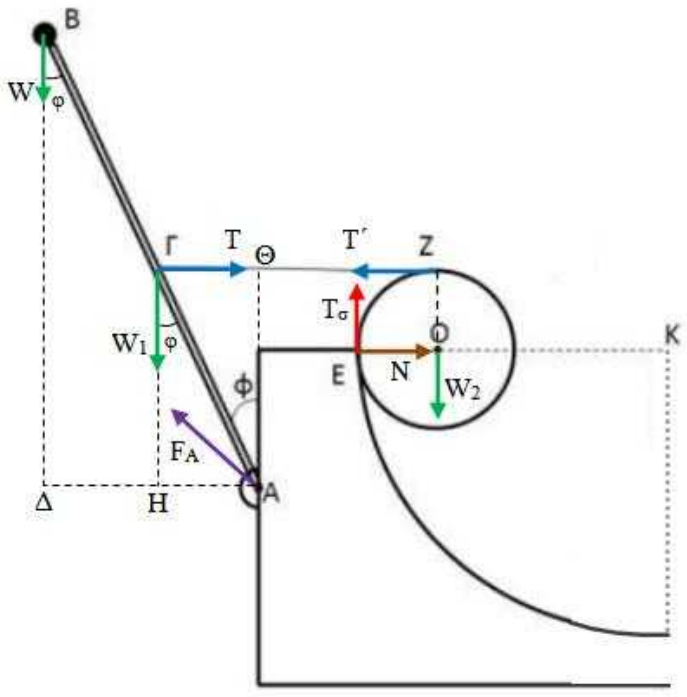
Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα που διέρχεται από το Α :

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Leftrightarrow W(A\Delta) + W_1(AH) - T(A\Theta) = 0$$

$$\Leftrightarrow mgL\eta\mu\varphi + M_1g\frac{L}{2}\eta\mu\varphi = T\frac{L}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi \Leftrightarrow$$

$$T = \frac{(2m + M_1)g\eta\mu\varphi}{\sigma\upsilon\nu\theta} \Rightarrow T = \frac{8\cdot 10\cdot 0,6}{0,8}N \Rightarrow$$

$T = 60\,N$.



ii)

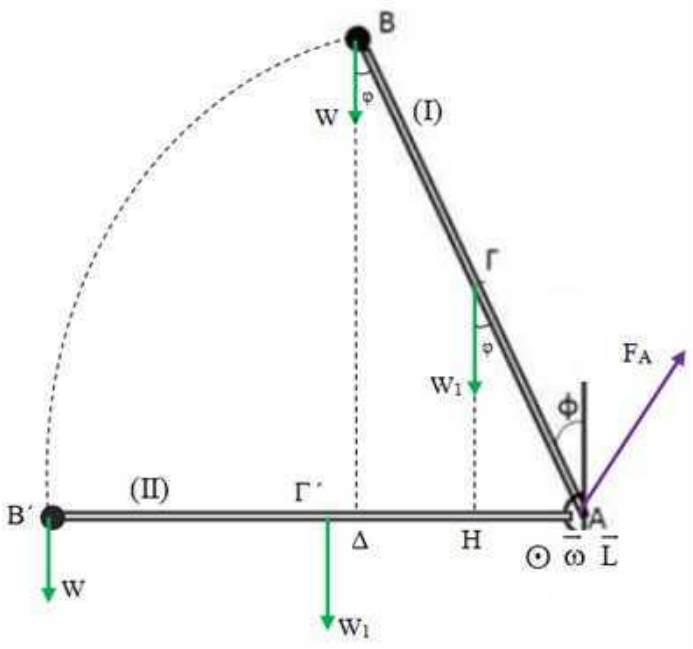
<u>Δίσκος</u>

Αφού η μάζα του νήματος είναι ασήμαντη, οι δυνάμεις που ασκεί το νήμα στη ράβδο και το δίσκο έχουν ίσα μέτρα : $T' = T = 60$ N.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο επαφής Ε του δίσκου με το τεταρτοκύκλιο :

$$\Sigma\tau_{(E)}=0 \;\Leftrightarrow\; T'r-W_2r=0 \;\Leftrightarrow\; T'=M_2g \;\Leftrightarrow\; M_2=\frac{T'}{g} \;\Rightarrow\; M_2=\frac{60}{10}kg \;\Rightarrow\; M_2=6Kg.$$

Δ2.



Η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος – σφαιρίδιο ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το Α, είναι :

$$I_{ολ}=I_{ρ}+mL^2=\left(\frac{1}{3}M_1+m\right)L^2 \;\Rightarrow$$

$$I_{ολ}=\left(\frac{1}{3}\cdot 6+1\right)\cdot 1^2\,Kg\cdot m^2 \;\Rightarrow\; I_{ολ}=3Kg\cdot m^2.$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για την αρχική θέση της ράβδου (μόλις κοπεί το νήμα) :

$$\Sigma\tau_{(A)}=I_{ολ}\alpha_{γων(ο)} \;\Leftrightarrow\; mg(A\Delta)+M_1g(AH)=I_{ολ}\alpha_{γων(ο)}$$

$$\Leftrightarrow\; mgL\eta\mu\varphi+M_1g\frac{L}{2}\eta\mu\varphi=I_{ολ}\alpha_{γων(ο)} \;\Rightarrow\; \alpha_{γων(ο)}=\frac{10\cdot 1\cdot 0,6+60\cdot 0,5\cdot 0,6}{3}\frac{rad}{s^2} \;\Rightarrow\; \alpha_{γων(ο)}=8\frac{rad}{s^2}.$$

Δ3.

i)

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή του συστήματος ράβδος – σφαιρίδιο από την αρχική θέση (Ι) μέχρι την οριζόντια θέση (ΙΙ), ώστε να υπολογίσω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$ της ράβδου στη θέση (ΙΙ):

$$K_{II}-K_I=\Sigma W \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}I_{ολ}\omega^2-0=mg(B\Delta)+M_1g((\Gamma H) \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}I_{ολ}\omega^2=mgL\sigma\upsilon\nu\varphi+M_1g\frac{L}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi \;\Rightarrow$$

$$\omega=\sqrt{\frac{(2m+M_1)gL\sigma\upsilon\nu\varphi}{I_{ολ}}} \;\Rightarrow\; \omega=\sqrt{\frac{8\cdot 10\cdot\cdot 0,8}{3}}\frac{rad}{s} \;\Rightarrow\; \omega=\frac{8\sqrt{3}}{3}\frac{rad}{s}.$$

Η μεταβολή της στροφορμής του στερεού είναι : $\Delta\vec{L}=\vec{L}-\vec{L}_o$.

Η αρχική στροφορμή έχει μέτρο : $L_o=I_{ολ}\omega_o \xrightarrow{\omega_o=0} L_o=0.$

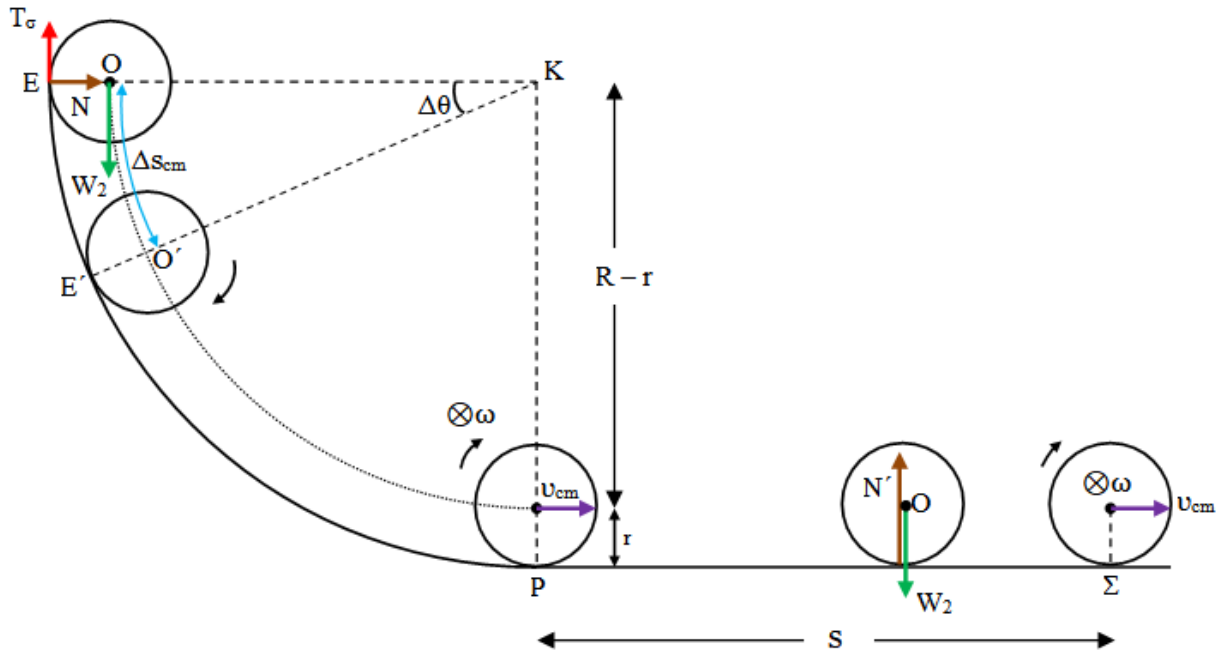
Η τελική στροφορμή έχει μέτρο : $L=I_{ολ}\omega \;\Rightarrow\; L=\left(3\cdot\frac{8\sqrt{3}}{3}\right)\frac{Kgm^2}{s} \;\Rightarrow\; L=8\sqrt{3}\frac{Kgm^2}{s}.$

Το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής είναι : $\Delta L = L - L_o \Rightarrow \Delta L = 8\sqrt{3}\frac{Kgm^2}{s}$.

ii)

Το διάνυσμα της μεταβολής της στροφορμής $\Delta\vec{L} = \vec{L} - \vec{L}_o = \vec{L}$ έχει τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής (κάθετη στο επίπεδο του σχήματος) και φορά ίδια με το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$, δηλαδή από τη σελίδα προς τον αναγνώστη (σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού).

Δ4.



Όταν ο δίσκος φτάνει στη βάση του τεταρτοκυκλίου έχει γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ και μεταφορική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{cm}$. Τα μέτρα των ταχυτήτων συνδέονται με τη σχέση : $\upsilon_{cm} = \omega r \Leftrightarrow \omega = \frac{\upsilon_{cm}}{r}$. (1)

Μέχρι να φτάσει στη βάση, στην κατακόρυφη διεύθυνση το κέντρο του δίσκου διανύει απόσταση $R - r$.

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή του δίσκου στο τεταρτοκύκλιο :

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2}M_2\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_\delta\omega^2 - 0 = M_2g(R-r) \xrightarrow{(1)} \frac{1}{2}M_2\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{4}M_2r^2\cdot\frac{\upsilon_{cm}^2}{r^2} = M_2g(R-r)$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\upsilon_{cm}^2 = g(R-r) \Leftrightarrow \upsilon_{cm} = 2\sqrt{\frac{g(R-r)}{3}} \Rightarrow \upsilon_{cm} = 2\sqrt{\frac{10(2,8-0,1)}{3}}\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_{cm} = 6\frac{m}{s}.$$

Δ5.

i)

Κατά τη διάρκεια της κύλισης στο τεταρτοκύκλιο, τα σημεία της περιφέρειας του δίσκου έρχονται διαδοχικά σε επαφή με την επιφάνεια του τεταρτοκυκλίου.

Σε κάθε περιστροφή του δίσκου, ένα σημείο της περιφέρειας διανύει διάστημα $s_\pi = 2\pi r$. (2)

Αφού ο δίσκος κυλίεται χωρίς ολίσθηση, το διάστημα που διάνυσε το κέντρο μάζας του στη διάρκεια μιας περιστροφής είναι ίσο με το διάστημα που διάνυσε ένα σημείο της περιφέρειας του δίσκου : $\Delta s_{cm} = s_\pi$.

Έστω ότι ο δίσκος έχει εκτελέσει N_1 περιστροφές μέχρι να φτάσει στη βάση του τεταρτοκυκλίου.

Σε αυτή τη χρονική διάρκεια το κέντρο του δίσκου κινείται στην περιφέρεια τεταρτοκυκλίου ακτίνας $R - r$, επομένως διανύει διάστημα : $s_{cm} = (R - r)\cdot\frac{\pi}{2}$. (3)

Ο αριθμός περιστροφών που εκτέλεσε ο δίσκος δίνεται από τη σχέση :

$$N_1 = \frac{s_{cm}}{s_\pi} \xrightarrow{(2),\,(3)} N_1 = \frac{\frac{\pi(R-r)}{2}}{2\pi r} \Rightarrow N_1 = \frac{R-r}{4r} \Rightarrow N_1 = \frac{2,7}{4\cdot 0,1} \Rightarrow N_1 = 6,75 \text{ περιστροφές.}$$

Εναλλακτική απάντηση

Σε χρονική διάρκεια Δt μια ακτίνα του δίσκου στρέφεται κατά γωνία Δφ και κάθε σημείο της περιφέρειας του δίσκου διανύει διάστημα $\Delta s_\pi = r\,(\Delta\varphi)$. (I)

Στην ίδια χρονική διάρκεια το κέντρο του δίσκου κινείται σε τόξο ακτίνας $(R - r)$ με επίκεντρη γωνία Δθ και διανύει διάστημα $\Delta s_{cm} = (R - r)(\Delta\theta)$. (II)

Αφού ο δίσκος κυλίεται χωρίς ολίσθηση, ισχύει : $\Delta s_{cm} = \Delta s_\pi \xrightarrow{(I),\,(II)} (R - r)(\Delta\theta) = r(\Delta\varphi)$. (III)

Έστω ότι ο δίσκος έχει εκτελέσει N_1 περιστροφές μέχρι να φτάσει στη βάση του τεταρτοκυκλίου.

Σε αυτή τη διάρκεια το κέντρο του δίσκου έχει διαγράψει τόξο με επίκεντρη γωνία $\Delta\theta = \frac{\pi}{2}$, (IV)

ενώ μία ακτίνα του δίσκου έχει στραφεί κατά γωνία $\Delta\varphi = 2\pi N_1$. (V)

Με συνδυασμό των σχέσων (III), (IV), (V) προκύπτει :

$$(R - r)\frac{\pi}{2} = r(2\pi N_1) \Leftrightarrow N_1 = \frac{R-r}{4r} \Rightarrow N_1 = \frac{2,8-0,1}{4\cdot 0,1} \Rightarrow N_1 = 6,75 \text{ περιστροφές.}$$

Σχόλιο

Η ενδεικτική απάντηση της ΚΕΕ ήταν (περίπου) η εξής :

$$N_1 = \frac{\text{Μήκος τεταρτοκυκλίου}}{\text{Μήκος περιφέρειας δίσκου}} = \frac{\frac{2\pi R}{4}}{2\pi r} = \frac{R}{4r} \Rightarrow N_1 = 7 \text{ περιστροφές.}$$

ii)

Κατά τη διάρκεια της κίνησης στο οριζόντιο επίπεδο, η συνισταμένη δύναμη είναι μηδενική ($\Sigma F_x = 0$) και η συνισταμένη ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής είναι μηδενική ($\Sigma \tau_O = 0$).

Επομένως, ο δίσκος κυλίεται (χωρίς ολίσθηση) με σταθερή μεταφορική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{cm}$ και σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$.

Ο αριθμός περιστροφών που εκτέλεσε μέχρι το κέντρο του δίσκου να διανύει απόσταση s, υπολογίζεται από τη σχέση :

$$N_2 = \frac{s}{2\pi r} \Rightarrow N_2 = \frac{\pi}{2\pi \cdot 0,1} \Rightarrow N_2 = 5 \text{ περιστροφές.}$$

ΝΕΟ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ – ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΕΜΠΤΗ 10 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2020
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Στα άκρα αντιστάτη με αντίσταση R εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με εξίσωση υ = 100ημ(ωt) (S.I.). Η αντίστοιχη ενεργός τάση είναι ίση με

α) $100\sqrt{2}\,\text{V}$ γ) $50\sqrt{2}\,\text{V}$

β) $50\,\text{V}$ δ) $\frac{50}{\sqrt{2}}\,\text{V}$.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η εξίσωση της αρμονικά εναλλασσόμενης τάσης έχει τη μορφή : $\upsilon = V\eta\mu\omega t$,

όπου V το πλάτος της τάσης.

Από τη σύγκριση των δύο εξισώσεων προκύπτει ότι το πλάτος της τάσης έχει τιμή $V = 100\ \text{V}$.

Η ενεργός τιμή της τάσης υπολογίζεται από τη σχέση :

$$V_{\varepsilon\nu} = \frac{V}{\sqrt{2}} \Rightarrow V_{\varepsilon\nu} = \frac{100\,\text{V}}{\sqrt{2}} \Rightarrow V_{\varepsilon\nu} = 50\sqrt{2}\,\text{V}.$$

Σωστή απάντηση : γ).

A2. Ένα σώμα εκτελεί σύνθετη κίνηση, που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιου πλάτους Α, ίδιας διεύθυνσης και ίδιας θέσης ισορροπίας. Οι συχνότητες των δύο ταλαντώσεων είναι $f_1 = 398Hz$ και $f_2 = 402Hz$. Στην παραγόμενη σύνθετη κίνηση, σε χρονικό διάστημα ενός δευτερολέπτου, το πλάτος μεγιστοποιείται

α) 2 φορές. **γ)** 400 φορές.

β) 4 φορές. **δ)** 800 φορές.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η περίοδος του διακροτήματος είναι : $T_\delta = \dfrac{1}{f_2 - f_1} = \dfrac{1}{(402-398)\,Hz} \Rightarrow T_\delta = \dfrac{1}{4}\,s.$

Σε χρονική διάρκεια $\Delta t_1 = T_\delta$, το πλάτος μεγιστοποιείται 1 φορά.

Ο αριθμός των μεγίστων του πλάτους σε χρονική διάρκεια $\Delta t = 1$ s είναι :

$$N = \frac{\Delta t}{T_\delta} \Rightarrow N = \frac{1s}{\frac{1}{4}s} \Rightarrow N = 4.$$

Σωστή απάντηση : β).

Α3. Ένα στερεό σώμα αρχικά παραμένει ακίνητο, χωρίς να του ασκούνται δυνάμεις. Κάποια χρονική στιγμή ασκούμε δύο δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ στο σώμα. Για να εκτελέσει το σώμα μόνο στροφική κίνηση, οι δυνάμεις αυτές θα πρέπει

α) να είναι κάθετες μεταξύ τους.

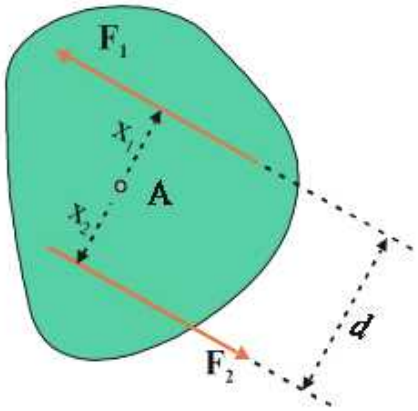
β) να έχουν μη συνευθειακές παράλληλες διευθύνσεις, αντίθετες φορές και άνισα μέτρα.

γ) να βρίσκονται στην ίδια ευθεία και να είναι αντίθετες.

δ) να έχουν μη συνευθειακές παράλληλες διευθύνσεις, αντίθετες φορές και ίσα μέτρα.

Μονάδες 5

Απάντηση



Υποθέτω ότι το στερεό είναι ελεύθερο να μεταφερθεί καθώς και να περιστραφεί ως προς οποιοδήποτε σημείο του.

Αν ασκηθούν ταυτόχρονα στο ελεύθερο στερεό δύο αντίθετες δυνάμεις $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ $\left(\vec{F}_1 = -\vec{F}_2\right)$ οι οποίες δεν έχουν τον ίδιο φορέα (ζεύγος δυνάμεων), τότε οι δυνάμεις προκαλούν ροπή, μέτρου $\tau = F \cdot d$, όπου d η απόσταση των φορέων των δύο δυνάμεων (μοχλοβραχίονας του ζεύγους), με αποτέλεσμα την περιστροφή του στερεού.

Αφού η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο : $\Sigma F = F - F = 0$,
το στερεό δεν θα εκτελέσει μεταφορική κίνηση αλλά μόνο στροφική κίνηση.

Σωστή απάντηση : δ).

Σχόλιο

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει στη αρχή : «Ένα **ελεύθερο** στερεό . . . ».

Αν το στερεό έχει σταθερό άξονα περιστροφής, τότε είναι σωστές και οι απαντήσεις α), β) [αρκεί οι φορείς των δυνάμεων να μην τέμνουν τον άξονα περιστροφής ούτε να είναι παράλληλοι προς αυτόν].

Α4. Σε κάθε κρούση δύο σωμάτων, που αποτελούν μονωμένο σύστημα,

α) διατηρείται μόνο η ορμή του συστήματος και όχι η ενέργεια του συστήματος.

β) διατηρείται μόνο η ενέργεια του συστήματος και όχι η ορμή του συστήματος.

γ) διατηρείται και η ορμή και η ενέργεια του συστήματος.

δ) δεν διατηρείται η ορμή, ούτε η ενέργεια του συστήματος.

Μονάδες 5

Απάντηση

Υποθέτω ότι η έκφραση «μονωμένο σύστημα» σημαίνει **δυναμικά μονωμένο** σύστημα σωμάτων, δηλαδή η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στο σύστημα είναι μηδενική : $\Sigma F_{\varepsilon\xi} = 0$.

Από τον 2ο νόμο του Newton για το σύστημα, προκύπτει :

$$\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = \frac{\Delta\vec{p}_{ολ}}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \Delta\vec{p}_{ολ} = 0 \Rightarrow \vec{p}_{ολ} = \text{σταθερή}.$$

Άρα, **η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή**.

Η ενέργεια του συστήματος γενικά δεν διατηρείται, εκτός από την περίπτωση που το σύστημα είναι ενεργειακά μονωμένο και η κρούση είναι ελαστική.

Σωστή απάντηση : α).

Σχόλια

1) Η εκφώνηση έπρεπε να διευκρινίζει ότι το σύστημα είναι **δυναμικά** μονωμένο.

2) Η διατύπωση «. . . η ενέργεια του συστήματος . . . » είναι ελλιπής.

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρεται στη **μηχανική ενέργεια** του συστήματος.

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Σε μία φθίνουσα ταλάντωση η σταθερά απόσβεσης b εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου και από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που ταλαντώνεται.

β) Η σύνθετη κίνηση στερεού σώματος μπορεί να μελετηθεί ως επαλληλία μιας μεταφορικής και μιας στροφικής κίνησης.

γ) Η ροή ενός ιδανικού ρευστού παρουσιάζει στροβίλους.

δ) Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις ο διεγέρτης αφαιρεί συνεχώς ενέργεια από το σύστημα μέσω της διεγείρουσας δύναμης.

ε) Η μονάδα μέτρησης της ροπής δύναμης ως προς σημείο ή άξονα είναι το 1 N/m.

Μονάδες 5

Απάντηση

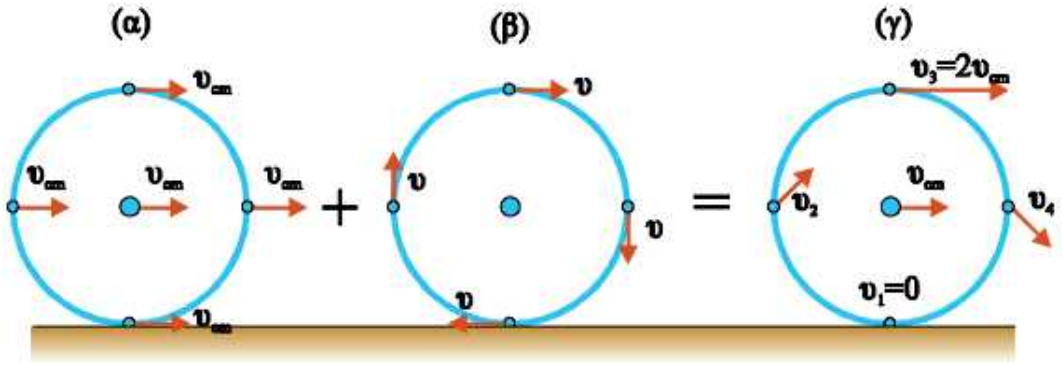
α) Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 18.

β) Σωστό (υπό προϋποθέσεις).

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδες 110,111 :

Η κύλιση ενός τροχού μπορεί να θεωρηθεί ως το αποτέλεσμα της επαλληλίας μιας μεταφορικής κίνησης, στην οποία όλα τα σημεία του τροχού, κάθε στιγμή, έχουν την ίδια ταχύτητα $\boldsymbol{\upsilon}_{cm}$ (σχ. 4.4α) και μιας στροφικής κίνησης, **γύρω από άξονα που περνάει από το κέντρο του τροχού και είναι κάθετος σ' αυτόν** (σχ. 4.4β).



σχήμα 4–4

Σχόλιο

Η διατύπωση δεν είναι ολοκληρωμένη.

Η στροφική κίνηση θεωρείται ότι γίνεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού και είναι κάθετος στο επίπεδο της κίνησης.

π.χ. η κύλιση ενός τροχού είναι μόνο στροφική κίνηση ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο επαφής του τροχού και είναι κάθετος σε αυτόν.

γ) Λάθος.

Η ροή ενός ιδανικού ρευστού είναι στρωτή και δεν παρουσιάζει στροβίλους.

δ) Λάθος.

Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις, ο διεγέρτης προσφέρει συνεχώς ενέργεια στο σύστημα μέσω της διεγείρουσας δύναμης.

ε) Λάθος.

Το μέτρο ης ροπής της δύναμης υπολογίζεται από τη σχέση : $\tau = F \cdot \ell$,

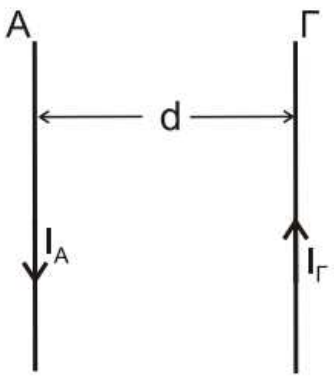
όπου ℓ η απόσταση του σημείου (ή του άξονα) από τον φορέα της δύναμης.

Από τη σχέση προκύπτει ότι η μονάδα μέτρησης της ροπής στο S.I. είναι το $1\ N \cdot m$.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δύο παράλληλοι ευθύγραμμοι ρευματοφόροι αγωγοί Α και Γ απείρου μήκους απέχουν απόσταση d και διαρρέονται από αντίρροπα συνεχή και σταθερά ηλεκτρικά ρεύματα, εντάσεων I_A και I_Γ αντίστοιχα, όπου $I_\Gamma = 3\, I_A$ (**Σχήμα 1**).

Ένας τρίτος ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός μήκους ℓ, παράλληλος με τους αγωγούς Α και Γ, που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με αυτούς και ισορροπεί, απέχει αποστάσεις r_A και r_Γ από τους αγωγούς Α και Γ αντίστοιχα.



Σχήμα 1

Ο αγωγός μήκους ℓ διαρρέεται από συνεχές και σταθερό ηλεκτρικό ρεύμα έντασης I που είναι ομόρροπο με το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό Α. Η απόσταση r_Γ είναι ίση με:

i. $\frac{d}{4}$ ii. $\frac{3d}{2}$ iii. $\frac{5d}{4}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

Απάντηση

Ο αγωγός Α ασκεί στον αγωγό μήκους ℓ ελκτική δύναμη μέτρου $F_A = K_\mu \frac{2I_A I}{r_A}\ell$, (1)

όπου r_A η απόσταση των δύο αγωγών.

Ο αγωγός Γ ασκεί στον αγωγό μήκους ℓ απωστική δύναμη μέτρου $F_\Gamma = K_\mu \frac{2I_\Gamma I}{r_\Gamma}\ell$, (2)

όπου r_Γ η απόσταση των δύο αγωγών.

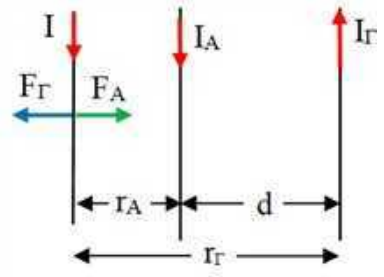
1η περίπτωση

Όταν τοποθετηθεί ο αγωγός μήκους ℓ αριστερά από τον αγωγό Α, τότε οι δυνάμεις που δέχεται από τους αγωγούς Α, Γ είναι αντίρροπες. Στη θέση ισορροπίας ισχύει :

$$F_A = F_\Gamma \xrightarrow{(1),(2)} K_\mu \frac{2I_A I}{r_A}\ell = K_\mu \frac{2I_\Gamma I}{r_\Gamma}\ell \Leftrightarrow \frac{I_A}{r_A} = \frac{I_\Gamma}{r_\Gamma} \xrightarrow{I_\Gamma = 3I_A} \frac{I_A}{r_A} = \frac{3I_A}{r_\Gamma} \Rightarrow r_A = \frac{r_\Gamma}{3}. \quad (3)$$

Ισχύει :

$$r_\Gamma - r_A = d \xrightarrow{(3)} r_\Gamma - \frac{r_\Gamma}{3} = d \Rightarrow \frac{2r_\Gamma}{3} = d \Rightarrow r_\Gamma = \frac{3d}{2}.$$

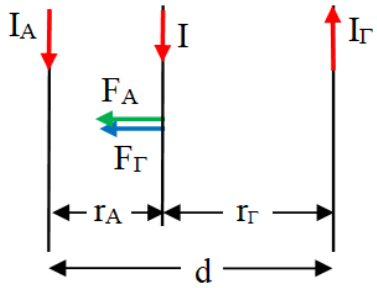


Σωστή απάντηση : ii).

2η περίπτωση

Όταν τοποθετηθεί ο αγωγός μήκους ℓ ανάμεσα στους αγωγούς Α, Γ τότε οι δυνάμεις που δέχεται από αυτούς είναι ομόρροπες, άρα δεν ισορροπεί :

$F_{ολ} = F_A + F_\Gamma \neq 0.$



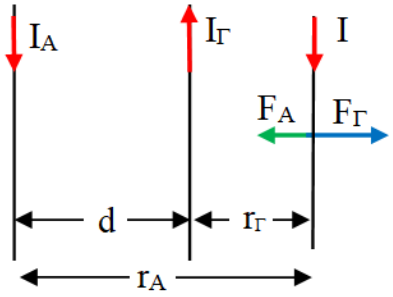
3η περίπτωση

Όταν τοποθετηθεί ο αγωγός μήκους ℓ δεξιά από τον αγωγό Γ, τότε οι δυνάμεις που δέχεται από αυτούς είναι αντίρροπες και σε κάθε θέση ισχύει : $\frac{F_A}{F_\Gamma} = \frac{I_A}{I_\Gamma} \cdot \frac{r_\Gamma}{r_A}.$ (4)

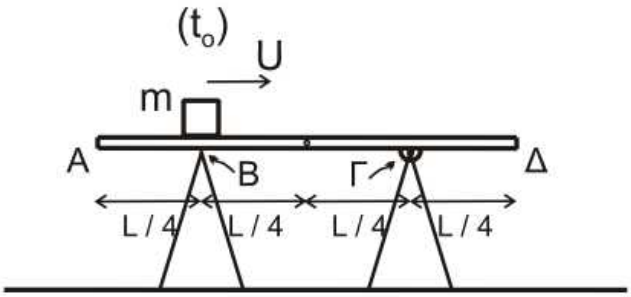
Αφού $I_A < I_\Gamma$ και $r_\Gamma < r_A \xrightarrow{(4)} \frac{F_A}{F_\Gamma} < 1 \Rightarrow F_A < F_\Gamma$.

Άρα : $F_{ολ} = F_\Gamma - F_A \neq 0$.

Επομένως, ο αγωγός δεν ισορροπεί σε καμία θέση δεξιά του Γ.



B2. Ομογενής λεία και άκαμπτη σανίδα, μικρού πάχους, μάζας Μ και μήκους L ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια δύο υποστηριγμάτων. Η κορυφή του ενός υποστηρίγματος συνδέεται μέσω άρθρωσης σε σημείο Γ της ράβδου, το οποίο απέχει από το άκρο της Δ απόσταση $\Gamma\Delta = \frac{L}{4}$.



Σχήμα 2

Η ράβδος ακουμπά στην κορυφή Β του άλλου στηρίγματος, το οποίο απέχει από το άκρο της Α απόσταση $AB = \frac{L}{4}$ (**Σχήμα 2**).

Ένας μικρός κύβος μάζας m = 2M, τη χρονική στιγμή $t_o = 0$, διέρχεται από το σημείο Β με σταθερή ταχύτητα U, κινούμενος προς τα δεξιά χωρίς τριβές. Η σανίδα ανατρέπεται τη χρονική στιγμή t_1, η οποία είναι ίση με

i. $\frac{3L}{4U}$ ii. $\frac{9L}{16U}$ iii. $\frac{5L}{8U}$.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

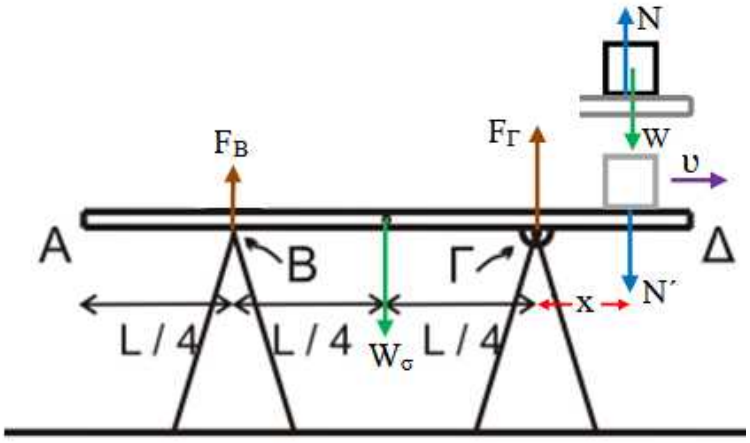
Μονάδες 6

Απάντηση

Για να περιστραφεί η σανίδα ως προς την άρθρωση πρέπει ο κύβος να βρεθεί δεξιά από το Γ, σε απόσταση x από αυτό.

Τη στιγμή t_1 που αρχίζει να περιστρέφεται η σανίδα χάνεται η επαφή της με το υποστήριγμα στο Β, άρα : $F_B = 0$.

Μέχρι τη θέση αυτή, ο κύβος και η σανίδα ισορροπούν.



<u>Κύβος</u>

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων :

$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow N - W = 0 \Leftrightarrow N = mg \Rightarrow N = 2Mg.$ (1)

<u>Σανίδα</u>

Σύμφωνα με τον 3ο νόμο του Newton, ο κύβος ασκεί στη σανίδα αντίθετη δύναμη $\vec{N}'$, μέτρου :

$N' = N \xrightarrow{(1)} N' = 2Mg.$ (2)

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το Γ :

$$\Sigma\tau_{(\Gamma)} = 0 \;\Leftrightarrow\; W_\sigma \cdot \frac{L}{4} - N' \cdot x = 0 \;\Leftrightarrow\; W_\sigma \cdot \frac{L}{4} = N' \cdot x \xrightarrow{(2)} Mg \cdot \frac{L}{4} = 2Mg \cdot x \;\Rightarrow\; x = \frac{L}{8}. \qquad (3)$$

Μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 ο κύβος διάνυσε απόσταση :

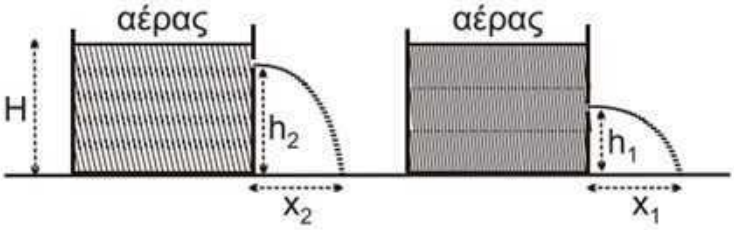
$$s = \frac{L}{2} + x \xrightarrow{(3)} s = \frac{L}{2} + \frac{L}{8} \;\Rightarrow\; s = \frac{5L}{8}. \qquad (4)$$

Ισχύει :

$$s = \upsilon t_1 \xrightarrow{(4)} \frac{5L}{8} = \upsilon t_1 \;\Leftrightarrow\; t_1 = \frac{5L}{8\upsilon}.$$

Σωστή απάντηση : iii.

B3. Δύο διαφορετικά ιδανικά υγρά 1 και 2 περιέχονται σε όμοια κυλινδρικά δοχεία που βρίσκονται σε οριζόντιο επίπεδο εντός του βαρυτικού πεδίου της γης. Το ύψος των υγρών και στα δύο δοχεία είναι ίσο με Η. Το δοχείο που περιέχει το υγρό 1 φέρει μικρή οπή στο πλευρικό τοίχωμα, σε ύψος h_1 από τη βάση του, ενώ το δοχείο με το υγρό 2, φέρει μικρή οπή στο πλευρικό τοίχωμα, σε ύψος h_2 από τη βάση του, με $h_2 > h_1$ (**Σχήμα 3**).



Σχήμα 3

Από τις δύο οπές εξέρχονται τα υγρά 1 και 2 αντίστοιχα. (Θεωρήστε ότι η ταχύτητα με την οποία κατεβαίνει η στάθμη των υγρών στα ανοιχτά δοχεία είναι αμελητέα, τα υγρά συμπεριφέρονται ως ιδανικά ρευστά και η ατμοσφαιρική πίεση παραμένει σταθερή).

Αν οι φλέβες των δύο υγρών πέφτουν στο οριζόντιο επίπεδο σε αποστάσεις x_1 και x_2 (βεληνεκή) από τα κατακόρυφα τοιχώματα και ισχύει $x_1 = x_2$, τότε η σχέση των δύο υψών h_1 και h_2 είναι:

i. $h_1 + h_2 = H$ ii. $h_1 + h_2 = \frac{3H}{2}$ iii. $h_1 + h_2 = \frac{5H}{3}$

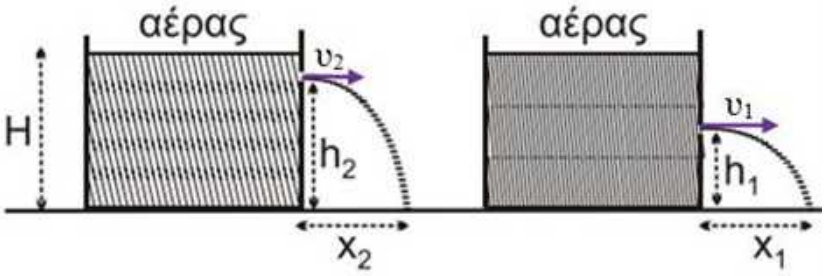
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση



δοχείο 1

Το μέτρο της ταχύτητας εκροής του υγρού από την οπή υπολογίζεται με το θεώρημα Torricelli :

$$\upsilon_1 = \sqrt{2g(H - h_1)}. \quad (1)$$

Μία στοιχειώδης ποσότητα υγρού που εξέρχεται από την οπή εκτελεί οριζόντια βολή από ύψος h_1.

<u>άξονας y</u>

$$h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \Leftrightarrow t_1^2 = \frac{2h_1}{g} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}. \quad (2)$$

<u>άξονας x</u>

$$x_1 = \upsilon_1 t_1 \xrightarrow{(1),\,(2)} x_1 = \sqrt{2g(H - h_1)} \cdot \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \Leftrightarrow x_1 = 2\sqrt{(H - h_1)h_1}. \quad (3)$$

Εναλλακτικός τρόπος

Εφαρμόζω την εξίσωση της τροχιάς :

$$y = \frac{g}{2\upsilon_1^2}\cdot x^2 \xrightarrow[(1)]{y=h_1,\ x=x_1} h_1 = \frac{g}{2\cdot 2g(H-h_1)}\cdot x_1^2 \Leftrightarrow x_1^2 = 4(H-h_1)h_1 \Rightarrow x_1 = 2\sqrt{(H-h_1)h_1}.$$

δοχείο 2

Με την ίδια διαδικασία, προκύπτει : $x_2 = 2\sqrt{(H-h_2)h_2}$. (4)

Αφού $x_1 = x_2 \xrightarrow{(3),\,(4)} (H-h_1)h_1 = (H-h_2)h_2 \Rightarrow Hh_1 - h_1^2 = Hh_2 - h_2^2 \Leftrightarrow h_2^2 - h_1^2 = Hh_2 - Hh_1$

$\Leftrightarrow (h_2-h_1)(h_2+h_1) = H(h_2-h_1) \xrightarrow{h_2 \neq h_1} h_1 + h_2 = H.$

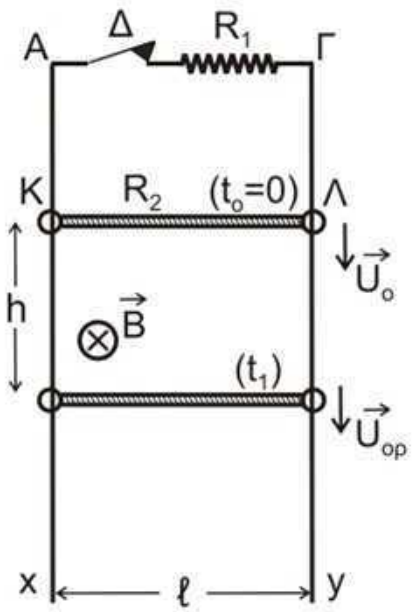
Σωστή απάντηση : i).

ΘΕΜΑ Γ

Οι κατακόρυφοι, μεγάλου μήκους, μεταλλικοί αγωγοί Αx και Γy απέχουν μεταξύ τους σταθερή απόσταση ℓ = 1m και έχουν αμελητέα ωμική αντίσταση. Τα άκρα Α και Γ συνδέονται με αντιστάτη ωμικής αντίστασης $R_1 = 2\Omega$. Στο τμήμα ΑΓ υπάρχει διακόπτης Δ, ο οποίος είναι κλειστός.

Ο αγωγός ΚΛ μήκους ℓ = 1m, μάζας m = 0,2kg και ωμικής αντίστασης $R_2 = 6\Omega$ έχει τα άκρα του ΚΛ πάνω στους κατακόρυφους αγωγούς Αx και Γy και είναι κάθετος σε αυτούς, (**Σχήμα 4**).

Όλη η διάταξη βρίσκεται σε περιοχή που επικρατεί οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$, μέτρου B = 2T, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στο επίπεδο του σχήματος με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.



Σχήμα 4

Ο αγωγός ΚΛ μπορεί να ολισθαίνει κατά μήκος των αγωγών Αx και Γy χωρίς τριβές, παραμένοντας συνεχώς οριζόντιος, χωρίς τα άκρα του Κ και Λ να χάνουν την επαφή με τους αγωγούς Αx και Γy. Αρχικά ο αγωγός είναι ακίνητος.

Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ εκτοξεύουμε τον αγωγό ΚΛ κατακόρυφα προς τα κάτω με αρχική ταχύτητα μέτρου $U_O = 12m/s$.

Γ1. Να βρείτε το μέτρο της επιτάχυνσης α του αγωγού αμέσως μετά την εκτόξευσή του (μονάδες 3) και την κατεύθυνσή της (μονάδες 2).

Μονάδες 5

Γ2. Τη χρονική στιγμή t_1, που ο αγωγός ΚΛ έχει μετατοπιστεί κατά h από την αρχική του θέση, έχει αποκτήσει οριακή ταχύτητα (U_{op}). Να υπολογίσετε το μέτρο της οριακής ταχύτητας.

Μονάδες 5

Γ3. Αν το φορτίο που πέρασε από μία διατομή του αγωγού ΚΛ από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίσο με 0,4C, να υπολογίσετε τη θερμότητα που παράχθηκε σε καθέναν από τους αντιστάτες R_1 και R_2 στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

Μονάδες 8

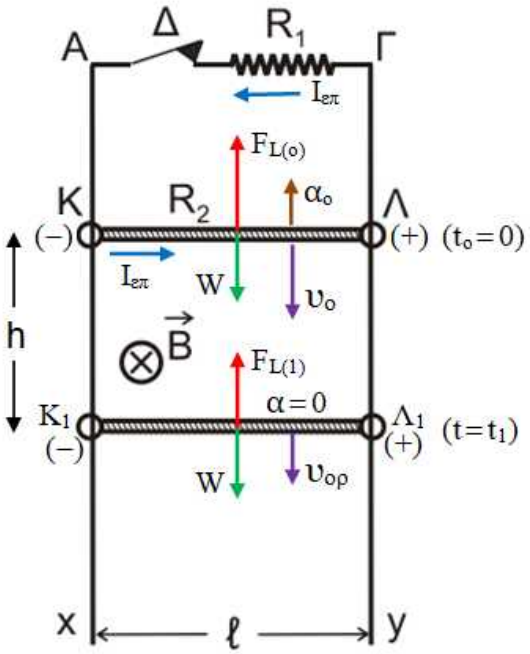
Γ4. Κάποια χρονική στιγμή t_2 ($t_2 > t_1$), που ο αγωγός ΚΛ κινείται με την οριακή του ταχύτητα, ανοίγουμε το διακόπτη Δ. Τη χρονική στιγμή $t_3 = t_2 + \Delta t$ ο αγωγός έχει μετατοπιστεί κατά $h_1 = 0,45m$ από τη θέση στην οποία βρισκόταν τη χρονική στιγμή t_2. Να υπολογίσετε το ρυθμό $(\frac{dK}{dt})$ με τον οποίο αυξάνεται η κινητική ενέργεια του αγωγού τη χρονική στιγμή t_3.

Μονάδες 7

- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\ m/s^2$
- Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Απάντηση

Γ1.



Από τη στιγμή που εκτοξεύτηκε η ράβδος ΚΛ, αυξάνεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο ΑΓΛΚ, με αποτέλεσμα να αναπτυχθεί ΗΕΔ από επαγωγή [(+) στο Λ, (–) στο Κ] μέτρου : $E_{\varepsilon\pi} = B\ell\upsilon$. * (1)

Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$, η επαγόμενη ΗΕΔ έχει μέτρο :

$E_{\varepsilon\pi\,(o)} = B\ell\upsilon_o = (2\cdot 1\cdot 12)\,V \Rightarrow E_{\varepsilon\pi\,(o)} = 24\,V.$

Την ίδια στιγμή το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης :

$$I_o = \frac{E_{\varepsilon\pi(o)}}{R_1 + R_2} = \frac{24\,V}{8\,\Omega} \Rightarrow I_o = 3\,A.$$

Στη ράβδο ΚΛ ασκείται δύναμη Laplace, κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω, μέτρου :

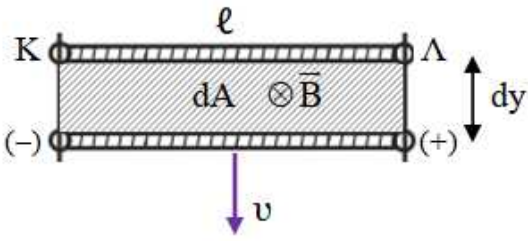
$$F_{L(o)} = B\ell I_o = (2\cdot 1\cdot 3)\,N \Rightarrow F_{L(o)} = 6\,N.$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ (θετική φορά προς τα κάτω) :

$$\Sigma F_o = m\alpha_o \Leftrightarrow mg - F_{L(o)} = m\alpha_o \Leftrightarrow \alpha_o = g - \frac{F_{L(o)}}{m} \Rightarrow \alpha_o = \left(10 - \frac{6}{0,2}\right)\frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha_o = -20\frac{m}{s^2}.$$

Επομένως, αμέσως μετά την εκτόξευση η ράβδος ΚΛ έχει επιτάχυνση μέτρου $|\alpha_o| = 20\frac{m}{s^2}$, κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω.

*** Απόδειξη**



Έστω ότι τη χρονική στιγμή t η ράβδος έχει ταχύτητα μέτρου υ.

Μέχρι τη χρονική στιγμή t + dt η ράβδος μετακινείται κατά dy και καλύπτει επιφάνεια εμβαδού $dA = \ell(dy)$.

Το μέτρο της επαγόμενης ΗΕΔ δίνεται από το νόμο της επαγωγής (Faraday) :

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{d\Phi}{dt} = B\frac{dA}{dt} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = B\ell\frac{dy}{dt} \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = B\ell\upsilon.$$

Γ2.

Σε μία τυχαία χρονική στιγμή t $(0 < t < t_1)$ που η ράβδος έχει ταχύτητα μέτρου υ, η ένταση του ρεύματος έχει τιμή :

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R_2} \xrightarrow{(1)} I_{\varepsilon\pi} = \frac{B\ell\upsilon}{R_1 + R_2}. \quad (2)$$

Η δύναμη Laplace έχει μέτρο : $F_L = B\ell I_{\varepsilon\pi} \xrightarrow{(2)} F_L = \dfrac{B^2\ell^2\upsilon}{R_1+R_2}.$ (3)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής (θετική φορά προς τα κάτω) :

$$\Sigma F = m\alpha \Leftrightarrow mg - F_L = m\alpha \Leftrightarrow \alpha = g - \frac{F_L}{m} \xrightarrow{(3)} \alpha = g - \frac{B^2\ell^2\upsilon}{m(R_1+R_2)} \xrightarrow{\alpha<0}$$

$$|\alpha| = \frac{B^2\ell^2\upsilon}{m(R_1+R_2)} - g. \quad (4)$$

Αφού η ράβδος επιβραδύνεται, το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται άρα και το μέτρο της επιβράδυνσης μειώνεται. Τη χρονική στιγμή t_1 μηδενίζεται το μέτρο της επιβράδυνσης και η ράβδος αποκτά σταθερή (οριακή) ταχύτητα $\upsilon_{o\rho}$.

$$\text{Για } \alpha = 0 \text{ και } \upsilon = \upsilon_{o\rho} \xrightarrow{(4)} \frac{B^2\ell^2\upsilon_{o\rho}}{m(R_1+R_2)} = g \Leftrightarrow \upsilon_{o\rho} = \frac{mg(R_1+R_2)}{B^2\ell^2} \Rightarrow \upsilon_{o\rho} = \frac{0,2\cdot 10\cdot 8}{4\cdot 1}\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \upsilon_{o\rho} = 4\frac{m}{s}.$$

Γ3.

Με εφαρμογή του νόμου Neumann, υπολογίζω την αύξηση της μαγνητικής ροής στο πλαίσο από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 :

$$q_{\varepsilon\pi} = \frac{\Delta\Phi}{R_{o\lambda}} \Leftrightarrow \Delta\Phi = q_{\varepsilon\pi}R_{o\lambda} \Rightarrow \Delta\Phi = (0,4C)(8\Omega) \Rightarrow \Delta\Phi = 3,2Wb.$$

Υπολογίζω την αύξηση του εμβαδού του πλαισίου :

$$\Delta\Phi = B(\Delta A) \Leftrightarrow \Delta A = \frac{\Delta\Phi}{B} \Rightarrow \Delta A = \frac{3,2Wb}{2T} \Rightarrow \Delta A = 1,6m^2.$$

Ισχύει : $\Delta A = h\ell \Leftrightarrow h = \dfrac{\Delta A}{\ell} \Rightarrow h = \dfrac{1,6m^2}{1m} \Rightarrow h = 1,6m.$

Θεωρώ ότι η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι μηδενική στη θέση που η ράβδος αποκτά την οριακή ταχύτητα και εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας :

$$K_o + U_o = K_1 + U_1 + Q \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 + mgh = \frac{1}{2}m\upsilon_{o\rho}^2 + 0 + Q \Leftrightarrow Q = \frac{1}{2}m(\upsilon_o^2 - \upsilon_{o\rho}^2) + mgh \Rightarrow$$

$$Q = \left[\frac{1}{2}\cdot 0,2(12^2 - 4^2) + 0,2\cdot 10\cdot 1,6\right]J \Rightarrow Q = 16J.$$

Οι αντιστάτες διαρρέονται κάθε στιγμή από ρεύμα ίδιας (μεταβαλλόμενης) έντασης, επομένως τα ποσά θερμότητας που αποβάλλονται από τους αντιστάτες στη χρονική διάρκεια $0 \longrightarrow t_1$ είναι ανάλογα με τις αντιστάσεις τους *, δηλαδή :

$$\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2}=\frac{1}{3} \Rightarrow Q_2=3Q_1. \quad (5)$$

Ισχύει :

$$Q_1+Q_2=Q \xrightarrow{(5)} Q_1+3Q_1=Q \Rightarrow 4Q_1=Q \Rightarrow Q_1=4J.$$

$$(5) \Rightarrow Q_2=12\ J.$$

* Απόδειξη

Σε χρονική διάρκεια dt αποβάλλονται από τους αντιστάτες (στοιχειώδη) ποσά θερμότητας :

$dQ_1=i_{\varepsilon\pi}^2R_1(dt)$, $dQ_2=i_{\varepsilon\pi}^2R_2(dt)$ αντίστοιχα.

Για τα ποσά θερμότητας που αποβάλλονται από τους αντιστάτες στη χρονική διάρκεια $0 \longrightarrow t_1$ ισχύουν οι σχέσεις : $Q_1=\sum_0^{t_1} i_{\varepsilon\pi}^2R_1(dt) \Rightarrow Q_1=R_1\sum_0^{t_1} i_{\varepsilon\pi}^2(dt)$, (I)

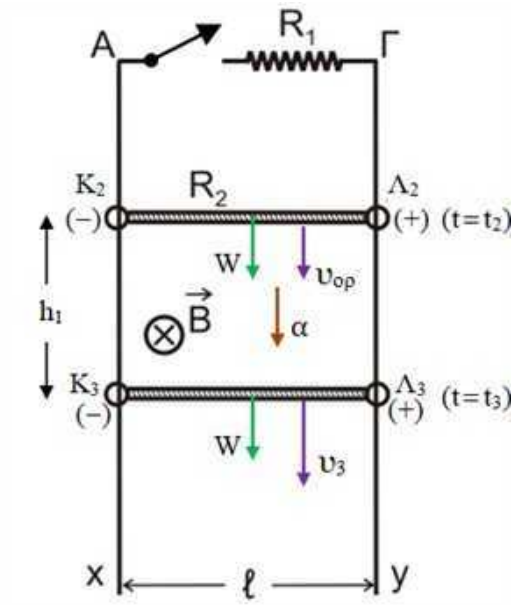
$$Q_2=\sum_0^{t_1} i_{\varepsilon\pi}^2R_2(dt) \Rightarrow Q_2=R_2\sum_0^{t_1} i_{\varepsilon\pi}^2(dt). \quad (II)$$

Διαιρώ κατά μέλη τις σχέσεις (I), (II) :

$$\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{R_1\sum_0^{t_1} i_{\varepsilon\pi}^2(dt)}{R_2\sum_0^{t_1} i_{\varepsilon\pi}^2(dt)} \Leftrightarrow \frac{Q_1}{Q_2}=\frac{R_1}{R_2}.$$

Γ4.

Από τη χρονική στιγμή t_2 διακόπτεται το ρεύμα στο κύκλωμα και η ράβδος ΚΛ κινείται με τη επίδραση του βάρους της. Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή της ράβδου από τη θέση της τη χρονική στιγμή t_2, στην οποία έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon_{o\rho}$, μέχρι τη θέση της τη χρονική στιγμή t_3, στην οποία έχει ταχύτητα μέτρου υ_3 :



$$K_3-K_2=\Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_3^2-\frac{1}{2}m\upsilon_{o\rho}^2=mgh_1 \Leftrightarrow$$

$$\upsilon_3^2=\upsilon_{o\rho}^2+2gh_1 \Rightarrow \upsilon_3=\sqrt{\upsilon_{o\rho}^2+2gh_1} \Rightarrow$$

$$\upsilon_3=\sqrt{4^2+2\cdot 10\cdot 0,45}\,\frac{m}{s}=\sqrt{25}\,\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_3=5\frac{m}{s}.$$

Από τη χρονική στιγμή t_3 μέχρι τη χρονική στιγμή $(t_3 + dt)$ η ράβδος μετακινείται κατακόρυφα κατά dh και το βάρος της παράγει έργο :

$dW = mg(dh).$ (6)

Σύμφωνα με το ΘΜΚΕ, η μεταβολή της κινητικής ενέργειας στη χρονική διάρκεια dt, είναι :

$dK = dW \xrightarrow{(6)} dK = mg(dh).$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας τη χρονική στιγμή t_3, είναι :

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_{t_3} = mg\left(\frac{dh}{dt}\right)_{t_3} = mg\upsilon_3 \Rightarrow \left(\frac{dK}{dt}\right)_{t_3} = (0,2\cdot 10\cdot 5)\frac{J}{s} \Rightarrow \left(\frac{dK}{dt}\right)_{t_3} = 10\frac{J}{s}.$$

Σχόλια

1) Στο ερώτημα Γ3 ζητείται το ποσό θερμότητας που αποβάλλεται από κάθε αντιστάτη, μέχρι η ράβδος να αποκτήσει την οριακή ταχύτητα, ενώ οι αντιστάτες διαρρέονται από ρεύμα μεταβαλλόμενης έντασης.

Σύμφωνα με τις οδηγίες που έχουν δοθεί από το ΙΕΠ, το ερώτημα Γ3 είναι εκτός ύλης.

➢ Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής και επιλύω τη διαφορική εξίσωση που προκύπτει :

$$\Sigma F = m\alpha \Leftrightarrow mg - F_L = m\alpha \xrightarrow{(3)} mg - \frac{B^2\ell^2\upsilon}{R_1 + R_2} = m\alpha \Rightarrow 2 - 0,5\upsilon = 0,2\alpha \Leftrightarrow \alpha + 2,5\upsilon - 10 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{d\upsilon}{dt} + 2,5(\upsilon - 4) = 0. \quad (I)$$

Αντικαθιστώ : $\upsilon - 4 = V.$ (II)

$$(I) \xrightarrow{(II)} \frac{dV}{dt} + 2,5V = 0 \Leftrightarrow \frac{dV}{dt} = -2,5V \Leftrightarrow \frac{dV}{V} = -2,5(dt) \Leftrightarrow \int\frac{dV}{V} = -2,5\int dt + C \Leftrightarrow$$

$$ln V = -2,5t + C. \quad (III)$$

Για $t = 0$ είναι $\upsilon = 12\frac{m}{s} \xrightarrow{(II)} V = 8\frac{m}{s} \xrightarrow{(III)} C = ln8.$ (IV)

$$(III),(IV) \Rightarrow ln V = -2,5t + ln8 \Leftrightarrow ln V - ln8 = -2,5t \Leftrightarrow ln\frac{V}{8} = -2,5t \Leftrightarrow \frac{V}{8} = e^{-2,5t} \Leftrightarrow$$

$$V = 8e^{-2,5t} \xrightarrow{(I)} \boxed{\upsilon = 4 + 8e^{-2,5t}}. \text{ (S.I.)} \quad (V)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (V), το μέτρο της ταχύτητας της ράβδου μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.

Η σταθερά χρόνου της εκθετικής συνάρτησης είναι : $\tau = \frac{1}{2,5}s = 0,4s.$

* Για $t = 0 \xrightarrow{(V)} \upsilon = (4 + 8\cdot 1)\frac{m}{s} = 12\frac{m}{s}.$

* Για $t \to \infty \xrightarrow{(V)} \upsilon = (4 + 8\cdot 0)\frac{m}{s} = 4\frac{m}{s}.$

Η εξίσωση (V) γράφεται :

$$\frac{dy}{dt}=4+8e^{-2,5t} \Leftrightarrow dy=4(dt)+8e^{-2,5t}(dt) \Rightarrow \int dy=4\int dt+8\int e^{-2,5t}(dt)+C' \Rightarrow$$

$$y=4t-3,2e^{-2,5t}+C'. \quad (VI)$$

Για $t=0$ και $y=0 \xrightarrow{(VI)} C'=3,2.$

Επομένως, η σχέση (VI), γράφεται : $\boxed{y=4t-3,2\left(e^{-2,5t}-1\right)}$. (S.I.) (VII)

Για $t=5\tau=2\,s \xrightarrow{(VII)} y_{o\rho}=\left[4\cdot 2-3,2\left(e^{-5}-1\right)\right]m\cong(8+3,2)m \Rightarrow y_{o\rho}\cong 11,2\,m.$

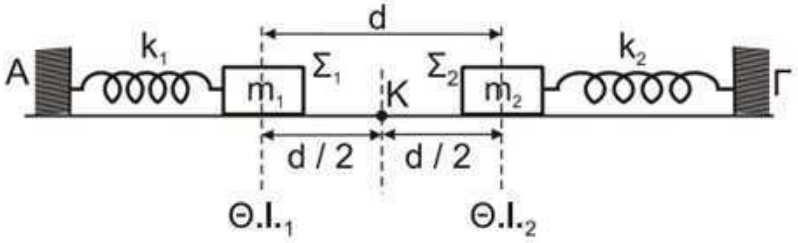
Στην περίπτωση αυτή, το φορτίο που πέρασε από μία διατομή του αγωγού είναι (προσεγγιστικά) :

$$q_{\varepsilon\pi}=\frac{\Delta\Phi}{R_{o\lambda}}=\frac{B\ell y_{o\rho}}{R_{o\lambda}}\cong\frac{2\cdot 1\cdot 11,2}{8}C \Rightarrow q_{\varepsilon\pi}\cong 2,8\,C.$$

Η τιμή που δίνεται από την εκφώνηση ($q_{\varepsilon\pi}=0,4$ C) απέχει σημαντικά από αυτή που υπολογίστηκε προηγουμένως, γεγονός που δείχνει ότι η επιτροπή εξετάσεων έδωσε μία τυχαία τιμή για το επαγωγικό φορτίο, χωρίς προηγουμένως να το υπολογίσει (έστω κατά προσέγγιση).

ΘΕΜΑ Δ

Σώμα Σ_1 με μάζα $m_1 = 5kg$ ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, συνδεδεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k_1 = 80N/m$, του οποίου το άλλο άκρο είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο Α. Όμοια, σώμα Σ_2 με μάζα $m_2 = 12kg$, ηρεμεί πάνω στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, συνδεδεμένο στο άκρο ενός άλλου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k_2 = 300N/m$, του οποίου το άλλο άκρο είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο Γ (**Σχήμα 5**). Τα σώματα στις θέσεις ισορροπίας τους ($Θ.Ι._1$) και ($Θ.Ι._2$) απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 0,6m$.



Σχήμα 5

Δ1. Αν τα σώματα Σ_1 και Σ_2 εκτελούσαν απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά ταλάντωσης $D_1 = k_1$ και $D_2 = k_2$, να υπολογίσετε την περίοδο τους.

Μονάδες 4

Απομακρύνουμε το σώμα Σ_1 από τη θέση ισορροπίας του προς τα αριστερά κατά μήκος $d_1 = 0,6m$ και το σώμα Σ_2 από τη θέση ισορροπίας του προς τα δεξιά κατά μήκος $d_2 = 0,2\sqrt{3}m$. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ αφήνουμε τα σώματα Σ_1 και Σ_2 ελεύθερα να κινηθούν.

Δ2. Θεωρώντας θετική φορά από το Α προς το Γ, να γράψετε τις εξισώσεις για τις απομακρύνσεις των δύο σωμάτων από τις θέσεις ισορροπίας τους και τις ταχύτητές τους, σε συνάρτηση με τον χρόνο t.

Μονάδες 5

Δ3. Αποδείξτε ότι τα δύο σώματα θα συγκρουστούν στο μέσον Κ των αρχικών θέσεων ισορροπίας.

Μονάδες 6

Δ4. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Υπολογίστε τις ταχύτητες των δύο σωμάτων αμέσως πριν και αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

Δ5. Να δείξετε ότι στη συνέχεια τα δύο σώματα συγκρούονται ξανά στο σημείο Κ.

Μονάδες 3

Απάντηση

Δ1.

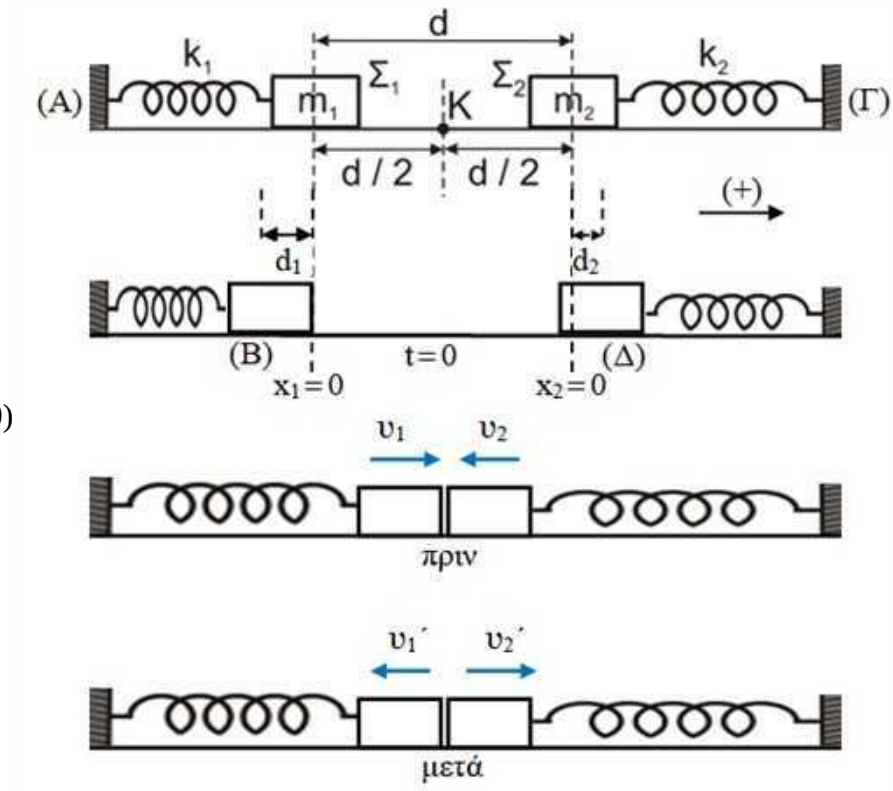
Σώμα Σ_1

Η περίοδος της ΑΑΤ είναι : $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}} \Rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{5}{80}}s = \frac{2\pi}{4}s \Rightarrow T_1 = \frac{\pi}{2}s.$

Σώμα Σ_1

Η περίοδος της ΑΑΤ είναι : $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k_2}} \Rightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{12}{300}}s \Rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{5}s.$

Δ2.



<u>Σώμα Σ_1</u>

Θεωρώ άξονα $x_1'x_1$ που έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου 1 και αρχή τη θέση ισορροπίας του Σ_1.

Στη θέση ισορροπίας $(x_1 = 0)$ το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος, ενώ τη στιγμή που αφήνεται το σώμα (t = 0) βρίσκεται στην ακραία θέση Β, με απομάκρυνση $x_1 = -A_1$.

Άρα το πλάτος της ΑΑΤ είναι $A_1 = d_1 = 0{,}6$ m.

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ έχει τιμή : $\omega_1 = \dfrac{2\pi}{T_1} = \dfrac{2\pi}{\frac{\pi}{2}\text{s}} = 4\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Η εξίσωση της ΑΑΤ έχει τη γενική μορφή : $x_1 = A_1\eta\mu(\omega_1 t + \varphi_{o,1})$. (1)

Για $t = 0$ και $x_1 = -0{,}6$ m $\xrightarrow{(1)}$ $-0{,}6 = 0{,}6\eta\mu\varphi_{o,1} \Leftrightarrow \eta\mu\varphi_{o,1} = -1 \Rightarrow \varphi_{o,1} = \dfrac{3\pi}{2}$.

Αντικαθιστώντας τις τιμές στη σχέση (1) προκύπτει η εξίσωση της ΑΑΤ του Σ_1 :

$$x_1 = 0{,}6\eta\mu\left(4t + \frac{3\pi}{2}\right). \text{ (S.I.)} \qquad (2)$$

Η εξίσωση της ταχύτητας του Σ_1 είναι :

$$\upsilon_1 = \omega_1 A_1 \sigma\upsilon\nu(\omega_1 t + \varphi_{o,1}) \Rightarrow \upsilon_1 = 2{,}4\sigma\upsilon\nu\left(4t + \frac{3\pi}{2}\right). \text{ (S.I.)} \qquad (3)$$

<u>Σώμα Σ_2</u>

Θεωρώ άξονα $x_2'x_2$ που έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου 2 και αρχή τη θέση ισορροπίας του Σ_2.

Στη θέση ισορροπίας $(x_2 = 0)$ το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος, ενώ τη στιγμή που αφήνεται το σώμα βρίσκεται στην ακραία θέση Δ, με απομάκρυνση $x_2 = +A_2$.

Άρα το πλάτος τη; ΑΑΤ είναι : $A_2 = d_2 = 0{,}2\sqrt{3}$ m.

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ έχει τιμή : $\omega_2 = \dfrac{2\pi}{T_2} = \dfrac{2\pi}{\frac{2\pi}{5}\text{s}} = 5\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Η εξίσωση της ΑΑΤ έχει τη γενική μορφή : $x_2 = A_2\eta\mu(\omega_2 t + \varphi_{o,2})$. (4)

Για $t = 0$ και $x_2 = +0,2\sqrt{3}\,m \xrightarrow{(4)} 0,2\sqrt{3} = 0,2\sqrt{3}\eta\mu\varphi_{o,2} \Leftrightarrow \eta\mu\varphi_{o,2} = 1 \Rightarrow \varphi_{o,2} = \frac{\pi}{2}$.

Αντικαθιστώντας τις τιμές στη σχέση (4) προκύπτει η εξίσωση της ΑΑΤ του Σ_2 :

$$x_2 = 0,2\sqrt{3}\eta\mu\left(5t + \frac{\pi}{2}\right).\ (S.I.) \qquad (5)$$

Η εξίσωση της ταχύτητας του Σ_2 είναι :

$$\upsilon_2 = \omega_2 A_2 \sigma\upsilon\nu(\omega_2 t + \varphi_{o,2}) \Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\left(5t + \frac{\pi}{2}\right).\ (S.I.) \qquad (6)$$

Δ3.

Σώμα Σ_1

Τη χρονική στιγμή t_1 που φτάνει το Σ_1 για 1η φορά στο Κ, είναι :

$$x_1 = \frac{d}{2} \xrightarrow{(2)} 0,3 = 0,6\eta\mu\left(4t + \frac{3\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \eta\mu\left(4t + \frac{3\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow 4t + \frac{3\pi}{2} = \begin{cases} 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} & (7) \\ \text{ή} & \\ 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} & (8) \end{cases}$$

Για $\kappa = 1 \xrightarrow{(7)} 4t_1 + \frac{3\pi}{2} = \frac{13\pi}{6} \Rightarrow 4t_1 = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{6}s$.

Για $\kappa = 1 \xrightarrow{(8)} 4t_1' + \frac{3\pi}{2} = \frac{17\pi}{6} \Rightarrow 4t_1' = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow t_1' = \frac{\pi}{3}s > t_1$, απορρίπτεται.

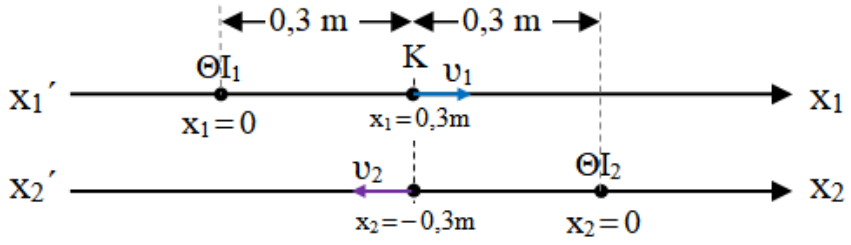
Σώμα Σ_2

Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{6}s$ το Σ_2 έχει απομάκρυνση :

$$x_2 = 0,2\sqrt{3}\eta\mu\left(5t_1 + \frac{\pi}{2}\right)m = 0,2\sqrt{3}\eta\mu\left(\frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right)m = 0,2\sqrt{3}\eta\mu\left(\frac{4\pi}{3}\right)m = 0,2\sqrt{3}\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)m \Rightarrow$$

$$x_2 = -0,3\,m.$$

Δηλαδή, τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{6}s$ τα δύο σώματα βρίσκονται στο Κ, κινούμενα προς αντίθετες φορές και επομένως θα συγκρουστούν.



Δ4.

Πριν την κρούση

Σ_1

$$\text{Για } t=\frac{\pi}{6}s \xrightarrow{(3)} \upsilon_1=2,4\sigma\upsilon\nu\left(4\cdot\frac{\pi}{6}+\frac{3\pi}{2}\right)\frac{m}{s}=2,4\sigma\upsilon\nu\left(2\pi+\frac{\pi}{6}\right)\frac{m}{s}=2,4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_1=1,2\sqrt{3}\frac{m}{s}.$$

Σ_2

$$\text{Για } t=\frac{\pi}{6}s \xrightarrow{(6)} \upsilon_2=\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\left(5\cdot\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}\right)\frac{m}{s}=\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\left(\frac{4\pi}{3}\right)\frac{m}{s}=\sqrt{3}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_2=-0,5\sqrt{3}\frac{m}{s}.$$

Μετά την κρούση

Σ_1

Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας αμέσως μετά την κεντρική ελαστική κρούση, είναι :

$$\upsilon_1'=\frac{(m_1-m_2)\cdot\upsilon_1+2m_2\upsilon_2}{m_1+m_2}=\frac{(5-12)\cdot1,2\sqrt{3}+2\cdot12\cdot(-0,5\sqrt{3})}{5+12}\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_1'=-1,2\sqrt{3}\frac{m}{s}.$$

Σ_2

Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας αμέσως μετά την κεντρική ελαστική κρούση, είναι :

$$\upsilon_2'=\frac{2m_1\upsilon_1+(m_2-m_1)\upsilon_2}{m_1+m_2}=\frac{2\cdot5\cdot1,2\sqrt{3}+(12-5)\cdot(-0,5\sqrt{3})}{5+12}\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_2'=0,5\sqrt{3}\frac{m}{s}.$$

Δ5.

Παρατηρώ ότι η ταχύτητα κάθε σώματος αμέσως μετά την κρούση είναι αντίθετη από την ταχύτητά του ελάχιστα πριν την κρούση : $\upsilon_1'=-\upsilon_1$, $\upsilon_2'=-\upsilon_2$.

Επομένως, το πλάτος ταλάντωσης κάθε σώματος μετά την κρούση είναι ίσο με το πλάτος ταλάντωσης πριν την κρούση *.

Αφού οι θέσεις ισορροπίας δεν αλλάζουν άρα και οι ακραίες θέσεις της ταλάντωσης κάθε σώματος δεν μεταβάλλονται.

* Απόδειξη

Σ_1

$$\left.\begin{aligned}E_1&=\frac{1}{2}k_1A_1^2=\frac{1}{2}kx_1^2+\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2\\E_1'&=\frac{1}{2}k_1A_1'^2=\frac{1}{2}kx_1^2+\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2\end{aligned}\right\}\xrightarrow{\upsilon_1'=-\upsilon_1} A_1'=A_1.$$

(Όμοια για το Σ_2)

Σ_1

Οι χρονικές διάρκειες των διαδρομών Κ ⟶ Β, Β ⟶ Κ είναι ίσες : $\Delta t_{K\to B} = \Delta t_{B\to K} = t_1 = \frac{\pi}{6}s.$

Το χρονικό διάστημα που θα χρειαστεί για να μεταβεί από τη θέση Κ της κρούσης στην ακραία θέση Β και να επιστρέψει (διαδρομή Κ ⟶ Β ⟶ Κ), είναι : $\Delta t_1 = 2t_1 = \frac{\pi}{3}s.$

Σ_2

Οι χρονικές διάρκειες των διαδρομών Κ ⟶ Δ, Δ ⟶ Κ είναι ίσες : $\Delta t_{K\to \Delta} = \Delta t_{\Delta\to K} = t_1 = \frac{\pi}{6}s.$

Το χρονικό διάστημα που θα χρειαστεί για να μεταβεί από τη θέση Κ της κρούσης στην ακραία θέση Δ και να επιστρέψει (διαδρομή Κ ⟶ Δ ⟶ Κ), είναι : $\Delta t_2 = 2t_1 = \frac{\pi}{3}s.$

➢ Άρα, τα σώματα θα επιστρέψουν συγχρόνως στη θέση Κ, όπου θα ξανασυγκρουστούν.

Σχόλια

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι :

1) τα σώματα θεωρούνται σημειακά.

Οι μάζες των σωμάτων είναι πολύ μεγάλες και οι διαστάσεις τους (όπως φαίνονται στο σχήμα) είναι συγκρίσιμες με τις αποστάσεις d, d_1, d_2, ώστε τα σώματα να θεωρηθούν σημειακά.

Επίσης, οι αποστάσεις d, d/2 στο σχήμα έπρεπε να μετρηθούν από τις πλησιέστερες κατακόρυφες έδρες των σωμάτων και όχι από τα κέντρα μάζας τους.

2) οι άξονες των ελατηρίων και τα κέντρα μάζας των σωμάτων βρίσκονται στην ίδια οριζόντια ευθεία (άξονας x).

3) **για την περιγραφή της κίνησης κάθε σώματος πρέπει να θεωρηθεί ότι η αρχή του άξονα x ταυτίζεται με τη θέση ισορροπίας του σώματος (δηλαδή πρέπει να χρησιμοποιηθούν δύο άξονες $x_1'x_1$, $x_2'x_2$ που έχουν ίδια διεύθυνση και φορά και διαφορετική αρχή).**

Αν για την περιγραφή της κίνησης χρησιμοποιηθεί ένας άξονας x που έχει αρχή τη θέση ισορροπίας του Σ_1, τότε οι εξισώσεις απομάκρυνσης θα είναι :

$x_1 = A_1\eta\mu\left(\omega_1 t + \varphi_{o,1}\right),$ (9)

$x_2 = d + A_2\eta\mu\left(\omega_2 t + \varphi_{o,2}\right).$ (10)

Στην περίπτωση αυτή, **η κίνηση του Σ_2 δεν είναι απλή αρμονική ταλάντωση**.

Απόδειξη

Η εξίσωση της ταχύτητας του Σ_2 θα είναι :

$$\upsilon_2 = \frac{dx_2}{dt} \xrightarrow{(10)} \upsilon_2 = \omega_2 A_2 \,\text{συν}\left(\omega_2 t + \varphi_{o,2}\right). \ \text{(S.I.)} \qquad (11)$$

Η εξίσωση της συνισταμένης δύναμης είναι :

$$\Sigma F_2 = m_2 \frac{d\upsilon_2}{dt} \xrightarrow{(11)} \Sigma F_2 = -m_2\omega_2^2 A_2 \eta\mu\left(\omega_2 t + \varphi_{o,2}\right) \xrightarrow{(10)} \Sigma F_2 = -m_2\omega_2^2\left(x_2 - d\right) \Rightarrow$$

$$\Sigma F_2 = -k_2 x_2 + k_2 d.$$

Η τελευταία σχέση δεν είναι της μορφής $\Sigma F = -D\cdot x$, άρα η κίνηση του Σ_2 δεν είναι ΑΑΤ.

ΠΑΛΑΙΟ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 10 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2020
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης σώματος μάζας m με ιδανικό ελατήριο σταθεράς K, δίνεται από τη σχέση: $x = Aημ(\sqrt{\frac{2K}{m}}\, t + \varphi_0)$, όπου A το σταθερό πλάτος. Η παραπάνω ταλάντωση είναι

α) φθίνουσα.
β) ελεύθερη.
γ) εξαναγκασμένη σε συντονισμό.
δ) εξαναγκασμένη αλλά όχι σε συντονισμό.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης έχει τη μορφή : $x = Aημ(\omega t + \varphi_o)$.

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι : $\omega = \sqrt{\frac{2K}{m}}$.

Η γωνιακή ιδιοσυχνότητα του συστήματος σώμα – ελατήριο δίνεται από τη σχέση : $\omega_o = \sqrt{\frac{K}{m}}$.

Αφού το πλάτος είναι σταθερό, η ταλάντωση δεν είναι φθίνουσα. [α) : Λάθος]

Αν η ταλάντωση ήταν ελεύθερη, θα ίσχυε : $\omega = \omega_o$. [β) : Λάθος]

Αφού Α = σταθερό και $\omega \neq \omega_o$, **η ταλάντωση είναι εξαναγκασμένη** και το σύστημα βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση, **αλλά όχι σε συντονισμό**. [γ) : Λάθος, δ) : Σωστό]

Α2. Ένα σώμα κάνει ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιου πλάτους Α, ίδιας διεύθυνσης και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι συχνότητες των δύο ταλαντώσεων είναι $f_1 = 398Hz$ και $f_2 = 402Hz$. Στην παραγόμενη σύνθετη κίνηση και σε χρονικό διάστημα ενός δευτερολέπτου το πλάτος μεγιστοποιείται

α) 400 φορές. **γ)** 2 φορές.
β) 4 φορές. **δ)** 800 φορές.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η περίοδος του διακροτήματος είναι : $T_\delta = \dfrac{1}{f_2 - f_1} = \dfrac{1}{(402-398)\,Hz} \Rightarrow T_\delta = \dfrac{1}{4}\,s.$

Σε χρονική διάρκεια $\Delta t_1 = T_\delta$, το πλάτος μεγιστοποιείται 1 φορά.

Άρα, ο αριθμός των μεγίστων του πλάτους σε χρονική διάρκεια $\Delta t = 1$ s είναι :

$$N = \frac{\Delta t}{T_\delta} \Rightarrow N = \frac{1s}{\frac{1}{4}s} \Rightarrow N = 4.$$

Σωστή απάντηση : β).

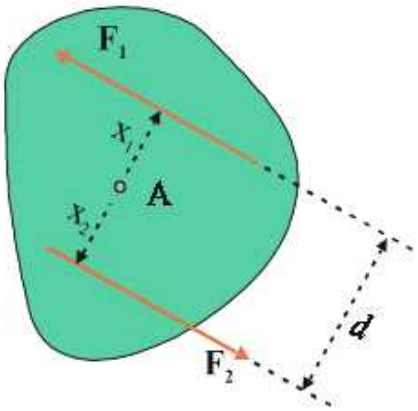
Α3. Ένα στερεό σώμα αρχικά ακίνητο, δέχεται μόνο 2 δυνάμεις την $\vec{F}_1$ και την $\vec{F}_2$, που είναι αντίθετες και δεν έχουν τον ίδιο φορέα. Το παραπάνω σώμα

α) θα παραμείνει ακίνητο.
β) θα εκτελέσει μόνο στροφική κίνηση.
γ) θα εκτελέσει μόνο μεταφορική κίνηση.
δ) θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση που αποτελείται από μία μεταφορική και μία στροφική.

Μονάδες 5

Απάντηση

Υποθέτω ότι το στερεό είναι ελεύθερο να μεταφερθεί καθώς και να περιστραφεί ως προς οποιοδήποτε σημείο του.



Αν ασκηθούν ταυτόχρονα στο ελεύθερο στερεό δύο αντίθετες δυνάμεις $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ $\left(\vec{F}_1 = -\vec{F}_2\right)$ οι οποίες δεν έχουν τον ίδιο φορέα (ζεύγος δυνάμεων), τότε οι δυνάμεις προκαλούν ροπή, μέτρου $\tau = F \cdot d$, όπου d η απόσταση των φορέων των δύο δυνάμεων (μοχλοβραχίονας του ζεύγους), με αποτέλεσμα την περιστροφή του στερεού.

Η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο : $\Sigma F = F - F = 0$.

Επομένως, το στερεό δεν θα εκτελέσει μεταφορική κίνηση αλλά μόνο στροφική κίνηση.

Σωστή απάντηση : β).

Σχόλιο

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει στη αρχή : «Ένα **ελεύθερο** στερεό σώμα . . . ».

Αν το στερεό έχει σταθερό άξονα περιστροφής ο οποίος βρίσκεται στο επίπεδο που ορίζουν οι φορείς των δυνάμεων και δεν είναι παράλληλος με αυτές, η ροπή του ζεύγους ως προς τον άξονα είναι μηδενική και το στερεό θα παραμείνει ακίνητο, άρα είναι σωστή η απάντηση α).

Α4. Σε κάθε κρούση δύο σωμάτων που αποτελούν μονωμένο σύστημα

α) διατηρείται η ορμή του συστήματος.

β) διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος.

γ) διατηρείται και η ορμή και η μηχανική ενέργεια του συστήματος.

δ) δεν διατηρείται η ορμή, ούτε η μηχανική ενέργεια του συστήματος.

Μονάδες 5

Απάντηση

Υποθέτω ότι η έκφραση «μονωμένο σύστημα» σημαίνει **δυναμικά μονωμένο** σύστημα σωμάτων, δηλαδή η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στο σύστημα είναι μηδενική : $\Sigma F_{\varepsilon\xi} = 0$.

Από τον 2ο νόμο του Newton για το σύστημα, προκύπτει :

$$\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = \frac{\Delta\vec{p}_{ολ}}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \Delta\vec{p}_{ολ} = 0 \Rightarrow \vec{p}_{ολ} = \text{σταθερή}.$$

Άρα, **η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή**.

Η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται μόνο στην περίπτωση της ελαστικής κρούσης.

Σωστή απάντηση : α).

Σχόλιο

Η εκφώνηση έπρεπε να διευκρινίζει ότι το σύστημα είναι **δυναμικά** μονωμένο.

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Σε μία φθίνουσα ταλάντωση, η σταθερά απόσβεσης b εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου και από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που ταλαντώνεται.

β) Η σύνθετη κίνηση στερεού σώματος μπορεί να μελετηθεί ως επαλληλία μιας μεταφορικής και μιας στροφικής κίνησης.

γ) Η ροή ενός ιδανικού ρευστού παρουσιάζει στροβίλους.

δ) Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις ο διεγέρτης αφαιρεί συνεχώς ενέργεια από το σύστημα μέσω της διεγείρουσας δύναμης.

ε) Η μονάδα μέτρησης της ροπής δύναμης ως προς σημείο ή άξονα είναι το 1 $\mathbf{N \cdot m^{-1}}$.

Μονάδες 5

Απάντηση

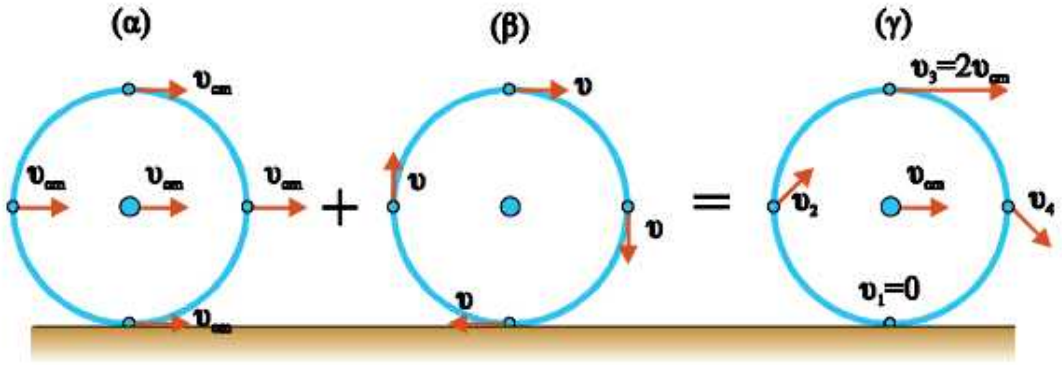
α) Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 18.

β) Σωστό (υπό προϋποθέσεις).

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδες 110,111 :

Η κύλιση ενός τροχού μπορεί να θεωρηθεί ως το αποτέλεσμα της επαλληλίας μιας μεταφορικής κίνησης, στην οποία όλα τα σημεία του τροχού, κάθε στιγμή, έχουν την ίδια ταχύτητα $\boldsymbol{\upsilon}_{cm}$ (σχ. 4.4α) και μιας στροφικής κίνησης, **γύρω από άξονα που περνάει από το κέντρο του τροχού και είναι κάθετος σ' αυτόν** (σχ. 4.4β).



σχήμα 4–4

Σχόλιο

Η διατύπωση δεν είναι ολοκληρωμένη.

Η στροφική κίνηση θεωρείται ότι γίνεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού και είναι κάθετος στο επίπεδο της κίνησης.

π.χ. η κύλιση ενός τροχού είναι μόνο στροφική κίνηση ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο επαφής του τροχού και είναι κάθετος σε αυτόν.

γ) Λάθος.

Η ροή ενός ιδανικού ρευστού είναι στρωτή και δεν παρουσιάζει στροβίλους.

δ) Λάθος.

Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις, ο διεγέρτης προσφέρει συνεχώς ενέργεια στο σύστημα μέσω της διεγείρουσας δύναμης.

ε) Λάθος.

Το μέτρο ης ροπής της δύναμης υπολογίζεται από τη σχέση : $\tau = F \cdot \ell$,

όπου ℓ η απόσταση του σημείου (ή του άξονα) από τον φορέα της δύναμης.

Από τη σχέση προκύπτει ότι η μονάδα μέτρησης της ροπής στο S.I. είναι το $1\ N \cdot m$.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς τη θέση μέγιστης απομάκρυνσης. Αν Δt_1 είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να κινηθεί το σώμα από τη θέση ισορροπίας (x=0) μέχρι τη θέση $x_1 = +\frac{A}{2}$ και Δt_2 είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να κινηθεί το σώμα από τη θέση $x_1 = +\frac{A}{2}$ έως τη θέση $x_2 = +A$, τότε ο λόγος $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}$ είναι ίσος με:

i) 1 ii) 2 iii) $\frac{1}{2}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Τη χρονική στιγμή t = 0 το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας (x = 0) κινούμενο προς τη θέση x = A, άρα η ταλάντωση δεν έχει αρχική φάση ($\varphi_o = 0$).

Επομένως, η εξίσωση της απομάκρυνσης έχει τη μορφή : $x = A\eta\mu(\omega t)$.

Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα έχει (για 1η φορά) απομάκρυνση $x_1 = \frac{A}{2}$.

Ισχύει :

$$\frac{A}{2} = A\eta\mu(\omega t_1) \Leftrightarrow \eta\mu(\omega t_1) = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{12} \\ \text{ή} \\ \frac{2\pi}{T} t_1' = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow t_1' = \frac{5T}{12} > t_1 \quad (\text{απορρίπτεται}) \end{cases}$$

Επομένως : $\Delta t_1 = t_1 = \frac{T}{12}$. (1)

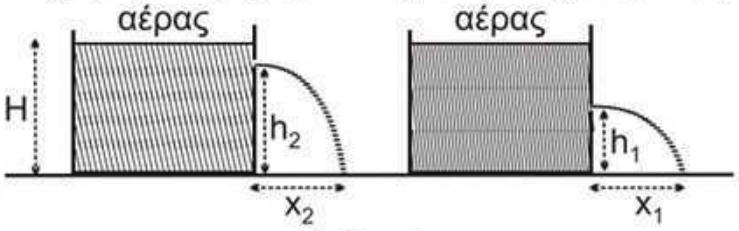
Τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{T}{4}$ το σώμα έχει (για 1η φορά) απομάκρυνση $x_2 = A$.

Το χρονικό διάστημα για τη μετάβαση από τη θέση $x_1 = \frac{A}{2}$ στη θέση $x_2 = A$, είναι :

$$\Delta t_2 = t_2 - t_1 = \frac{T}{4} - \frac{T}{12} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{T}{6}. \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{\frac{T}{12}}{\frac{T}{6}} \Rightarrow \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{1}{2}.$$

Β2. Δυο διαφορετικά ιδανικά υγρά 1 και 2 περιέχονται σε όμοια κυλινδρικά δοχεία που βρίσκονται σε οριζόντιο επίπεδο εντός του βαρυτικού πεδίου της γης. Το ύψος των υγρών και στα δύο δοχεία είναι ίσο με Η. Το δοχείο που περιέχει το υγρό 1 φέρει μικρή οπή στο πλευρικό τοίχωμα, σε ύψος h_1 από τη βάση του, ενώ το δοχείο με το υγρό 2, φέρει μικρή οπή στο πλευρικό τοίχωμα, σε ύψος h_2 από τη βάση του, με $h_2 > h_1$ (**Σχήμα 3**).



Σχήμα 3

Από τις δύο οπές εξέρχονται τα υγρά 1 και 2 αντίστοιχα. (Θεωρήστε ότι η ταχύτητα με την οποία κατεβαίνει η στάθμη των υγρών στα ανοιχτά δοχεία είναι αμελητέα, τα υγρά συμπεριφέρονται ως ιδανικά ρευστά και η ατμοσφαιρική πίεση παραμένει σταθερή).

Αν οι φλέβες των δύο υγρών πέφτουν στο οριζόντιο επίπεδο σε αποστάσεις x_1 και x_2 (βελησνεκή) από τα κατακόρυφα τοιχώματα και ισχύει $x_1 = x_2$, τότε η σχέση των δύο υψών h_1 και h_2 είναι:

i. $h_1 + h_2 = H$ ii. $h_1 + h_2 = \frac{3H}{2}$ iii. $h_1 + h_2 = \frac{5H}{3}$

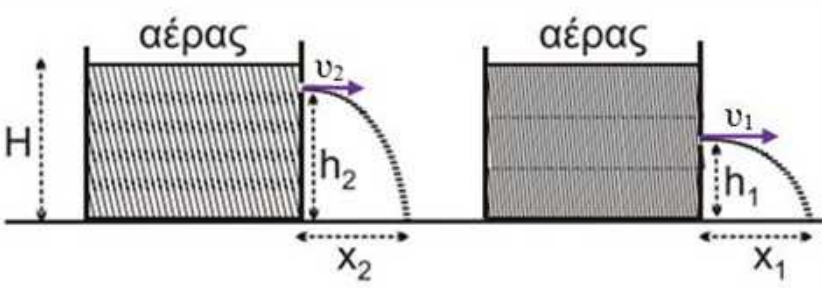
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση



δοχείο 1

Το μέτρο της ταχύτητας εκροής του υγρού από την οπή υπολογίζεται με το θεώρημα Torricelli :

$$\upsilon_1 = \sqrt{2g(H-h_1)}. \quad (1)$$

Μία στοιχειώδης ποσότητα του υγρού που εξέρχεται από την οπή εκτελεί οριζόντια βολή από ύψος h_1.

<u>άξονας y</u>

$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \Leftrightarrow t_1^2 = \frac{2h_1}{g} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}. \quad (2)$$

<u>άξονας x</u>

$$x_1 = \upsilon_1 t_1 \xrightarrow{(1),\,(2)} x_1 = \sqrt{2g(H-h_1)} \cdot \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \Leftrightarrow x_1 = 2\sqrt{(H-h_1)h_1}. \quad (3)$$

Εναλλακτικός τρόπος

Εφαρμόζω την εξίσωση της τροχιάς :

$$y = \frac{g}{2\upsilon_1^2}\cdot x^2 \xrightarrow[(1)]{y=h_1,\ x=x_1} h_1 = \frac{g}{2\cdot 2g(H-h_1)}\cdot x_1^2 \Leftrightarrow x_1^2 = 4(H-h_1)h_1 \Rightarrow x_1 = 2\sqrt{(H-h_1)h_1}.$$

δοχείο 2

Με την ίδια διαδικασία, προκύπτει : $x_2 = 2\sqrt{(H-h_2)h_2}$. (4)

Αφού $x_1 = x_2 \xrightarrow{(3),\,(4)} (H-h_1)h_1 = (H-h_2)h_2 \Rightarrow Hh_1 - h_1^2 = Hh_2 - h_2^2 \Leftrightarrow h_2^2 - h_1^2 = Hh_2 - Hh_1$

$\Leftrightarrow (h_2-h_1)(h_2+h_1) = H(h_2-h_1) \xrightarrow{h_2 \neq h_1} h_1 + h_2 = H.$

Σωστή απάντηση : i).

B3. Σε οριζόντιο δάπεδο βρίσκεται αρχικά ακίνητο κιβώτιο μάζας M. Δύο υλικά σημεία μάζας m_1 και m_2 που κινούνται οριζόντια και αντίθετα, συγκρούονται ταυτόχρονα με το κιβώτιο, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 2**. Το m_1 που κινείται προς τα δεξιά, έχει μάζα $m_1 = \frac{m_2}{4}$ και ταχύτητα μέτρου U ακριβώς πριν την κρούση. Το m_2 που κινείται προς τα αριστερά, έχει επίσης ταχύτητα μέτρου U ακριβώς πριν την κρούση. Το m_1 διαπερνά το κιβώτιο χάνοντας το 84% της αρχικής του ενέργειας, ενώ το m_2 σφηνώνεται στο κιβώτιο. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση, αποκτά ταχύτητα προς τα αριστερά μέτρου $V = \frac{U}{10}$. (Να θεωρήσετε ότι η κρούση είναι ακαριαία και οι πορείες των υλικών σημείων μέσα στο κιβώτιο κατά τη διάρκεια της κρούσης δεν επηρεάζουν τη συνολική μάζα του συστήματος και επιτρέπουν το ένα να διαπερνά και το άλλο να ενσωματώνεται ταυτόχρονα).



Σχήμα 2

Η μάζα του κιβωτίου είναι:

i) $M=3m_1$ ii) $M=3m_2$ iii) $M=30m_1$

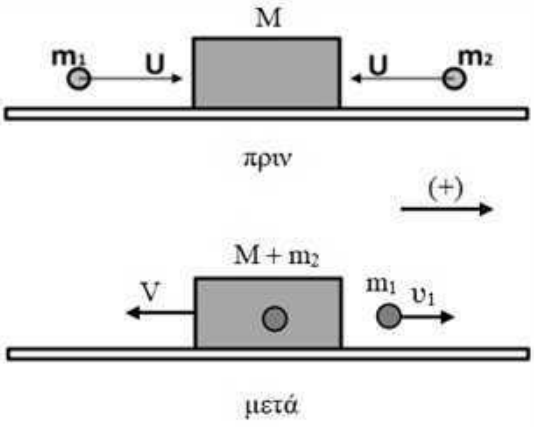
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

Απάντηση



Έστω υ_1 το μέτρο της ταχύτητας του Σ_1 (ως προς το δάπεδο) αμέσως μετά την έξοδο από το κιβώτιο.

Για την ελάττωση της κινητικής ενέργειας του Σ_1 λόγω της κρούσης, ισχύει :

$$K_1' - K_1 = -\frac{84}{100}K_1 \Leftrightarrow K_1' = K_1 - 0,84K_1 \Leftrightarrow$$

$$K_1' = 0,16K_1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = 0,16\cdot\frac{1}{2}m_1\upsilon^2 \Leftrightarrow \upsilon_1^2 = 0,16\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon_1 = 0,4\upsilon. \quad (1)$$

Αφού οι κρούσεις θεωρούνται ακαριαίες, πρακτικά η ορμή του συστήματος δεν μεταβάλλεται.

Ορίζω θετική φορά προς τα δεξιά και εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής (αλγεβρικά) :

$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow m_1\upsilon - m_2\upsilon = m_1\upsilon_1 - (M+m_2)V \xrightarrow[m_2=4m_1]{(1)} m_1\upsilon - 4m_1\upsilon = 0,4m_1\upsilon - (M+4m_1)\frac{\upsilon}{10}$$

$$\Leftrightarrow M + 4m_1 = 34m_1 \Leftrightarrow M = 30m_1.$$

Σωστή απάντηση : iii).

Σχόλια

1) Οι διατυπώσεις : «**Το m_1** που κινείται προς τα δεξιά **έχει μάζα $m_1 = \frac{m_2}{4}$** . . . », «Το m_2 που κινείται προς τα αριστερά . . . », «Το m_1 διαπερνά το κιβώτιο . . . ενώ το m_2 σφηνώνεται στο κιβώτιο» είναι λανθασμένες.

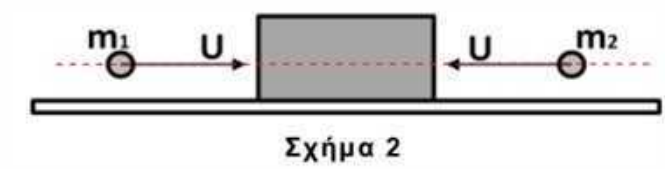
Η μάζα m είναι φυσικό μέγεθος και όχι σώμα.

2) Η εκφώνηση αναφέρει «Να θεωρήσετε ότι η κρούση είναι ακαριαία . . . », ενώ συμβαίνουν δύο κρούσεις (τουλάχιστον).

3) Από το σχήμα της εκφώνησης φαίνεται ότι

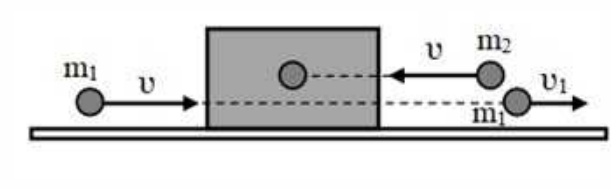
τα σωματίδια κινούνται στην ίδια ευθεία και αντίρροπα, επομένως στην πορεία τους θα συγκρουστούν μεταξύ τους.

Είναι αδύνατο το Σ_1 να διαπεράσει το κιβώτιο, χωρίς να συγκρουστεί με το Σ_2 .



Σχήμα 2

Έπρεπε οι τροχιές των σωματιδίων να είναι παράλληλες, ώστε να μην συγκρουστούν μεταξύ τους (σχήμα).



Η ερώτηση έχει λανθασμένη διατύπωση και σχήμα.

ΘΕΜΑ Γ

Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται σε ομογενές γραμμικό ελαστικό μέσο (χορδή) κατά μήκος της ημιευθείας Ox προς τη θετική κατεύθυνση. Η διάδοση του κύματος γίνεται χωρίς απώλειες ενέργειας. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στο άκρο O της χορδής. Δύο υλικά σημεία της χορδής ίδιας στοιχειώδους μάζας Δm βρίσκονται στα σημεία Κ και Λ της χορδής, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 3**.



Σχήμα 3

Τα υλικά σημεία Κ, Λ απέχουν μεταξύ τους απόσταση (ΚΛ)=0,2m. Το κύμα κατά τη διάδοσή του περνάει πρώτα από το σημείο Κ και μετά από το σημείο Λ. Θεωρούμε ως αρχή μέτρησης των αποστάσεων (x=0), τη θέση ισορροπίας του υλικού σημείου Κ και ως αρχή μέτρησης των χρόνων (t=0), τη χρονική στιγμή που το κύμα φτάνει για πρώτη φορά στο σημείο Κ. Το σημείο Κ τη στιγμή αυτή βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του (y=0) και ξεκινά να κινείται προς τη θετική κατεύθυνση. Κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου Κ, η κινητική του ενέργεια μεγιστοποιείται κάθε 0,25sec. Παρατηρούμε ότι, μια χρονική στιγμή που το υλικό σημείο Λ βρίσκεται σε κορυφή κύματος (y=+A), το υλικό σημείο Κ βρίσκεται και αυτό σε κορυφή κύματος (y=+A) και ανάμεσά τους υπάρχει ακόμα μια κορυφή κύματος (y=+A). Η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των ακραίων θέσεων ταλάντωσης του υλικού σημείου Κ είναι 0,04m.

Γ1. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος λ, τη συχνότητα f και την ταχύτητα διάδοσής του κύματος.

Μονάδες 6

Γ2. Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του υλικού σημείου Λ σε συνάρτηση με τον χρόνο και να κάνετε τη γραφική της παράσταση σε συνάρτηση με τον χρόνο, σε βαθμολογημένους άξονες από τη χρονική στιγμή t=0 έως τη χρονική στιγμή t_1=1,75sec.

Μονάδες 6

Αυξάνουμε τη συχνότητα ταλάντωσης της πηγής χωρίς να αλλάξει το πλάτος του κύματος.

Γ3. Να υπολογίσετε την αύξηση της συχνότητας Δf έτσι ώστε, όταν μια χρονική στιγμή τα υλικά σημεία Κ και Λ βρίσκονται σε κορυφές κυμάτων (y=+A), ανάμεσά τους να υπάρχουν συνολικά 3 κορυφές κύματος (y=+A).

Μονάδες 6

Γ4. Αν $K_{max,1}$ είναι η μέγιστη κινητική ενέργεια του υλικού σημείου Κ πριν την αλλαγή της συχνότητας f και $K_{max,2}$ η κινητική του ενέργεια μετά την αλλαγή της συχνότητας f, να υπολογίσετε την τιμή του λόγου $\frac{K_{max,1}}{K_{max,2}}$.

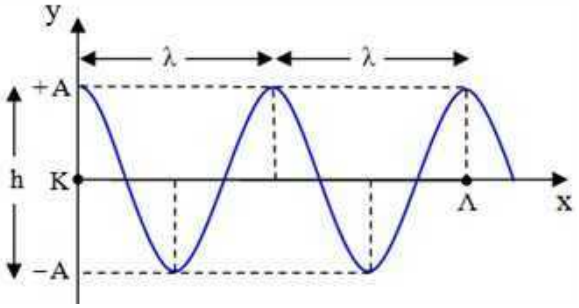
Μονάδες 7

Απάντηση

Γ1.

Η απόσταση δύο διαδοχικών κορυφών του αρμονικού κύματος είναι ίση με το μήκος κύματος λ.

Όταν τα σημεία Κ, Λ βρίσκονται σε κορυφή του κύματος, ανάμεσά τους υπάρχει άλλη μία κορυφή.



Επομένως, για την απόσταση των θέσεων ισορροπίας των σημείων Κ, Λ ισχύει :

$$(K\Lambda) = 2\lambda \;\Leftrightarrow\; \lambda = \frac{(K\Lambda)}{2} \;\Rightarrow\; \lambda = 0{,}1\text{m}.$$

Η κινητική ενέργεια ενός σημείου μεγιστοποιείται κάθε φορά που διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, δηλαδή ανά $\Delta t = \frac{T}{2}$. Επομένως, η περίοδος της ταλάντωσης είναι :

$T = 2(\Delta t) = 2\cdot 0{,}25\ \text{s} \;\Rightarrow\; T = 0{,}5\ \text{s}.$

Η συχνότητα του κύματος υπολογίζεται από τη σχέση : $f = \frac{1}{T} \;\Rightarrow\; f = \frac{1}{0{,}5\,\text{s}} \;\Rightarrow\; f = 2\,\text{Hz}.$

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής :

$$\upsilon = \lambda f \;\Rightarrow\; \upsilon = (0{,}1\text{m})(2\text{s}^{-1}) \;\Rightarrow\; \upsilon = 0{,}2\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Γ2.

Τη χρονική στιγμή t = 0 το σημείο Κ στη θέση x = 0 ξεκινά από τη θέση ισορροπίας και κινείται προς τη θετική κατεύθυνση, άρα το εγκάρσιο αρμονικό κύμα που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x έχει εξίσωση : $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$.

Από την απόσταση μεταξύ των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης ενός σημείου, υπολογίζω το πλάτος Α :

$$h = 2A \;\Leftrightarrow\; A = \frac{h}{2} \;\Rightarrow\; A = \frac{0{,}04\,\text{m}}{2} \;\Rightarrow\; A = 0{,}02\,\text{m}.$$

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης ενός σημείου, έχει τιμή : $\omega = 2\pi f \;\Rightarrow\; \omega = 4\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Η θέση ισορροπίας του σημείου Λ έχει τετμημένη : $x_\Lambda = 0{,}2$ m.

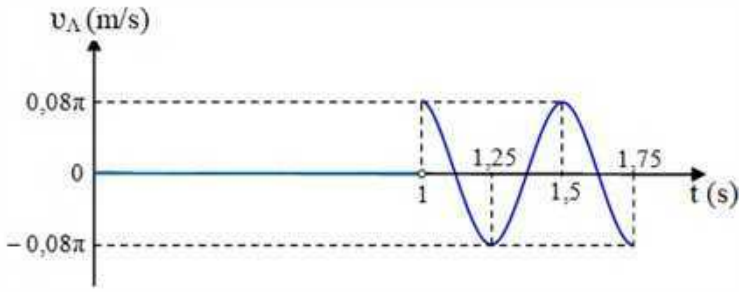
Η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Λ περιγράφεται από την εξίσωση :

$$\upsilon_\Lambda = \omega A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_\Lambda}{\lambda}\right) \;\Rightarrow\; \upsilon_\Lambda = 0{,}08\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(2t-2).\ \text{(S.I.)} \qquad [t \geq 1\ \text{s}]$$

Η ταλάντωση του Λ ξεκινά τη χρονική στιγμή : $t_\Lambda = \frac{x_\Lambda}{\upsilon} = \frac{0{,}2\,\text{m}}{0{,}2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}} \;\Rightarrow\; t_\Lambda = 1\text{s}.$

Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1{,}75$ s,
το Λ ταλαντώνεται για χρονική διάρκεια
$\Delta t = t_1 - t_\Lambda = 0{,}75$ s
και εκτελεί Ν ταλαντώσεις.

Ισχύει : $f = \frac{N}{\Delta t} \;\Leftrightarrow\; N = f(\Delta t) \;\Rightarrow\; N = 1{,}5.$

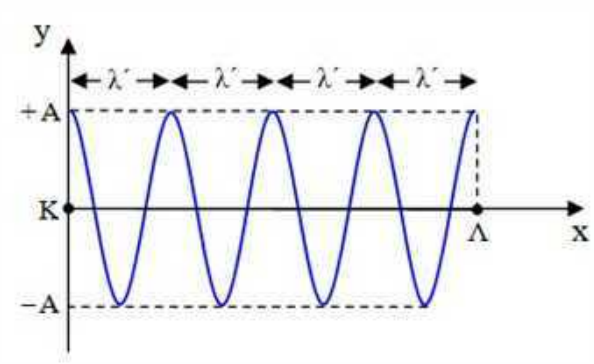


Το διάγραμμα της σχέσης $\upsilon_\Lambda = f(t)$, για
$0 \leq t \leq 1{,}75$ s, φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Εναλλακτικός τρόπος υπολογισμού της t_Λ

Τη στιγμή που ξεκινά το Λ, ισχύει : $\varphi_\Lambda = 0 \Rightarrow 2\pi(2t - 2) = 0 \Rightarrow t_\Lambda = 1\ s.$

Γ3.



Έστω λ΄ το νέο μήκος κύματος και f΄ η νέα συχνότητα.

Όταν τα σημεία Κ, Λ βρίσκονται σε κορυφές και ανάμεσά τους υπάρχουν άλλες 3 κορυφές, ισχύει :

$$(K\Lambda) = 4\lambda' \Leftrightarrow \lambda' = \frac{(K\Lambda)}{4} \Rightarrow \lambda' = \frac{0,2\,m}{4} \Rightarrow \lambda' = 0,05\,m.$$

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής :

$$\upsilon = \lambda' f' \Leftrightarrow f' = \frac{\upsilon}{\lambda'} \Rightarrow f' = \frac{0,2\frac{m}{s}}{0,05\,m} \Rightarrow f' = 4\,Hz.$$

Η μεταβολή της συχνότητας, είναι : $\Delta f = f' - f = (4 - 2)\ Hz \Rightarrow \Delta f = 2\ Hz.$

Γ4.

Έστω Δm η μάζα του υλικού σημείου Κ.

Η μέγιστη κινητική ενέργεια του Κ πριν την αλλαγή της συχνότητας, είναι :

$$K_{max(1)} = \frac{1}{2}(\Delta m)\upsilon_{max}^2 \xrightarrow{\upsilon_{max} = 2\pi f A} K_{max(1)} = 2\pi^2(\Delta m)A^2 f^2. \quad (1)$$

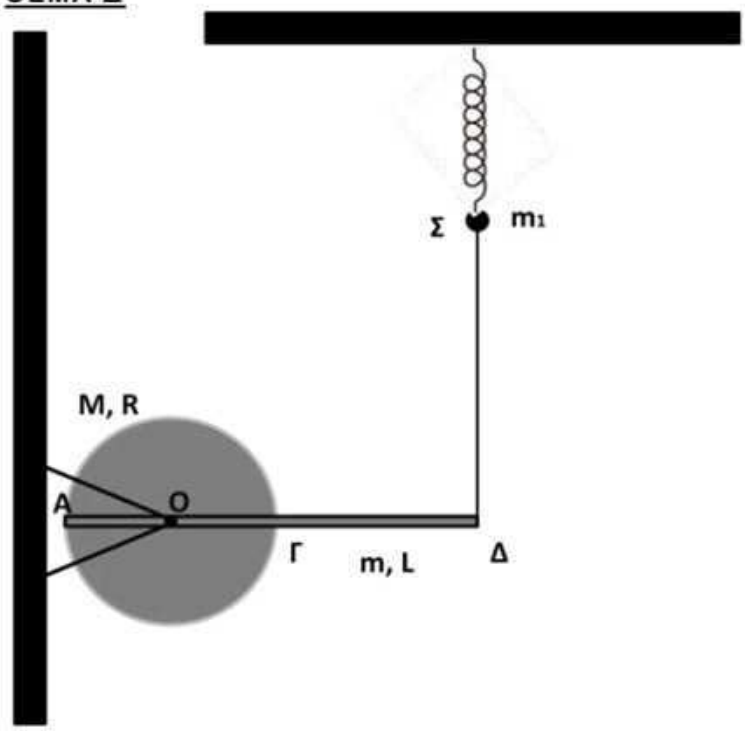
Η μέγιστη κινητική ενέργεια του Κ μετά την αλλαγή της συχνότητας, είναι :

$$K_{max(2)} = \frac{1}{2}(\Delta m)\upsilon_{max}'^2 \xrightarrow{\upsilon'_{max} = 2\pi f' A} K_{max(2)} = 2\pi^2(\Delta m)A^2 f'^2. \quad (2)$$

Διαιρώ κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) :

$$\frac{K_{max(1)}}{K_{max(2)}} = \frac{2\pi^2(\Delta m)A^2 f^2}{2\pi^2(\Delta m)A^2 f'^2} = \left(\frac{f}{f'}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_{max(1)}}{K_{max(2)}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_{max(1)}}{K_{max(2)}} = \frac{1}{4}.$$

ΘΕΜΑ Δ



Σχήμα 4

Το στερεό του σχήματος 4 αποτελείται από λεπτό ομογενή δίσκο μάζας M=6kg, ακτίνας R=0,2m και λεπτή άκαμπτη ομογενή ράβδο (ΑΔ) μάζας m=3kg, μήκους L=4R=0,8m. Η ράβδος είναι συγκολλημένη στον δίσκο κατά μήκος της διαμέτρου ΑΓ του δίσκου με το μέσο της στο σημείο Γ της περιφέρειας του δίσκου. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο Ο του δίσκου και είναι κάθετο σε αυτόν. Αρχικά, το στερεό ισορροπεί με τη βοήθεια του κατακόρυφου μη εκτατού νήματος, ώστε η ράβδος να είναι οριζόντια. Το σώμα Σ αμελητέων διαστάσεων μάζας m_1=1kg του σχήματος είναι δεμένο στο κατακόρυφο νήμα αλλά και στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=100N/m, του οποίου το πάνω άκρο είναι στερεωμένο ακλόνητα. Αρχικά και το σώμα Σ ισορροπεί.

Δ1. Κατά την αρχική ισορροπία των σωμάτων υπολογίστε την τάση του νήματος (μονάδες 2) και τη δύναμη που δέχεται το στερεό από τον άξονα περιστροφής Ο (μονάδες 2).

Μονάδες 4

Δ2. Κόβουμε το νήμα. Αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος υπολογίστε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το Ο.

Μονάδες 6

Δ3. Το στερεό μετά το κόψιμο του νήματος στρέφεται χωρίς τριβές και άλλες αντιστάσεις σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το Ο. Υπολογίστε το μέτρο της στροφορμής του όταν θα έχει στραφεί κατά γωνία φ από την αρχική του θέση με $\eta\mu\varphi = \frac{5}{6}$.

Μονάδες 5

Δ4. Μετά το κόψιμο του νήματος το σώμα Σ μάζας m_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση στον κατακόρυφο άξονα. Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας του σώματος Σ σε σχέση με τον χρόνο, θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα επάνω και t=0 τη χρονική στιγμή που κόψαμε το νήμα.

Μονάδες 4

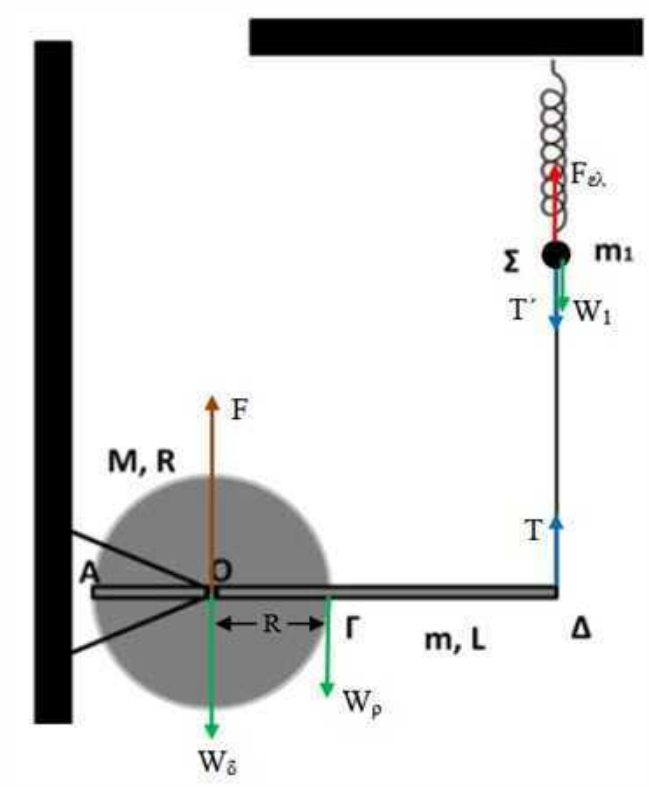
Δ5. Για την κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση του Σ, υπολογίστε την παραμόρφωση του ελατηρίου όταν για δεύτερη φορά το σώμα Σ έχει ταχύτητα μέτρου U=0,6m/s.

Μονάδες 6

- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: g = 10 m/s^2.
- Οι ροπές αδράνειας ομογενούς δίσκου για άξονα που διέρχεται κάθετα από το κέντρο του $I_{CM,\ Δίσκου}=\frac{1}{2}MR^2$ και λεπτής ομογενούς ράβδου για άξονα που διέρχεται κάθετα από το μέσο $I_{CM,\ Ράβδου}=\frac{1}{12}mL^2$.
- Δίνεται ότι η όλη διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο είναι κάθετος ο οριζόντιος άξονας.
- Για όλες τις κινήσεις θεωρούνται αμελητέες οι τριβές και οι αντιστάσεις.

Απάντηση

Δ1.



Στερεό

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το Ο :

$$\Sigma\tau_{(O)}=0 \ \Leftrightarrow \ T\cdot(\Delta O)+(F-W_\delta)\cdot 0-W_\rho\cdot R=0 \ \Leftrightarrow$$

$$T\cdot 3R=mgR \ \Leftrightarrow \ T=\frac{mg}{3} \ \Rightarrow \ T=10\,N.$$

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων :

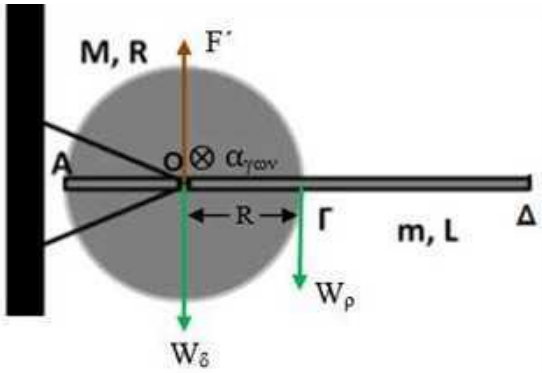
$$\Sigma F=0 \ \Leftrightarrow \ F+T-(W_\delta+W_\rho)=0 \ \Leftrightarrow$$

$$F=(M+m)g-T \ \Rightarrow \ F=(90-10)\,N=80\,N.$$

Δ2.

Υπολογίζω τη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής :

$$I_{\delta(O)}=\frac{1}{2}MR^2=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 0,04\,Kgm^2 \ \Rightarrow \ I_{\delta(O)}=0,12\,Kgm^2.$$



Εφαρμόζω το θεώρημα Steiner, ώστε να υπολογίσω τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα που διέρχεται από το Ο και απέχει απόσταση d = R από το κέντρο μάζας της :

$$I_{\rho(O)}=I_{\rho(cm)}+md^2=\frac{1}{12}m(4R)^2+mR^2 \ \Leftrightarrow \ I_{\rho(O)}=\frac{7}{3}mR^2 \ \Rightarrow$$

$$I_{\rho(O)}=\frac{7}{3}\cdot 3\cdot 0,04\,Kgm^2 \ \Rightarrow \ I_{\rho(O)}=0,28\,Kgm^2.$$

Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς το Ο είναι :

$$I_{ολ(O)} = I_{δ(O)} + I_{ρ(O)} = (0,12 + 0,28)\,Kgm^2 \;\Rightarrow\; I_{ολ(O)} = 0,4\,Kgm^2.$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για το στερεό, τη χρονική στιγμή που κόβεται το νήμα :

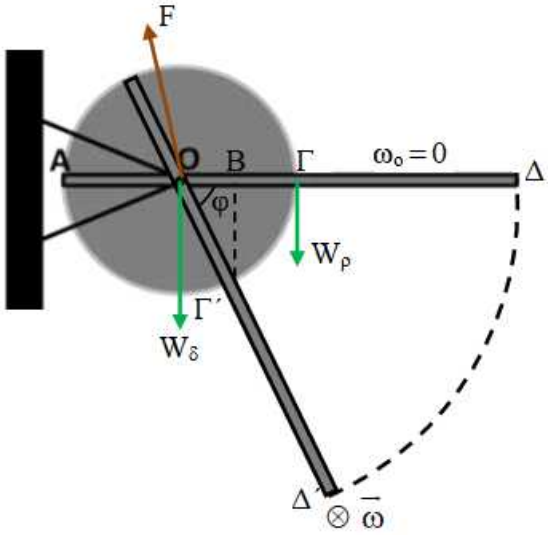
$$\Sigma\tau_{(o)} = I_{ολ(O)}\alpha_{γων(o)} \;\Leftrightarrow\; mgR = I_{ολ(O)}\alpha_{γων(o)} \;\Leftrightarrow\; \alpha_{γων(o)} = \frac{mgR}{I_{ολ(O)}} \;\Rightarrow\; \alpha_{γων(o)} = \frac{3\cdot 10\cdot 0,2}{0,4}\frac{rad}{s^2} = 15\frac{rad}{s^2}.$$

Εφαρμόζω τη γενική μορφή του νόμου της στροφικής κίνησης για τη ράβδο, τη στιγμή που κόβεται το νήμα :

$$\left(\frac{dL_ρ}{dt}\right)_{t=0} = I_{ρ(O)}\alpha_{γων(o)} \;\Rightarrow\; \left(\frac{dL_ρ}{dt}\right)_{t=0} = \left(0,28\,Kgm^2\right)\left(15\frac{rad}{s^2}\right) \;\Rightarrow\; \left(\frac{dL_ρ}{dt}\right)_{t=0} = 4,2\frac{Kgm^2}{s^2}.$$

Δ3.

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την περιστροφή του στερεού από την οριζόντια θέση μέχρι τη θέση που η ράβδος σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια :



$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{W_ρ} \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}I_{ολ(O)}\omega^2 - 0 = mg(B\Gamma') \;\Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}I_{ολ(O)}\omega^2 = mg(R\eta\mu\varphi) \;\Rightarrow\; \omega = \sqrt{\frac{2mgR\eta\mu\varphi}{I_{ολ(O)}}} \;\Rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2\cdot 3\cdot 10\cdot 0,2\cdot\frac{5}{6}}{0,4}}\frac{rad}{s} \;\Rightarrow\; \omega = \sqrt{25}\frac{rad}{s} = 5\frac{rad}{s}.$$

Την ίδια στιγμή, το μέτρο της στροφορμής του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής, είναι :

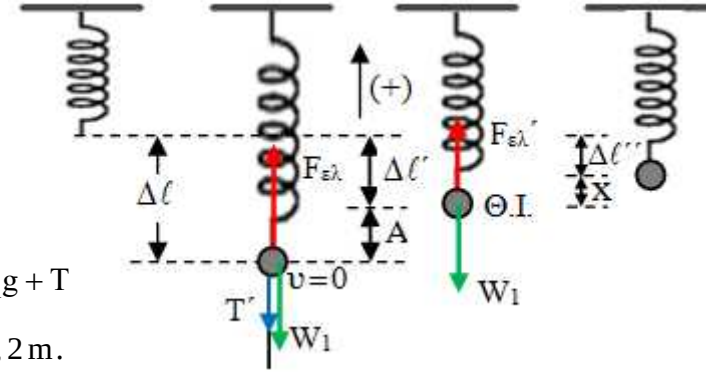
$$L = I_{ολ(O)}\omega \;\Rightarrow\; L = \left(0,4\,Kgm^2\right)\left(5\frac{rad}{s}\right) \;\Rightarrow\; L = 2\frac{Kgm^2}{s}.$$

Δ4.

<u>Σώμα $Σ_1$</u>

Πριν κοπεί το νήμα, το $Σ_1$ ισορροπεί και το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell$.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων :



$$\Sigma F_1 = 0 \;\Leftrightarrow\; F_{ελ} - W_1 - T' = 0 \xrightarrow{T'=T} k(\Delta\ell) = m_1 g + T$$

$$\Leftrightarrow\; \Delta\ell = \frac{m_1 g + T}{k} \;\Rightarrow\; \Delta\ell = \frac{10+10}{100}m \;\Rightarrow\; \Delta\ell = 0,2\,m.$$

Όταν κοπεί το νήμα, με την επίδραση του ελατηρίου, το σώμα εκτελεί ΑΑΤ.

Στη θέση ισορροπίας του σώματος το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell'$. Ισχύει :

$$\Sigma F_1' = 0 \Leftrightarrow F_{\epsilon\lambda}' - W_1 = 0 \Leftrightarrow k(\Delta\ell') = m_1 g \Leftrightarrow \Delta\ell' = \frac{m_1 g}{k} \Rightarrow \Delta\ell' = \frac{10}{100}\,m \Rightarrow \Delta\ell' = 0{,}1\,m.$$

Τη στιγμή που κόβεται το νήμα το σώμα είναι ακίνητο, άρα η αρχική θέση του είναι η κάτω ακραία θέση της ΑΑΤ. Το πλάτος της ΑΑΤ είναι :

$$A = \Delta\ell - \Delta\ell' \Rightarrow A = (0{,}2 - 0{,}1)\,m \Rightarrow A = 0{,}1\,m.$$

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ υπολογίζεται από τη σχέση :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{1}}\,\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 10\,\frac{rad}{s}.$$

Η εξίσωση της ΑΑΤ έχει τη γενική μορφή : $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$. (1)

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα έχει απομάκρυνση $x = -A$.

Για $t = 0$ και $x = -A \xrightarrow{(1)} -A = A\eta\mu\varphi_o \Rightarrow \eta\mu\varphi_o = -1 \Rightarrow \varphi_o = \frac{3\pi}{2}$.

Επομένως, η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι : $x = 0{,}1\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right)$. (2)

Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας περιγράφεται από την εξίσωση :

$$\upsilon = \omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o) \Rightarrow \upsilon = \sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right). \quad (3)$$

Δ5.

<u>1ος τρόπος</u>

Από τη χρονική στιγμή $t = 0$ που κόπηκε το νήμα μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{T}{2}$ που φτάνει στην πάνω ακραία θέση ($x = +A$), το σώμα κινείται προς τη θετική φορά, άρα $\upsilon > 0$.

Για $\upsilon = 0{,}6\,\frac{m}{s} \xrightarrow{(3)} 0{,}6 = \sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right)$ ή $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}6$. ($\varphi$: η φάση της ΑΑΤ την ίδια στιγμή)

Η εξίσωση της απομάκρυνσης γράφεται (συνοπτικά) : $x = 0{,}1\eta\mu\varphi$.

Ισχύει : $\eta\mu^2\varphi + \sigma\upsilon\nu^2\varphi = 1 \Rightarrow \eta\mu^2\varphi + 0{,}36 = 1 \Rightarrow \eta\mu^2\varphi = 0{,}64 \Rightarrow \eta\mu\varphi = \pm 0{,}8$.

Την 1η φορά το σώμα βρίσκεται κάτω από τη θέση ισορροπίας ($x < 0$), άρα : $\eta\mu\varphi = -0{,}8$.

Τη 2η φορά το σώμα βρίσκεται πάνω από τη θέση ισορροπίας ($x > 0$), άρα : $\eta\mu\varphi = 0{,}8$.

Όταν $\eta\mu\varphi = 0{,}8 \Rightarrow x = 0{,}1 \cdot 0{,}8\,m \Rightarrow x = 0{,}08\,m$.

Στη θέση αυτή το ελατήριο έχει επιμήκυνση : $\Delta\ell'' = \Delta\ell' - x = (0{,}1 - 0{,}08)\,m \Rightarrow \Delta\ell'' = 0{,}02\,m$.

2ος τρόπος

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ για τη θέση στην οποία το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου υ και για μία ακραία θέση :

$$K + U_\tau = E_\tau \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \;\Leftrightarrow\; x^2 = \frac{kA^2 - m\upsilon^2}{k} \;\Rightarrow\; x = \pm\sqrt{\frac{kA^2 - m\upsilon^2}{k}} \;\Rightarrow$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{100\cdot 0,01 - 1\cdot 0,36}{100}}\,m = \pm\sqrt{\frac{0,64}{100}}\,m \;\Rightarrow\; x = \pm 0,08\,m.$$

Την 1η φορά το σώμα βρίσκεται κάτω από τη θέση ισορροπίας, άρα $x < 0$.

Τη 2η φορά το σώμα βρίσκεται πάνω από τη θέση ισορροπίας, άρα $x > 0$.

Επομένως, τη 2η φορά που το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 0,6\frac{m}{s}$, βρίσκεται στη θέση : $x = 0,08$ m.

Στη θέση αυτή το ελατήριο έχει επιμήκυνση : $\Delta\ell'' = \Delta\ell' - x = (0,1 - 0,08)\,m \;\Rightarrow\; \Delta\ell'' = 0,02\,m.$

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2019
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΟΚΤΩ (8)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους Α και ίδιας συχνότητας f, τα οποία συμβάλλουν. Τα σημεία της επιφάνειας του υγρού στα οποία έχουν φτάσει και τα δύο κύματα

α) ταλαντώνονται με την ίδια συχνότητα και διαφορετικά πλάτη με τιμές που κυμαίνονται από 0 έως Α
β) ταλαντώνονται με την ίδια συχνότητα και διαφορετικά πλάτη με τιμές που κυμαίνονται από 0 έως 2Α
γ) ταλαντώνονται με διαφορετικές συχνότητες και διαφορετικά πλάτη
δ) ταλαντώνονται με διαφορετικές συχνότητες και ίδιο πλάτος.

Μονάδες 5

Απάντηση

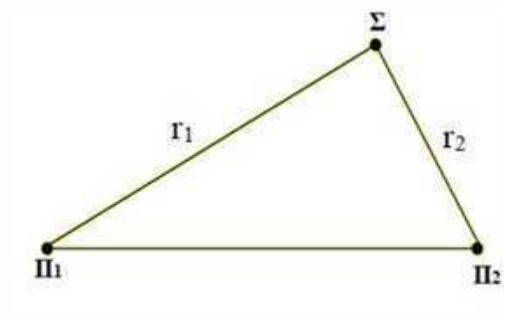
Το πλάτος ταλάντωσης ενός σημείου της επιφάνειας του υγρού δίνεται από τη σχέση :

$$|A'| = 2A\left|\text{συν}\pi\left(\frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right)\right|. \qquad (1)$$

Ισχύει :

$$0 \le \left|\text{συν}\pi\left(\frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right)\right| \le 1 \xrightarrow{\times 2A} 0 \le 2A\left|\text{συν}\pi\left(\frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right)\right| \le 2A$$

$$\xrightarrow{(1)} 0 \le |A'| \le 2A.$$



Τα σημεία για τα οποία είναι $|A'| = 0$, είναι συνεχώς ακίνητα (δεν ταλαντώνονται).

Τα υπόλοιπα σημεία της επιφάνειας του υγρού ταλαντώνονται με την ίδια συχνότητα f και διαφορετικά πλάτη, για τα οποία ισχύει : $|A'| \le 2A$.

Σχόλιο :

Τα σημεία της επιφάνειας του υγρού στα οποία συμβαίνει αποσβεστική συμβολή, είναι συνεχώς ακίνητα. Επομένως, για να θεωρηθεί σωστή η απάντηση β), θα έπρεπε να διατυπωθεί ως εξής :

«Τα σημεία της επιφάνειας του υγρού στα οποία έχουν φτάσει τα δύο κύματα . . . είναι συνεχώς ακίνητα ή ταλαντώνονται με την ίδια συχνότητα και διαφορετικά πλάτη, για τα οποία ισχύει : $|A'| \le 2A$».

Α2. Κατά μήκος δύο όμοιων ομογενών και ελαστικών χορδών (1) και (2) διαδίδονται δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα με την ίδια ταχύτητα. Το κύμα στην χορδή (1) έχει διπλάσια συχνότητα και το μισό πλάτος από αυτό στη χορδή (2). Τότε

α) το μήκος κύματος στη χορδή (1) είναι ίσο με το μήκος κύματος στη χορδή (2)

β) το μήκος κύματος στη χορδή (1) είναι διπλάσιο από το μήκος κύματος στη χορδή (2)

γ) η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σωματιδίων της χορδής (1) είναι ίση με τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σωματιδίων της χορδής (2)

δ) η μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης των σωματιδίων της χορδής (1) είναι μικρότερη από τη μέγιστη επιτάχυνση ταλάντωσης των σωματιδίων της χορδής (2).

Μονάδες 5

Απάντηση

Σύμφωνα με την εκφώνηση, ισχύουν οι σχέσεις : $f_1 = 2f_2$, $A_1 = \frac{A_2}{2}$.

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής για κάθε κύμα :

$\upsilon_1 = \lambda_1 f_1$ (1)

$\upsilon_2 = \lambda_2 f_2$ (2)

Οι ταχύτητες διάδοσης των κυμάτων είναι ίσες, άρα :

$$\upsilon_1 = \upsilon_2 \xrightarrow{(1),\,(2)} \lambda_1 f_1 = \lambda_2 f_2 \xrightarrow{f_1 = 2f_2} \lambda_1 \cdot 2f_2 = \lambda_2 f_2 \Leftrightarrow \lambda_2 = 2\lambda_1 . \qquad [\alpha),\ \beta) : \text{Λάθος}]$$

Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων των χορδών (1), (2) δίνεται από τις σχέσεις :

$\upsilon_{max\,(1)} = 2\pi f_1 A_1$ (3)

$\upsilon_{max\,(2)} = 2\pi f_2 A_2$ (4)

Αφού $f_1 = 2f_2$, $A_1 = \frac{A_2}{2}$ $\xrightarrow{(3)}$ $\upsilon_{max\,(1)} = 2\pi \cdot 2f_2 \cdot \frac{A_2}{2}$ $\Leftrightarrow$ $\upsilon_{max\,(1)} = 2\pi f_2 A_2$ $\xrightarrow{(4)}$ $\upsilon_{max\,(1)} = \upsilon_{max\,(2)}$.

Σωστή απάντηση : γ).

Α3. Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με δύναμη αντίστασης στην κίνηση της μορφής F = -bu, όπου u η ταχύτητα ταλάντωσης του σώματος. Η σταθερά απόσβεσης b στο διεθνές σύστημα μονάδων μέτρησης (S.I.) μετριέται σε

α) kg / s
β) kg / s^2
γ) kg · m / s
δ) kg · m / s^2 .

Μονάδες 5

Απάντηση

Η σχέση $|F| = b\upsilon$, γράφεται : $b = \frac{|F|}{\upsilon}$.

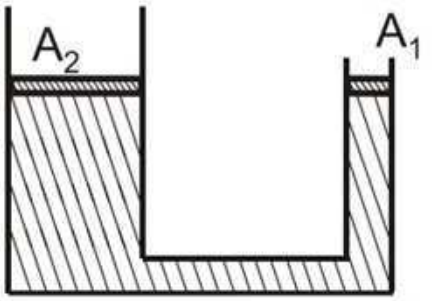
Από την τελευταία σχέση προκύπτει η μονάδα μέτρησης της σταθεράς απόσβεσης b :

$$1\frac{N}{\frac{m}{s}} = 1\frac{N \cdot s}{m} = 1\frac{\frac{Kg \cdot m}{s^2} \cdot s}{m} = 1\frac{Kg}{s}.$$

Σωστή απάντηση : α).

Α4. Ένας υδραυλικός ανυψωτήρας της μορφής του **Σχήματος 1** έχει δύο αβαρή έμβολα που μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές και περιέχει ιδανικό ασυμπίεστο υγρό. Το μικρό έμβολο έχει εμβαδόν εγκάρσιας διατομής A_1 και το μεγάλο έμβολο έχει εμβαδόν εγκάρσιας διατομής $A_2 = 3\,A_1$.

Αρχικά τα έμβολα βρίσκονται ακίνητα στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε δύναμη στο μικρό έμβολο και τη στιγμή που αυτό έχει κατέβει κατά d_1, το μεγάλο έμβολο έχει ανεβεί κατά d_2.



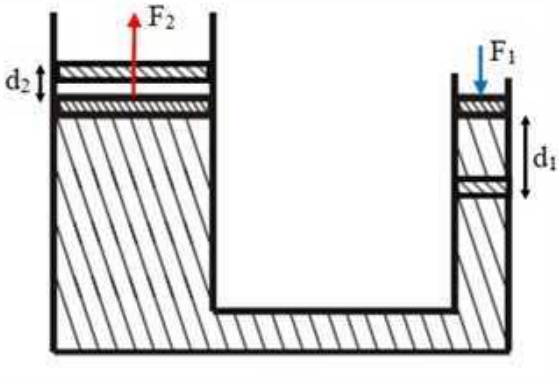
Σχήμα 1

Για τις αποστάσεις d_1 και d_2 ισχύει ότι

α) $d_1 = 1{,}5\,d_2$
β) $d_1 = 2\,d_2$
γ) $d_1 = 3\,d_2$
δ) $d_1 = 4\,d_2$.

Μονάδες 5

Απάντηση



Όταν το μικρό έμβολο εμβαδού A_1 μετακινείται προς τα κάτω κατά d_1, μετακινεί όγκο υγρού $\Delta V = A_1 d_1$.

Αφού το υγρό είναι ασυμπίεστο, στο δοχείο με το έμβολο εμβαδού A_2 θα μετακινηθεί προς τα πάνω ίσος όγκος υγρού $\Delta V = A_2 d_2$.

Ισχύει :

$$A_1 d_1 = A_2 d_2 \xrightarrow{A_2 = 3A_1} A_1 d_1 = 3A_1 d_2 \Rightarrow d_1 = 3d_2 .$$

Σωστή απάντηση : γ).

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Μικρή σφαίρα μάζας m κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο και συγκρούεται ελαστικά με αυτόν. Αν το μέτρο της ορμής της σφαίρας ακριβώς πριν την κρούση είναι ίσο με p, τότε το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας λόγω της κρούσης με τον τοίχο είναι ίσο με το μηδέν.

β) Από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος και με συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους, προκύπτει περιοδική κίνηση που παρουσιάζει διακροτήματα.

γ) Όταν ρέει ιδανικό ρευστό με σταθερή παροχή σε οριζόντιο κυλινδρικό σωλήνα μεταβλητής διατομής, στις περιοχές στις οποίες το εμβαδόν της εγκάρσιας διατομής αυξάνεται, η πίεση μειώνεται.

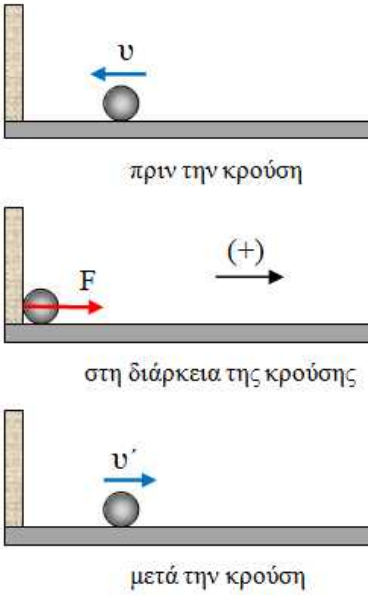
δ) Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση το πλάτος της ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη και τη σταθερά απόσβεσης b.

ε) Όταν σε ένα αρχικά ακίνητο και ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθεί δύναμη που ο φορέας της διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού, τότε το στερεό σώμα δεν περιστρέφεται.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Λάθος.



Αιτιολόγηση

1ος τρόπος

Κατά τη διάρκεια της επαφής με τον τοίχο, η σφαίρα δέχεται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ από τον τοίχο. Αν η χρονική διάρκεια της επαφής με τον τοίχο είναι Δt, σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Newton ισχύει (αλγεβρικά) :

$$\bar{F}=\frac{\Delta p}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta p=\bar{F}(\Delta t).$$

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας, λόγω της κρούσης με τον τοίχο, είναι : $|\Delta p|=|\bar{F}|(\Delta t) \Rightarrow |\Delta p|\neq 0.$

2ος τρόπος

Αφού η κρούση με τον τοίχο είναι ελαστική, η σφαίρα επιστρέφει με ταχύτητα ίσου μέτρου $(\upsilon' = \upsilon)$ και ορμή ίσου μέτρου : $p' = p$.

Θεωρώντας θετική της φορά της τελικής ορμής, η αλγεβρική μεταβολή της ορμής της σφαίρας, λόγω της κρούσης με τον τοίχο, είναι : $\Delta p = p' - (-p) = 2p$.

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας, λόγω της κρούσης με τον τοίχο, είναι :

$|\Delta p| = 2p \neq 0$.

β) Σωστό.

Αιτιολόγηση

Το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα δίνεται από τη σχέση : $|A'| = 2A\left|\text{συν}\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\cdot t\right)\right|$. (1)

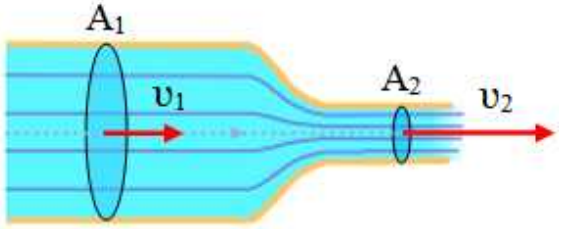
Ισχύει :

$$0 \le \left|\text{συν}\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\cdot t\right)\right| \le 1 \xrightarrow{\times 2A} 0 \le 2A\left|\text{συν}\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\cdot t\right)\right| \le 2A \xrightarrow{(1)} 0 \le |A'| \le 2A.$$

Επομένως η κίνηση παρουσιάζει διακροτήματα.

γ) Λάθος.

Αιτιολόγηση



Έστω A_1, A_2 τα εμβαδά των διατομών (1), (2) του οριζόντιου σωλήνα, με $A_1 > A_2$, και υ_1, υ_2 τα μέτρα των ταχυτήτων του υγρού αντίστοιχα.

Εφαρμόζω την εξίσωση της συνέχειας στις δύο διατομές :

$$\Pi_1 = \Pi_2 \Leftrightarrow A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \Leftrightarrow \upsilon_2 = \frac{A_1}{A_2}\cdot\upsilon_1 \xrightarrow{A_1 > A_2} \upsilon_2 > \upsilon_1. \quad (1)$$

Εφαρμόζω την εξίσωση Bernoulli για την οριζόντια ρευματική γραμμή που διέρχεται από τα κέντρα των δύο διατομών :

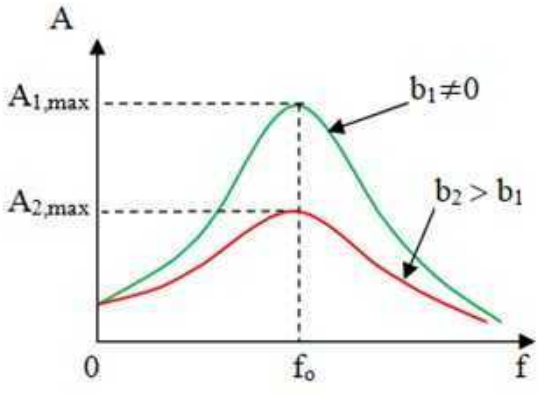
$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \Leftrightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2\right) \xrightarrow{(1)} p_1 - p_2 > 0 \Rightarrow p_1 > p_2.$$

Άρα, **στη διατομή μεγαλύτερου εμβαδού η πίεση είναι μεγαλύτερη**.

δ) Σωστό.

Αιτιολόγηση

Υποθέτω ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\,\text{συν}(2\pi f_\delta t)]$, η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_\alpha = -b\upsilon$) και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.



Στην περίπτωση αυτή :

- Για την ίδια τιμή της σταθεράς απόσβεσης (π.χ. $b = b_1$), μεταβάλλοντας τη συχνότητα f του διεγέρτη μεταβάλλεται και το πλάτος ταλάντωσης, όπως φαίνεται στο σχήμα (f_o : η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή).
- Για δύο τιμές της σταθεράς απόσβεσης b_1, b_2, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη συχνότητα f του διεγέρτη όπως φαίνεται στο σχήμα.
  Για την ίδια τιμή της συχνότητας f του διεγέρτη το πλάτος ταλάντωσης είναι διαφορετικό.
  π.χ. αν $b_2 > b_1$ τότε $A_2 < A_1$ (για $f_1 = f_2$).

Επομένως, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα f του διεγέρτη και τη σταθερά απόσβεσης b.

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_\delta = F_{max}\,\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta\, t)$], η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_\alpha = -b\upsilon$) και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.

ε) Σωστό (υπό προϋποθέσεις).

Αιτιολόγηση

Υποθέτω ότι στο στερεό ασκούνται μόνο η δύναμη $\vec{F}$ και το βάρος $\vec{W}$.

Αφού οι φορείς των παραπάνω δυνάμεων διέρχονται από το κέντρο μάζας του στερεού, η συνολική ροπή ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι μηδενική, άρα το στερεό δεν αποκτά γωνιακή επιτάχυνση και επομένως δεν περιστρέφεται :

$$\Sigma\tau_K = \tau_F + \tau_W = F\cdot 0 + W\cdot 0 = 0 \;\Rightarrow\; \alpha_{\gamma\omega\nu} = 0 \;\Rightarrow\; \Delta\omega = 0 \xrightarrow{\omega_o = 0} \omega = 0.$$

Σχόλιο

Ο όρος «ελεύθερο στερεό» σημαίνει «στερεό το οποίο δεν έχει σταθερό άξονα περιστροφής» και επομένως μπορεί να εκτελεί μεταφορική ή/και στροφική κίνηση ως προς μεταβλητό άξονα.

Σύμφωνα με τον προηγούμενο ορισμό, είναι δυνατό να ασκηθεί δύναμη που διέρχεται από το κέντρο μάζας ενός αρχικά ακίνητου ελεύθερου στερεού και το στερεό να εκτελέσει ταυτόχρονα μεταφορική και στροφική κίνηση.

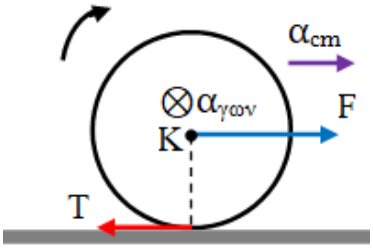
παράδειγμα

Ένας τροχός είναι ακίνητος πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο.

Αν ασκηθεί στο κέντρο μάζας του τροχού οριζόντια δύναμη $\vec{F}$,

θα εμφανιστεί τριβή $\vec{T}$ αντίρροπη της $\vec{F}$, η οποία προκαλεί ροπή ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του τροχού.

Επομένως, ο τροχός θα μετακινείται προς την κατεύθυνση της δύναμης και ταυτόχρονα θα περιστρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από κέντρο μάζας του.

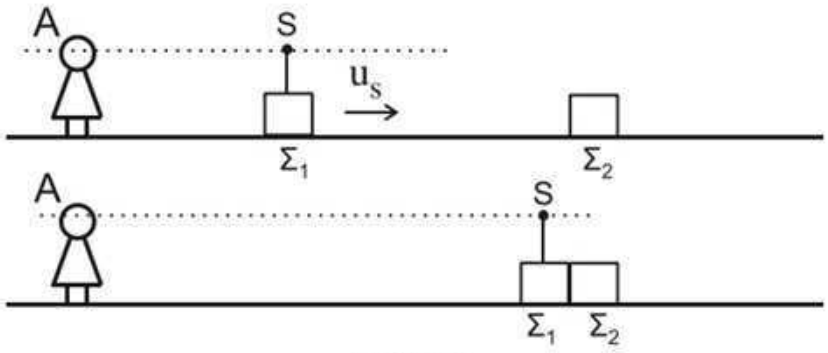


Συμπέρασμα

Για να θεωρηθεί σωστή η απάντηση στο ερώτημα ε), θα έπρεπε η εκφώνηση να έχει την εξής διατύπωση : «Όταν σε ένα αρχικά ακίνητο και ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθεί **συνισταμένη** δύναμη που ο φορέας της διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού, τότε το στερεό σώμα δεν περιστρέφεται».

ΘΕΜΑ Β

Β1. Παρατηρητής Α είναι ακίνητος σε μικρή απόσταση από σώμα Σ_1 μάζας m που κινείται με ταχύτητα $u_s = \frac{u_H}{20}$ (όπου u_H η ταχύτητα του ήχου στον ακίνητο αέρα) και απομακρύνεται απ' αυτόν. Ο παρατηρητής και η πηγή βρίσκονται στην ίδια οριζόντια διεύθυνση όπως φαίνεται στο σχήμα 2.



Σχήμα 2

Το σώμα Σ_1 φέρει πηγή που εκπέμπει ήχο συχνότητας f_s. Όσο η πηγή απομακρύνεται από τον παρατηρητή, αυτός αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας f_1. Κατά την κίνησή του το σώμα Σ_1 συγκρούεται πλαστικά με ίδιο σώμα Σ_2 που είναι ακίνητο. Κατά την κρούση, που είναι ακαριαία, η πηγή δεν καταστρέφεται και το συσσωμάτωμα συνεχίζει να κινείται προς την ίδια κατεύθυνση.

Ο παρατηρητής μετά την κρούση αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας f_2.

Ο λόγος των συχνοτήτων f_1 και f_2 που ακούει ο παρατηρητής είναι ίσος με

i. $\frac{39}{42}$ ii. $\frac{41}{42}$ iii. $\frac{38}{39}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Όταν το Σ_1 απομακρύνεται με ταχύτητα u_s, ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας :

$$f_1 = \frac{u_H}{u_H + u_S} \cdot f_S = \frac{u_H}{u_H + \frac{u_H}{20}} \cdot f_S = \frac{20u_H}{21u_H} \cdot f_S \Rightarrow f_1 = \frac{20}{21} \cdot f_S . \quad (1)$$

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής για την πλαστική κρούση του Σ_1 με το Σ_2 :

$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow mu_S = 2mu_S' \Leftrightarrow u_S' = \frac{u_S}{2} \Rightarrow u_S' = \frac{u_H}{40}. \quad (2)$$

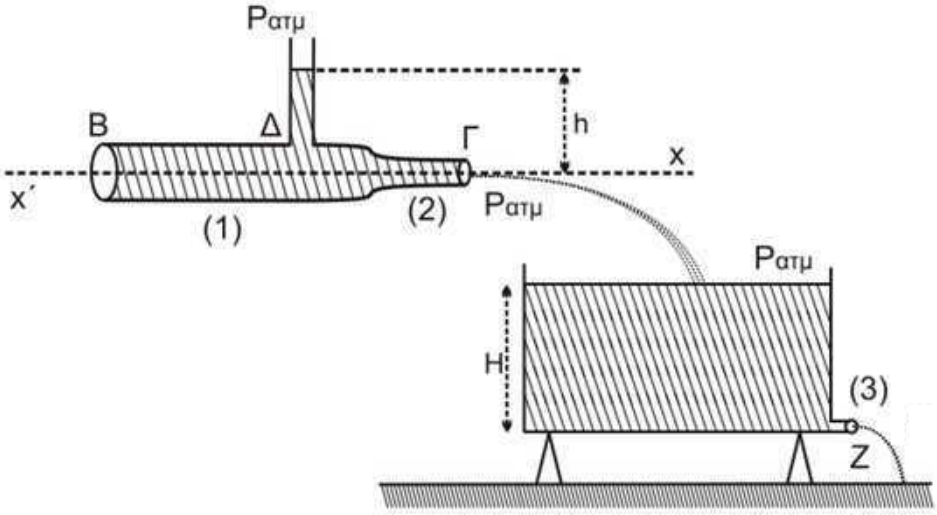
Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής μετά την κρούση, δίνεται από τη σχέση :

$$f_2 = \frac{u_H}{u_H + u_S'} \cdot f_S \xrightarrow{(2)} f_2 = \frac{u_H}{u_H + \frac{u_H}{40}} \cdot f_S = \frac{40u_H}{41u_H} \cdot f_S \Rightarrow f_2 = \frac{40}{41} \cdot f_S . \quad (3)$$

Διαιρώ κατά μέλη τις σχέσεις (1), (3) : $\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{20}{21} \cdot f_S}{\frac{40}{41} \cdot f_S} \Rightarrow \mathbf{\frac{f_1}{f_2} = \frac{41}{42}}.$

B2. Στον οριζόντιο κυλινδρικό σωλήνα ΒΓ μεταβλητής διατομής του **Σχήματος 3**, ρέει με σταθερή παροχή νερό, το οποίο θεωρείται ιδανικό ρευστό με φορά από το Β προς το Γ. Για τα εμβαδά των εγκαρσίων διατομών των περιοχών (1) και (2), αντίστοιχα, ισχύει $A_1 = 2A_2$. Σε σημείο Δ της περιοχής (1) έχουμε προσαρμόσει ένα λεπτό κατακόρυφο σωλήνα, στον οποίο η ελεύθερη επιφάνεια του νερού βρίσκεται σε ύψος h από την οριζόντια διεύθυνση x΄x.

Το νερό που εξέρχεται από το στόμιο Γ του σωλήνα χύνεται σε δοχείο μεγάλου όγκου που είναι στερεωμένο σε οριζόντιο έδαφος. Στη βάση του δοχείου στη θέση (3) υπάρχει μικρή οπή Ζ με εμβαδόν διατομής $A_3 = \frac{A_2}{2}$. Λόγω της εξόδου του νερού από την οπή Ζ το δοχείο δεν μπορεί να γεμίσει και η ελεύθερη επιφάνεια του νερού σταθεροποιείται σε ύψος Η (**Σχήμα 3**).



Σχήμα 3

Ο λόγος του ύψους h του νερού στον κατακόρυφο σωλήνα προς το ύψος Η του νερού στο δοχείο είναι ίσος με

i. $\frac{3}{4}$ ii. $\frac{3}{8}$ iii. $\frac{3}{16}$.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Εφαρμόζω την εξίσωση της συνέχειας για τις διατομές (1), (2) :

$$A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \xrightarrow{A_1=2A_2} 2A_2\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_2 = 2\upsilon_1 . \quad (1)$$

Εφαρμόζω την εξίσωση Bernoulli για τη ρευματική γραμμή που διέρχεται από τα σημεία Β, Γ του οριζόντιου σωλήνα :

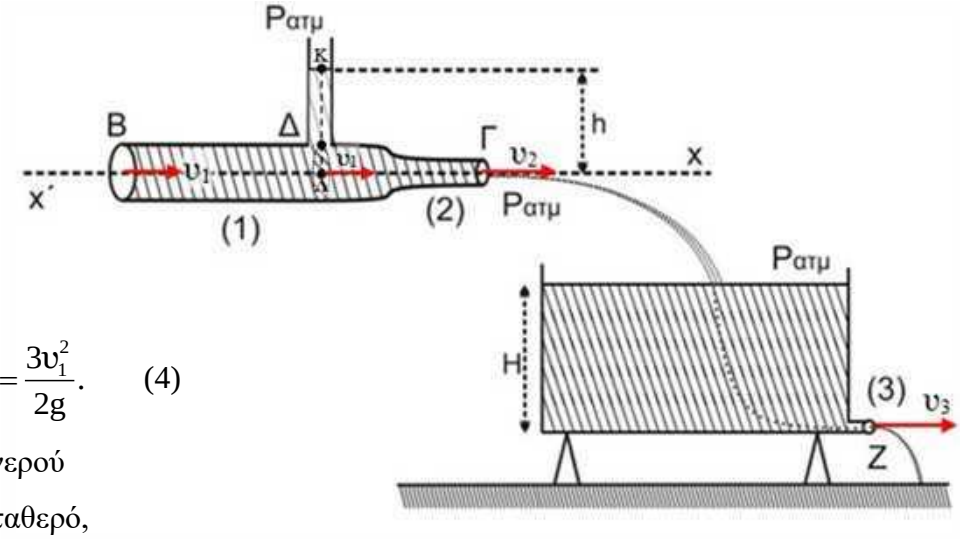
$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \xrightarrow{(1)} p_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\cdot 4\upsilon_1^2 \Leftrightarrow p_1 = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{3}{2}\rho\upsilon_1^2 . \quad (2)$$

Αφού το νερό στον λεπτό κατακόρυφο σωλήνα είναι (πρακτικά) ακίνητο, ισχύει :

$p_1 = p_\Lambda = p_{\alpha\tau\mu} + \rho g h.$ (3)

Με συνδυασμό των σχέσων (2), (3) προκύπτει :

$$p_{\alpha\tau\mu} + \rho g h = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{3}{2}\rho \upsilon_1^2 \Leftrightarrow h = \frac{3\upsilon_1^2}{2g}. \quad (4)$$



Αφού το ύψος της στάθμης του νερού στο ανοικτό δοχείο παραμένει σταθερό, ο όγκος νερού που εισέρχεται ανά μονάδα χρόνου στο δοχείο από τον οριζόντιο σωλήνα, είναι ίσος με τον όγκο νερού που εξέρχεται ανά μονάδα χρόνου από την οπή στο Z.

Επομένως, η παροχή του οριζόντιου σωλήνα είναι ίση με την παροχή της οπής :

$$\Pi_\Gamma = \Pi_Z \Leftrightarrow A_2\upsilon_2 = A_3\upsilon_3 \xrightarrow{A_2 = 2A_3} 2A_3\upsilon_2 = A_3\upsilon_3 \Rightarrow \upsilon_3 = 2\upsilon_2 \xrightarrow{(1)} \upsilon_3 = 4\upsilon_1. \quad (5)$$

Το μέτρο της ταχύτητας εκροής από την οπή στο Z υπολογίζεται με το θεώρημα Torricelli :

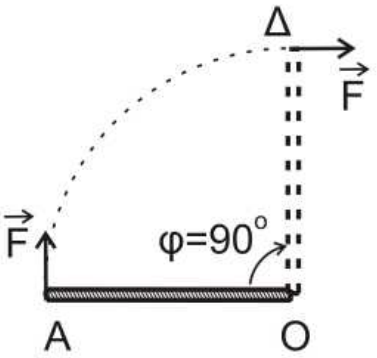
$$\upsilon_3 = \sqrt{2gH} \xrightarrow{(5)} 4\upsilon_1 = \sqrt{2gH} \Leftrightarrow 16\upsilon_1^2 = 2gH \Leftrightarrow H = \frac{16\upsilon_1^2}{2g}. \quad (6)$$

Διαιρώ κατά μέλη τις σχέσεις (4), (6) :

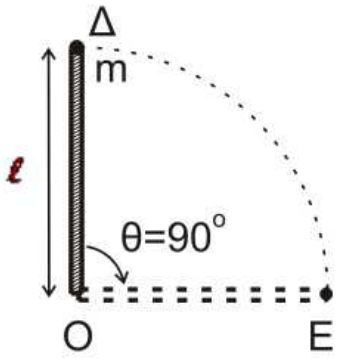
$$\frac{h}{H} = \frac{\frac{3\upsilon_1^2}{2g}}{\frac{16\upsilon_1^2}{2g}} \Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{3}{16}.$$

Σωστή απάντηση : iii).

B3. Λεπτή ισοπαχής ομογενής ράβδος μήκους ℓ και μάζας M μπορεί να περιστρέφεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το άκρο της Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο.



Σχήμα 4



Σχήμα 5

Η αρχικά ακίνητη ράβδος στη θέση (ΟΑ), υπό την επίδραση δύναμης $\vec{F}$ σταθερού μέτρου, που ασκείται συνεχώς κάθετα στο άκρο της αρχίζει να κινείται (**Σχήμα 4**).

Όταν η ράβδος έχει διαγράψει γωνία φ = 90° και φτάσει στη θέση (ΟΔ), η δύναμη παύει ακαριαία να ασκείται και ταυτόχρονα συγκρούεται πλαστικά με ένα σώμα μικρών διαστάσεων μάζας m που ενσωματώνεται ακαριαία στο άκρο της Δ (**Σχήμα 5**).

Ο χρόνος Δt που θα χρειαστεί η ράβδος με το σώμα μάζας m για να διαγράψει τη γωνία θ = 90° από την θέση (ΟΔ) έως τη θέση (ΟΕ) είναι ίσος με

i. $\frac{1}{6}$ s ii. $\frac{1}{3}$ s iii. $\frac{4}{3}$ s

Δίνονται:

- η ροπή αδράνειας της λεπτής ομογενούς ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής είναι ίση με $I_{(\text{ράβδου})} = \frac{1}{3}M\ell^2$
- M = 3 kg, m = 1 kg, ℓ = 1 m, F = 9π N
- Όπου εμφανίζεται το π, να μη γίνει αριθμητική αντικατάσταση.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

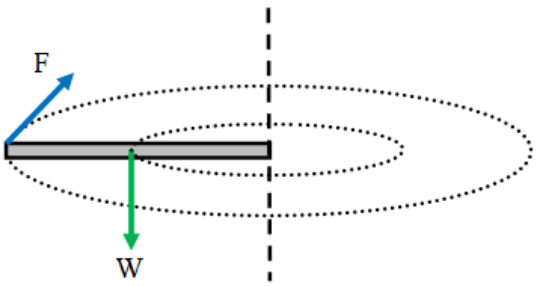
β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

Απάντηση

Έστω ότι στη θέση ΟΔ (ελάχιστα πριν την κρούση) η ράβδος έχει γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$.

Κατά τη διάρκεια της περιστροφής, το βάρος της ράβδου δεν παράγει έργο γιατί είναι συνεχώς κάθετο στις στοιχειώδεις μετατοπίσεις του κέντρου μάζας της.



Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την περιστροφή της ράβδου από την αρχική θέση ΟΑ μέχρι τη θέση ΟΔ :

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_F \Leftrightarrow \frac{1}{2} I_ρ ω^2 - 0 = F\ell \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3} M\ell^2 ω^2 = \pi F\ell \Leftrightarrow ω^2 = \frac{3\pi F}{M\ell} \Leftrightarrow ω = \sqrt{\frac{3\pi F}{M\ell}} \Rightarrow$$

$$ω = \sqrt{\frac{3\pi \cdot 9\pi}{3 \cdot 1}} \frac{rad}{s} \Rightarrow ω = 3\pi \frac{rad}{s}.$$

Κατά τη διάρκεια της κρούσης δεν ασκούνται εξωτερικές ροπές, άρα η στροφορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή. Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της στροφορμής για να υπολογίσω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας $\vec{ω}'$ αμέσως μετά την κρούση :

$$L_{πριν} = L_{μετά} \Leftrightarrow I_ρ ω = (I_ρ + m\ell^2)ω' \Leftrightarrow \frac{1}{3} M\ell^2 ω = \left(\frac{1}{3} M\ell^2 + m\ell^2\right)ω' \Leftrightarrow Mω = (M + 3m)ω' \Leftrightarrow$$

$$ω' = \frac{Mω}{M + 3m} \Rightarrow ω' = \frac{3 \cdot 3\pi}{3 + 3 \cdot 1} \frac{rad}{s} \Rightarrow ω' = \frac{3\pi}{2} \frac{rad}{s}.$$

Το βάρος της ράβδου είναι παράλληλο προς τον άξονα περιστροφής, άρα δεν προκαλεί ροπή.
Αφού η συνισταμένη ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής είναι μηδενική, το σύστημα ράβδος – σφαιρίδιο περιστρέφεται ομαλά με γωνιακή ταχύτητα $\vec{ω}'$.

Για το χρόνο Δt που θα χρειαστεί ώστε να διαγράψει γωνία $θ = \frac{\pi}{2} rad$, ισχύει :

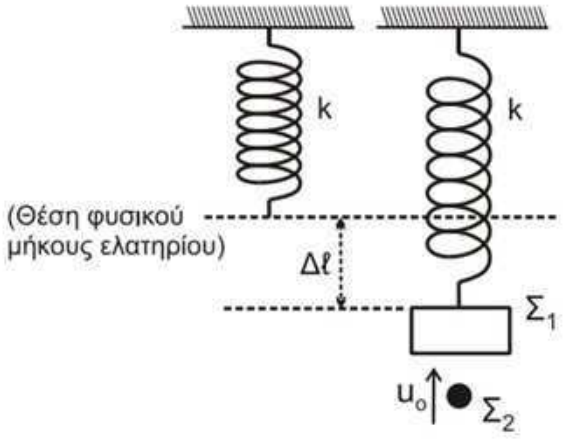
$$θ = ω'(Δt) \Leftrightarrow Δt = \frac{θ}{ω'} \Rightarrow Δt = \frac{\frac{\pi}{2} rad}{\frac{3\pi}{2} \frac{rad}{s}} \Rightarrow Δt = \frac{1}{3} s.$$

Σωστή απάντηση : ii).

Σχόλιο
Η εκφώνηση χρησιμοποιεί το σύμβολο L για το μήκος της ράβδου.
Όμως, με L συμβολίζεται το μέτρο της στροφορμής.
Αφού στην απάντηση εμφανίζεται η στροφορμή $\vec{L}$, έπρεπε να χρησιμοποιηθεί άλλο σύμβολο για το μήκος της ράβδου (π.χ. ℓ).

ΘΕΜΑ Γ

Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου αναρτάται σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1$ kg και, όταν το σώμα ισορροπεί, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι ίση με $\Delta\ell = 0{,}05$ m.



Σχήμα 6

Δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1$ kg κινούμενο κατακόρυφα προς τα πάνω συγκρούεται πλαστικά με ταχύτητα μέτρου u_0 με το σώμα Σ_1 (**Σχήμα 6**) Η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και το συσσωμάτωμα, που προκύπτει από την κρούση, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης D = k και φτάνει μέχρι τη θέση στην οποία το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

Γ1. Να υπολογίσετε τη σταθερά k του ελατηρίου (μονάδες 2) και το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα (μονάδες 4).

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος Σ_2 πριν την κρούση.

Μονάδες 7

Γ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2 κατά την κρούση (μονάδες 4) και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της (μονάδες 2).

Μονάδες 6

Γ4. Αν $t_0 = 0$ η χρονική στιγμή της κρούσης, να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του συσσωματώματος από την θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Μονάδες 6

Να θεωρήσετε :

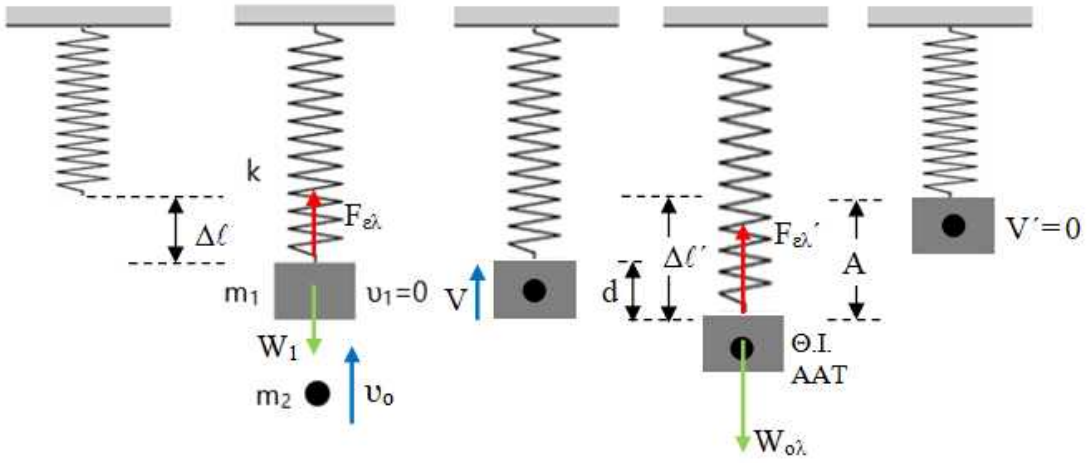
- θετική κατεύθυνση την κατεύθυνση κίνησης του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
- ότι κατά την κρούση δεν έχουμε απώλεια μάζας
- ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10$ m/s^2
- $\eta\mu\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$, $\eta\mu\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\eta\mu\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

Απάντηση

Δ1.



Στη θέση ισορροπίας του Σ_1 ισχύει :

$$\Sigma F_1 = 0 \Leftrightarrow F_{\epsilon\lambda} = W_1 \Leftrightarrow k(\Delta\ell) = m_1 g \Leftrightarrow k = \frac{m_1 g}{\Delta\ell} \Rightarrow k = \frac{10\,N}{0{,}05\,m} \Rightarrow k = 200\frac{N}{m}.$$

Στη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ του συσσωματώματος το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell'$. Ισχύει :

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F_{\epsilon\lambda}' = W_{o\lambda} \Leftrightarrow k(\Delta\ell') = (m_1 + m_2)g \Leftrightarrow \Delta\ell' = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} \Rightarrow \Delta\ell' = \frac{20}{200}m \Rightarrow \Delta\ell' = 0{,}1m.$$

Όταν το συσσωμάτωμα βρίσκεται στην πάνω ακραία θέση της ΑΑΤ (x = + A) το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος, άρα το πλάτος της ΑΑΤ είναι : $A = \Delta\ell' = 0{,}1m.$

Γ2.

Η απόσταση της θέσης της κρούσης από τη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ είναι :

$$d = \Delta\ell' - \Delta\ell \Rightarrow d = (0{,}1 - 0{,}05)\,m \Rightarrow d = 5\cdot 10^{-2}\,m.$$

Έστω V το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ για τη θέση της κρούσης (αμέσως μετά την κρούση) και μία ακραία θέση :

$$K_\sigma + U_\tau = E_\tau \Leftrightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + \frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Leftrightarrow V^2 = \frac{k\left(A^2 - d^2\right)}{m_1 + m_2} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{k\left(A^2 - d^2\right)}{m_1 + m_2}} \Rightarrow$$

$$V = \sqrt{\frac{200(10^{-2} - 0{,}25\cdot 10^{-2})}{2}}\frac{m}{s} = \sqrt{0{,}75}\frac{m}{s} = \sqrt{\frac{3}{4}}\frac{m}{s} \Rightarrow V = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{s}.$$

Αφού η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα, πρακτικά η ορμή του συστήματος δεν μεταβάλλεται.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής (αλγεβρικά) :

$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow m_2\upsilon_o = (m_1 + m_2)V \Leftrightarrow \upsilon_o = \frac{(m_1 + m_2)V}{m_2} \Rightarrow \upsilon_o = \frac{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{1}\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_o = \sqrt{3}\,\frac{m}{s}.$$

Η κινητική ενέργεια του Σ_2, ελάχιστα πριν την κρούση, είναι :

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 \upsilon_o^2 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3J \Rightarrow K_2 = 1,5J.$$

Γ3.

Ελάχιστα πριν την κρούση το Σ_2 κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_o$, ενώ αμέσως μετά την κρούση κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα $\vec{V}$.

Με θετική φορά προς τα πάνω, η αλγεβρική μεταβολή της ορμής του Σ_2 λόγω της κρούσης, είναι :

$$\Delta p_2 = p_2' - p_2 = m_2 (V - \upsilon_o) \Rightarrow \Delta p_2 = 1 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \right) \frac{Kgm}{s} \Rightarrow \Delta p_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{Kgm}{s}.$$

Επομένως, το μέτρο της μεταβολής της ορμής του Σ_2 είναι : $|\Delta p_2| = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{Kgm}{s}$.

Το διάνυσμα $\Delta \vec{p}_2$ έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω.

Γ4.

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ έχει τιμή : $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{200}{2}} \frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 10 \frac{rad}{s}$.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης έχει τη γενική μορφή : $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$. (1)

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το συσσωμάτωμα βρίσκεται πάνω από τη θέση ισορροπίας, απέχει από αυτή $d = 5 \cdot 10^{-2}$ m και κινείται προς τα πάνω, άρα έχει απομάκρυνση $x = d = 5 \cdot 10^{-2}$ m και ταχύτητα $\upsilon > 0$.

Για $t = 0$ και $x = 5 \cdot 10^{-2}$ m $\xrightarrow{(1)}$ $5 \cdot 10^{-2} = 10^{-1} \eta\mu\varphi_o \Rightarrow \eta\mu\varphi_o = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$$\begin{cases} \varphi_o = \frac{\pi}{6} & (2) \\ \text{ή} \\ \varphi_o = \frac{5\pi}{6} & (3) \end{cases}$$

Η εξίσωση της ταχύτητας έχει τη γενική μορφή : $\upsilon = \upsilon_{max} \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o)$. (4)

Για $t = 0$ $\xrightarrow{(4)}$ $\upsilon = \upsilon_{max} \sigma\upsilon\nu\varphi_o$. (5)

Αν $\varphi_o = \frac{\pi}{6}$ $\xrightarrow{(5)}$ $\upsilon = \upsilon_{max} \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{6} > 0$, δεκτή.

Άρα : $\varphi_o = \frac{\pi}{6}$.

Αντικαθιστώντας τις αριθμητικές τιμές στη σχέση (1) προκύπτει η εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ :

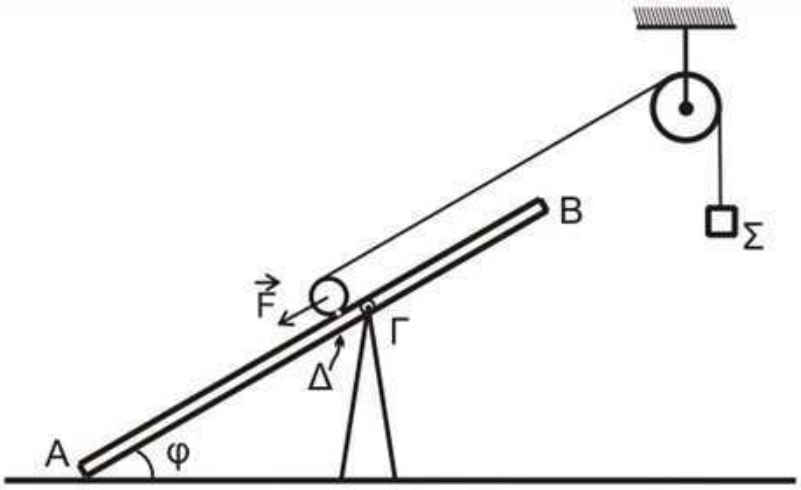
$$x = 0,1\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6} \right). \text{ (S.I.)}$$

ΘΕΜΑ Δ

Ομογενής, άκαμπτη και μικρού πάχους σανίδα ΑΒ μάζας Μ = 2kg και μήκους ℓ = 4m ισορροπεί σε πλάγια θέση με τη βοήθεια υποστηρίγματος, το οποίο έχουμε στερεώσει σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Η σανίδα ακουμπά με το άκρο της Α στο λείο δάπεδο σχηματίζοντας γωνία φ = 30° με αυτό.

Η σανίδα συνδέεται με την κορυφή του υποστηρίγματος με άρθρωση σε σημείο της Γ, το οποίο απέχει από το άκρο της Β απόσταση (ΒΓ) = 1,5m. Η σανίδα μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Γ (κάθετος στο επίπεδο του σχήματος).

Ομογενής κύλινδρος μάζας M_K = 2 kg και ακτίνας R_K βρίσκεται σε επαφή με τη σανίδα στο σημείο Δ, το οποίο απέχει από το Γ απόσταση (ΓΔ) = 0,2 m. Στο μέσο της επιφάνειας του κυλίνδρου, που φέρει ένα λεπτό αυλάκι, έχουμε τυλίξει πολλές φορές λεπτό, αβαρές και μη εκτατό νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου έχουμε δέσει σώμα Σ μικρών διαστάσεων μάζας M_Σ = 2 kg.



Σχήμα 7

Το νήμα περνάει από το αυλάκι ομογενούς τροχαλίας μάζας M_T = 2 kg και ακτίνας R_T, την οποία έχουμε στερεώσει σε ακλόνητο σημείο. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στο επίπεδο της τροχαλίας.

Το τμήμα του νήματος που συνδέει τον κύλινδρο με την τροχαλία έχει διεύθυνση παράλληλη με τη σανίδα.

Αρχικά ασκούμε δύναμη $\vec{F}$ στο κέντρο μάζας του κυλίνδρου με διεύθυνση παράλληλη προς την διεύθυνση ΑΒ, ώστε το σύστημα κύλινδρος-τροχαλία-σώμα να ισορροπεί, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 7**.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Μονάδες 4

Τη χρονική στιγμή t = 0 καταργούμε ακαριαία τη δύναμη και το σώμα Σ αρχίζει να κατέρχεται κατακόρυφα, ενώ ο κύλινδρος αρχίζει να ανέρχεται στη σανίδα εκτελώντας κύλιση χωρίς ολίσθηση και το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.

Δ2. Να αποδείξετε ότι το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κατέρχεται το σώμα Σ είναι ίσο με 4 m / s^2 και να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

Μονάδες 8

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,5$ s κόβουμε ακαριαία το νήμα στο σημείο που εφάπτεται με τον κύλινδρο και στο σημείο πρόσδεσης με το σώμα Σ. Μετά το κόψιμο του νήματος, αυτό δεν εμποδίζει την κίνηση του κυλίνδρου και του σώματος. Ο κύλινδρος συνεχίζει την κίνησή του εκτελώντας κύλιση χωρίς ολίσθηση.

Δ3. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_2 στην οποία ο κύλινδρος σταματά στιγμιαία να κινείται πάνω στη σανίδα.

Μονάδες 6

Δ4. Να υπολογίσετε το συνολικό διάστημα που διάνυσε ο κύλινδρος από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2.

Μονάδες 3

Δ5. Να δείξετε ότι κατά τη διάρκεια της ανόδου του κυλίνδρου πάνω στη σανίδα, από τη χρονική στιγμή $t = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2, που ο κύλινδρος σταματά στιγμιαία, η σανίδα δεν ανατρέπεται.

Μονάδες 4

Δίνονται:

- ημφ = 0,5
- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$
- η ροπή αδράνειας ομογενούς κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι ίση με $I_{cm(κυλίνδρου)} = \frac{1}{2}M_K R_K^2$
- η ροπή αδράνειας της ομογενούς τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της είναι ίση με $I_{cm(τροχαλίας)} = \frac{1}{2}M_T R_T^2$
- ο άξονας περιστροφής του ομογενούς κυλίνδρου παραμένει συνεχώς οριζόντιος σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα
- ο χαρακτηρισμός λεπτό νήμα αφορά νήμα αμελητέου πάχους.

Απάντηση

Δ1.

<u>Σώμα Σ</u>

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων :

$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow T_1 = M_\Sigma g \Rightarrow T_1 = 20$ N.

<u>Τροχαλία</u>

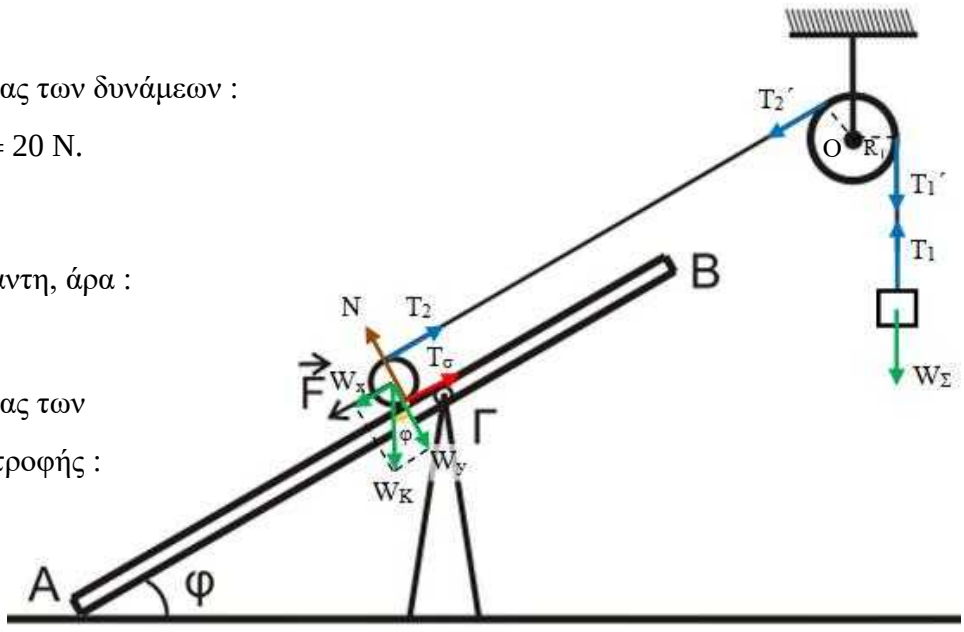
Η μάζα του νήματος είναι ασήμαντη, άρα :

$T_1' = T_1 = 20$ N.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής :

$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Leftrightarrow T_2' R_T - T_1' R_T = 0$

$\Rightarrow T_2' = T_1' = 20\,\text{N}.$



Κύλινδρος

Η μάζα του νήματος είναι ασήμαντη, άρα : $T_2 = T_2' = 20$ N.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής :

$\Sigma\tau_{(K)} = 0 \Leftrightarrow T_\sigma R_K - T_2 R_K = 0 \Rightarrow T_\sigma = T_2 = 20\,\text{N}.$

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων στον άξονα x :

$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F + W_x - T_2 - T_\sigma = 0 \Leftrightarrow F = T_2 + T_\sigma - M_K g\eta\mu\varphi \Rightarrow F = (20 + 20 - 20\cdot 0{,}5)\ \text{N} = 30\ \text{N}.$

Δ2.

Σώμα Σ

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής :

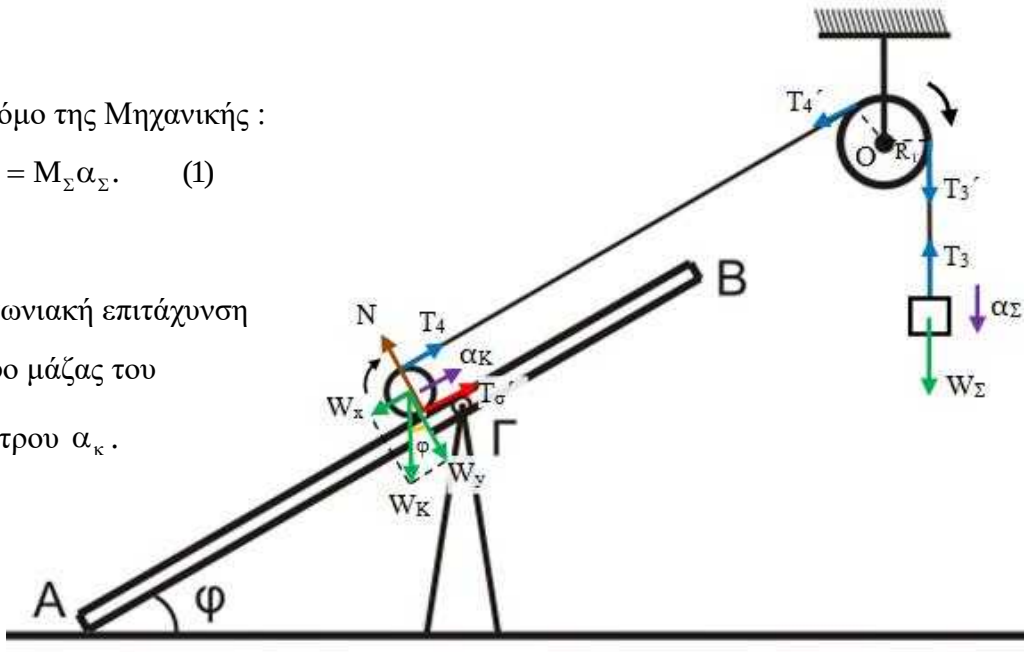
$\Sigma F = M_\Sigma \alpha_\Sigma \Leftrightarrow M_\Sigma g - T_3 = M_\Sigma \alpha_\Sigma.$ (1)

Κύλινδρος

Ο κύλινδρος στρέφεται με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu(K)}$ και το κέντρο μάζας του ανέρχεται με επιτάχυνση μέτρου α_κ.

Αφού ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς ολίσθηση, ισχύει :

$\alpha_K = R_K \alpha_{\gamma\omega\nu(K)}.$ (2)



Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης ως προς τον άξονα περιστροφής :

$\Sigma\tau_{(K)} = I_K \alpha_{\gamma\omega\nu(K)} \Leftrightarrow T_4 R_K - T_\sigma' R_K = \frac{1}{2} M_K R_K^2 \alpha_{\gamma\omega\nu(K)} \Rightarrow T_4 - T_\sigma' = \frac{1}{2} M_K R_K \alpha_{\gamma\omega\nu(K)} \xrightarrow{(2)}$

$T_4 - T_\sigma' = \frac{1}{2} M_K \alpha_K.$ (3)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x :

$\Sigma F_x = M_K \alpha_K \Leftrightarrow T_4 + T_\sigma' - M_K g\eta\mu\varphi = M_K \alpha_K.$ (4)

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (3), (4) :

$T_4 - T_\sigma' + T_4 + T_\sigma' - M_K g\eta\mu\varphi = \frac{1}{2} M_K \alpha_K + M_K \alpha_K \Leftrightarrow 2T_4 - M_K g\eta\mu\varphi = \frac{3}{2} M_K \alpha_K \xrightarrow{:2}$

$T_4 - \frac{1}{2} M_K g\eta\mu\varphi = \frac{3}{4} M_K \alpha_K.$ (5)

Αφού το νήμα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου, ισχύει : $\alpha_\Sigma = 2\alpha_K \Leftrightarrow \alpha_K = \frac{\alpha_\Sigma}{2}.$ (6)

(5), (6) $\Rightarrow$ $T_4 - \frac{1}{2} M_K g\eta\mu\varphi = \frac{3}{8} M_K \alpha_\Sigma.$ (7)

Τροχαλία

Η μάζα του νήματος (1) είναι ασήμαντη, άρα : $T_3' = T_3$. (8)

Η μάζα του νήματος (2) είναι ασήμαντη, άρα : $T_4' = T_4$. (9)

Η τροχαλία στρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu(T)}$.

Αφού το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας, ισχύει : $\alpha_\Sigma = R_T \alpha_{\gamma\omega\nu(T)}$. (10)

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης ως προς τον άξονα περιστροφής :

$$\Sigma\tau_{(O)} = I_T \alpha_{\gamma\omega\nu(T)} \Leftrightarrow T_3' R_T - T_4' R_T = \frac{1}{2} M_T R_T^2 \alpha_{\gamma\omega\nu(T)} \xrightarrow{(8),(9)} T_3 - T_4 = \frac{1}{2} M_T R_T \alpha_{\gamma\omega\nu(T)} \xrightarrow{(10)}$$

$$T_3 - T_4 = \frac{1}{2} M_T \alpha_\Sigma . \quad (11)$$

Προαθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (1), (7), (11) :

$$M_\Sigma g - T_3 + T_4 - \frac{1}{2} M_K g \eta\mu\varphi + T_3 - T_4 = M_\Sigma \alpha_\Sigma + \frac{3}{8} M_K \alpha_\Sigma + \frac{1}{2} M_T \alpha_\Sigma \Leftrightarrow$$

$$M_\Sigma g - \frac{1}{2} M_K g \eta\mu\varphi = \left(M_\Sigma + \frac{3}{8} M_K + \frac{1}{2} M_T \right) \alpha_\Sigma \xrightarrow{x8} \alpha_\Sigma = \frac{\left(8M_\Sigma - 4M_K \eta\mu\varphi\right) g}{8M_\Sigma + 3M_K + 4M_T} \Rightarrow$$

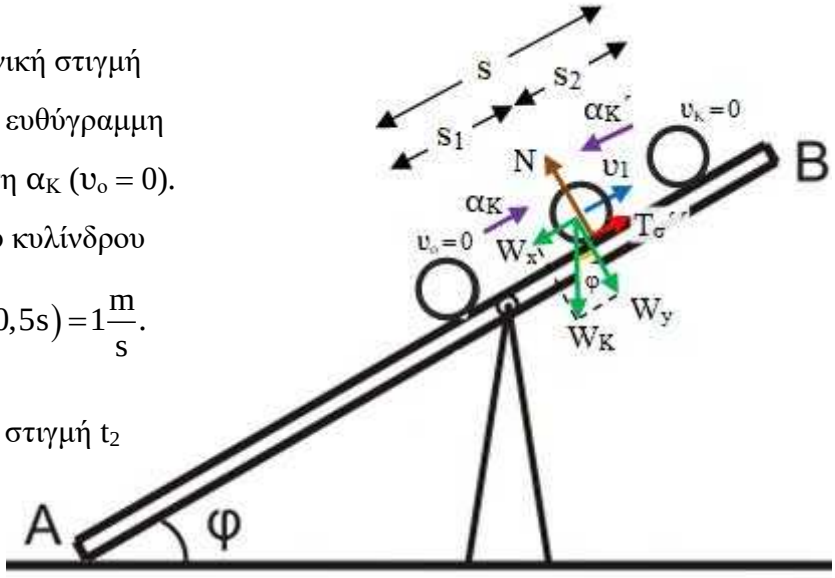
$$\alpha_\Sigma = \frac{\left(16 - 8 \cdot 0,5\right) \cdot 10}{16 + 6 + 8} \frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha_\Sigma = 4 \frac{m}{s^2}.$$

$(6) \Rightarrow \alpha_K = 2 \frac{m}{s^2}$.

Δ3.

Από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,5$ s, το κέντρο του κυλίνδρου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση α_K ($\upsilon_o = 0$).

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,5$ s, το κέντρο του κυλίνδρου έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = \alpha_K t_1 = \left(2 \frac{m}{s^2}\right)(0,5s) = 1 \frac{m}{s}$.



Από τη χρονική στιγμή t_1 μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 ο κύλινδρος εκτελεί σύνθετη κίνηση με επιβράδυνση μέτρου α_K' και γωνιακή επιβράδυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu}'$.

Αφού ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς ολίσθηση, ισχύει : $\alpha_K' = R_K \alpha_{\gamma\omega\nu}'$. (12)

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης (για το μέτρο της ροπής και της γωνιακής επιβράδυνσης) :

$$\Sigma\tau_{(K)}' = I_K\alpha_{\gamma\omega\nu}' \Leftrightarrow T_\sigma'' R_K = \frac{1}{2}M_K R_K^2\alpha_{\gamma\omega\nu}' \Leftrightarrow T_\sigma'' = \frac{1}{2}M_K R_K\alpha_{\gamma\omega\nu}' \xrightarrow{(12)}$$

$$T_\sigma'' = \frac{1}{2}M_K\alpha_K'. \qquad (13)$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x (θετική φορά προς τα κάτω) :

$$\Sigma F_x' = M_K\alpha_K' \Leftrightarrow M_K g\eta\mu\varphi - T_\sigma'' = M_K\alpha_K' \xrightarrow{(13)} M_K g\eta\mu\varphi = \frac{3}{2}M_K\alpha_K' \Leftrightarrow \alpha_K' = \frac{2g\eta\mu\varphi}{3} \Rightarrow$$

$$\alpha_K' = \frac{20\cdot 0,5}{3}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha_K' = \frac{10}{3}\frac{m}{s^2}.$$

Για τη χρονική διάρκεια Δt_2 της επιβραδυνόμενης κίνησης, ισχύει :

$$\upsilon_K = \upsilon_1 - \alpha_K'(\Delta t_2) \xrightarrow{\upsilon_K = 0} \Delta t_2 = \frac{\upsilon_1}{\alpha_K'} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{1}{\frac{10}{3}}s \Rightarrow \Delta t_2 = 0,3s.$$

Ο κύλινδρος θα σταματήσει τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \Delta t_2 = 0,5\ s + 0,3\ s \Rightarrow t_2 = 0,8\ s$.

Δ4.

Από $t_0 = 0$ έως $t_1 = 0,5\ s$

Το κέντρο του κυλίνδρου διανύει διάστημα : $s_1 = \frac{1}{2}\alpha_K t_1^2 = \frac{1}{2}\cdot\left(2\frac{m}{s^2}\right)\left(0,25s^2\right) \Rightarrow s_1 = 0,25m.$

Από $t_1 = 0,5\ s$ έως $t_2 = 0,8\ s$

Το κέντρο του κυλίνδρου διανύει διάστημα :

$$s_2 = \upsilon_1(\Delta t_2) - \frac{1}{2}\alpha_K'(\Delta t_2)^2 = \left(1\cdot 0,3 - \frac{1}{2}\cdot\frac{10}{3}\cdot 0,09\right)m \Rightarrow s_2 = 0,15m.$$

Εναλλακτικός τρόπος

$$s_2 = \frac{\upsilon_1^2}{2\alpha_K'} = \frac{1^2}{2\cdot\frac{10}{3}}m \Rightarrow s_2 = 0,15m.$$

Το συνολικό διάστημα που διάνυσε το κέντρο του κυλίνδρου μέχρι να σταματήσει, είναι :

$s = s_1 + s_2 \Rightarrow s = (0,25 + 0,15)\ m \Rightarrow s = 0,4\ m.$

Δ5.

Ο κύλινδρος δέχεται από τη σανίδα (συνιστώσα) δύναμη $\vec{N}$, κάθετη στη σανίδα.

Από τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων στον άξονα y, προκύπτει :

$$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow N = W_{K(y)} \Leftrightarrow N = M_K g\sigma\upsilon\nu\varphi.$$

Σύμφωνα με τον 3ο νόμο του Newton, ο κύλινδρος ασκεί στη σανίδα κάθετη δύναμη $\vec{N}_\sigma$, μέτρου :

$$N_\sigma = N \Rightarrow N_\sigma = M_K g\sigma\upsilon\nu\varphi\ , \qquad (14)$$

και στατική τριβή $\vec{T}_{\sigma(1)}$, η οποία δεν προκαλεί ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής της σανίδας.

Η δύναμη $\vec{F}_A$ που ασκεί το λείο δάπεδο στη σανίδα είναι κάθετη στο δάπεδο (κατακόρυφη) και αναλύεται σε συνιστώσες $\vec{F}_{A(x)}$ (παράλληλη στη σανίδα) και $\vec{F}_{A(y)}$ (κάθετη στη σανίδα).

Τη στιγμή που σταματά ο κύλινδρος, η απόσταση του σημείου επαφής με τη σανίδα από το Γ, είναι μέγιστη : $d = s - (\Gamma\Delta) = 0,4\,m - 0,2\,m \Rightarrow d = 0,2\,m.$

<u>1ος τρόπος</u>

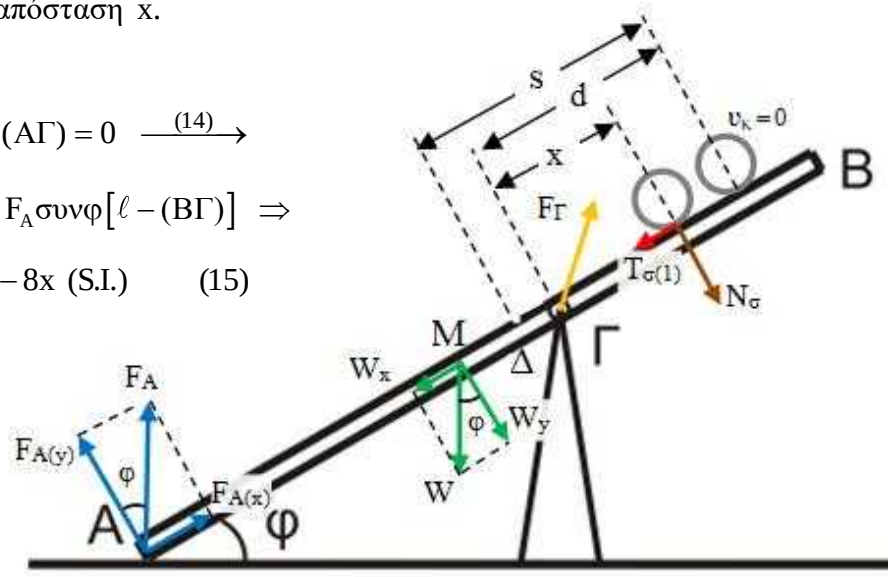
Θεωρώ τον κύλινδρο σε μία τυχαία θέση, στην οποία το σημείο επαφής με τη σανίδα απέχει από το Γ απόσταση x.

Εφόσον η σανίδα ισορροπεί, ισχύει :

$$\Sigma\tau_{(\Gamma)} = 0 \Leftrightarrow W_y(M\Gamma) - N_\sigma x - F_{A(y)}(A\Gamma) = 0 \xrightarrow{(14)}$$

$$Mg\sigma\upsilon\varphi\left(\frac{\ell}{2} - (B\Gamma)\right) - M_K g\sigma\upsilon\varphi \cdot x = F_A\sigma\upsilon\varphi\left[\ell - (B\Gamma)\right] \Rightarrow$$

$$20 \cdot 0,5 - 20 \cdot x = F_A \cdot 2,5 \Rightarrow F_A = 4 - 8x \ (S.I.) \qquad (15)$$



Τη στιγμή που θα ανατραπεί η σανίδα, χάνεται η επαφή της με το οριζόντιο δάπεδο, άρα :

$F_A = 0 \xrightarrow{(15)} 8x = 4 \Leftrightarrow x = 0,5\,m.$

Αφού $x > d$, άρα η σανίδα δεν θα ανατραπεί στη διάρκεια της ανόδου του κυλίνδρου.

<u>2ος τρόπος</u>

Έστω ότι η σανίδα αρχίζει να ανατρέπεται τη στιγμή που το σημείο επαφής του κυλίνδρου με τη σανίδα απέχει απόσταση d' από το Γ.

Τη στιγμή αυτή η δύναμη στο Α μηδενίζεται ($F_A = 0$) και ισχύει (οριακά) :

$$\Sigma\tau_{(\Gamma)} = 0 \Leftrightarrow N_\sigma d' = W_y(M\Gamma) \xrightarrow{(14)} M_K g(\sigma\upsilon\nu\varphi)d' = Mg\sigma\upsilon\nu\varphi\left(\frac{\ell}{2} - (B\Gamma)\right) \Rightarrow 20d' = 20 \cdot 0,5\,m$$

$$\Rightarrow d' = 0,5\,m.$$

Αφού $d < d'$, άρα η σανίδα δεν θα ανατραπεί στη διάρκεια της ανόδου του κυλίνδρου.

<u>3ος τρόπος</u>

Υποθέτω ότι μέχρι να σταματήσει ο κύλινδρος, η σανίδα ισορροπεί.

Τη στιγμή που σταματά ο κύλινδρος, η απόσταση του σημείου επαφής από το Γ είναι μέγιστη άρα και το μέτρο της ροπής της δύναμης $\vec{N}_\sigma$ ως προς το Γ είναι μέγιστο :

$$\tau_{N_\sigma} = N_\sigma \cdot d \xrightarrow{(14)} \tau_{N_\sigma} = M_K g(\sigma\upsilon\nu\varphi)d \Rightarrow \tau_{N_\sigma} = 4\sigma\upsilon\nu\varphi\,Nm. \qquad (16)$$

Το μέτρο της ροπής του βάρους ως προς το Γ είναι :

$$\tau_W = W_y \cdot (M\Gamma) = Mg\sigma\upsilon\nu\varphi\left(\frac{\ell}{2} - (B\Gamma)\right) \Rightarrow \tau_W = 20\sigma\upsilon\nu\varphi \cdot 0,5\,Nm \Rightarrow \tau_W = 10\sigma\upsilon\nu\varphi\,Nm.$$

Αφού $\tau_{N_\sigma} < \tau_W$, άρα η σανίδα δεν θα ανατραπεί στη διάρκεια της ανόδου του κυλίνδρου.

Σχόλιο

Το Θέμα Δ είναι εξαιρετικά δύσκολο, απαιτεί συνδυασμούς πολλών σχέσεων (ιδιαίτερα τα ερωτήματα Δ2, Δ3) και δεν επαρκεί ο χρόνος εξέτασης για την ολοκληρωμένη απάντησή του.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΠΕΜΠΤΗ 5 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2019

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **A1-A4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

A1. Μία από τις μονάδες μέτρησης της στροφορμής των στοιχειωδών σωματιδίων στο διεθνές σύστημα μονάδων (SI) είναι

α) $J \cdot s^2$
β) $J \cdot s$
γ) $kg \cdot m^2/s^2$
δ) $kg \cdot m/s^2$.

Μονάδες 5

Απάντηση

Το μέτρο της στροφορμής spin των στοιχειωδών σωματιδίων (πρωτονίων, νετρονίων, ηλεκτρονίων) υπολογίζεται από τη σχέση : $L_s = \frac{1}{2}\hbar \Rightarrow L_s = 0,53 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s$,

επομένως έχει σαν μονάδα μέτρησης στο S.I. (και) το $1\ J \cdot s$.

Σωστή απάντηση : β).

Α2. Η υδροστατική πίεση στον πυθμένα ανοιχτού δοχείου το οποίο περιέχει υγρό σε ισορροπία και βρίσκεται στην επιφάνεια της γης

α) οφείλεται μόνο στο βάρος του υγρού που περιέχει το δοχείο

β) εξαρτάται από την ατμοσφαιρική πίεση και το βάρος του υγρού που περιέχει το δοχείο

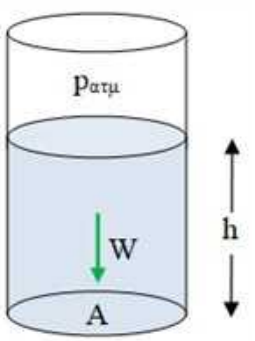
γ) είναι ανεξάρτητη της πυκνότητας του υγρού

δ) είναι πάντα κάθετη στον πυθμένα του δοχείου.

Μονάδες 5

Απάντηση

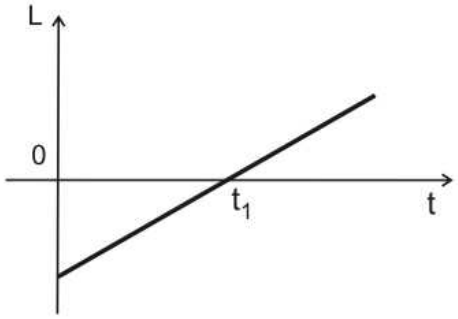
Η υδροστατική πίεση στον πυθμένα του δοχείου οφείλεται μόνο στο βάρος του υγρού που περιέχει το δοχείο.



Σωστή απάντηση : α).

Α3. Οριζόντιος δίσκος στρέφεται γύρω από κατακόρυφο σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος σε αυτόν.

Η στροφορμή L του δίσκου μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως φαίνεται στο **σχήμα 1**.



Σχήμα 1

Η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ασκούνται στο δίσκο

α) είναι σταθερή και ίση με το μηδέν
β) είναι μηδέν τη χρονική στιγμή t_1
γ) αυξάνεται με το χρόνο
δ) είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.

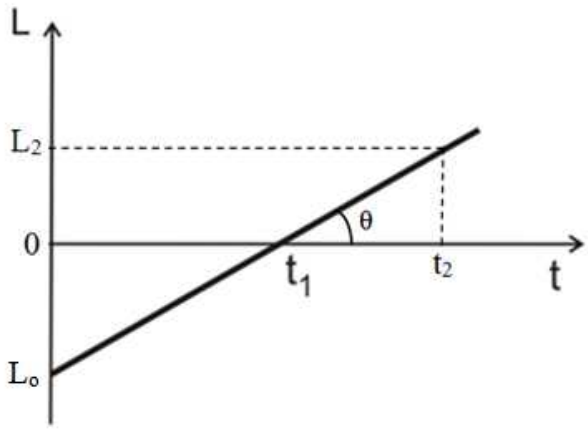
Μονάδες 5

Απάντηση

Το διάγραμμα $L = f(t)$ είναι πλάγια ευθεία με σταθερή (μη μηδενική) κλίση :

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \text{σταθερή } (\neq 0). \qquad (1)$$

Σύμφωνα με τη γενική μορφή του νόμου της στροφικής κίνησης, ισχύει : $\dfrac{\Delta L}{\Delta t} = \Sigma\tau.$ (2)



(1), (2) $\Rightarrow$ $\Sigma\tau = \varepsilon\varphi\theta = \text{σταθερή } (\neq 0).$

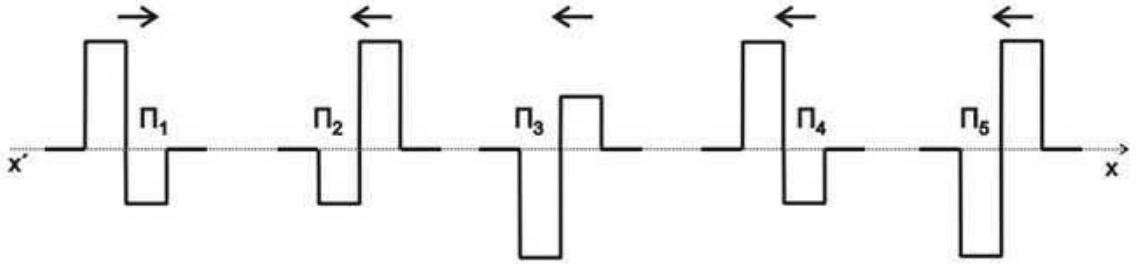
Σωστή απάντηση : δ).

Σχόλιο

Η στροφορμή $\vec{L}$ είναι διανυσματικό μέγεθος.

Η εκφώνηση αναφέρεται στην **αλγεβρική τιμή της στροφορμής L** του δίσκου.

Α4. Στο ίδιο υλικό διαδίδονται ο κυματικός παλμός $Π_1$ κατά τη θετική κατεύθυνση x΄x και οι κυματικοί παλμοί $Π_2$, $Π_3$, $Π_4$, $Π_5$ κατά την αρνητική κατεύθυνση x΄x, όπως φαίνεται στο **σχήμα 2**.



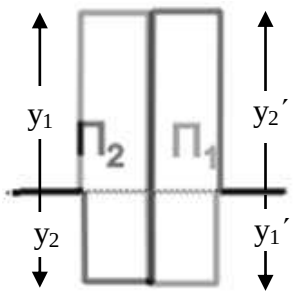
Σχήμα 2

Για να έχουμε απόσβεση ο παλμός $Π_1$ πρέπει να συναντηθεί με τον παλμό

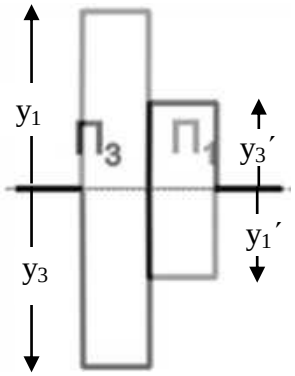
α) $Π_2$
β) $Π_3$
γ) $Π_4$
δ) $Π_5$.

Μονάδες 5

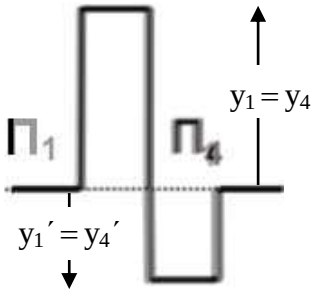
Απάντηση



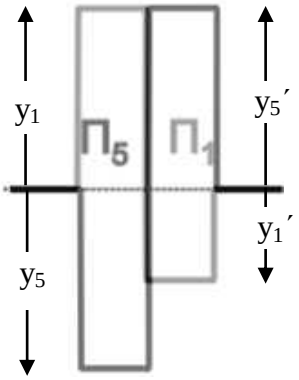
σχήμα 1



σχήμα 2



σχήμα 3



σχήμα 4

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, όταν διαδίδονται ταυτόχρονα δύο ομοεπίπεδοι παλμοί στην ίδια περιοχή ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, η απομάκρυνση ενός σημείου του μέσου είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των απομακρύνσεων εξαιτίας κάθε παλμού ξεχωριστά : $y = y_1 + y_i$. [i = 2, 3, 4, 5]

Για συμβεί «απόσβεση» πρέπει η χορδή να είναι οριζόντια, άρα : $y = 0 \Rightarrow y_i = - y_1$.

Μετακινώ διαδοχικά τους παλμούς (2), (3), (4), (5), ώστε το μέτωπο κάθε παλμού να ταυτιστεί με το τέλος του παλμού (1). Διαπιστώνω ότι :

i) για τους παλμούς (1), (2) οι αντίστοιχες απομακρύνσεις δεν είναι αντίθετες : $y_2 \neq - y_1$, $y_2΄ \neq - y_1΄$.

ii) για τους παλμούς (1), (3) οι αντίστοιχες απομακρύνσεις είναι (περίπου) αντίθετες :

$y_3 = - y_1$, $y_3΄ \cong - y_1΄$.

iii) για τους παλμούς (1), (4) οι αντίστοιχες απομακρύνσεις είναι ίσες (και όχι αντίθετες) :

$y_4 = y_1$, $y_4΄ = y_1΄$.

iii) για τους παλμούς (1), (5) οι αντίστοιχες απομακρύνσεις δεν είναι (όλες) αντίθετες : $y_5 = -y_1$, $y_5' \neq -y_1'$.

Σωστή απάντηση (προσεγγιστικά) : β).

Σχόλια

1) Η διατύπωση «Στο ίδιο υλικό διαδίδονται . . . » είναι ανεπαρκής.
Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : «Στο ίδιο **γραμμικό ελαστικό μέσο**, που έχει τη διεύθυνση του άξονα x, διαδίδονται πέντε **ομοεπίπεδοι παλμοί** . . . ».

2) Η διατύπωση «Για να έχουμε απόσβεση . . . » δεν είναι ακριβής.
Η «απόσβεση» (αν υπάρχει) είναι στιγμιαία και όχι συνεχής.
Μία καλύτερη διατύπωση είναι : « Για να είναι τα σημεία του μέσου στιγμιαία ακίνητα . . . » ή « Για να βρίσκονται στιγμιαία όλα τα σημεία του μέσου στον άξονα x . . . ».

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις, όταν το ταλαντούμενο σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση συντονισμού, το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης.

β) Όταν ένα ποδήλατο κινείται προς το νότο η στροφορμή των τροχών του, ως προς τον άξονα περιστροφής τους, είναι ένα διάνυσμα με κατεύθυνση προς τη δύση.

γ) Ένα ασυμπίεστο ρευστό, που παρουσιάζει εσωτερικές τριβές και τριβές με τα τοιχώματα του σωλήνα μέσα στον οποίο ρέει, χαρακτηρίζεται ως ιδανικό.

δ) Στην κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων η μεταβολή της ορμής του ενός σώματος είναι πάντα αντίθετη από την μεταβολή της ορμής του άλλου σώματος.

ε) Με το σύστημα ανάρτησης των αυτοκινήτων (αμορτισέρ), επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση της απόσβεσης των ταλαντώσεων.

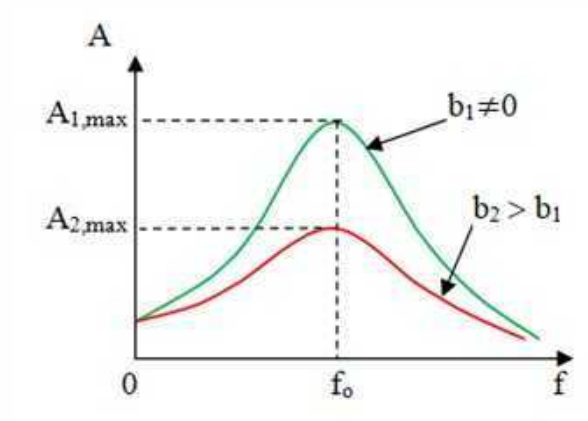
Μονάδες 5

Απάντηση

α) Σωστό.

Αιτιολόγηση

Υποθέτω ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)]$, η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -b\upsilon)$ και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.



Στην περίπτωση αυτή το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη συχνότητα f του διεγέρτη, για δύο τιμές της σταθεράς απόσβεσης b_1 , b_2 όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα (f_o η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή).

Από το διάγραμμα φαίνεται ότι στην κατάσταση συντονισμού το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης είναι διαφορετικό.

π.χ. αν $b_2 > b_1$ τότε $A_{2\,(max)} < A_{1\,(max)}$.

Επομένως, το μέγιστο πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης.

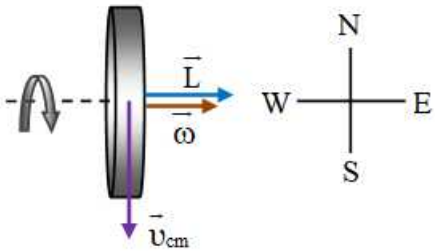
Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)]$, η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -b\upsilon)$ και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.

β) Λάθος.

Αιτιολόγηση

Όταν το ποδήλατο κινείται προς το νότο, τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$ και της στροφορμής $\vec{L}$ έχουν κατεύθυνση προς την ανατολή (σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού).



γ) Λάθος.

Το ιδανικό ρευστό δεν παρουσιάζει εσωτερικές τριβές ούτε τριβές με τα τοιχώματα του σωλήνα μέσα στον οποίο ρέει.

δ) Σωστό.

Αιτιολόγηση

Σε κάθε κρούση διατηρείται η ορμή του συστήματος.

Στην περίπτωση της κρούσης μεταξύ δύο σωμάτων, ισχύει :

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' \Leftrightarrow \vec{p}_1 - \vec{p}_1' = \vec{p}_2' - \vec{p}_2 \Leftrightarrow -\left(\vec{p}_1' - \vec{p}_1\right) = \vec{p}_2' - \vec{p}_2 \Leftrightarrow$$

$$-\Delta\vec{p}_1 = \Delta\vec{p}_2 .$$

ε) Λάθος.

Το σύστημα ανάρτησης του αυτοκινήτου είναι ένα σύστημα αποσβεννύμενων ταλαντώσεων.

Τα αμορτισέρ εξασφαλίζουν δύναμη απόσβεσης – που εξαρτάται από την ταχύτητα – τέτοια, ώστε όταν το αυτοκίνητο περνά από ένα εξόγκωμα του δρόμου, να μη συνεχίζει να ταλαντώνεται για πολύ χρόνο. Καθώς τα αμορτισέρ παλιώνουν και φθείρονται, η τιμή του b ελαττώνεται και η ταλάντωση διαρκεί περισσότερο. Η φθορά αυτή μειώνει την ασφάλεια, επειδή οι ρόδες έχουν λιγότερη επαφή με το έδαφος. (Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 20).

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένα σώμα εκτελεί σύνθετη ταλάντωση που προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος ταλάντωσης και γωνιακές συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους. Οι εξισώσεις των δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων είναι της μορφής $x_1=A\cdot ημ(399πt)$ (SI) και $x_2=A\cdot ημ(401πt)$ (SI).

Ο αριθμός των ταλαντώσεων που εκτελεί το σώμα στο χρονικό διάστημα μεταξύ τριών διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους είναι ίσος με

i. 400 ii. 600 iii. 800

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

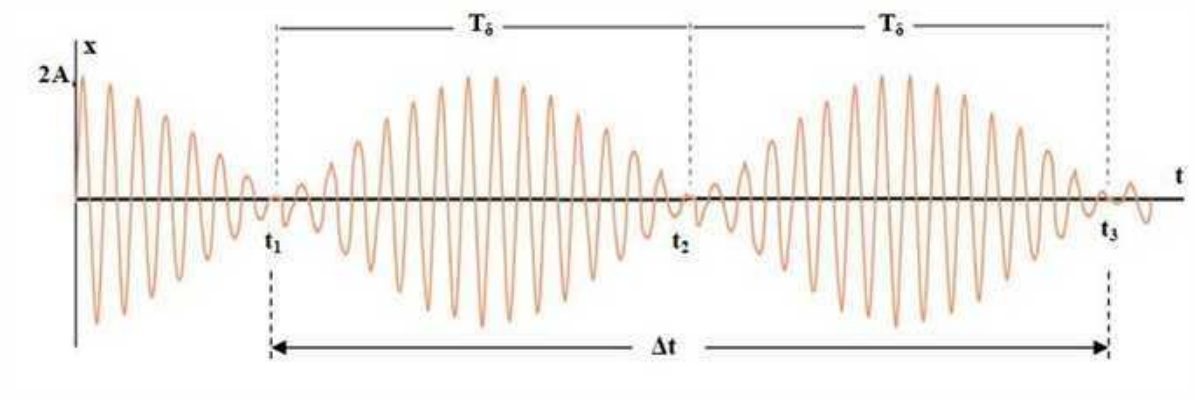
Μονάδες 6

Απάντηση

Οι επιμέρους ταλαντώσεις έχουν γωνιακές συχνότητες $\omega_1 = 399\pi\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$, $\omega_2 = 401\pi\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$ και συχνότητες

$f_1 = \dfrac{\omega_1}{2\pi} = \dfrac{399\pi}{2\pi}\,\text{Hz} = 199,5\,\text{Hz}$, $f_2 = \dfrac{\omega_2}{2\pi} = \dfrac{401\pi}{2\pi}\,\text{Hz} = 200,5\,\text{Hz}$.

Η περίοδος του διακροτήματος είναι : $T_\delta = \dfrac{1}{f_2 - f_1} = \dfrac{1}{(200,5-199,5)\,\text{Hz}} \Rightarrow T_\delta = 1\,\text{s}$.



Το χρονικό διάστημα μεταξύ τριών διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους της σύνθετης ταλάντωσης, είναι :

$\Delta t = 2T_\delta = 2$ s.

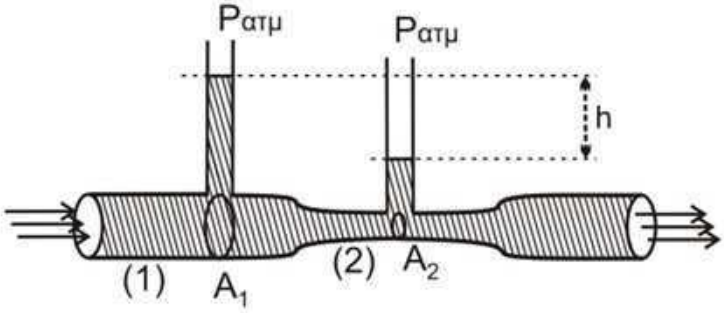
Η συχνότητα της σύνθετης ταλάντωσης είναι : $f = \dfrac{f_1 + f_2}{2} = \dfrac{199,5 + 200,5}{2}\,\text{Hz} \Rightarrow f = 200\,\text{Hz}$.

Για τον αριθμό N των ταλαντώσεων που εκτελεί το σώμα σε χρονική διάρκεια Δt, ισχύει :

$f = \dfrac{N}{\Delta t} \Leftrightarrow N = f(\Delta t) \Rightarrow N = (200\,\text{s}^{-1})(2\text{s}) \Rightarrow N = 400$.

Σωστή απάντηση : i).

Β2. Ο σωλήνας στο ροόμετρο Venturi είναι οριζόντιος και διαρρέεται από ιδανικό ρευστό, όπως φαίνεται στο **σχήμα 3**.



Σχήμα 3

Η εγκάρσια διατομή στην περιοχή (1) έχει εμβαδόν A_1 και η αντίστοιχη στην περιοχή (2) έχει εμβαδόν A_2 με $\frac{A_1}{A_2}=2$.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με g και η υψομετρική διαφορά της στάθμης του υγρού που περιέχεται στους κατακόρυφους λεπτούς ανοιχτούς σωλήνες είναι ίση με h.

Διπλασιάζουμε την ταχύτητα ροής του ιδανικού ρευστού στην περιοχή (1). Η υψομετρική διαφορά της στάθμης του υγρού στους κατακόρυφους λεπτούς ανοικτούς σωλήνες γίνεται ίση με

i. $\frac{1}{2}$h ii. 2h iii. 4h.

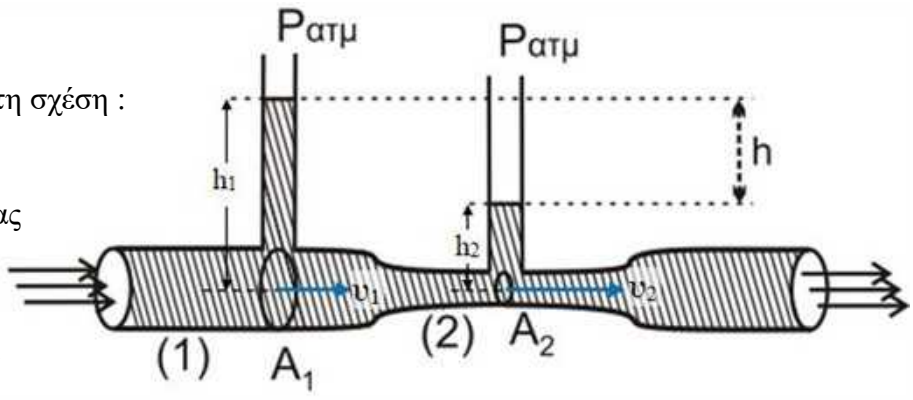
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

Απάντηση



Τα εμβαδά διατομής συνδέονται με τη σχέση :

$A_1 = 2A_2$. (1)

Εφαρμόζω την εξίσωση της συνέχειας για τις διατομές (1) και (2) :

$A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \xrightarrow{(1)} 2A_2\upsilon_1 = A_2\upsilon_2$

$\Leftrightarrow \upsilon_2 = 2\upsilon_1$. (2)

Στους κατακόρυφους σωλήνες το ρευστό ισορροπεί, άρα οι πιέσεις στα κέντρα των διατομών (1), (2) δίνονται από τις σχέσεις :

$p_1 = \rho g h_1$, (3) $p_2 = \rho g h_2$. (4)

Εφαρμόζω την εξίσωση Bermoulli για τη ρευματική γραμμή που διέρχεται από τα κέντρα των διατομών (1), (2), πριν τον διπλασιασμό της ταχύτητας ροής :

$$p_1+\frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2=p_2+\frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \;\Leftrightarrow\; p_1-p_2=\frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_2^2-\upsilon_1^2\right) \xrightarrow{(2),(3),(4)} \rho g(h_1-h_2)=\frac{1}{2}\rho\left(4\upsilon_1^2-\upsilon_1^2\right) \Leftrightarrow$$

$$gh=\frac{3}{2}\upsilon_1^2 \;\Leftrightarrow\; h=\frac{3}{2g}\upsilon_1^2. \qquad (5)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (5), όταν διπλασιαστεί το μέτρο της ταχύτητας ροής $\left(\upsilon_1'=2\upsilon_1\right)$, η υψομετρική διαφορά του ρευστού στους κατακόρυφους σωλήνες, θα γίνει :

$$h'=\frac{3}{2g}(2\upsilon_1)^2 \;\Leftrightarrow\; h'=\frac{3}{2g}\cdot 4\upsilon_1^2 \xrightarrow{(5)} h'=4h.$$

Σωστή απάντηση : iii).

B3. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο μια σφαίρα Σ_1 μάζας m μικρών διαστάσεων συγκρούεται ελαστικά, αλλά όχι κεντρικά, με δεύτερη όμοια σφαίρα Σ_2 ίσης μάζας m, η οποία είναι αρχικά ακίνητη.

Μετά την κρούση οι σφαίρες Σ_1 και Σ_2 κινούνται με ταχύτητες $\vec{\upsilon}_1$ και $\vec{\upsilon}_2$ αντίστοιχα. Η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_1$ με το διάνυσμα της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_2$ είναι:

i. 60° ii. 90° iii. 120°

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

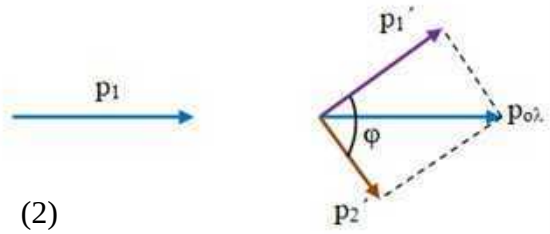
β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Το μέτρο της ορμής της Σ_1 πριν την κρούση είναι

$p_1 = m\upsilon_o$. (1)



Μετά την κρούση, το μέτρο της ορμής της Σ_1 είναι $p_1' = m\upsilon_1$ (2)

και της Σ_2 είναι $p_2' = m\upsilon_2$. (3)

Στη διάρκεια της κρούσης η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή, άρα ισχύει :

$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow \vec{p}_1 = \vec{p}_{ολ(μετά)}$.

Για το μέτρο της ολικής ορμής πριν και μετά την κρούση, η σχέση γράφεται : $p_1 = p_{ολ(μετά)}$. (4)

Αν τα διανύσματα των ταχυτήτων $\vec{\upsilon}_1, \vec{\upsilon}_2$ μετά την κρούση σχηματίζουν γωνία φ, το μέτρο της ολικής ορμής υπολογίζεται με το νόμο του συνημιτόνου :

$$p_{ολ}^2 = p_1'^2 + p_2'^2 + 2p_1'p_2'συνφ \xrightarrow{(4)} p_1^2 = p_1'^2 + p_2'^2 + 2p_1'p_2'συνφ \xrightarrow{(1),(2),(3)}$$
$$m^2\upsilon_o^2 = m^2\upsilon_1^2 + m^2\upsilon_2^2 + 2m^2\upsilon_1\upsilon_2συνφ \Leftrightarrow \upsilon_o^2 = \upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + 2\upsilon_1\upsilon_2συνφ. \quad (5)$$

Αφού η κρούση είναι ελαστική, η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή, άρα :

$$K_{ολ(πριν)} = K_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 \Leftrightarrow \upsilon_o^2 = \upsilon_1^2 + \upsilon_2^2. \quad (6)$$

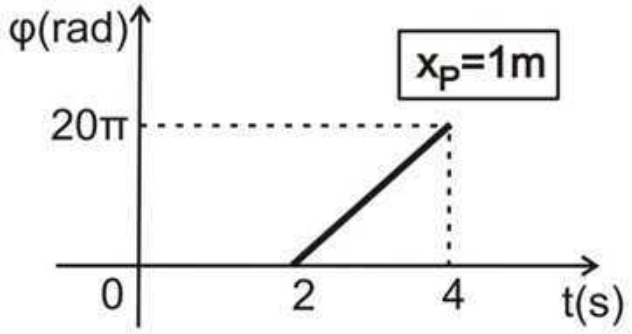
Με συνδυασμό των σχέσεων (5), (6) προκύπτει :

$$\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + 2\upsilon_1\upsilon_2συνφ = \upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 \Leftrightarrow 2\upsilon_1\upsilon_2συνφ = 0 \xrightarrow{\upsilon_1 \neq 0,\ \upsilon_2 \neq 0} συνφ = 0 \Rightarrow φ = 90^o.$$

Σωστή απάντηση : ii).

ΘΕΜΑ Γ

Γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσο μεγάλου μήκους εκτείνεται κατά μήκος του θετικού ημιάξονα Ox. Στο σημείο O (στη θέση x=0) είναι τοποθετημένη σημειακή πηγή που εκτελεί αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής y=A·ημωt, με αποτέλεσμα να δημιουργείται ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα, το οποίο διαδίδεται χωρίς απώλειες ενέργειας προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα Ox. Η γραφική παράσταση της φάσης φ σε συνάρτηση με το χρόνο t, για ένα σημείο P του ελαστικού μέσου, το οποίο βρίσκεται στη θέση x_P=1m, δίνεται από το **σχήμα 4**.



Σχήμα 4

Η ενέργεια ταλάντωσης μιας στοιχειώδους μάζας $\Delta m=2\cdot10^{-6}$kg του ελαστικού μέσου είναι ίση με $16\pi^2\cdot10^{-8}$J.

Γ1. Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης A της πηγής του κύματος.

Μονάδες 6

Γ2. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος στο διεθνές σύστημα μονάδων (SI).

Μονάδες 6

Ένα σημείο Σ του ελαστικού μέσου βρίσκεται στη θέση x_Σ=1,15m.

Γ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Σ (μονάδες 6) και την κατεύθυνσή της (μονάδα 1) τη χρονική στιγμή που το σημείο P διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα.

Μονάδες 7

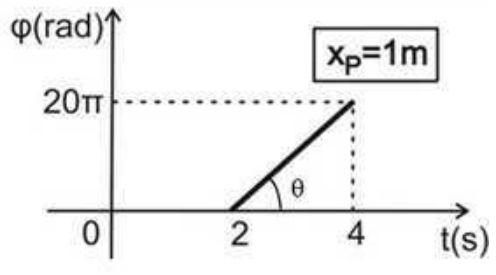
Γ4. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Σ με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή t=0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_1=2,7s (μονάδες 3) και να την σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες (μονάδες 3).

Μονάδες 6

- Να μη γίνει αριθμητική αντικατάσταση του αριθμού π.

Απάντηση

Γ1.



Η κλίση του διαγράμματος $\varphi = f(t)$ είναι ίση με τη γωνικά συχνότητα της ταλάντωσης :

$$\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \omega=\frac{20\pi\text{rad}}{2\text{s}} \Rightarrow \omega=10\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Αφού το αρμονικό κύμα διαδίδεται χωρίς απώλειες ενέργειας, όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου εκτελούν αρμονική ταλάντωση πλάτους Α.

Από τη σχέση της ενέργειας ταλάντωσης ενός στοιχειώδους τμήματος μάζας Δm, προκύπτει :

$$E_\tau = \frac{1}{2}(\Delta m)\upsilon_{max}^2 \xrightarrow{\upsilon_{max}=\omega A} E_\tau = \frac{1}{2}(\Delta m)\omega^2 A^2 \Leftrightarrow A^2 = \frac{2E_\tau}{(\Delta m)\omega^2} \Rightarrow A^2 = \frac{2\cdot 16\pi^2\cdot 10^{-8}}{2\cdot 10^{-6}\cdot 100\pi^2}\,m^2 \Rightarrow$$

$$A^2 = 16\cdot 10^{-4}\,m^2 \Rightarrow A = 4\cdot 10^{-2}\,m.$$

Γ2.

<u>1ος τρόπος</u>

Η φάση της ταλάντωσης του σημείου Ρ που βρίσκεται στη θέση $x_P = 1$ m δίνεται από την εξίσωση :

$$\varphi_P = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_P}{\lambda}\right) \Rightarrow \varphi_P = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{1}{\lambda}\right).\ (S.I.) \qquad (1)$$

Για $t = 2$ s είναι $\varphi_P = 0 \xrightarrow{(1)} \frac{2}{T} = \frac{1}{\lambda}.$ (S.I.) (2)

Για $t = 4$ s είναι $\varphi_P = 20\pi$ rad $\xrightarrow{(1)} 20\pi = 2\pi\left(\frac{4}{T} - \frac{1}{\lambda}\right) \xrightarrow{(2)} 10 = \frac{4}{T} - \frac{2}{T} \Leftrightarrow \frac{2}{T} = 10 \Leftrightarrow T = 0,2s.$

$$(2) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{2}{0,2} \Leftrightarrow \lambda = 0,1m.$$

<u>2ος τρόπος</u>

Ισχύει : $\omega = \frac{2\pi}{T} \Leftrightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{10\pi\frac{rad}{s}} \Rightarrow T = 0,2s.$

Το σημείο Ρ ξεκινά και ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_P = 2$ s.

Για το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης του κύματος, ισχύει :

$$\upsilon = \frac{x_P}{t_P} \Rightarrow \upsilon = \frac{1m}{2s} \Rightarrow \upsilon = 0,5\frac{m}{s}.$$

Εφαρμόζω την εξίσωση της Κυματικής :

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T} \Leftrightarrow \lambda = \upsilon T \Rightarrow \lambda = \left(0,5\frac{m}{s}\right)(0,2s) \Rightarrow \lambda = 0,1m.$$

- Η εξίσωση του αρμονικού κύματος που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x έχει τη μορφή :

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 4\cdot 10^{-2}\eta\mu 2\pi(5t - 10x).\ (S.I.)$$

Γ3.

Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων του μέσου, είναι :

$$\upsilon_{max} = \omega A \Rightarrow \upsilon_{max} = \left(10\pi \frac{rad}{s}\right)\left(4\cdot 10^{-2}\, m\right) \Rightarrow \upsilon_{max} = 0,4\pi \frac{m}{s}.$$

1ος τρόπος

Σημείο Ρ

$$\upsilon_P = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\varphi_P \xrightarrow{\upsilon_P = +\upsilon_{max}} \upsilon_{max} = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\varphi_P \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi_P = 1 \Rightarrow \varphi_P = 2\kappa\pi. \quad (3) \quad [\kappa = 0, 1, 2, \ldots]$$

Σημείο Σ

Από τη χρονική στιγμή t_Σ που ξεκινά να ταλαντώνεται το Σ, η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων Ρ, Σ είναι σταθερή :

$$\varphi_P - \varphi_\Sigma = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_P}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_\Sigma}{\lambda}\right) \Leftrightarrow \varphi_P - \varphi_\Sigma = 2\pi\frac{x_\Sigma - x_P}{\lambda} \Rightarrow \varphi_P - \varphi_\Sigma = 2\pi\cdot\frac{0,15}{0,1} \Rightarrow$$

$$\varphi_P - \varphi_\Sigma = 3\pi\, rad \Rightarrow \varphi_\Sigma = \varphi_P - 3\pi\, rad \xrightarrow{(3)} \varphi_\Sigma = (2\kappa\pi - 3\pi)\, rad. \quad (4)$$

Ισχύει :

$$\upsilon_\Sigma = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\varphi_\Sigma \xrightarrow{(4)} \upsilon_\Sigma = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(2\kappa\pi - 3\pi) = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(-3\pi) \Rightarrow \upsilon_\Sigma = -\upsilon_{max} \Rightarrow \upsilon_\Sigma = -0,4\pi\frac{m}{s}.$$

2ος τρόπος

Η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων του μέσου, είναι :

$$\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow \upsilon = 0,4\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(5t - 10x). \text{ (S.I.)}$$

Σημείο Ρ

$$\upsilon_P = 0,4\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(5t - 10x_P) \xrightarrow{\upsilon_P = +\upsilon_{max}} 0,4\pi = 0,4\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(5t - 10) \Rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\pi(5t - 10) = 1 \Rightarrow$$

$$2\pi(5t - 10) = 2\kappa\pi \Rightarrow 5t - 10 = \kappa \Rightarrow 5t = \kappa + 10. \quad (5) \quad [\kappa = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots]$$

Σημείο Σ

$$\upsilon_\Sigma = 0,4\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(5t - 10x_\Sigma) \xrightarrow{(5)} \upsilon_\Sigma = 0,4\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(\kappa + 10 - 11,5) \Rightarrow \upsilon_\Sigma = 0,4\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(\kappa - 1,5) \Rightarrow$$

$$\upsilon_\Sigma = 0,4\pi\sigma\upsilon\nu(2\kappa\pi - 3\pi) = 0,4\pi\sigma\upsilon\nu(-3\pi) \Rightarrow \upsilon_\Sigma = -0,4\pi\frac{m}{s}.$$

- Άρα, τη στιγμή που το Ρ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα, το Σ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με ταχύτητα μέτρου $|\upsilon_\Sigma| = 0,4\pi\frac{m}{s}$, κινούμενο προς την αρνητική φορά.

Γ4.

Η απομάκρυνση του Σ από τη θέση ισορροπίας δίνεται από την εξίσωση :

$y_\Sigma = 4\cdot 10^{-2}\eta\mu 2\pi(5t - 10x_\Sigma) \Rightarrow y_\Sigma = 4\cdot 10^{-2}\eta\mu 2\pi(5t - 11{,}5)$. (S.I.)

Τη χρονική στιγμή t_Σ που ξεκινά και ταλαντώνεται το σημείο Σ, ισχύει :

$\varphi_\Sigma = 2\pi(5t - 11{,}5) = 0 \Leftrightarrow 5t_\Sigma = 11{,}5s \Leftrightarrow t_\Sigma = 2{,}3\,s.$

Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_\Sigma = 2{,}3$ s, το Σ είναι ακίνητο στη θέση ισορροπίας, άρα : $y_\Sigma = 0$.

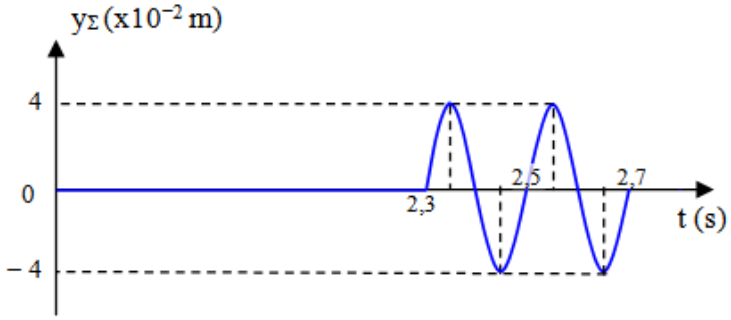
Από τη χρονική στιγμή $t_\Sigma = 2{,}3$ s μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 2{,}7$ s, το Σ ταλαντώνεται για χρονική διάρκεια $\Delta t = t_1 - t_\Sigma = 0{,}4$ s και εκτελεί N ταλαντώσεις.

Ισχύει :

$T = \frac{\Delta t}{N} \Leftrightarrow N = \frac{\Delta t}{T} \Rightarrow N = \frac{0{,}4s}{0{,}2s} \Rightarrow$

$N = 2$ ταλαντώσεις .

Το ζητούμενο διάγραμμα απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Σχόλιο

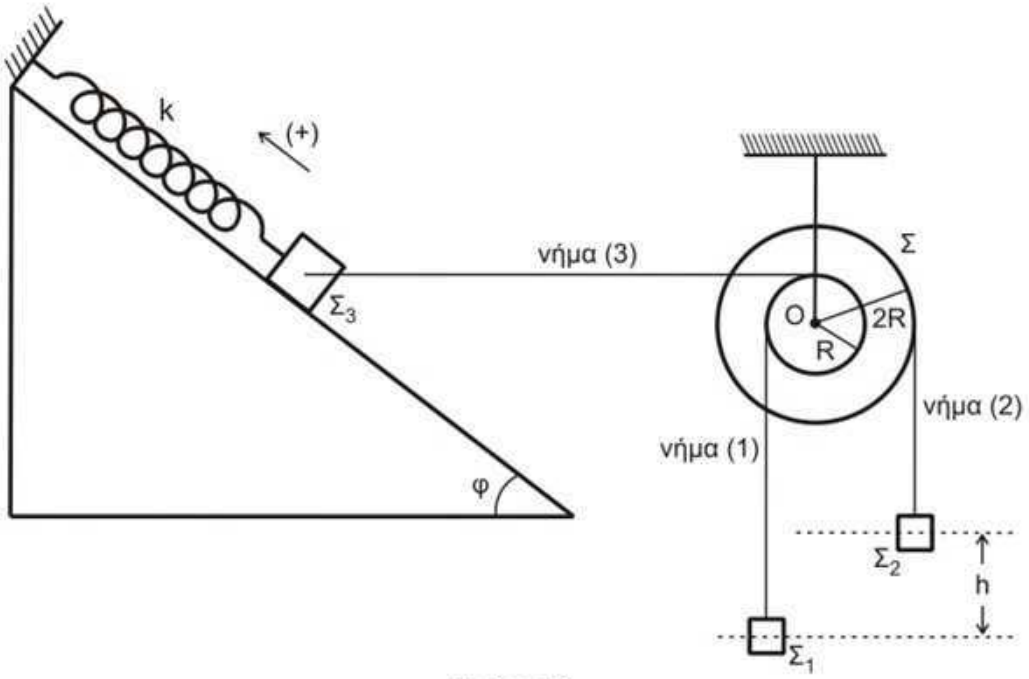
Η διατύπωση « . . . μιας στοιχειώδους μάζας Δm . . . » είναι λανθασμένη.

Μία καλύτερη διατύπωση είναι : « . . . ενός στοιχειώδους τμήματος μάζας Δm . . . ».

ΘΕΜΑ Δ

Στερεό σώμα Σ μάζας M=1,5kg αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και 2R αντίστοιχα, όπου R = 0,1m όπως φαίνεται στο **σχήμα 5**. Το στερεό Σ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας του.

Η ροπή αδράνειας του στερεού Σ ως προς τον άξονα περιστροφής του, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο του Ο δίνεται από τη σχέση $I_\Sigma = 2MR^2$.



Σχήμα 5

Τα σώματα Σ_1 μάζας m_1 = 1kg και Σ_2 μάζας m_2 = 1,5kg κρέμονται στα ελεύθερα άκρα αβαρών και μη εκτατών νημάτων (1) και (2). Τα νήματα είναι πολλές φορές τυλιγμένα στους κυλίνδρους ακτίνας R και 2R, αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο **σχήμα 5**.

Στην κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου μεγάλου μήκους γωνίας κλίσης φ, όπου ημφ=0,8 και συνφ=0,6 στερεώνεται ιδανικό ελατήριο σταθεράς k=300N/m στο άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται σώμα Σ_3 μάζας m_3 = 3kg. Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο.

Το σώμα Σ_3 συνδέεται με τον κύλινδρο ακτίνας R με τη βοήθεια οριζόντιου αβαρούς και μη εκτατού νήματος (3), όπως φαίνεται στο **σχήμα 5**.

Το σύστημα των σωμάτων αρχικά ισορροπεί και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 απέχουν κατακόρυφα μεταξύ τους απόσταση h=0,48m.

Δ1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου από τη θέση του φυσικού του μήκους.

Μονάδες 5

Τη χρονική στιγμή t = 0 κόβουμε το νήμα (3). Το σώμα Σ_3 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D=k και θετική φορά προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο **σχήμα 5** και το στερεό σώμα Σ αρχίζει να περιστρέφεται γύρω από το σταθερό οριζόντιο άξονά του.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_3 τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{15}$ s.

Μονάδες 5

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του στερεού σώματος Σ.

Μονάδες 6

Δ4. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του στερεού σώματος Σ ως προς τον άξονα περιστροφής του τη χρονική στιγμή που τα σώματα Σ_1 και Σ_2 διέρχονται από το ίδιο οριζόντιο επίπεδο.

Μονάδες 4

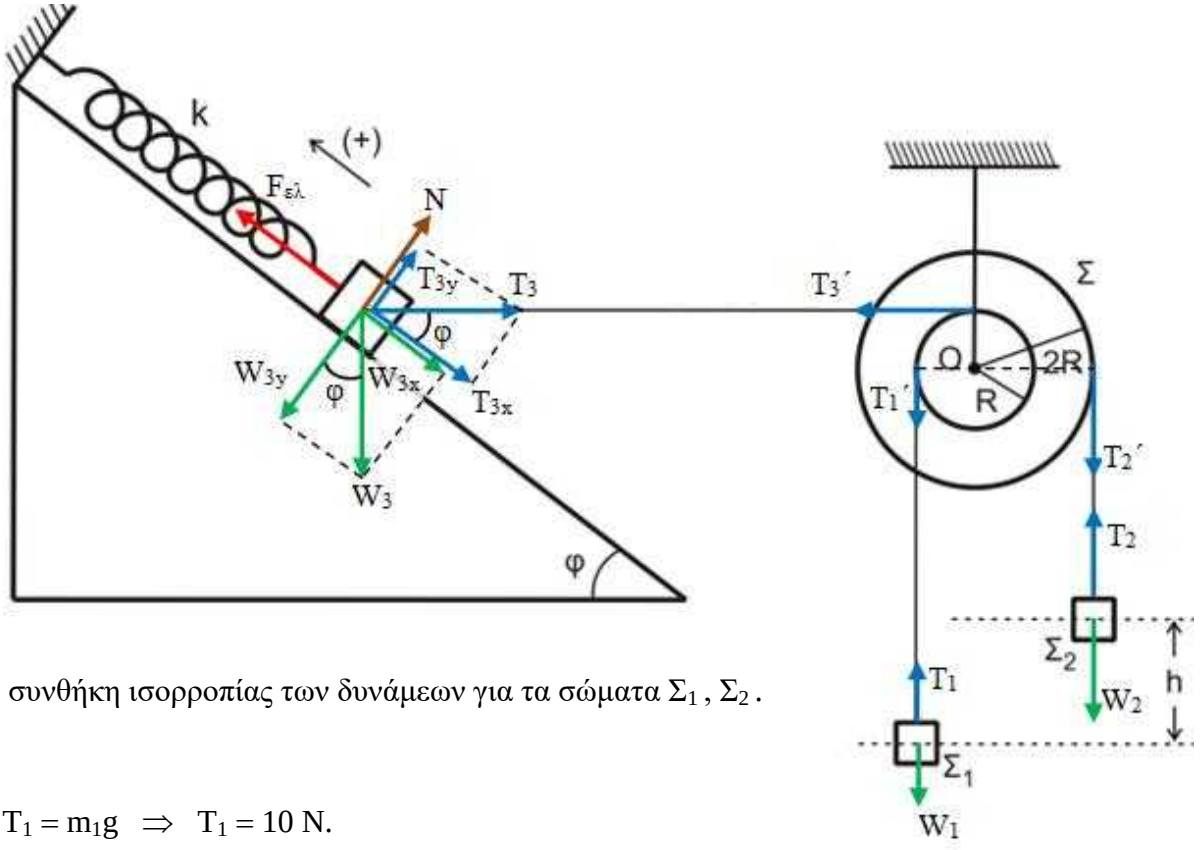
Δ5. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του στερεού σώματος Σ τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ έχει διαγράψει $N=\frac{20}{\pi}$ περιστροφές.

Μονάδες 5

- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\ m/s^2$
- Να θεωρήσετε ότι τα μήκη των νημάτων (1) και (2) είναι πολύ μεγάλα ώστε τα σώματα Σ_1 και Σ_2 να μη συγκρούονται με το στερεό Σ, κατά τη διάρκεια της κίνησής τους.
- Να θεωρήσετε ότι τα σώματα Σ_1, Σ_2, Σ_3 είναι πολύ μικρών διαστάσεων.
- Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.
- Να μη γίνει αριθμητική αντικατάσταση του αριθμού π.

Απάντηση

Δ1.



Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων για τα σώματα Σ_1 , Σ_2 .

<u>Σώμα Σ_1</u>

$\Sigma F_1 = 0 \Leftrightarrow T_1 = m_1 g \Rightarrow T_1 = 10$ N.

<u>Σώμα Σ_2</u>

$\Sigma F_2 = 0 \Leftrightarrow T_2 = m_2 g \Rightarrow T_2 = 15$ N.

Αφού η μάζα των νημάτων είναι ασήμαντη, για τα μέτρα των τάσεων ισχύουν οι ισότητες :

$T_1' = T_1 = 10\ N,\quad T_2' = T_2 = 15\ N,\quad T_3' = T_3$.

Στερεό Σ

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής του στερεού :

$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Leftrightarrow T_3'\cdot R + T_1'\cdot R - T_2'\cdot(2R) = 0 \Leftrightarrow T_3' = 2T_2' - T_1' \Rightarrow T_3' = 20\ N.$

Σώμα Σ_3

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων στον άξονα x :

$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} - W_{3x} - T_{3x} = 0 \Leftrightarrow k(\Delta\ell) = m_3 g\eta\mu\varphi + T_3\sigma\upsilon\nu\varphi \Leftrightarrow \Delta\ell = \frac{m_3 g\eta\mu\varphi + T_3\sigma\upsilon\nu\varphi}{k} \Rightarrow$$

$$\Delta\ell = \frac{30\cdot 0{,}8 + 20\cdot 0{,}6}{300}\,m \Rightarrow \Delta\ell = 0{,}12\,m.$$

Δ2.

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ που κόβεται το νήμα (3), το Σ_3 είναι ακίνητο στην ακραία θέση $x = -A$.

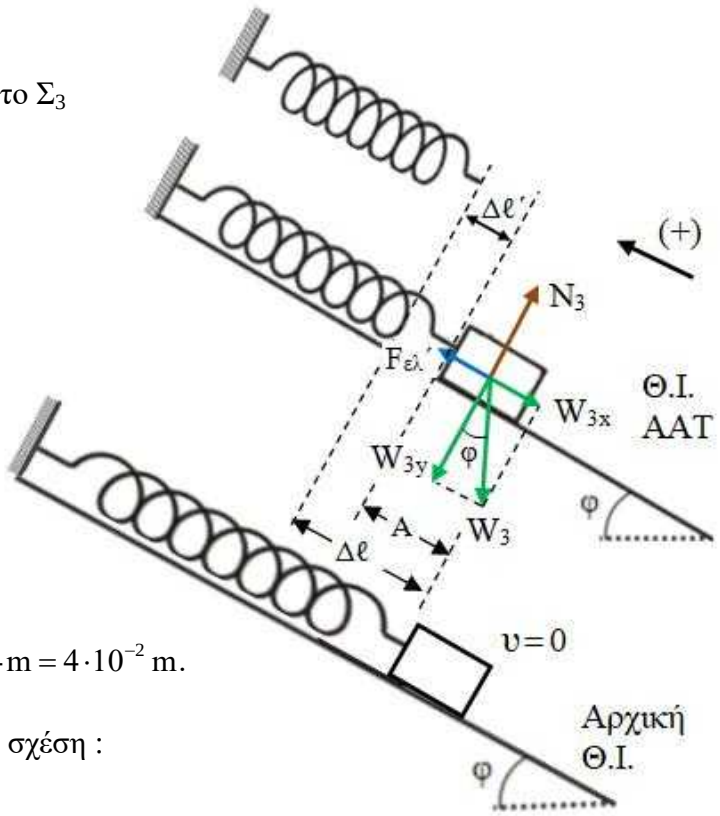
Τη στιγμή που διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell'$.

Στη θέση ισορροπίας ισχύει :

$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda}' - W_{3x} = 0 \Leftrightarrow k(\Delta\ell') = m_3 g\eta\mu\varphi$$

$$\Leftrightarrow \Delta\ell' = \frac{m_3 g\eta\mu\varphi}{k} \Rightarrow \Delta\ell' = \frac{30\cdot 0{,}8}{300}\,m \Rightarrow$$

$$\Delta\ell' = 0{,}08\,m.$$



Το πλάτος της ΑΑΤ είναι :

$$A = \Delta\ell - \Delta\ell' \Rightarrow A = (0{,}12 - 0{,}08)\,m \Rightarrow A = 0{,}04\,m = 4\cdot 10^{-2}\,m.$$

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ υπολογίζεται με τη σχέση :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_3}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{300}{3}}\,\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 10\,\frac{rad}{s}.$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης στην ΑΑΤ έχει τη γενική μορφή : $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$. (1)

Για $t = 0$ και $x = -A \xrightarrow{(1)} -A = A\eta\mu\varphi_o \Rightarrow \eta\mu\varphi_o = -1 \Rightarrow \varphi_o = \frac{3\pi}{2}$.

Επομένως, η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι : $x = 4\cdot 10^{-2}\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right)$. (2)

$$\text{Για}\quad t=\frac{\pi}{15}\text{s}\ \xrightarrow{(2)}\ x=4\cdot10^{-2}\eta\mu\left(10\cdot\frac{\pi}{15}+\frac{3\pi}{2}\right)\text{m}=4\cdot10^{-2}\eta\mu\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{3\pi}{2}\right)\text{m}=4\cdot10^{-2}\eta\mu\left(\frac{13\pi}{6}\right)\text{m}\ \Rightarrow$$

$$x=4\cdot10^{-2}\eta\mu\left(2\pi+\frac{\pi}{6}\right)\text{m}\ \Rightarrow\ x=4\cdot10^{-2}\eta\mu\frac{\pi}{6}=4\cdot10^{-2}\cdot\frac{1}{2}\text{m}\ \Rightarrow\ x=2\cdot10^{-2}\,\text{m}.$$

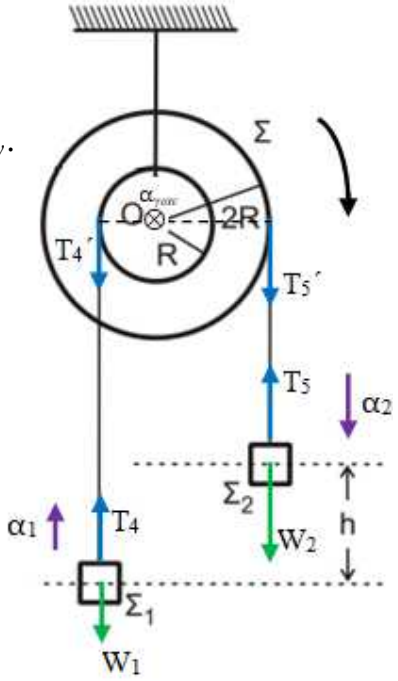
Σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Newton, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος είναι ίσος με τη συνισταμένη δύναμη : $\frac{d\vec{p}}{dt}=\Sigma\vec{F}=\vec{F}_{\varepsilon\pi}$.

Επομένως, το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής, τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{\pi}{15}\text{s}$, είναι :

$$\frac{|dp|}{dt}=|F_{\varepsilon\pi}|=k|x|\ \Rightarrow\ \frac{|dp|}{dt}=\left(300\frac{\text{N}}{\text{m}}\right)\left(2\cdot10^{-2}\,\text{m}\right)\ \Rightarrow\ \frac{|dp|}{dt}=6\,\text{N}.$$

Δ3.

Αφού κοπεί το νήμα (3), το Σ_2 κατέρχεται με επιτάχυνση μέτρου α_2, το Σ_1 ανέρχεται με επιτάχυνση μέτρου α_1 και η τροχαλία περιστρέφεται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu}$.



Τα νήματα δεν ολισθαίνουν στις περιφέρειες των κυλίνδρων, άρα ισχύουν οι σχέσεις : $\alpha_1=R\alpha_{\gamma\omega\nu}$, (3) $\alpha_2=2R\alpha_{\gamma\omega\nu}$. (4)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για τα σώματα Σ_1, Σ_2.

<u>Σώμα Σ_1</u>

$$\Sigma F_1=m_1\alpha_1\ \xrightarrow{(3)}\ T_4-m_1g=m_1R\alpha_{\gamma\omega\nu}.\qquad(5)$$

<u>Σώμα Σ_2</u>

$$\Sigma F_2=m_2\alpha_2\ \xrightarrow{(4)}\ m_2g-T_5=2m_2R\alpha_{\gamma\omega\nu}.\qquad(6)$$

<u>Στερεό Σ</u>

Αφού η μάζα των νημάτων είναι ασήμαντη, για τα μέτρα των τάσεων ισχύουν οι ισότητες :

$T_3'=T_3$, $T_4'=T_4$.

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης :

$$\Sigma\tau_{(O)}=I_\Sigma\alpha_{\gamma\omega\nu}\ \Leftrightarrow\ T_5'\cdot2R-T_4'\cdot R=2MR^2\alpha_{\gamma\omega\nu}\ \Rightarrow\ 2T_5-T_4=2MR\alpha_{\gamma\omega\nu}.\qquad(7)$$

$$(5)+2\cdot(6)+(7)\ \Rightarrow\ T_4-m_1g+2m_2g-2T_5+2T_5-T_4=m_1R\alpha_{\gamma\omega\nu}+4m_2R\alpha_{\gamma\omega\nu}+2MR\alpha_{\gamma\omega\nu}\ \Leftrightarrow$$

$$(2m_2-m_1)g=(m_1+4m_2+2M)R\alpha_{\gamma\omega\nu}\ \Leftrightarrow\ \alpha_{\gamma\omega\nu}=\frac{(2m_2-m_1)g}{(m_1+4m_2+2M)R}\ \Rightarrow$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu}=\frac{(2\cdot1,5-1)\cdot10}{(1+4\cdot1,5+2\cdot1,5)\cdot0,1}\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\ \Rightarrow\ \alpha_{\gamma\omega\nu}=20\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}.$$

Δ4.

Σώμα Σ_1

Από τη χρονική στιγμή t = 0 που κόπηκε το νήμα (3), το Σ_1 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_{o,1}=0$) με επιτάχυνση μέτρου : $\alpha_1 = R\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_1 = (0{,}1\text{m})\left(20\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right) \Rightarrow \alpha_1 = 2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

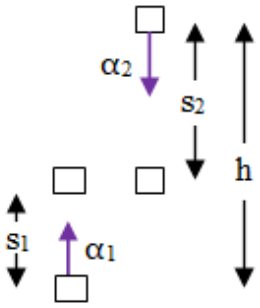
Μετά από χρόνο t θα έχει διανύσει διάστημα : $s_1 = \frac{1}{2}\alpha_1 t^2$. (8)

Σώμα Σ_2

Από τη χρονική στιγμή t = 0 που κόπηκε το νήμα (3), το Σ_2 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_{o,2}=0$) με επιτάχυνση μέτρου : $\alpha_2 = 2R\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_2 = 2\cdot(0{,}1\text{m})\left(20\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right) \Rightarrow \alpha_2 = 4\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Μετά από χρόνο t θα έχει διανύσει διάστημα : $s_2 = \frac{1}{2}\alpha_2 t^2 \xrightarrow{\alpha_2 = 2\alpha_1} s_2 = \alpha_1 t^2$. (9)

Τη χρονική στιγμή που τα σώματα βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, ισχύει :



$$s_1 + s_2 = h \xrightarrow{(8),(9)} \frac{1}{2}\alpha_1 t^2 + \alpha_1 t^2 = h \Leftrightarrow \frac{3}{2}\alpha_1 t^2 = h \Leftrightarrow t^2 = \frac{2h}{3\alpha_1} \Rightarrow$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{3\alpha_1}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\cdot 0{,}48}{3\cdot 2}}\,\text{s} \Rightarrow t = 0{,}4\,\text{s}.$$

Στερεό

Από τη χρονική στιγμή t = 0 που κόπηκε το νήμα (3), το στερεό Σ περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 20\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$.

Τη χρονική στιγμή t = 0,4 s έχει γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω. Ισχύει :

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\omega - 0}{t} \Leftrightarrow \omega = \alpha_{\gamma\omega\nu} t \Rightarrow \omega = \left(20\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right)(0{,}4\text{s}) \Rightarrow \omega = 8\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Τη χρονική στιγμή t = 0,4 s, το μέτρο της στροφορμής του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής είναι :

$$L = I_\Sigma \omega = 2MR^2\omega \Rightarrow L = 2\cdot 1{,}5\cdot 0{,}1^2\cdot 8\frac{\text{Kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}} \Rightarrow L = 0{,}24\frac{\text{Kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}}.$$

Δ5.

Έστω ότι μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 το στερεό έχει εκτελέσει $N = \frac{20}{\pi}$ περιστροφές.

Τα σημεία της περιφέρειας του κυλίνδρου ακτίνας R έχουν γραμμική (επιτρόχια) επιτάχυνση μέτρου $\alpha_1 = 2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 , κάθε σημείο της περιφέρειας του κυλίνδρου ακτίνας R διανύει διάστημα :

$$s = \frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2. \quad (10)$$

Ισχύει :

$$s = 2\pi RN \xrightarrow{(10)} \frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 = 2\pi RN \Leftrightarrow t_1^2 = \frac{4\pi RN}{\alpha_1} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{4\pi RN}{\alpha_1}} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 0,1 \cdot \frac{20}{\pi}}{2}}\,s \Rightarrow t_1 = 2s.$$

Τη χρονική στιγμή t_1 , η γωνιακή ταχύτητα του στερεού έχει μέτρο :

$$\omega_1 = \alpha_{\gamma\omega\nu} t_1 \Rightarrow \omega_1 = \left(20\frac{rad}{s^2}\right)(2s) \Rightarrow \omega_1 = 40\frac{rad}{s}.$$

Έστω ότι σε χρονική διάρκεια dt μία ακτίνα του στερεού διαγράφει επίκεντρη γωνία dθ.

Σύμφωνα με το ΘΜΚΕ, για την αντίστοιχη μεταβολή της κινητικής ενέργειας ισχύει :

$$dK = dW = \left(\Sigma\tau_{(O)}\right)(d\theta) = I_\Sigma \alpha_{\gamma\omega\nu}(d\theta) \Rightarrow dK = 2MR^2\alpha_{\gamma\omega\nu}(d\theta).$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του στερεού τη χρονική στιγμή t_1 , είναι :

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_{t_1} = 2MR^2\alpha_{\gamma\omega\nu}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{t_1} \Leftrightarrow \left(\frac{dK}{dt}\right)_{t_1} = 2MR^2\alpha_{\gamma\omega\nu}\omega_1 \Rightarrow \left(\frac{dK}{dt}\right)_{t_1} = 2 \cdot 1,5 \cdot 0,1^2 \cdot 20 \cdot 40\frac{J}{s} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_{t_1} = 24\frac{J}{s}.$$

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 13 ΙΟΥΝΙΟΥ 2018
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΟΚΤΩ (8)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Δύο μικρά σώματα με μάζες m και 4m, που κινούνται στην ίδια ευθεία με αντίθετες κατευθύνσεις και ταχύτητες υ_1 και υ_2 αντίστοιχα, συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Αν η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται, τότε τα δύο σώματα πριν την κρούση είχαν

α) αντίθετες ταχύτητες
β) ίσες ορμές
γ) αντίθετες ορμές
δ) ίσες κινητικές ενέργειες.

Μονάδες 5

Απάντηση

Αφού το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται, η τελική ορμή του συστήματος είναι μηδενική : $p_{ολ(τελ)} = 0$.

Η ορμή του συστήματος κατά τη διάρκεια της κρούσης διατηρείται (πρακτικά) σταθερή.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής (διανυσματικά) :

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0 \Leftrightarrow \vec{p}_1 = -\vec{p}_2 . \qquad (1)$$

Επομένως, **οι ορμές των σωμάτων πριν την κρούση είναι αντίθετες**. [β : Λάθος]

$$(1) \Rightarrow m\vec{\upsilon}_1 = -4m\vec{\upsilon}_2 \Rightarrow \vec{\upsilon}_1 = -4\vec{\upsilon}_2 . \qquad (2) \qquad [α : Λάθος]$$

Για τις κινητικές ενέργειες των σωμάτων πριν την κρούση, ισχύει :

$$K_2 = \frac{1}{2}\cdot 4m\upsilon_2^2 = 2m\upsilon_2^2 . \qquad (3)$$

$$K_1 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \xrightarrow{(2)} K_1 = \frac{1}{2}m\cdot 16\upsilon_2^2 = 8m\upsilon_2^2 \xrightarrow{(3)} K_1 = 4K_2 . \qquad [δ : Λάθος]$$

Σωστή απάντηση : γ).

Σχόλιο

Η διατύπωση : « . . . ταχύτητες υ_1 και υ_2 αντίστοιχα . . . » είναι λανθασμένη.

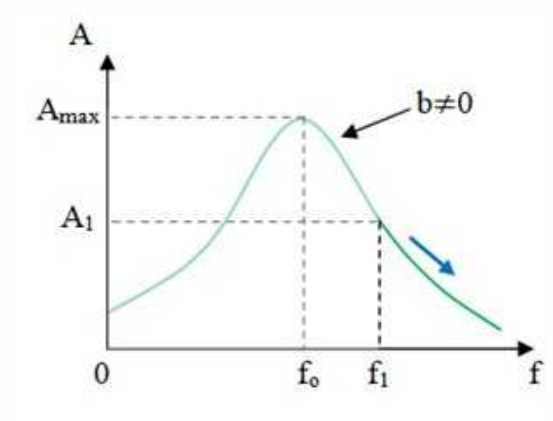
Η σωστή διατύπωση είναι : « . . . ταχύτητες $\vec{\upsilon}_1$ και $\vec{\upsilon}_2$ αντίστοιχα . . . ».

A2. Ταλαντωτής εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με τη συχνότητα f του διεγέρτη να είναι λίγο μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα f_0 του ταλαντωτή. Αν ελαττώσουμε την περίοδο του διεγέρτη, το πλάτος της ταλάντωσης του ταλαντωτή

α) παραμένει σταθερό
β) αυξάνεται αρχικά και μετά ελαττώνεται
γ) ελαττώνεται αρχικά και μετά αυξάνεται
δ) ελαττώνεται.

Μονάδες 5

Απάντηση



Υποθέτω ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)]$, η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -b\upsilon)$ και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.

Αρχικά : $f > f_o$.

Ελαττώνοντας την περίοδο του διεγέρτη, αυξάνεται η συχνότητά του $\left(f = \frac{1}{T}\right)$.

Με βάση το διάγραμμα πλάτους – συχνότητας στην εξαναγκασμένη ταλάντωση, αυξάνοντας τη συχνότητα του διεγέρτη το πλάτος ελαττώνεται.

Σωστή απάντηση : δ).

Σχόλιο

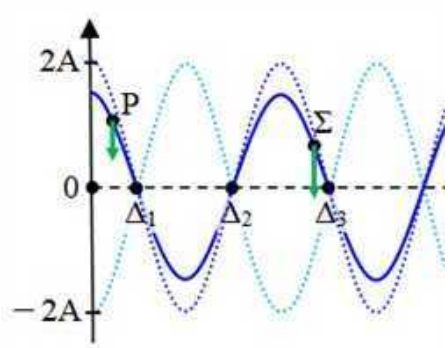
Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)]$, η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -b\upsilon)$ και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.

Α3. Μεταξύ δύο σημείων Α και Β ενός στάσιμου κύματος που έχει δημιουργηθεί σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο παρεμβάλλονται συνολικά δύο δεσμοί. Τα σημεία Α και Β έχουν μεταξύ τους

α) διαφορά φάσης ίση με 0
β) διαφορά φάσης ίση με π
γ) διαφορά φάσης ίση με π/4
δ) διαφορά φάσης ίση με π/2.

Μονάδες 5

Απάντηση



Όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα, ανάμεσα στα σημεία Ρ, Σ παρεμβάλλονται δύο δεσμοί.

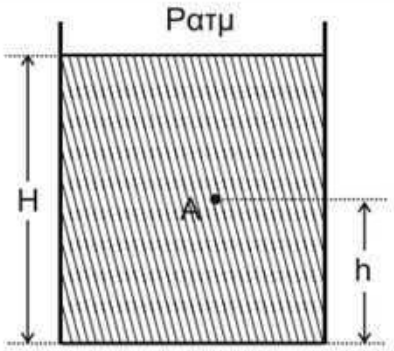
Τα σημεία Ρ, Σ διέρχονται ταυτόχρονα από τις θέσεις ισορροπίας τους κινούμενα προς την ίδια φορά και φτάνουν ταυτόχρονα στις αντίστοιχες ακραίες θέσεις τους, δηλαδή βρίσκονται σε συμφωνία φάσης.

Επομένως, η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο σημείων είναι μηδενική.

Σωστή απάντηση : α).

Α4. Το ανοιχτό κυλινδρικό δοχείο του σχήματος βρίσκεται εντός πεδίου βαρύτητας με επιτάχυνση βαρύτητας g και περιέχει νερό πυκνότητας ρ. Το ύψος του νερού στο δοχείο είναι Η. Στο σημείο Α, που απέχει απόσταση h από τον πυθμένα του δοχείου, η υδροστατική πίεση είναι ίση με

α) Ρατμ + ρgh
β) Ρατμ + ρg(H-h)
γ) ρgh
δ) ρg(H-h).



Μονάδες 5

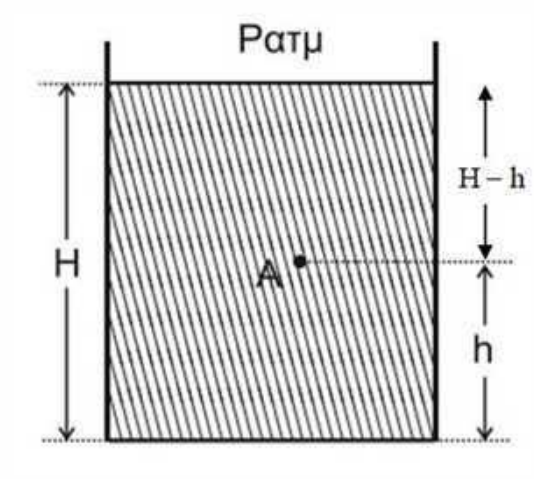
Απάντηση

Όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα, η απόσταση του σημείου Α από την επιφάνεια του υγρού είναι Η – h.

Επομένως, η υδροστατική πίεση στο Α είναι :

$p_{υδ} = ρg(H – h)$.

Σωστή απάντηση : δ).



Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Περίοδος $T_δ$ ενός διακροτήματος ονομάζεται ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς της απομάκρυνσης.

β) Κατά την εκδήλωση σεισμικής δόνησης το έδαφος λειτουργεί ως διεγέρτης για τα κτίρια. Όταν η συχνότητα του σεισμικού κύματος γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα ενός κτιρίου, το πλάτος της ταλάντωσης του κτιρίου μεγιστοποιείται.

γ) Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, με μικρή σταθερά απόσβεσης b, όταν η σταθερά απόσβεσης αυξηθεί λίγο, ο ρυθμός μείωσης του πλάτους της ταλάντωσης ελαττώνεται.

δ) Κατά τη ροή ιδανικού ρευστού σε οριζόντιο σωλήνα, όταν οι ρευματικές γραμμές παρουσιάζουν την ίδια πυκνότητα, η ταχύτητα ροής δεν μεταβάλλεται.

ε) Σε ένα ρολόι με δείκτες η γωνιακή επιτάχυνση του λεπτοδείκτη είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.

Μονάδες 5

Απάντηση

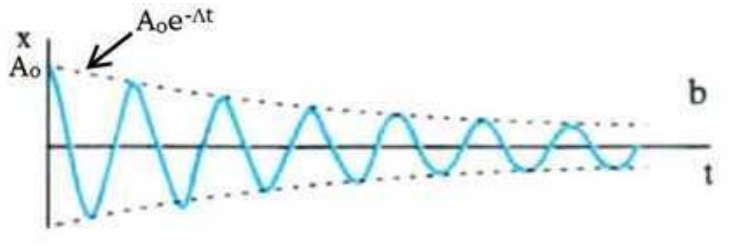
α) Λάθος.

Η περίοδος $T_δ$ ενός διακροτήματος είναι το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους της σύνθετης ταλάντωσης.

β) Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 24.

γ) Λάθος (υπό προϋποθέσεις).



Σε μία φθίνουσα μηχανική ταλάντωση στην οποία η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_α = -bυ$), το πλάτος ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο : $A = A_o e^{-\Lambda t}$,

όπου : A_o το πλάτος τη χρονική στιγμή $t = 0$, $\Lambda = \frac{b}{2m}$ και $t = N \cdot T$ [T : η περίοδος, N = 0, 1, 2, . . .].

Η ελάττωση του πλάτους υπολογίζεται ανά περίοδο της ταλάντωσης (ή σε ακέραια πολλαπλάσια της περιόδου) **και όχι σε τυχαία χρονικά διαστήματα**.

Επομένως, **δεν έχει νόημα η έκφραση : «ρυθμός μείωσης του πλάτους»**.

Σχόλιο

Μία καλύτερη διατύπωση της πρότασης είναι η εξής :

«Σε μία φθίνουσα μηχανική ταλάντωση, στην οποία η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_α = -bυ$), με μικρή αύξηση της σταθεράς απόσβεσης b η ελάττωση του πλάτους ανά περίοδο είναι μικρότερη, υποθέτοντας ότι η περίοδος της ταλάντωσης δεν μεταβάλλεται».

δ) Σωστό.

Όταν η ροή είναι στρωτή, η πυκνότητα των ρευματικών γραμμών είναι ανάλογη με το μέτρο της ταχύτητας κάθε στοιχειώδους τμήματος του ρευστού.

Αφού η πυκνότητα των ρευματικών γραμμών είναι σταθερή, η ταχύτητα ροής έχει σταθερό μέτρο.

ε) Λάθος.

Σε ίσα χρονικά διαστήματα dt ο λεπτοδείκτης διαγράφει ίσες επίκεντρες γωνίες dθ, άρα η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής έχει σταθερό μέτρο $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ και τη σταθερή διεύθυνση του άξονα περιστροφής.

Επομένως, η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του λεπτοδείκτη είναι σταθερή : $\vec{\omega}$ = σταθερή.

Άρα, η γωνιακή επιτάχυνση του λεπτοδείκτη είναι μηδενική : $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = 0.$

Σχόλιο

Η απάντηση στο ερώτημα ε) δεν είναι απόλυτα ακριβής.

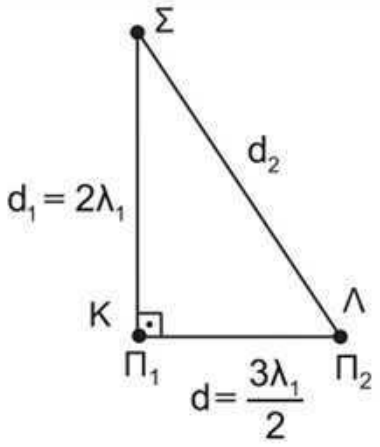
Στα σύγχρονα ρολόγια με δείκτες που τροφοδοτούνται από μπαταρία (quartz), η κίνηση των δεικτών δεν είναι απόλυτα ομαλή αλλά διακοπτόμενη (αυτό γίνεται φανερό με τον δευτερολεπτοδείκτη, ο οποίος κάθε 1 s εκτινάσσεται διαγράφοντας γωνία 6°.

Επομένως, στα ρολόγια quartz η γωνιακή επιτάχυνση των δεικτών είναι διάφορη του μηδενός.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Στην ελεύθερη επιφάνεια νερού που ηρεμεί, στις θέσεις Κ και Λ βρίσκονται δύο όμοιες και σύγχρονες κυματικές πηγές απλών αρμονικών κυμάτων $Π_1$ και $Π_2$, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=\frac{3\lambda_1}{2}$. Οι πηγές ταλαντώνονται χωρίς αρχική φάση, με συχνότητα f_1, πλάτος ταλάντωσης Α και παράγουν κύματα μήκους κύματος λ_1, που διαδίδονται στην επιφάνεια του νερού με σταθερή ταχύτητα υ.

Ένα σημείο Σ της επιφάνειας του νερού απέχει από την πηγή $Π_1$ απόσταση $d_1=2\lambda_1$ και από την πηγή $Π_2$ απόσταση d_2, όπως στο σχήμα. Το ευθύγραμμο τμήμα ΣΚ είναι κάθετο στο ΚΛ.



Διπλασιάζουμε τη συχνότητα ταλάντωσης των δύο πηγών διατηρώντας σταθερό το πλάτος Α της ταλάντωσής τους.

Το Σ μετά τον διπλασιασμό της συχνότητας ταλάντωσης των πηγών θα είναι:

i. σημείο ενίσχυσης
ii. σημείο απόσβεσης
iii. σημείο που ταλαντώνεται με πλάτος Α.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Η απόσταση του Σ από την πηγή $Π_2$ είναι :

$$d_2=\sqrt{d_1^2+d^2}=\sqrt{4\lambda_1^2+\frac{9\lambda_1^2}{4}}=\sqrt{\frac{25\lambda_1^2}{4}} \Rightarrow d_2=\frac{5\lambda_1}{2}.$$

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων δεν μεταβάλλεται με τον διπλασιασμό της συχνότητας ταλάντωσης των πηγών. Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής σε κάθε περίπτωση.

1η περίπτωση

$\upsilon=\lambda_1 f_1$ (1)

2η περίπτωση

$\upsilon=\lambda_2 f_2$ (2)

Σχόλιο
Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι οι πηγές ταλαντώνονται σε διεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια του νερού (ή ότι παράγουν εγκάρσια αρμονικά κύματα στην επιφάνεια του νερού).

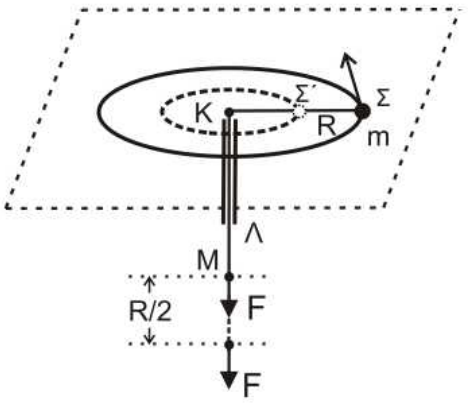
(1), (2) $\Rightarrow$ $\lambda_1 f_1=2\lambda_2 f_1 \Rightarrow \lambda_1=2\lambda_2$. (3)

Ισχύει : $d_2-d_1=\frac{5}{2}\lambda_1-2\lambda_1=\frac{1}{2}\lambda_1 \xrightarrow{(3)} d_2-d_1=\lambda_2$.

Αφού η διαφορά των αποστάσεων από τις πηγές είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος λ_2, το Σ είναι σημείο ενισχυτικής συμβολής.

Σωστή απάντηση : i.

B2. Το σφαιρίδιο του σχήματος, μάζας m, διαγράφει οριζόντιο κύκλο ακτίνας ΚΣ = R με γωνιακή ταχύτητα ω δεμένο στο άκρο αβαρούς μη εκτατού νήματος, το οποίο περνάει από κατακόρυφο σωλήνα ΚΛ. Στο άκρο Μ του νήματος ασκείται κατάλληλη δύναμη F, ώστε αυτό να κινηθεί χωρίς τριβή διαμέσου του σωλήνα μέχρι η ακτίνα περιστροφής του σφαιριδίου μάζας m να γίνει ΚΣ΄ = R/2.



Σε όλη τη διάρκεια της μεταβολής της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς, θεωρούμε ότι το σφαιρίδιο κινείται εκτελώντας κυκλική κίνηση στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές.

Το έργο της δύναμης F για τη μετακίνηση του σφαιριδίου μάζας m θα είναι ίσο με:

i. $\frac{1}{2}m\omega^2R^2$ ii. $\frac{2}{3}m\omega^2R^2$ iii. $\frac{3}{2}m\omega^2R^2$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

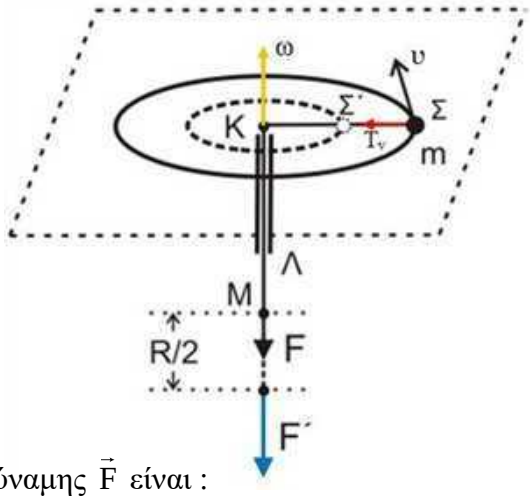
β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Το τεντωμένο νήμα ασκεί στο σφαιρίδιο δύναμη $\vec{T}_ν$, η οποία έχει κατεύθυνση προς το κέντρο Κ της κυκλικής τροχιάς (κεντρομόλος δύναμη).

Ο φορέας της $\vec{T}_ν$ τέμνει τον άξονα περιστροφής, άρα δεν προκαλεί ροπή. Αφού η συνολική ροπή είναι μηδενική, η στροφορμή του σφαιριδίου ως προς τον άξονα περιστροφής διατηρείται σταθερή.



Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της στροφορμής :

$$L' = L \Leftrightarrow m\upsilon'\frac{R}{2} = m\upsilon R \Leftrightarrow \upsilon' = 2\upsilon. \qquad (1)$$

Αφού δεν υπάρχουν τριβές, σύμφωνα με το ΘΜΚΕ το έργο της δύναμης $\vec{F}$ είναι :

$$W_F = K' - K \Rightarrow W_F = \frac{1}{2}m\upsilon'^2 - \frac{1}{2}m\upsilon^2 \xrightarrow{(1)}$$

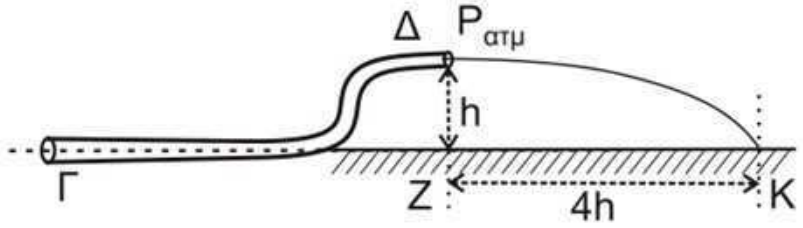
$$W_F = \frac{1}{2}m\cdot\left(4\upsilon^2\right) - \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{3}{2}m\upsilon^2 \xrightarrow{\upsilon=\omega R} W_F = \frac{3}{2}m\omega^2R^2.$$

Σωστή απάντηση : iii.

Σχόλιο

Κατά τη διάρκεια της ελάττωσης της ακτίνας, το μέτρο της δύναμης αυξάνεται (και δεν είναι σταθερό όπως δείχνει το σχήμα της εκφώνησης) ώστε να είναι συνεχώς ίσο με το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης ($F = T_ν = m\omega^2R$).

Β3. Ο κυλινδρικός σωλήνας ΓΔ του σχήματος αποτελεί τμήμα ενός μεγάλου σωλήνα μεταβλητής διατομής και βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο. Στον σωλήνα ρέει με σταθερή παροχή ιδανικό υγρό πυκνότητας ρ με φορά από το Γ προς το Δ. Η σχέση των εμβαδών των εγκαρσίων διατομών του σωλήνα στα σημεία Γ και Δ είναι $A_Γ = 2\,A_Δ$. Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία κινείται το υγρό στο σημείο Γ είναι $υ_Γ$. Τα σημεία Γ και Δ απέχουν υψομετρικά κατά h, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η φλέβα του υγρού που εξέρχεται από το στόμιο Δ πέφτει σε σημείο Κ στην προέκταση της οριζόντιας ευθείας που διέρχεται από το σημείο Γ.



Η απόσταση ΖΚ (βεληνεκές) είναι ίση με 4h.

Η διαφορά πίεσης ΔP μεταξύ των σημείων Γ και Δ ισούται με

i. $2ρυ_Γ^2$ ii. $ρυ_Γ^2$ iii. $\frac{ρυ_Γ^2}{2}$.

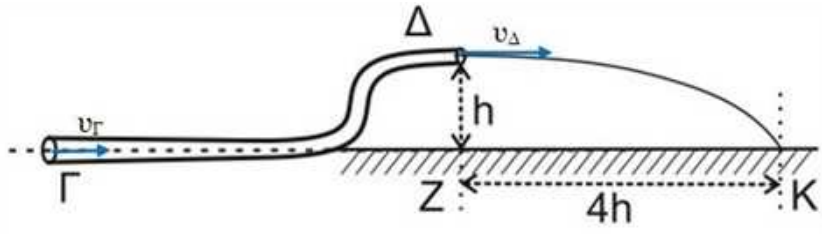
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

Απάντηση



Έστω $υ_Γ$, $υ_Δ$ τα μέτρα των ταχυτήτων του υγρού στα σημεία Γ, Δ αντίστοιχα.

Εφαρμόζω την εξίσωση της συνέχειας για τις δύο διατομές :

$$Π_Γ = Π_Δ \;\Leftrightarrow\; A_Γ υ_Γ = A_Δ υ_Δ \xrightarrow{A_Γ = 2A_Δ} 2A_Δ υ_Γ = A_Δ υ_Δ \;\Leftrightarrow\; υ_Δ = 2υ_Γ. \qquad (1)$$

Κάθε στοιχειώδης ποσότητα υγρού που εξέρχεται από το στόμιο Δ εκτελεί οριζόντια βολή από ύψος h, με βεληνεκές $x_{max} = 4h$.

Από την εξίσωση της τροχιάς, προκύπτει :

$$y = \frac{g}{2υ_Δ^2}\cdot x^2 \;\Rightarrow\; h = \frac{g}{2υ_Δ^2}\cdot(4h)^2 \;\Leftrightarrow\; h = \frac{g}{2υ_Δ^2}\cdot 16h^2 \;\Leftrightarrow\; υ_Δ^2 = 8gh. \qquad (2)$$

$$(1),(2) \;\Rightarrow\; 4υ_Γ^2 = 8gh \;\Rightarrow\; h = \frac{υ_Γ^2}{2g}. \qquad (3)$$

Εφαρμόζω την εξίσωση Bernoulli για τις δύο διατομές :

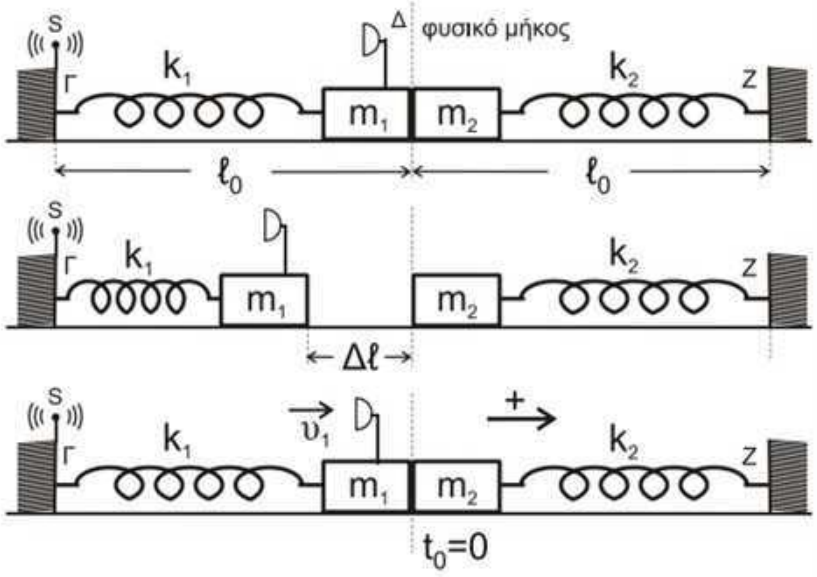
$$p_\Gamma + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Gamma^2 = p_\Delta + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Delta^2 + \rho gh \;\Leftrightarrow\; p_\Gamma - p_\Delta = \frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_\Delta^2 - \upsilon_\Gamma^2\right) + \rho gh \xrightarrow{(1)}$$

$$p_\Gamma - p_\Delta = \frac{1}{2}\rho\left(4\upsilon_\Gamma^2 - \upsilon_\Gamma^2\right) + \rho gh \xrightarrow{(3)} p_\Gamma - p_\Delta = \frac{3}{2}\rho\upsilon_\Gamma^2 + \rho g \cdot \frac{\upsilon_\Gamma^2}{2g} \Rightarrow$$

$$p_\Gamma - p_\Delta = \frac{3}{2}\rho\upsilon_\Gamma^2 + \rho\frac{\upsilon_\Gamma^2}{2} \Rightarrow \Delta p = 2\rho\upsilon_\Gamma^2 .$$

Σωστή απάντηση : i.

ΘΕΜΑ Γ



Τα ιδανικά ελατήρια του σχήματος με σταθερές k_1 και k_2 ($k_1 = k_2 = k = 50$ N/m) έχουν το ένα άκρο τους στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο (Γ και Ζ, αντίστοιχα). Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων συνδέονται τα σώματα m_1 και m_2 με $m_1 = m_2 = 2$ kg.

Τα δύο σώματα αρχικά εφάπτονται μεταξύ τους και είναι ακίνητα. Τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και οι άξονές τους βρίσκονται στην ίδια ευθεία.

Στο άκρο Γ του ελατηρίου k_1 υπάρχει ακίνητη ηχητική πηγή S που εκπέμπει συνεχώς ήχο συχνότητας f_s. Στο σώμα m_1 έχει τοποθετηθεί αβαρής σημειακός δέκτης ηχητικών κυμάτων Δ.

Εκτρέπουμε το σώμα m_1 από τη θέση ισορροπίας, συμπιέζοντας το ελατήριο k_1 κατά $\Delta\ell = 0{,}4$ m και το αφήνουμε ελεύθερο. Τη στιγμή που το σώμα m_1 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του συγκρούεται πλαστικά με το σώμα m_2.

Γ1. Να υπολογίσετε το λόγο της συχνότητας f_1 του ήχου που καταγράφει ο δέκτης λίγο πριν την κρούση προς την αντίστοιχη συχνότητα f_2 που καταγράφει αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

Γ2. Να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = 2k$ και να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο μετά την κρούση ο δέκτης καταγράφει για πρώτη φορά συχνότητα ίση με τη συχνότητα f_s που εκπέμπει η ηχητική πηγή.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του.

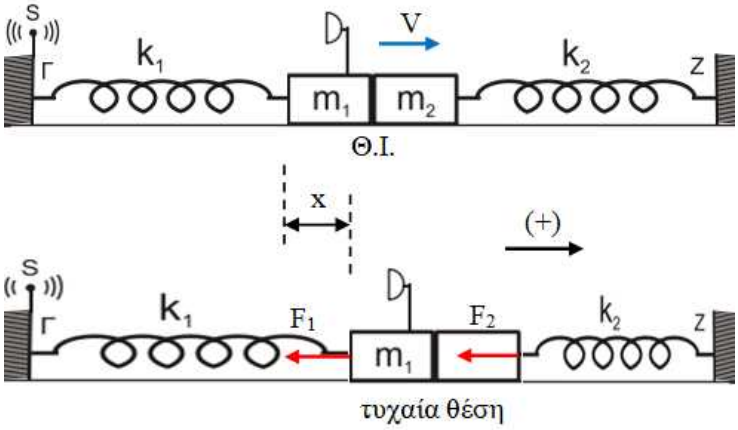
Μονάδες 6

Να θεωρήσετε :

- ότι κατά την κρούση τα δύο σώματα δεν παραμορφώνονται
- θετική κατεύθυνση την κατεύθυνση κίνησης του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
- αμελητέες τις τριβές, την αντίσταση του αέρα και το χρόνο κρούσης.
- ότι ο ηχητικός δέκτης δεν καταστρέφεται κατά την κρούση.
- Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα: $\upsilon_{\eta\chi}$ = 340 m/s.

Απάντηση

Γ1.



Από τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερο το Σ_1 και μέχρι να συγκρουστεί με το Σ_2, εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς $D_1 = k_1$.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ, για την ακραία θέση και τη θέση ισορροπίας :

$$K_{1,max} = U_{1,max} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2 \Leftrightarrow \upsilon_1^2 = \frac{k(\Delta\ell)^2}{m} \Leftrightarrow \upsilon_1 = (\Delta\ell)\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow$$

$$\upsilon_1 = 0,4\sqrt{\frac{50}{2}}\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_1 = 2\frac{m}{s}.$$

Η συχνότητα που καταγράφει ο απομακρυνόμενος δέκτης ελάχιστα πριν την κρούση δίνεται από τη σχέση:

$$f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1}{\upsilon_{\eta\chi}} \cdot f_s . \qquad (1)$$

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής για την πλαστική κρούση :

$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow m\upsilon_1 = 2mV \Leftrightarrow V = \frac{\upsilon}{2} \Rightarrow V = 1\frac{m}{s}.$$

Η συχνότητα που καταγράφει ο απομακρυνόμενος δέκτης ελάχιστα μετά την κρούση δίνεται από τη σχέση:

$$f_2 = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - V}{\upsilon_{\eta\chi}} \cdot f_s . \qquad (2)$$

Διαιρώ κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) :

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1}{\upsilon_{\eta\chi}} \cdot f_s}{\frac{\upsilon_{\eta\chi} - V}{\upsilon_{\eta\chi}} \cdot f_s} \Leftrightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1}{\upsilon_{\eta\chi} - V} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{338}{339}.$$

Γ2.

Θεωρώ το συσσωμάτωμα σε μία τυχαία θέση με απομάκρυνση x, δεξιά από τη θέση ισορροπίας.

Στη θέση αυτή το ελατήριο 1 έχει επιμήκυνση x και ασκεί δύναμη μέτρου $F_1 = kx$ με φορά προς τα αριστερά, ενώ το ελατήριο 2 έχει συμπίεση x και ασκεί δύναμη μέτρου $F_2 = kx$ με φορά προς τα αριστερά.

Με θετική φορά προς τα δεξιά, για τη συνισταμένη δύναμη ισχύει :

$\Sigma F_x = -F_1 - F_2 = -kx - kx \Rightarrow \Sigma F_x = -(2k)x.$

Η σχέση αυτή έχει τη μορφή $\Sigma F_x = -Dx$, η οποία είναι η αναγκαία συνθήκη για να εκτελεί ένα σώμα ΑΑΤ γύρω από τη θέση ισορροπίας (x = 0).

Επομένως, το συσσωμάτωμα εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς $D = 2k = 100 N/m$.

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ είναι : $\omega = \sqrt{\frac{D}{2m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{4}}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 5\frac{rad}{s}.$

Ελάχιστα μετά την κρούση το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας και κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_{max} = V = 1\frac{m}{s}.$

Για το πλάτος Α της ΑΑΤ ισχύει :

$\upsilon_{max} = \omega A \Leftrightarrow A = \frac{\upsilon_{max}}{\omega} \Rightarrow A = \frac{1}{5}m = 0,2\,m.$

Γ3.

Σε μία τυχαία θέση του συσσωματώματος, η συχνότητα που καταγράφει ο δέκτης δίνεται από τη σχέση :

$f = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon}{\upsilon_{\eta\chi}} \cdot f_s .$ (υ : η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του συσσωματώματος)

Ισχύει :

$f = f_s \Leftrightarrow f_s = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon}{\upsilon_{\eta\chi}} \cdot f_s \Leftrightarrow 1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon}{\upsilon_{\eta\chi}} \Leftrightarrow \upsilon_{\eta\chi} - \upsilon = \upsilon_{\eta\chi} \Leftrightarrow \upsilon = 0.$

Άρα, το συσσωμάτωμα βρίσκεται σε μία ακραία θέση.

Η περίοδος της ΑΑΤ είναι : $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{5}s.$

Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κινείται προς τη θετική φορά και θα βρεθεί για 1η φορά στην ακραία θέση με απομάκρυνση x = + A, μετά από χρονικό διάστημα :

$\Delta t = \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{\frac{2\pi}{5}}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{10}s.$

Γ4.

Σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Newton, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός σώματος είναι ίσος με τη συνισταμένη δύναμη : $\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma\vec{F}$.

Στην ΑΑΤ, το μέτρο της συνισταμένης δύναμης δίνεται από τη σχέση $|\Sigma F| = D|x|$ και γίνεται μέγιστο στις ακραίες θέσεις.

Άρα, το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής είναι :

$$\left|\frac{dp}{dt}\right|_{max} = DA \Rightarrow \left|\frac{dp}{dt}\right|_{max} = \left(100\frac{N}{m}\right)(0,2\,m) \Rightarrow \left|\frac{dp}{dt}\right|_{max} = 20\,N.$$

Σχόλιο

Η διατύπωση : «κατά την (πλαστική) κρούση τα σώματα δεν παραμορφώνονται» δεν έχει νόημα από φυσική άποψη.

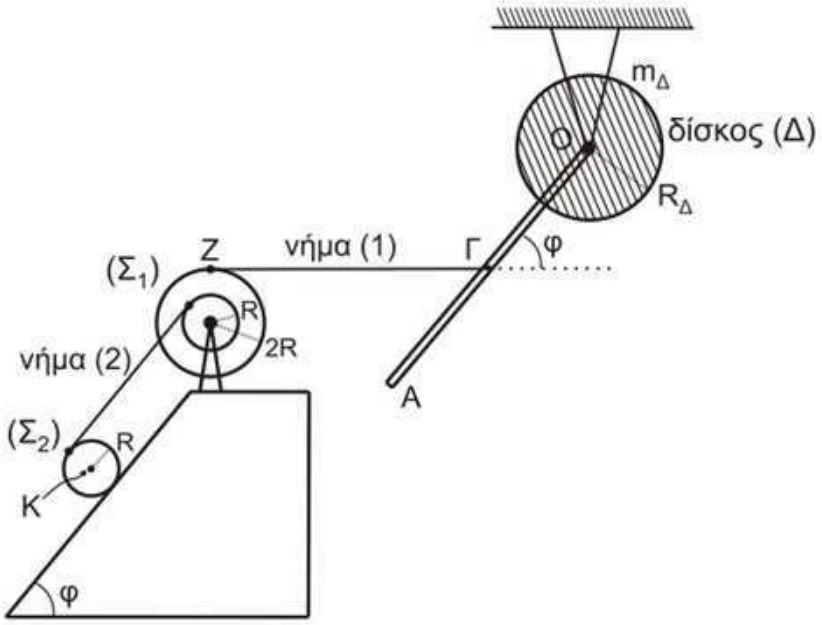
Κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης ένα ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος μετατρέπεται σε δυναμική ενέργεια λόγω της παραμόρφωσης των σωμάτων.

Μετά το τέλος της κρούσης τα σώματα έχουν υποστεί μόνιμη παραμόρφωση και δεν αποκτούν το αρχικό τους σχήμα και μέγεθος.

ΘΕΜΑ Δ

Λεπτή ομογενής ράβδος ΟΑ μήκους ℓ = 3m και μάζας M = 8kg είναι σταθερά συγκολλημένη με το ένα άκρο της Ο στο κέντρο ομογενούς δίσκου Δ μάζας m_Δ = 4kg και ακτίνας $R_\Delta = \frac{\sqrt{2}}{2}$m. Το σύστημα των δύο αυτών σωμάτων (ράβδου-δίσκου) μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές ως ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο του δίσκου.

Το μέσον Γ της ράβδου ΟΑ έχει δεθεί με τη βοήθεια λεπτού οριζόντιου αβαρούς και μη εκτατού νήματος ΖΓ (νήμα (1)) με διπλή τροχαλία Σ_1 και η ράβδος σχηματίζει γωνία φ με την προέκταση του οριζόντιου νήματος ΖΓ. Η διπλή τροχαλία αποτελείται από δύο ομογενείς συγκολλημένους ομοαξονικούς δίσκους με ακτίνες R και 2R, όπου R = 0,2 m και η ροπή αδράνειάς της ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της είναι ίση με $I_{cm(τροχαλίας)}$ = 1,95 kg m^2.



Ένα δεύτερο λεπτό, αβαρές και μη εκτατό νήμα (2), που είναι παράλληλο σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ, είναι τυλιγμένο πολλές φορές σε ένα λεπτό αυλάκι του εσωτερικού δίσκου ακτίνας R της τροχαλίας Σ_1 και το άλλο του άκρο είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια ενός ομογενούς κυλίνδρου Σ_2 μάζας m = 30 kg και ακτίνας R, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Το σύστημα όλων των σωμάτων του σχήματος ισορροπεί στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Δ1. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος των δύο σωμάτων ράβδου-δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής Ο.

Μονάδες 4

Τη χρονική στιγμή t = 0 το νήμα ΖΓ που συνδέει τη ράβδο με την τροχαλία κόβεται και ο κύλινδρος αρχίζει να εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος των δύο σωμάτων ράβδου-δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής Ο τη χρονική στιγμή t = 0.

Μονάδες 5

Δ3. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων ράβδου-δίσκου τη χρονική στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη για πρώτη φορά μετά το κόψιμο του νήματος.

Μονάδες 5

Δ4. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας Κ του ομογενούς κυλίνδρου (μονάδες 8) καθώς και την ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν έχει διανύσει διάστημα s = 2m στο κεκλιμένο επίπεδο (μονάδες 3).

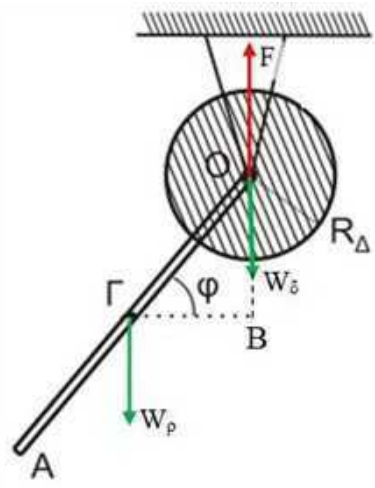
Μονάδες 11

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$
- η ροπή αδράνειας του δίσκου Δ ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι ίση με $I_{cm(\Delta)} = \frac{1}{2} m_\Delta R_\Delta{}^2$
- η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της είναι ίση με $I_{cm(\rho)} = \frac{1}{12} M\ell^2$
- η ροπή αδράνειας του ομογενούς κυλίνδρου Σ_2 ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι ίση με $I_{cm(κυλίνδρου)} = \frac{1}{2} mR^2$
- $ημφ = 0,8, \quad συνφ = 0,6$
- ο άξονας περιστροφής του ομογενούς κυλίνδρου Σ_2 παραμένει συνεχώς οριζόντιος σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του
- το κεκλιμένο επίπεδο είναι μεγάλου μήκους
- η τροχαλία περιστρέφεται χωρίς τριβές
- το νήμα δεν ολισθαίνει στον κύλινδρο και στην τροχαλία
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα

Απάντηση

Δ1.



Εφαρμόζω το θεώρημα Steiner για να υπολογίσω τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το άκρο της Ο :

$$I_{O(\rho)} = I_{cm(\rho)} + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}M\ell^2 + M\frac{\ell^2}{4} = \frac{1}{3}M\ell^2 \Rightarrow I_{O(\rho)} = \frac{1}{3}\cdot 8\cdot 3^2\ Kgm^2$$

$$\Rightarrow I_{O(\rho)} = 24 Kgm^2.$$

Υπολογίζω τη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής :

$$I_{O(\delta)} = I_{cm(\delta)} = \frac{1}{2}m_\delta R_\delta^2 \Rightarrow I_{O(\delta)} = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)Kgm^2 \Rightarrow I_{O(\delta)} = 1 Kgm^2.$$

Η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος – δίσκος ως προς τον άξονα περιστροφής είναι :

$$I_{O(ολ)} = I_{O(\rho)} + I_{O(\delta)} \Rightarrow I_{O(ολ)} = 25 Kgm^2.$$

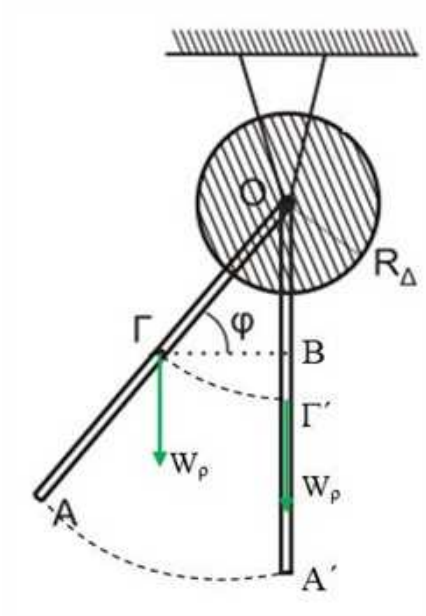
Δ2.

Σύμφωνα με τη γενική μορφή του 2ου νόμου της στροφικής κίνησης, το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος ράβδος – δίσκος ως προς τον άξονα περιστροφής, τη στιγμή που κόπηκε το νήμα, είναι : $\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau_{(O)}$.

Το βάρος $\vec{W}_\delta$ του δίσκου και η δύναμη $\vec{F}$ από τον άξονα δεν προκαλούν ροπή, αφού ο φορέας τους διέρχεται από τον άξονα περιστροφής. Επομένως :

$$\frac{dL}{dt} = W_\rho(\Gamma B) = Mg(\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi) \Rightarrow \frac{dL}{dt} = 8\cdot 10\cdot 1,5\cdot 0,6\,Nm \Rightarrow \frac{dL}{dt} = 72\,Nm.$$

Δ3.



Από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα μέχρι η ράβδος να γίνει κατακόρυφη για 1η φορά, το μέσο της μετακινήθηκε κατακόρυφα κατά:

$$(B\Gamma') = (O\Gamma') - (OB) = \frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi = \frac{\ell}{2}(1-\eta\mu\varphi) \Rightarrow (B\Gamma') = 0,3\,m.$$

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για το σύστημα δίσκος – ράβδος από την αρχική θέση της ράβδου μέχρι τη θέση που γίνεται κατακόρυφη για 1η φορά :

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W \Leftrightarrow K_{τελ} - 0 = Mg(B\Gamma') \Rightarrow K_{τελ} = 8\cdot 10\cdot 0,3\,J$$
$$\Rightarrow K_{τελ} = 24\,J.$$

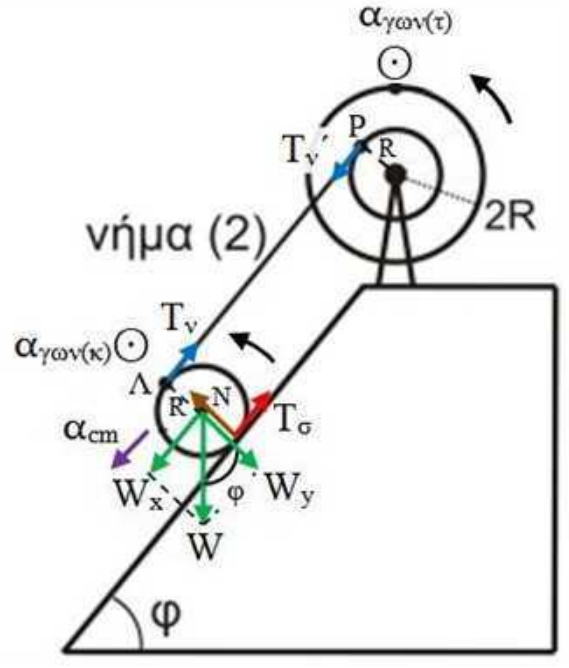
Δ4.

<u>Κύλινδρος</u>

Ο κύλινδρος κατεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο, εκτελώντας κύλιση χωρίς ολίσθηση.

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x :

$$\Sigma F_x = m\alpha_{cm} \Leftrightarrow W_x - T_\sigma - T_\nu = m\alpha_{cm}. \quad (1)$$



Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης :

$$\Sigma\tau_{(K)} = I_K\alpha_{γων(κ)} \Leftrightarrow T_\sigma R - T_\nu R = \frac{1}{2}mR^2\alpha_{γων(κ)} \Leftrightarrow$$

$$T_\sigma - T_\nu = \frac{1}{2}mR\alpha_{γων(κ)}. \quad (2)$$

Αφού ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς ολίσθηση, ισχύει :

$\alpha_{cm} = \alpha_{γων(κ)}R.$ (3)

Με συνδυασμό των σχέσεων (2), (3) προκύπτει :

$$T_\sigma - T_\nu = \frac{1}{2}m\alpha_{cm}. \quad (4)$$

Το κάτω άκρο του ευθύγραμμου νήματος είναι σε επαφή με το σημείο Λ της περιφέρειας του κυλίνδρου, που απέχει από την κεκλιμένη επιφάνεια απόσταση 2R, άρα έχει επιτάχυνση μέτρου :

$$\alpha_{\nu} = \alpha_{\Lambda} = \alpha_{\gamma\omega\nu(\kappa)}(2R) \xrightarrow{(3)} \alpha_{\nu} = 2\alpha_{cm}\,. \qquad (5)$$

Τροχαλία

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας :

$$\Sigma\tau = I_{\tau}\alpha_{\gamma\omega\nu(\tau)} \Leftrightarrow T_{\nu}'R = I_{\tau}\alpha_{\gamma\omega\nu(\tau)}\,. \qquad (6)$$

Αφού η μάζα του νήματος είναι ασήμαντη, ισχύει : $T_{\nu}' = T_{\nu}\,.$ (7)

Το νήμα ξετυλίγεται χωρίς ολίσθηση από το αυλάκι του δίσκου ακτίνας R, άρα ισχύει :

$$\alpha_{\nu} = \alpha_{\gamma\omega\nu(\tau)}R \Leftrightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu(\tau)} = \frac{\alpha_{\nu}}{R} \xrightarrow{(5)} \alpha_{\gamma\omega\nu(\tau)} = \frac{2\alpha_{cm}}{R}. \qquad (8)$$

Με συνδυασμό των σχέσεων (6), (8) προκύπτει :

$$T_{\nu}'R = I_{\tau}\frac{2\alpha_{cm}}{R} \xrightarrow{(7)} T_{\nu} = \frac{2I_{\tau}}{R^2}\alpha_{cm} \xrightarrow{x2} 2T_{\nu} = \frac{4I_{\tau}}{R^2}\alpha_{cm}. \qquad (9)$$

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (1), (4), (9) :

$$W_x - T_{\sigma} - T_{\nu} + T_{\sigma} - T_{\nu} + 2T_{\nu} = m\alpha_{cm} + \frac{1}{2}m\alpha_{cm} + \frac{4I_{\tau}}{R^2}\alpha_{cm} \Leftrightarrow mg\eta\mu\varphi = \left(\frac{3}{2}m + \frac{4I_{\tau}}{R^2}\right)\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$30\cdot 10\cdot 0{,}8 = \left(\frac{3}{2}\cdot 30\cdot + \frac{4\cdot 1{,}95}{0{,}2^2}\right)\alpha_{cm} \Rightarrow 240 = (45+195)\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = 1\frac{m}{s^2}.$$

Το κέντρο μάζας του κυλίνδρου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνση ($\upsilon_o = 0$).

Για το διάστημα s που διανύει μέχρι τη χρονική στιγμή t, ισχύει :

$$s = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 \Leftrightarrow t^2 = \frac{2s}{\alpha_{cm}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{\alpha_{cm}}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\cdot 2}{1}}\,s \Rightarrow t = 2\,s\,.$$

Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t, είναι :

$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm}t \Rightarrow \upsilon_{cm} = \left(1\frac{m}{s^2}\right)(2\,s) \Rightarrow \upsilon_{cm} = 2\frac{m}{s}.$$

Σχόλιο

Το ερώτημα Δ4 είναι ιδαίτερα δύσκολο και απαιτεί τον συνδυασμό πολλών σχέσεων.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 7 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2018 - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΟΚΤΩ(8)

ΘΕΜΑ Α

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ημιτελείς προτάσεις **Α1** *έως και* **Α4** *και δίπλα του το γράμμα που αντιστοιχεί στο σωστό συμπλήρωμά της.*

Α1. Ταλαντωτής εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση. Η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας (F= - b·u). Η ενέργεια της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t_1 είναι ίση με Ε και το πλάτος της ίσο με Α. Αν μετά από χρόνο t η ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίση με $\frac{E}{4}$ τότε το νέο πλάτος της ταλάντωσης θα είναι ίσο με

α. $\frac{A}{4}$

β. $\frac{A}{2}$

γ. $\frac{3A}{4}$

δ. A

Μονάδες 5

Απάντηση

Η ενέργεια της ταλάντωσης υπολογίζεται από τη σχέση : $E_\tau = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$, όπου ω η γωνιακή συχνότητα της φθίνουσας ταλάντωσης.

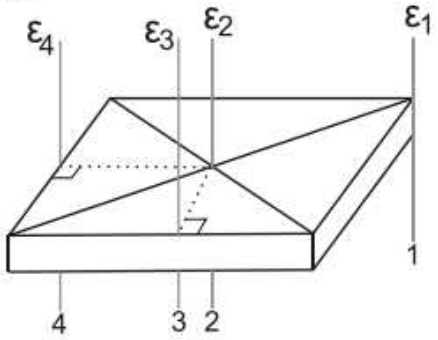
<u>αρχικά</u> : $E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$. (1)

<u>τελικά</u> : $E' = \frac{1}{2} m\omega^2 A'^2$. (2)

Ισχύει : $E' = \frac{E}{4} \xrightarrow{(1),\,(2)} \frac{1}{2} m\omega^2 A'^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \Leftrightarrow A'^2 = \frac{1}{4} A^2 \Leftrightarrow A' = \frac{A}{2}$.

Σωστή απάντηση : β.

Α2. Το οριζόντιο ομογενές στερεό του Σχήματος 1 είναι ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και μπορεί να περιστραφεί κάθε φορά γύρω από τους κατακόρυφους παράλληλους άξονες ε_1 ή ε_2 ή ε_3 ή ε_4, με την ίδια σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω.



Σχήμα 1

Το μέτρο της στροφορμής του στερεού έχει τη μεγαλύτερη τιμή του όταν το στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από τον άξονα

α. ε_1
β. ε_2
γ. ε_3
δ. ε_4

Μονάδες 5

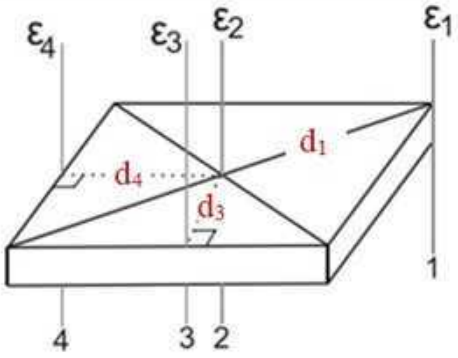
Απάντηση

Το μέτρο της στροφορμής του στερεού ως προς άξονα περιστροφής υπολογίζεται από τη σχέση : $L = I\omega$, όπου I η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα.

Σύμφωνα με το θεώρημα Steiner, η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς κάποιον άξονα υπολογίζεται από τη σχέση : $I = I_{cm} + md^2$, όπου I_{cm} η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι παράλληλος προς τον 1ο και d η απόσταση των δύο παραλλήλων αξόνων.

Αφού το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο είναι ομογενές, ο άξονας ε_2 διέρχεται από το κέντρο μάζας του.

Με βάση το σχήμα, η απόσταση d_1 του άξονα ε_1 από το κέντρο μάζας του παραλληλεπιπέδου είναι μεγαλύτερη από τις αποστάσεις d_2 , d_3 , d_4 ($d_2 = 0$).



Επομένως, η ροπή αδράνειας I_1 ως προς τον άξονα ε_1 είναι μεγαλύτερη από τις ροπές αδράνειας I_2 , I_3 , I_4 άρα και η στοροφορμή L_1 ως προς τον άξονα ε_1 έχει μεγαλύτερο μέτρο.

Σωστή απάντηση : α.

Α3. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που εκτελούνται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις x_1=Αημ100πt (S.I.) και x_2=Αημ104πt (S.I.) δημιουργούνται διακροτήματα. Η συχνότητα των διακροτημάτων είναι ίση με

α. 0,5 Hz
β. 1,0 Hz
γ. 2,0 Hz
δ. 4,0 Hz

Μονάδες 5

Απάντηση

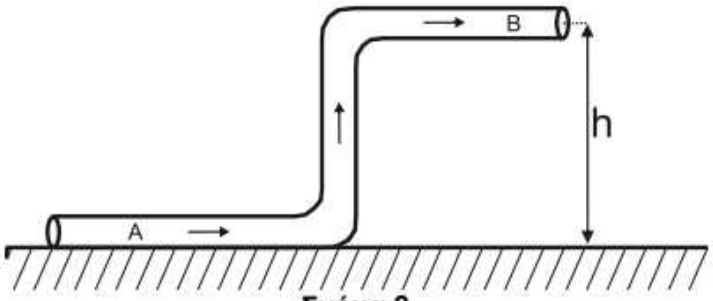
Οι δύο ΑΑΤ έχουν γωνιακές συχνότητες $\omega_1 = 100\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $\omega_2 = 104\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ και συχνότητες $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = 50\,\text{Hz}$,

$f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = 52\,\text{Hz}$ αντίστοιχα.

Η συχνότητα των διακροτημάτων είναι : $f_\delta = f_2 - f_1 \Rightarrow f_\delta = 2$ Hz.

Σωστή απάντηση : γ.

Α4. Το Σχήμα 2 παριστάνει έναν κυλινδρικό σωλήνα μικρής διατομής που βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο. Ο σωλήνας έχει σταθερή διατομή και στο εσωτερικό του ρέει ιδανικό ρευστό με σταθερή παροχή. =



Σχήμα 2

Για τις πιέσεις και τις ταχύτητες στα σημεία Α και Β του σωλήνα ισχύει:

α. $p_A = p_B$ και $u_A = u_B$

β. $p_A > p_B$ και $u_A > u_B$

γ. $p_A < p_B$ και $u_A = u_B$

δ. $p_A > p_B$ και $u_A = u_B$

Μονάδες 5

Απάντηση

Αφού ο σωλήνας έχει σταθερή διατομή, σύμφωνα με την εξίσωση της συνέχειας $\Pi = A\upsilon$ η ταχύτητα ροής έχει ίδιο μέτρο σε όλα τα σημεία, άρα : $\upsilon_A = \upsilon_B = \upsilon$.

Εφαρμόζω την εξίσωση Bernoulli για τις διατομές Α, Β :

$$p_A + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 + \rho gh \;\Leftrightarrow\; p_A = p_B + \rho gh \;\Rightarrow\; p_A > p_B .$$

Σωστή απάντηση : δ.

Α5. *Να χαρακτηρίσετε αν το περιεχόμενο των ακόλουθων προτάσεων είναι* ***Σωστό*** *ή* ***Λάθος****, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη* ***Σωστό*** *ή* ***Λάθος*** *δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί στην κάθε πρόταση.*

α. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση η ενέργεια του ταλαντωτή παραμένει σταθερή.

β. Σε ένα στάσιμο κύμα όλα τα σημεία του μέσου τα οποία ταλαντώνονται φτάνουν ταυτόχρονα σε θέσεις μέγιστης απομάκρυνσης.

γ. Όταν ένας παρατηρητής πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα μια ακίνητη ηχητική πηγή, η συχνότητα του ήχου που ακούει είναι συνεχώς μεγαλύτερη από τη συχνότητα που παράγει η πηγή.

δ. Αν σε ένα αρχικά ακίνητο ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθεί σταθερή δύναμη της οποίας ο φορέας διέρχεται από το κέντρο μάζας του, το σώμα θα περιστραφεί.

ε. Η ταχύτητα ενός ιδανικού ρευστού που ρέει σε οριζόντιο σωλήνα είναι μεγαλύτερη στις περιοχές όπου οι ρευματικές γραμμές είναι πυκνότερες.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Λάθος.

Σε μία φθίνουσα ταλάντωση η ενέργεια του ταλαντωτή μειώνεται λόγω των αποσβέσεων, με αποτέλεσμα να μειώνεται και το πλάτος της ταλάντωσης.

β. Σωστό.

Στο στάσιμο κύμα, τα σημεία του μέσου που ταλαντώνονται διέρχονται ταυτόχρονα από τις θέσεις ισορροπίας τους και φτάνουν ταυτόχρονα στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσής τους.

γ. Σωστό.

Όταν ο παρατηρητής πλησιάζει με ταχύτητα μέτρου υ την ακίνητη πηγή, αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας $f = \dfrac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon}{\upsilon_{\eta\chi}} \cdot f_s$, όπου f_s η συχνότητα του ήχου που παράγει η πηγή.

Αφού $\dfrac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon}{\upsilon_{\eta\chi}} > 1 \Rightarrow f > f_s$.

δ. Λάθος (υπό προϋποθέσεις).

Αιτιολόγηση

Υποθέτω ότι στο στερεό ασκούνται μόνο η δύναμη $\vec{F}$ και το βάρος $\vec{W}$.

Αφού οι φορείς των παραπάνω δυνάμεων διέρχονται από το κέντρο μάζας του στερεού, η συνολική ροπή ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι μηδενική, άρα το στερεό δεν αποκτά γωνιακή επιτάχυνση και επομένως δεν περιστρέφεται :

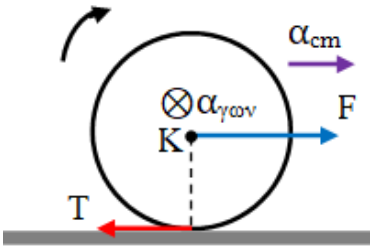
$$\Sigma\tau_K = \tau_F + \tau_W = F \cdot 0 + W \cdot 0 = 0 \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 0 \Rightarrow \Delta\omega = 0 \xrightarrow{\omega_o = 0} \omega = 0.$$

Σχόλιο

Ο όρος «ελεύθερο στερεό» σημαίνει «στερεό το οποίο δεν έχει σταθερό άξονα περιστροφής» και επομένως μπορεί να εκτελεί μεταφορική ή/και στροφική κίνηση ως προς μεταβλητό άξονα.
Σύμφωνα με τον προηγούμενο ορισμό, είναι δυνατό να ασκηθεί δύναμη που διέρχεται από το κέντρο μάζας ενός αρχικά ακίνητου ελεύθερου στερεού και το στερεό να εκτελέσει ταυτόχρονα μεταφορική και στροφική κίνηση.

παράδειγμα

Ένας τροχός είναι ακίνητος πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο.
Αν ασκηθεί στο κέντρο μάζας του τροχού οριζόντια δύναμη $\vec{F}$,
θα εμφανιστεί τριβή $\vec{T}$ αντίρροπη της $\vec{F}$, η οποία προκαλεί ροπή
ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του τροχού.
Επομένως, ο τροχός θα μετακινείται προς την κατεύθυνση της δύναμης
και ταυτόχρονα θα περιστρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από
κέντρο μάζας του.

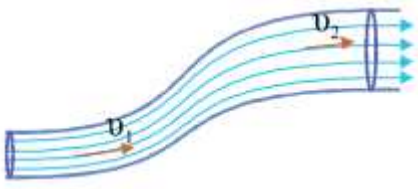


Συμπέρασμα

Για να θεωρηθεί λάθος η απάντηση στο ερώτημα δ), θα έπρεπε η εκφώνηση να έχει την εξής διατύπωση : «Όταν σε ένα αρχικά ακίνητο και ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθεί **συνισταμένη** δύναμη που ο φορέας της διέρχεται από το κέντρο μάζας του, τότε το στερεό θα περιστραφεί».

ε. Σωστό.

Αφού η παροχή του σωλήνα είναι σταθερή, σύμφωνα με την εξίσωση της συνέχειας Π = Αυ το μέτρο της ταχύτητας ροής είναι μεγαλύτερο στο στενότερο τμήμα του σωλήνα, στο οποίο οι ρευματικές γραμμές είναι πυκνότερες.



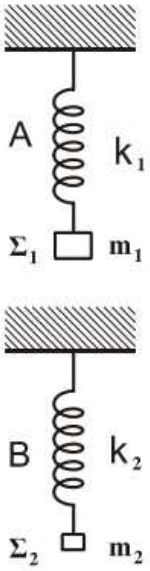
ΘΕΜΑ Β

Β1. Δύο ιδανικά ελατήρια Α και Β με σταθερές k_1 και k_2 αντίστοιχα κρέμονται από δύο ακλόνητα σημεία (Σχήμα 3). Στα κάτω άκρα των ελατηρίων Α και Β είναι δεμένα και ισορροπούν δύο σώματα Σ_1 μάζας m_1 και Σ_2 μάζας m_2.

Στην κατάσταση αυτή το ελατήριο Α έχει διπλάσια επιμήκυνση από το ελατήριο Β. Εκτρέπουμε τα σώματα Σ_1 και Σ_2 κατακόρυφα μέχρις ότου τα ελατήρια αποκτήσουν το φυσικό τους μήκος και τα αφήνουμε ελεύθερα. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση με ενέργειες ταλάντωσης E_1 και $E_2 = 2E_1$ αντίστοιχα.

Ο λόγος των σταθερών k_1 και k_2 των δύο ελατηρίων Α και Β είναι ίσος με:

α) $\frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{4}$ β) $\frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{8}$ γ) $\frac{k_1}{k_2} = 8$



Σχήμα 3

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

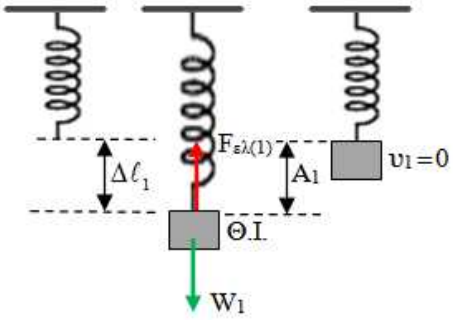
Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

<u>Σ_1</u>

Το Σ_1 εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς $D_1 = k_1$ και πλάτος $A_1 = \Delta\ell_1$.

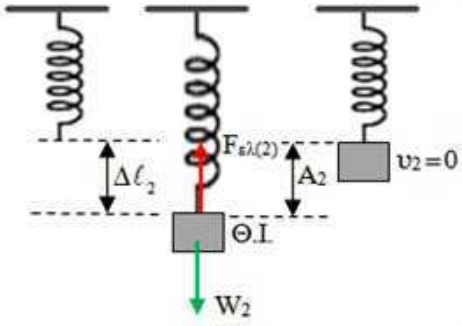


Η ενέργεια της ΑΑΤ υπολογίζεται από τη σχέση :

$$E_1 = \frac{1}{2}k_1A_1^2. \quad (1)$$

<u>Σ_2</u>

Το Σ_2 εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς $D_2 = k_2$ και πλάτος $A_2 = \Delta\ell_2$.



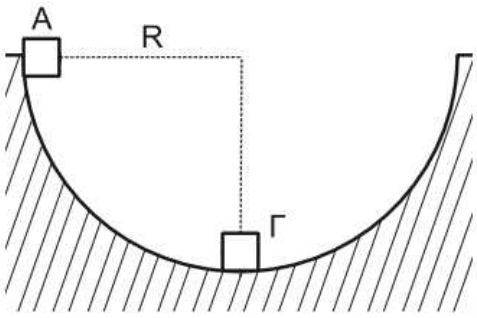
Η ενέργεια της ΑΑΤ υπολογίζεται από τη σχέση : $E_2 = \frac{1}{2}k_2A_2^2$. (2)

Ισχύει : $E_2 = 2E_1 \xrightarrow{(1),(2)} \frac{1}{2}k_2A_2^2 = 2\cdot\frac{1}{2}k_1A_1^2 \xrightarrow{A_1=2A_2} k_2A_2^2 = 2k_1\left(4A_2^2\right) \Leftrightarrow k_2 = 8k_1$

$\Leftrightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{8}$.

Σωστή απάντηση : β.

B2. Από το εσωτερικό άκρο Α ενός ημισφαιρίου ακτίνας R (Σχήμα 4) αφήνεται ελεύθερη μάζα m_1 αμελητέων διαστάσεων. Στο κατώτατο σημείο Γ του ημισφαιρίου είναι ακίνητη μια πανομοιότυπη μάζα m_2 $(m_1 = m_2 = m)$ αμελητέων διαστάσεων. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες.



Σχήμα 4

B2.A. Η μάζα m_1 συγκρούεται με τη μάζα m_2 κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση η μάζα m_2 θα ανέλθει σε ύψος H ως προς το κατώτατο σημείο του ημισφαιρίου ίσο με

α) $\frac{R}{4}$ β) R γ) $\frac{3R}{2}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 1

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 3

B2.B. Η μάζα m_1 συγκρούεται με τη μάζα m_2 μετωπικά και πλαστικά. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα ανέλθει σε ύψος h ως προς το κατώτατο σημείο του ημισφαιρίου ίσο με

α) $\frac{R}{4}$ β) R γ) $\frac{3R}{2}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

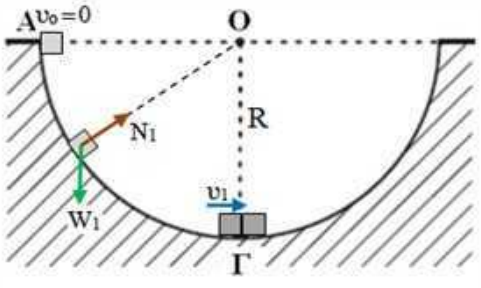
Μονάδες 1

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 3

Μονάδες 8

Απάντηση



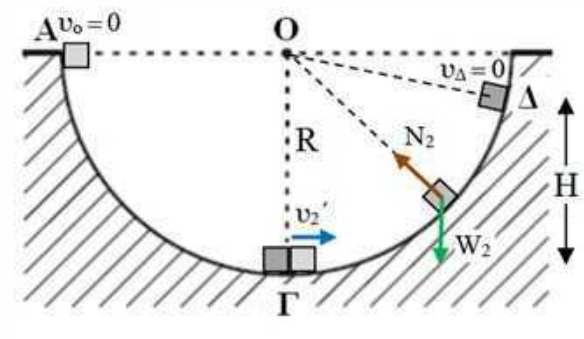
Κατά τη διάρκεια της διαδρομής του Σ_1 από το Α μέχρι το Γ, η δύναμη $\vec{N}_1$ που ασκεί το ημισφαίριο δεν παράγει έργο γιατί είναι συνεχώς κάθετη στις στοιχειώδεις μετατοπίσεις του σώματος.

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή $A \to \Gamma$:

$$K_\Gamma - K_A = W_{A\to\Gamma} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - 0 = m_1 gR \Leftrightarrow \upsilon_1^2 = 2gR \Leftrightarrow \upsilon_1 = \sqrt{2gR}\,. \quad (1)$$

Α.

Αφού η κρούση είναι κεντρική και ελαστική και τα σώματα έχουν ίσες μάζες, μετά την κρούση έχουν ανταλλάξει ταχύτητες. Επομένως, η ταχύτητα του Σ_2 αμέσως μετά την κρούση έχει μέτρο :



$$\upsilon_2' = \upsilon_1 \xrightarrow{(1)} \upsilon_2' = \sqrt{2gR}. \qquad (2)$$

Έστω ότι μετά την κρούση το Σ_2 φτάνει μέχρι το σημείο Δ σε ύψος Η πάνω από το σημείο Γ.

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή $\Gamma \to \Delta$:

$$K_\Delta - K_\Gamma = W_{\Gamma\to\Delta} \Leftrightarrow 0 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = -m_2gH \xrightarrow{(2)} \frac{1}{2}(2gR) = gH \Leftrightarrow H = R.$$

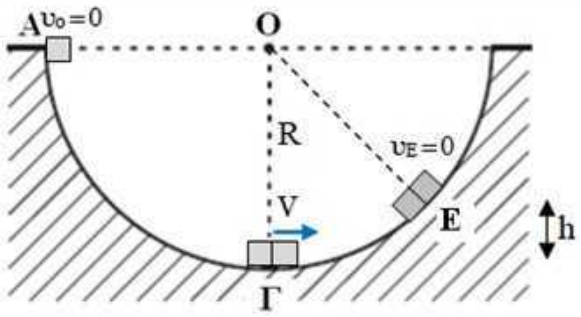
Σωστή απάντηση : β).

Β.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής για την πλαστική κρούση (αλγεβρικά) :

$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow m\upsilon_1 = 2mV \Leftrightarrow V = \frac{\upsilon_1}{2} \xrightarrow{(1)} V = \frac{\sqrt{2gR}}{2}. \qquad (3)$$

Έστω ότι μετά την κρούση το συσσωμάτωμα φτάνει μέχρι το σημείο Ε σε ύψος h πάνω από το σημείο Γ.



Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή $\Gamma \to E$:

$$K_E - K_\Gamma = W_{\Gamma\to E} \Leftrightarrow 0 - \frac{1}{2}(2m)V^2 = -(2m)gh \xrightarrow{(3)}$$

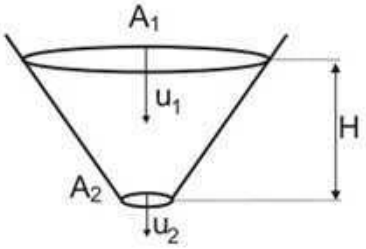
$$\frac{2gR}{4} = 2gh \Leftrightarrow h = \frac{R}{4}.$$

Σωστή απάντηση : α).

Σχόλιο : **Οι διατυπώσεις** : « . . . αφήνεται ελεύθερη μάζα m_1 αμελητέων διαστάσεων . . . », « . . . πανομοιότυπη μάζα m_2 . . . », « . . . η μάζα m_1 συγκρούεται με τη μάζα m_2 . . . », « . . . η μάζα m_2 θα ενέλθει σε ύψος Η . . . » **είναι λανθασμένες. Η μάζα είναι φυσικό μέγεθος και όχι σώμα.**

Είναι απαράδεκτο να υπάρχουν τέτοιες διατυπώσεις σε θέματα πανελλαδικών εξετάσεων.

B3. Σε ανοιχτό κωνικό δοχείο (Σχήμα 5) που περιέχει ιδανικό ρευστό αφαιρούμε τον πυθμένα με αποτέλεσμα το ρευστό να αρχίσει να ρέει. Κάποια χρονική στιγμή το περιεχόμενο ρευστό στο δοχείο έχει ύψος Η. Η ταχύτητα του ρευστού στην επιφάνεια εμβαδού A_1 είναι ίση με u_1 ενώ η αντίστοιχη ταχύτητα του ρευστού στον πυθμένα εμβαδού $A_2 = \frac{A_1}{6}$ είναι ίση με u_2.



Σχήμα 5

Τότε το ύψος Η ισούται με:

α) $\frac{11u_1^2}{2g}$ β) $\frac{35u_1^2}{2g}$ γ) $\frac{35u_1^2}{g}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

Απάντηση

Εφαρμόζω την εξίσωση της συνέχειας για τις δύο διατομές :

$\Pi_1 = \Pi_2 \Leftrightarrow A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \Rightarrow 6A_2\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_2 = 6\upsilon_1 .$ (1)

Εφαρμόζω την εξίσωση Bernoulli για τη ρευματική γραμμή που διέρχεται από τα κέντρα των δύο διατομών :

$$p_{\alpha\tau} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 + \rho gH = p_{\alpha\tau} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\upsilon_1^2 + gH = \frac{1}{2}\upsilon_2^2 \Leftrightarrow \upsilon_2^2 - \upsilon_1^2 = 2gH \xrightarrow{(1)} 36\upsilon_1^2 - \upsilon_1^2 = 2gH$$

$$\Leftrightarrow 35\upsilon_1^2 = 2gH \Leftrightarrow H = \frac{35\upsilon_1^2}{2g}.$$

Σωστή απάντηση : β).

ΘΕΜΑ Γ

Γραμμικό ελαστικό μέσο μεγάλου μήκους εκτείνεται κατά μήκος του ημιάξονα Ox.

Το άκρο Ο (x=0) του ελαστικού μέσου εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας.

Οι δύο ταλαντώσεις του άκρου Ο περιγράφονται από τις σχέσεις:

$$y_1 = A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{3}) \text{ (S.I.) και } y_2 = \sqrt{3}A\eta\mu(\omega t - \frac{\pi}{6}) \text{ (S.I.)}$$

Το άκρο Ο του ελαστικού μέσου ξεκινά να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή t=0 και εκτελεί 10 πλήρεις ταλαντώσεις κάθε 2 sec με πλάτος ταλάντωσης A=0,05m. Η συνισταμένη ταλάντωση του άκρου Ο του ελαστικού μέσου δημιουργεί αρμονικό κύμα που διαδίδεται στο ελαστικό μέσο και σε χρόνο t_1=0,3sec διανύει απόσταση 1,5m.

Γ1. Να δείξετε ότι η εξίσωση απομάκρυνσης y της απλής αρμονικής ταλάντωσης του άκρου Ο σε συνάρτηση με το χρόνο είναι y=0,1 ημ10πt (S.I.).

Μονάδες 6

Γ2. Να γράψετε την εξίσωση του στιγμιότυπου του κύματος τη χρονική στιγμή

$t_2 = t_1 + 5\frac{T}{4}$ (μονάδες 3) και να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_2 σε βαθμολογημένους άξονες (μονάδες 4)

Μονάδες 7

Γ3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης ενός σημείου Ν που βρίσκεται σε απόσταση x=1,75m από το άκρο Ο του ελαστικού μέσου τη χρονική στιγμή που η φάση της ταλάντωσης του άκρου Ο είναι ίση με 3,75π rad.

Μονάδες 6

Γ4. Εάν κατά μήκος της χορδής διαδοθεί ταυτόχρονα με το παραπάνω κύμα ένα κύμα αντίθετης φοράς με τα ίδια χαρακτηριστικά, τότε τα δύο κύματα συμβάλλουν με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση x=0.

Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος (μονάδες 3) και να βρείτε τη θέση του πέμπτου δεσμού του στάσιμου κύματος. (μονάδες 4)

Μονάδες 6

Δίνονται:

- $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$

Απάντηση

Γ1.

Οι δύο συνιστώσες ταλαντώσεις έχουν αρχικές φάσεις : $\varphi_{o,1} = \frac{\pi}{3}$, $\varphi_{o,2} = -\frac{\pi}{6}$.

Η διαφορά φάσης μεταξύ 2ης και 1ης ταλάντωσης είναι :

$$\varphi = \varphi_{o,2} - \varphi_{o,1} = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}.$$

Το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης υπολογίζεται με τη σχέση :

$$A_{o\lambda} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\varphi} = \sqrt{A^2 + (A\sqrt{3})^2 + 2A(A\sqrt{3})\sigma\upsilon\nu\left(-\frac{\pi}{2}\right)} = \sqrt{A^2 + 3A^2} = 2A$$

$$\Rightarrow \quad A_{o\lambda} = 0,1\,m.$$

Η σύνθετη ΑΑΤ έχει συχνότητα : $f = \frac{N}{t} = \frac{10}{2s} \Rightarrow f = 5\,Hz$

και η γωνιακή συχνότητα : $\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 10\pi\frac{rad}{s}$.

Η διαφορά φάσης μεταξύ της σύνθετης ταλάντωσης και της 1ης είναι :

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{A_2\eta\mu\varphi}{A_1 + A_2\sigma\upsilon\nu\varphi} = \frac{A\sqrt{3}\cdot(-1)}{A + A\sqrt{3}\cdot 0} = -\sqrt{3} \Rightarrow \theta = -\frac{\pi}{3}.$$

Η εξίσωση της σύνθετης ΑΑΤ έχει τη μορφή :

$$y = A_{o\lambda}\eta\mu\left(\omega t + \varphi_{o,1} + \theta\right) \Rightarrow y = 0,1\eta\mu\left(10\pi t + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow y = 0,1\eta\mu\left(10\pi t\right). \quad (S.I.)$$

Γ2.

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος έχει τιμή : $\upsilon = \frac{x_1}{t_1} = \frac{1,5\,m}{0,3s} \Rightarrow \upsilon = 5\frac{m}{s}$.

Από την εξίσωση της κυματικής υπολογίζω το μήκος κύματος λ :

$$\upsilon = \lambda f \Leftrightarrow \lambda = \frac{\upsilon}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{5\frac{m}{s}}{5\,Hz} \Rightarrow \lambda = 1\,m.$$

Η περίοδος του αρμονικού κύματος είναι : $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5s^{-1}} \Rightarrow T = 0,2\,s.$

Αφού η σύνθετη ΑΑΤ του Ο έχει εξίσωση $y = A_{o\lambda}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}\right)$, το εγκάρσιο αρμονικό κύμα που

διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x έχει εξίσωση :

$$y = A_{o\lambda}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 0,1\eta\mu 2\pi\left(5t - x\right). \quad (S.I.) \qquad (1)$$

Είναι : $t_2 = t_1 + \frac{5T}{4} = 0,3s + \frac{5\cdot 0,2\,s}{4} \Rightarrow t_2 = 0,55\,s.$

Τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,55$ s :

- Η εξίσωση του στιγμιότυπου του κύματος έχει τη μορφή :

$y = 0,1\eta\mu 2\pi(5\cdot 0,55 - x) \Rightarrow y = 0,1\eta\mu 2\pi(2,75 - x).$ (S.I.)

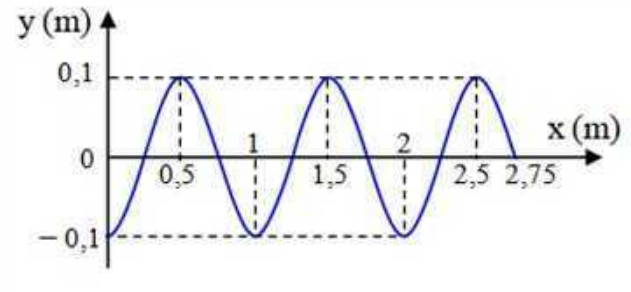
- Το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση : $x_2 = \upsilon t_2 = 2,75\ \text{m}$.

Ισχύει : $\dfrac{x_2}{\lambda} = \dfrac{2,75\,\text{m}}{1\,\text{m}} = 2,75 \ \Rightarrow \ x_2 = 2\lambda + \dfrac{3\lambda}{4}$.

- Το σημείο Ο έχει απομάκρυνση :

$$y_O = 0,1\eta\mu 2\pi(2,75) = 0,1\eta\mu(5,5\pi) = 0,1\eta\mu\left(4\pi + \frac{3\pi}{2}\right) \ \Rightarrow \ y_O = 0,1\eta\mu\frac{3\pi}{2} \ \Rightarrow \ y_O = -0,1\,\text{m}.$$

Το στιγμιότυπο του αρμονικού κύματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,55\ \text{s}$ απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Γ3.

Σημείο Ο

$$\varphi_O = \omega t \ \Leftrightarrow \ t = \frac{\varphi_O}{\omega} \ \Rightarrow \ t = \frac{3,75\pi\,\text{rad}}{10\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}} \ \Rightarrow \ t = 0,375\,\text{s}.$$

Σημείο Ν

Τη χρονική στιγμή $t = 0,375\ \text{s}$, η ταχύτητα ταλάντωσης του Ν είναι :

$$\upsilon_N = \omega A_{o\lambda}\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \ \Rightarrow \ \upsilon_N = (10\pi)(0,1)\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{0,375}{0,2} - \frac{1,75}{1}\right) = \pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(0,125) = \pi\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4} \ \Rightarrow$$

$$\upsilon_N = \pi\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Γ4.

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος που σχηματίζεται από τη συμβολή των δύο όμοιων αρμονικών κυμάτων τα οποία διαδίδονται κατά μήκος του άξονα x προς αντίθετες φορές, με κοιλία στη θέση x = 0, είναι :

$$y = 2A_{o\lambda}\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\eta\mu\left(2\pi\frac{t}{T}\right) \ \Rightarrow \ y = 0,2\sigma\upsilon\nu(2\pi x)\eta\mu(10\pi t). \ \ \text{(S.I.)}$$

Οι θέσεις των δεσμών προσδιορίζονται με τη σχέση :

$$x_\delta = (2N+1)\frac{\lambda}{4} \ \Rightarrow \ x_\delta = \frac{(2N+1)}{4}\,\text{m}. \qquad (N = 0,\ 1,\ 2,\ 3\ \ldots)$$

Ο 5ος δεσμός αντιστοιχεί στην τιμή Ν = 4. Επομένως, η θέση του 5ου δεσμού είναι :

$$x_{\delta 5} = \frac{(2\cdot 4+1)}{4}\,\text{m} = \frac{9}{4}\,\text{m} \ \Rightarrow \ x_{\delta 5} = 2,25\,\text{m}.$$

Σχόλια

1) Η εκφώνηση αναφέρει ότι

α) «Το άκρο Ο . . . εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις . . . ». Αυτό είναι λάθος.

Το Ο εκτελεί ΑΑΤ η οποία είναι το αποτέλεσμα της σύνθεσης δύο ΑΑΤ.

β) «Το άκρο Ο . . . ταλαντώνεται . . . με πλάτος ταλάντωσης $A = 0,05$ m». Αυτό είναι λάθος.

Το πλάτος ταλάντωσης του Ο είναι : $A_{ολ} = 2A = 0,1$ m.

Το πλάτος της 1ης συνιστώσας ταλάντωσης είναι $A = 0,05$ m.

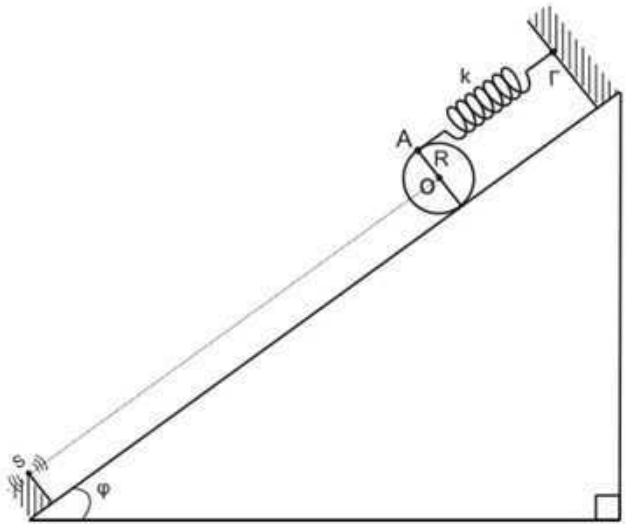
2) Για το ερώτημα Γ4, στα επιμέρους ερωτήματα αντιστοιχούν 3 μονάδες και 4 μονάδες αντίστοιχα, ενώ το σύνολο των μονάδων του ερωτήματος είναι 6 μονάδες.

Δηλαδή, σύμφωνα με την επιτροπή : $3 + 4 = 6$!

ΘΕΜΑ Δ

Συμπαγής ομογενής κύλινδρος μάζας m και ακτίνας R=0,1m είναι προσδεμένος σε ιδανικό ελατήριο σταθεράς k=100N/m στο σημείο Α και ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο μεγάλου μήκους γωνίας κλίσης φ όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.

Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο σημείο Γ. Η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $\Delta\ell = 0,06m$.



Σχήμα 6

Δ1. Να υπολογίσετε τη μάζα του κυλίνδρου.

Μονάδες 5

Τη χρονική στιγμή t_0=0 ο κύλινδρος αποσπάται από το ελατήριο και κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.

Να υπολογίσετε:

Δ2. την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου,

Μονάδες 5

Δ3. το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται ο κύλινδρος από το κεκλιμένο επίπεδο κατά τη διάρκεια της κύλισής του,

Μονάδες 4

Δ4. τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t=1sec.

Μονάδες 5

Έστω ότι στο κέντρο μάζας του κυλίνδρου είναι ενσωματωμένος σημειακός ανιχνευτής ηχητικών κυμάτων, ο οποίος φέρει λαμπάκι. Στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου είναι στερεωμένη πηγή S ηχητικών κυμάτων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6, συχνότητας f_S=1700Hz. Το λαμπάκι του ανιχνευτή ανάβει όταν ανιχνεύονται συχνότητες μεταξύ των τιμών f_1=1750Hz και f_2=1800Hz.

Δ5. Κατά την κύλιση του κυλίνδρου στο κεκλιμένο επίπεδο να εξετάσετε αν το λαμπάκι θα ανάψει από τη χρονική στιγμή t_1=1sec μέχρι τη χρονική στιγμή t_2=2sec.

Μονάδες 6

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$
- η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι ίση με $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$
- ημφ=0,6 και συνφ=0,8
- η ταχύτητα του ήχου στον αέρα ίση με $u_{ήχ.}=340m/s$

Να θεωρήσετε ότι:

- ο άξονας περιστροφής του κυλίνδρου παραμένει συνεχώς σε οριζόντια θέση σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα
- η ευθεία που ενώνει την πηγή και τον ανιχνευτή είναι παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο.
- η λήψη των ηχητικών κυμάτων από τον ανιχνευτή δεν επηρεάζεται από την κύλιση και το υλικό του κυλίνδρου.

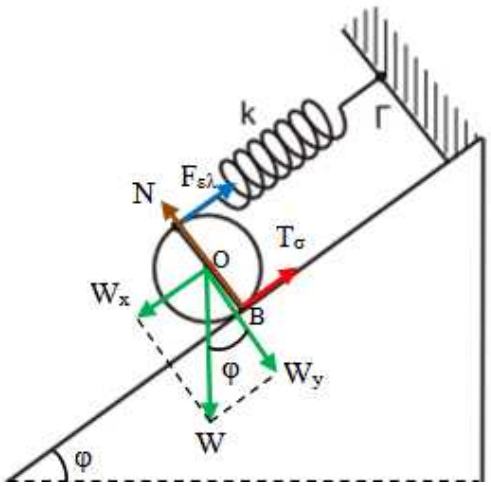
Απάντηση

Δ1.

Σύμφωνα με το σχήμα, ο άξονας του ελατηρίου απέχει απόσταση 2R από την κεκλιμένη επιφάνεια.

<u>1ος τρόπος</u>

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο επαφής Β και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :



$$\Sigma\tau_{(B)}=0 \Leftrightarrow W_xR-F_{ελ}(2R)=0 \Leftrightarrow W_x=2F_{ελ} \Leftrightarrow$$

$$mg\eta\mu\varphi=2k(\Delta\ell) \Leftrightarrow m=\frac{2k(\Delta\ell)}{g\eta\mu\varphi} \Rightarrow m=\frac{2\cdot100\cdot0,06}{10\cdot0,6}Kg \Rightarrow$$

$$m=2\,Kg.$$

<u>2ος τρόπος</u>

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα που διέρχεται από το Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :

$$\Sigma\tau_{(O)}=0 \Leftrightarrow T_σR-F_{ελ}R=0 \Leftrightarrow T_σ=F_{ελ}=k(\Delta\ell) \Rightarrow T_σ=F_{ελ}=6\,N.$$

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων στον άξονα x :

$$\Sigma F_x=0 \Leftrightarrow F_{ελ}+T_σ-W_x=0 \Leftrightarrow W_x=F_{ελ}+T_σ \Rightarrow W_x=12\,N.$$

Ισχύει :

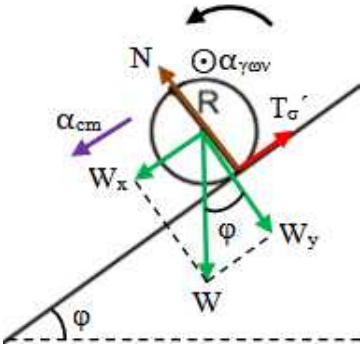
$$W_x=mg\eta\mu\varphi \Leftrightarrow m=\frac{W_x}{g\eta\mu\varphi} \Rightarrow m=\frac{12}{10\cdot0,6}Kg \Rightarrow m=2\,Kg.$$

Δ2.

Από τη στιγμή που αποσπάται από το ελατήριο, ο κύλινδρος εκτελεί μεταφορική κίνηση με επιτάχυνση μέτρου α_{cm} και στροφική κίνηση με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{γων}$.

Αφού ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς ολίσθηση, ισχύει : $\alpha_{cm} = R\alpha_{γων}$. (1)

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης για τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο του κυλίνδρου και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :



$$\Sigma\tau_{(O)} = I_{cm}\alpha_{γων} \Rightarrow T_\sigma' R = \frac{1}{2}mR^2\alpha_{γων} \Rightarrow T_\sigma' = \frac{1}{2}mR\alpha_{γων} \xrightarrow{(1)}$$

$$T_\sigma' = \frac{1}{2}m\alpha_{cm}. \quad (2)$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x :

$$\Sigma F_x = m\alpha_{cm} \Rightarrow W_x - T_\sigma' = m\alpha_{cm} \xrightarrow{(2)} mg\eta\mu\varphi - \frac{1}{2}m\alpha_{cm} = m\alpha_{cm} \Leftrightarrow g\eta\mu\varphi = \frac{3}{2}\alpha_{cm} \Leftrightarrow$$

$$\alpha_{cm} = \frac{2g\eta\mu\varphi}{3} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2\cdot 10\cdot 0,6}{3}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha_{cm} = 4\frac{m}{s^2}.$$

Δ3.

$$(2) \Rightarrow T_\sigma' = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 4\,N = 4\,N.$$

Δ4.

Το κέντρο μάζας του κυλίνδρου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_o = 0$).

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 1$ s, το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου του κυλίνδρου είναι :

$$\upsilon_1 = \alpha_{cm}t_1 \Rightarrow \upsilon_1 = \left(4\frac{m}{s^2}\right)(1s) \Rightarrow \upsilon_1 = 4\frac{m}{s}.$$

<u>1ος τρόπος</u>

Σε χρονική διάρκεια dt, το κέντρο του κυλίνδρου μετατοπίζεται κατά dx.

Από τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο, παράγει έργο μόνο η βαρυτική δύναμη (η στατική τριβή δεν παράγει έργο αφού δεν μετατοπίζεται το σημείο εφαρμογής της).

Σύμφωνα με το ΘΜΚΕ, για τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας στη χρονική διάρκεια dt, ισχύει :

$dK = dW = W_x(dx) \Rightarrow dK = mg\eta\mu\varphi(dx)$. (3)

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας τη χρονική στιγμή t, υπολογίζεται από τη σχέση :

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW}{dt} \xrightarrow{(3)} \frac{dK}{dt} = mg\eta\mu\varphi\left(\frac{dx}{dt}\right) \Rightarrow \frac{dK}{dt} = (mg\eta\mu\varphi)\upsilon_{cm},$$

όπου υ_{cm} το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t.

Επομένως, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή $t_1 = 1$ s, είναι :

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_{t1} = (mg\eta\mu\varphi)\upsilon_1 \Rightarrow \left(\frac{dK}{dt}\right)_{t1} = 2\cdot 10\cdot 0,6\cdot 4\frac{J}{s} \Rightarrow \left(\frac{dK}{dt}\right)_{t1} = 48\frac{J}{s}.$$

<u>2ος τρόπος</u>

Σε χρονική διάρκεια dt, το κέντρο του κυλίνδρου μετατοπίζεται κατά dx και μία ακτίνα του διαγράφει επίκεντρη γωνία dθ.

Σύμφωνα με το ΘΜΚΕ, για τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας στη χρονική διάρκεια dt, ισχύει :

$dK = dW = (\Sigma F_x)(dx) + (\Sigma\tau_O)(d\theta) \Rightarrow dK = m\alpha_{cm}(dx) + I_{cm}\alpha_{\gamma\omega\nu}(d\theta).$ (4)

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας τη χρονική στιγμή t , είναι :

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW}{dt} \xrightarrow{(4)} \frac{dK}{dt} = m\alpha_{cm}\left(\frac{dx}{dt}\right) + I_{cm}\alpha_{\gamma\omega\nu}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) \Rightarrow \frac{dK}{dt} = m\alpha_{cm}\upsilon_{cm} + \frac{1}{2}mR^2\alpha_{\gamma\omega\nu}\omega \xrightarrow[R\omega = \upsilon_{cm}]{R\alpha_{\gamma\omega\nu} = \alpha_{cm}}$$

$$\frac{dK}{dt} = m\alpha_{cm}\upsilon_{cm} + \frac{1}{2}m\alpha_{cm}\upsilon_{cm} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \frac{3}{2}m\alpha_{cm}\upsilon_{cm},$$

όπου υ_{cm} το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t.

Επομένως, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή $t_1 = 1$ s, είναι :

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_{t1} = \frac{3}{2}m\alpha_{cm}\upsilon_1 \Rightarrow \left(\frac{dK}{dt}\right)_{t1} = \frac{3}{2}\cdot 2\cdot 4\cdot 4\frac{J}{s} \Rightarrow \left(\frac{dK}{dt}\right)_{t1} = 48\frac{J}{s}.$$

Δ5.

Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου του κυλίνδρου υπολογίζεται από τη σχέση : $\upsilon_{cm} = \alpha_{cm}t.$ (5)

Στη διάρκεια της κύλισης ο ανιχνευτής πλησιάζει την ακίνητη πηγή, άρα η συχνότητα του ήχου που καταγράφει δίνεται από τη σχέση : $f = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_{cm}}{\upsilon_{\eta\chi}}\cdot f_s \xrightarrow{(5)} f = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \alpha_{cm}t}{\upsilon_{\eta\chi}}\cdot f_s.$

<u>$t_1 = 1$ s</u> : $f_1' = \frac{340 + 4\cdot 1}{340}\cdot 1700\,\text{Hz} \Rightarrow f_1' = 1720\,\text{Hz} < f_1.$

<u>$t_2 = 2$ s</u> : $f_2' = \frac{340 + 4\cdot 2}{340}\cdot 1700\,\text{Hz} \Rightarrow f_2' = 1740\,\text{Hz} < f_1.$

Παρατηρώ ότι : $f_1' < f_2' < f_1 < f_2$, άρα δεν θα ανάψει το λαμπάκι του ανιχνευτή στο χρονικό διάστημα $1\text{ s} \le t \le 2\text{ s}$.

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΕΥΤΕΡΑ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων ισχύει ότι:

α) η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή

β) η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων αυξάνεται

γ) η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή

δ) η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σε κάθε πλαστική (γενικότερα : σε κάθε ανελαστική) κρούση ένα ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας των σωμάτων μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια, επομένως η κινητική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται. [γ) : Λάθος]

Αφού η δυναμική ενέργεια του συστήματος δεν μεταβάλλεται και η κινητική ενέργεια ελαττώνεται, άρα η μηχανική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται. [α), β) : Λάθος]

Αφού η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα, η ώθηση των εξωτερικών δυνάμεων κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι ασήμαντη, άρα η ορμή του συστήματος παραμένει (πρακτικά) σταθερή :

$$\Delta\vec{p}_{ολ} = \left(\Sigma\vec{F}_{εξ}\right)(\Delta t) \xrightarrow{\Delta t \cong 0} \Delta\vec{p}_{ολ} \cong 0 \Rightarrow \vec{p}_{ολ} \cong \text{σταθερή}.$$

Σωστή απάντηση : δ).

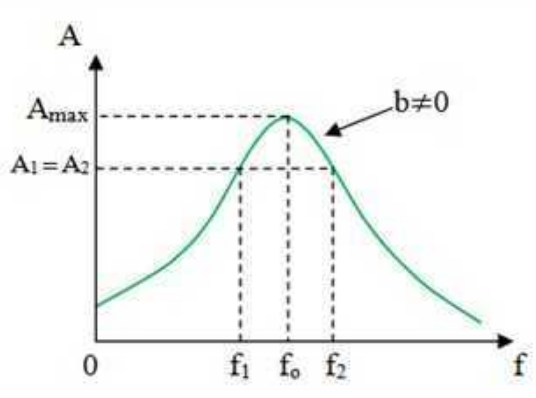
Α2. Σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Παρατηρείται ότι για δύο διαφορετικές συχνότητες f_1 και f_2 του διεγέρτη με $f_1 < f_2$ το πλάτος της ταλάντωσης είναι ίδιο. Για την ιδιοσυχνότητα f_0 του συστήματος ισχύει:

α) $f_0 < f_1$
β) $f_0 > f_2$
γ) $f_1 < f_0 < f_2$
δ) $f_1 = f_0$.

Μονάδες 5

Απάντηση

Υποθέτω ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)]$, η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -b\upsilon)$ και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.



Με βάση το διάγραμμα πλάτους – συχνότητας στην εξαναγκασμένη ταλάντωση, για την ιδιοσυχνότητα f_o του συστήματος, ισχύει : $f_1 < f_o < f_2$.

Σωστή απάντηση : γ).

Σχόλιο

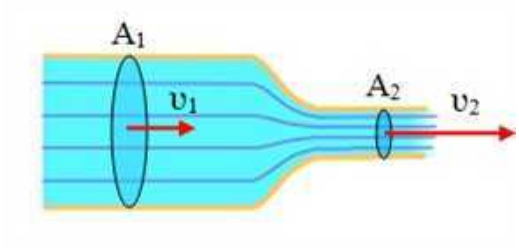
Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)]$, η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -b\upsilon)$ και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.

Α3. Σε μία φλέβα ρέει ιδανικό ρευστό. Όταν σε μια περιοχή του υγρού οι ρευματικές γραμμές πυκνώνουν, τότε:

α) η ταχύτητα ροής αυξάνεται και η πίεση ελαττώνεται
β) η παροχή της φλέβας αυξάνεται και η πίεση αυξάνεται
γ) η παροχή της φλέβας ελαττώνεται και η πίεση ελαττώνεται
δ) η ταχύτητα ροής αυξάνεται και η πίεση αυξάνεται.

Μονάδες 5

Απάντηση



Υποθέτω ότι η φλέβα του υγρού είναι οριζόντια.

Θεωρώ δύο διατομές με εμβαδά A_1 , A_2 $(A_2 < A_1)$.

Έστω υ_1 , υ_2 τα μέτρα των ταχυτήτων του υγρού στις δύο διατομές, αντίστοιχα.

Σύμφωνα με την εξίσωση της συνέχειας, η παροχή της φλέβας είναι σταθερή. [β), γ) : Λάθος]

Ισχύει :

$$\Pi_1 = \Pi_2 \Leftrightarrow A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \Leftrightarrow \upsilon_2 = \frac{A_1}{A_2}\cdot\upsilon_1 \xrightarrow{A_1 > A_2} \upsilon_2 > \upsilon_1 . \quad (1)$$

Εφαρμόζω την εξίσωση Bernoulli για τις δύο διατομές :

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \Leftrightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2\right) \xrightarrow{(1)} p_1 - p_2 > 0 \Rightarrow p_1 > p_2 \text{ ή } p_2 < p_1 .$$

Επομένως, όταν οι ρευματικές γραμμές πυκνώνουν, αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας ροής του υγρού και ελαττώνεται η πίεση.

Σωστή απάντηση : α).

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η φλέβα του υγρού είναι οριζόντια.

Α4. Διακρότημα δημιουργείται μετά από σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, όταν οι ταλαντώσεις έχουν

α) ίσα πλάτη και ίσες συχνότητες
β) διαφορετικά πλάτη και ίσες συχνότητες
γ) διαφορετικά πλάτη και διαφορετικές συχνότητες
δ) ίσα πλάτη και συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους.

Μονάδες 5

Απάντηση

Από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, με ίσα πλάτη και συχνότητες που διαφέρουν πολύ λίγο, προκύπτει περιοδική κίνηση που παρουσιάζει ***διακροτήματα*****.** [Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 29]

Σωστή απάντηση : δ).

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Η εξίσωση της συνέχειας είναι άμεση συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας στη ροή των ιδανικών ρευστών.

β) Η ροπή μιας δύναμης $\vec{F}$ ως προς άξονα περιστροφής είναι μηδέν, όταν ο φορέας της δύναμης είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής.

γ) Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας, ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός.

δ) Η κίνηση ενός τροχού που κυλίεται είναι αποτέλεσμα της επαλληλίας μιας μεταφορικής και μιας στροφικής κίνησης.

ε) Σε ένα στάσιμο κύμα, που έχει δημιουργηθεί σε ένα ελαστικό μέσο, η απόσταση δύο διαδοχικών κοιλιών είναι ίση με ένα μήκος κύματος λ.

Μονάδες 5

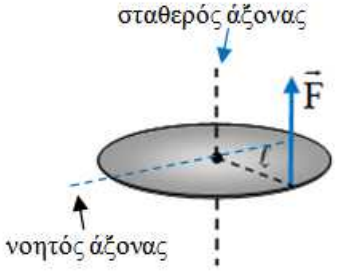
Απάντηση

α) Λάθος.

Η εξίσωση της συνέχειας προκύπτει από την εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ύλης στη ροή των ιδανικών ρευστών.

β) Σωστό.

Όταν η δύναμη είναι παράλληλη προς τον (σταθερό) άξονα περιστροφής, δεν προκαλεί ροπή ως προς αυτόν αλλά τείνει να στρέψει το στερεό (και τον άξονα περιστροφής) ως προς άλλον άξονα ο οποίος είναι κάθετος στο επίπεδο που ορίζει η δύναμη $\vec{F}$ με τον μοχλοβραχίονά της.



γ) Σωστό.

Όταν η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_\alpha = -bυ$) τότε το πλάτος ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο : $A = A_o e^{-\Lambda t}$, όπου Λ = θετική σταθερά.

Έστω T η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης και $n = 0, 1, 2, \ldots$ θετικός ακέραιος.

για $t = nT$: $A_n = A_o e^{-\Lambda nT}$. (1)

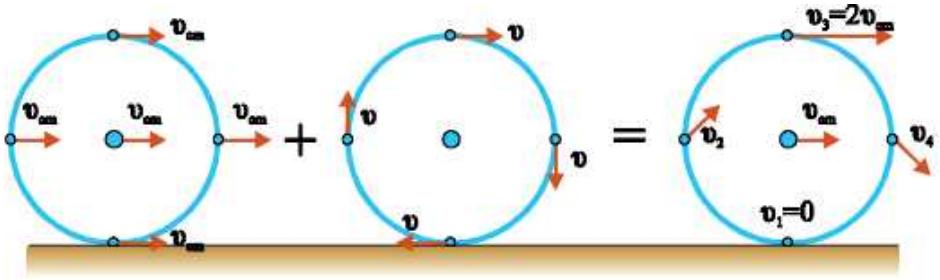
για $t = (n+1)T$: $A_{n+1} = A_o e^{-\Lambda (n+1)T}$. (2)

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{A_n}{A_{n+1}} = \frac{A_o e^{-\Lambda nT}}{A_o e^{-\Lambda (n+1)T}} = e^{\Lambda T} = \text{σταθερό.}$$

δ) Σωστό.

Η κύλιση ενός τροχού μπορεί να θεωρηθεί ως το αποτέλεσμα της επαλληλίας μιας μεταφορικής κίνησης, στην οποία όλα τα σημεία του τροχού, κάθε στιγμή, έχουν την ίδια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{cm}$ και μιας στροφικής κίνησης, γύρω από άξονα που περνάει από το κέντρο του τροχού και είναι κάθετος σ' αυτόν (σχήμα).

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδες 110, 111.



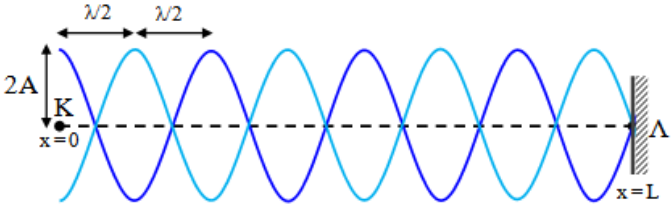
ε) Λάθος.

Όταν σε μία ελαστική χορδή, που έχει τη διεύθυνση του άξονα x, έχει σχηματιστεί στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση x = 0, οι θέσεις των κοιλιών προσδιορίζονται με τη σχέση : $x_{\kappa} = N\frac{\lambda}{2}$. (N = 0, 1, 2 . . .)

για $N = n$: $x_n = n\frac{\lambda}{2}$. (1)

για $N = n+1$: $x_{n+1} = (n+1)\frac{\lambda}{2}$. (2)

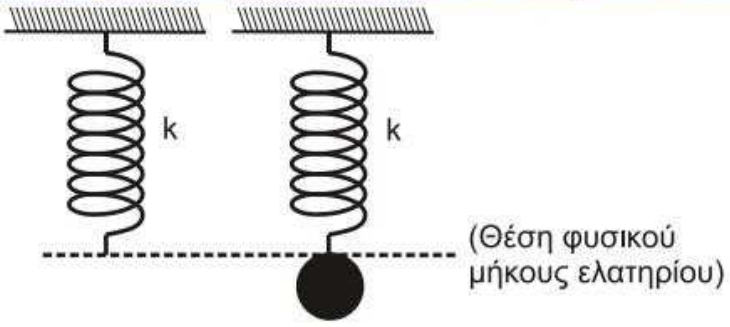
$(2)-(1) \Rightarrow x_{n+1} - x_n = \frac{\lambda}{2}$.



Στο στάσιμο κύμα, η απόσταση δύο διαδοχικών κοιλιών (ή δύο διαδοχικών δεσμών) είναι ίση με $\frac{\lambda}{2}$.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k έχει το άνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου και ενώ αυτό βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους, στερεώνεται μάζα m. Από τη θέση αυτή το σύστημα αφήνεται ελεύθερο και αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Σχήμα 1

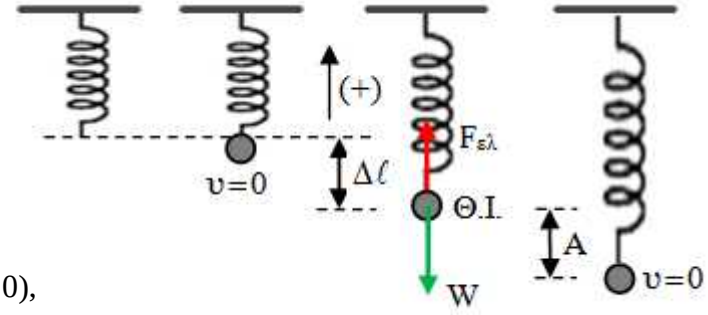
Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της απλής αρμονικής ταλάντωσης του σώματος είναι ίση με:

i. $\frac{m^2g^2}{k}$ ii. $\frac{2m^2g^2}{k}$ iii. $\frac{m^2g^2}{2k}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 7**

Απάντηση



Στη θέση ισορροπίας του σώματος, το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell$. Ισχύει :

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F_{\epsilon\lambda} - W = 0 \Leftrightarrow k(\Delta\ell) = mg \Leftrightarrow \Delta\ell = \frac{mg}{k}. \quad (1)$$

Τη στιγμή που αφήνεται το σώμα είναι ακίνητο (υ = 0), άρα βρίσκεται στην πάνω ακραία θέση της ΑΑΤ.

Αφού το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος, άρα το πλάτος ταλάντωσης είναι :

$$A = \Delta\ell \xrightarrow{(1)} A = \frac{mg}{k}. \quad (2)$$

Τη στιγμή που το σώμα φτάνει στην κάτω ακραία θέση της ΑΑΤ (x = – A), το ελατήριο έχει τη μέγιστη επιμήκυνση $\Delta\ell_{max} = 2A \xrightarrow{(2)} \Delta\ell_{max} = \frac{2mg}{k}$. (3)

Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, κατά τη διάρκεια της ΑΑΤ, είναι :

$$U_{\epsilon\lambda(max)} = \frac{1}{2}k\left(\Delta\ell_{max}\right)^2 \xrightarrow{(3)} U_{\epsilon\lambda(max)} = \frac{1}{2}k\frac{4m^2g^2}{k^2} \Rightarrow U_{\epsilon\lambda(max)} = \frac{2m^2g^2}{k}.$$

Σωστή απάντηση : ii.

Σχόλια

1) Η διατύπωση «το ελατήριο βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους» δεν είναι σωστή.

Το ελατήριο έχει διαστάσεις και δεν βρίσκεται σε μία συγκεκριμένη θέση.

Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος».

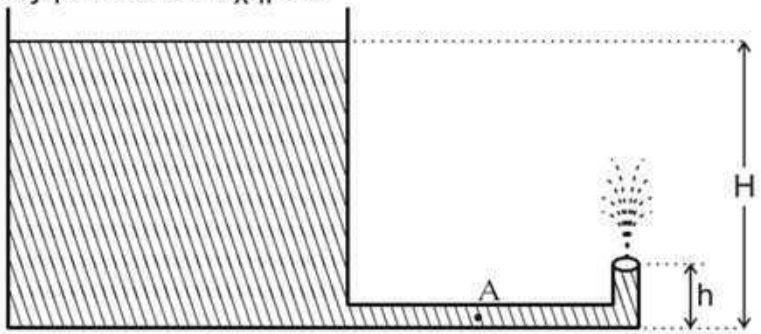
2) Η διατύπωση «στερεώνεται μάζα m» είναι λανθασμένη.

Η μάζα είναι φυσικό μέγεθος και όχι σώμα.

3) Η διατύπωση «το σύστημα αφήνεται ελεύθερο και αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση» δεν είναι ακριβής.

Το σώμα αφήνεται ελεύθερο και αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με την επίδραση του ελατηρίου.

B2. Ανοιχτό κυλινδρικό δοχείο με κατακόρυφα τοιχώματα περιέχει νερό μέχρι ύψους Η. Από τον πυθμένα του πλευρικού τοιχώματος του δοχείου εξέρχεται λεπτός κυλινδρικός σωλήνας σταθερής διατομής. Ο σωλήνας είναι αρχικά οριζόντιος και στη συνέχεια κάμπτεται, ώστε να γίνει κατακόρυφος προς τα πάνω. Το άνοιγμα του σωλήνα βρίσκεται σε ύψος $h = \frac{H}{5}$ πάνω από το επίπεδο του πυθμένα του δοχείου, όπως φαίνεται στο σχήμα 2:



Σχήμα 2

Να θεωρήσετε ότι:

- η ταχύτητα με την οποία κατεβαίνει η στάθμη του νερού στο ανοιχτό δοχείο είναι αμελητέα
- το νερό συμπεριφέρεται ως ιδανικό ρευστό
- η ατμοσφαιρική πίεση παραμένει σταθερή.

Το μέτρο της ταχύτητας υ_A με την οποία ρέει το νερό στο σημείο Α του οριζόντιου σωλήνα είναι ίσο με:

i. $\sqrt{2gh}$ ii. $\sqrt{10gh}$ iii. $2\sqrt{2gh}$.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

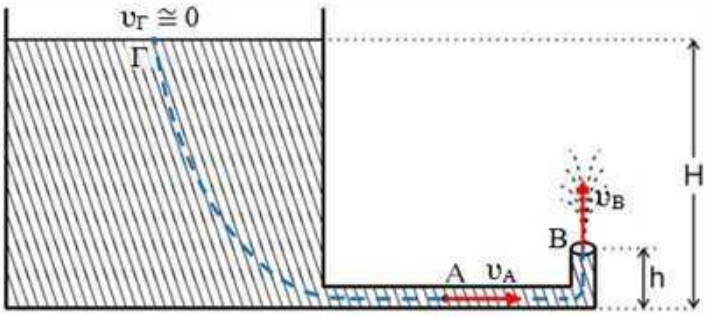
Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Το μέτρο της ταχύτητας εκροής του νερού από το στόμιο στο σημείο Β, υπολογίζεται με το θεώρημα Torricelli :



$$\upsilon_B = \sqrt{2g(H-h)} \xrightarrow{H=5h} \upsilon_B = \sqrt{2g(5h-h)}$$

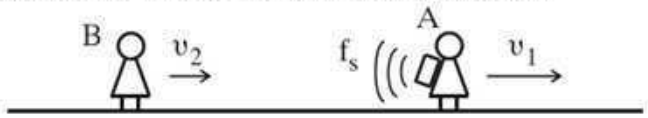
$$\Rightarrow \upsilon_B = 2\sqrt{2gh}. \qquad (1)$$

Εφαρμόζω την εξίσωση της συνέχειας για τις διατομές στα σημεία Α, Β :

$$\Pi_A = \Pi_B \Leftrightarrow A\upsilon_A = A\upsilon_B \Leftrightarrow \upsilon_A = \upsilon_B \xrightarrow{(1)} \upsilon_A = 2\sqrt{2gh}.$$

Σωστή απάντηση : iii.

Β3. Οι παρατηρητές Α και Β κινούνται στην ίδια οριζόντια κατεύθυνση με ταχύτητες μέτρου $\upsilon_1 = \frac{\upsilon_{ηχ}}{5}$ και $\upsilon_2 = \frac{\upsilon_{ηχ}}{10}$ αντίστοιχα. Στην πλάτη του παρατηρητή Α είναι στερεωμένη ηχητική πηγή, όπως φαίνεται στο σχήμα 3:



Σχήμα 3

Η ηχητική πηγή εκπέμπει συνεχώς ήχο σταθερής συχνότητας f_s, ο οποίος διαδίδεται στον αέρα με ταχύτητα $\upsilon_{ηχ}$. Ο παρατηρητής Β αντιλαμβάνεται τον ήχο της ηχητικής πηγής με συχνότητα ίση με:

i. $\frac{9}{12}f_s$ ii. $\frac{11}{12}f_s$ iii. $\frac{11}{8}f_s$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

Ο παρατηρητής Β κινείται με ταχύτητα μέτρου υ_2 στην ευθεία που τον συνδέει με την πηγή και με φορά προς αυτή, ενώ η πηγή απομακρύνεται από αυτόν με ταχύτητα μέτρου υ_1.

Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής υπολογίζεται από τη σχέση :

$$f_B = \frac{\upsilon_{ηχ} + \upsilon_2}{\upsilon_{ηχ} + \upsilon_1} \cdot f_s \Rightarrow f_B = \frac{\upsilon_{ηχ} + \frac{\upsilon_{ηχ}}{10}}{\upsilon_{ηχ} + \frac{\upsilon_{ηχ}}{5}} \cdot f_s = \frac{\frac{11}{10}\upsilon_{ηχ}}{\frac{6}{5}\upsilon_{ηχ}} \cdot f_s \Rightarrow f_B = \frac{11}{12} \cdot f_s .$$

Σωστή απάντηση : ii.

ΘΕΜΑ Γ

Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται χωρίς απώλειες ενέργειας σε γραμμικό ελαστικό μέσο (χορδή) που ταυτίζεται με τον ημιάξονα Ox, προς τη θετική κατεύθυνση. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στο άκρο O (x=0) του ημιάξονα Ox του ελαστικού μέσου. Η πηγή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης y=A·ημωt.

Στοιχειώδης μάζα $\Delta m=10^{-6}kg$ του ελαστικού μέσου έχει ενέργεια ταλάντωσης $E_T = 5\pi^2 \cdot 10^{-7} J$.

Το ελάχιστο χρονικό διάστημα για την απευθείας μετάβαση της στοιχειώδους μάζας Δm του ελαστικού μέσου από την κάτω ακραία θέση ταλάντωσής της μέχρι την επάνω ακραία θέση ταλάντωσής της είναι Δt=0,4s.

Στο ίδιο χρονικό διάστημα το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση Δx=4cm.

Γ1. Να υπολογίσετε την περίοδο του κύματος (μονάδες 2), το μήκος κύματος του κύματος (μονάδες 2) και το πλάτος ταλάντωσης της στοιχειώδους μάζας Δm (μονάδες 3).

Μονάδες 7

Γ2. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος (μονάδες 2) και να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1=1,4s$ (μονάδες 4).

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια της στοιχειώδους μάζας Δm, όταν η απομάκρυνσή της από τη θέση ισορροπίας της είναι y=0,2m.

Μονάδες 6

Δύο σημεία Ρ και Σ της χορδής έχουν διαφορά φάσης $\varphi_P - \varphi_\Sigma = \frac{3\pi}{2} rad$.

Γ4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του Σ, όταν η απομάκρυνση του σημείου Ρ από τη θέση ισορροπίας του είναι $y_P=0,4m$.

Μονάδες 6

Όπου εμφανίζεται το π να μη γίνει αριθμητική αντικατάσταση.

Απάντηση

Γ1.

Το ελάχιστο χρονικό διάστημα για τη μετάβαση από την κάτω ακραία θέση μέχρι την πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης είναι : $\Delta t = \frac{T}{2}$, όπου Τ η περίοδος ταλάντωσης. Επομένως :

$$\Delta t = \frac{T}{2} \Leftrightarrow T = 2(\Delta t) \Rightarrow T = 0,8s.$$

Το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης του κύματος είναι : $\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \upsilon = \frac{4 \cdot 10^{-2} m}{0,4s} \Rightarrow \upsilon = 0,1 \frac{m}{s}$.

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής :

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T} \Leftrightarrow \lambda = \upsilon T \Rightarrow \lambda = \left(0,1 \frac{m}{s}\right)(0,8s) \Rightarrow \lambda = 8 \cdot 10^{-2} m.$$

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης έχει τιμή : $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,8s} \Rightarrow \omega = 2,5\pi \frac{rad}{s}$.

Το στοιχειώδες τμήμα μάζας Δm εκτελεί αρμονική ταλάντωση.

Από τη σχέση της ενέργειας ταλάντωσης υπολογίζω το πλάτος :

$$E_\tau = \frac{1}{2}(\Delta m)\omega^2 A^2 \;\Leftrightarrow\; A^2 = \frac{2E_\tau}{(\Delta m)\omega^2} \;\Leftrightarrow\; A = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{2E_\tau}{(\Delta m)}} \;\Rightarrow\; A = \frac{1}{2,5\pi}\sqrt{\frac{2\cdot 5\pi^2\cdot 10^{-7}}{10^{-6}}}\,m \;\Rightarrow$$

$$A = 0,4\,m.$$

Γ2.

Το εγκάρσιο αρμονικό κύμα που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x, έχει εξίσωση :

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \;\Rightarrow\; y = 0,4\eta\mu 2\pi\left(1,25t - 12,5x\right).\;\text{(S.I.)}$$

Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1,4$ s το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση :

$$x_1 = \upsilon t_1 = \left(0,1\frac{m}{s}\right)(1,4\,s) \;\Rightarrow\; x_1 = 0,14\,m.$$

Η εξίσωση του στιγμιότυπου του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 1,4$ s, είναι :

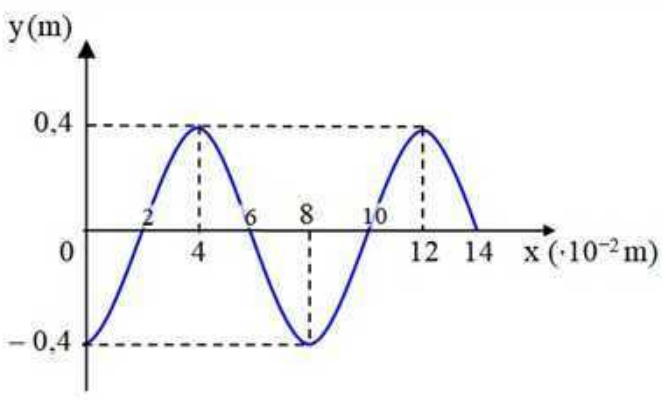
$$y = 0,4\eta\mu 2\pi\left(1,75 - 12,5x\right).\;\text{(S.I.)} \qquad [0 \le x \le 0,14\ m]$$

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 1,4$ s, το σημείο Ο έχει απομάκρυνση :

$$y_O = 0,4\eta\mu 2\pi(1,75)\,m = 0,4\eta\mu(3,5\pi)\,m = 0,4\eta\mu\left(2\pi + \frac{3\pi}{2}\right)m = 0,4\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2}\right)m \;\Rightarrow\; y_O = -0,4\,m.$$

Ισχύει : $\frac{x_1}{\lambda} = \frac{14\cdot 10^{-2}\,m}{8\cdot 10^{-2}\,m} = 1,75 \;\Leftrightarrow\; x_1 = \frac{7}{4}\lambda.$

Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 1,4$ s απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Γ3.

Όταν η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας είναι $y = 0,2$ m, η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του στοιχειώδους τμήματος μάζας Δm είναι :

$$U_\tau = \frac{1}{2}(\Delta m)\omega^2 y^2 = \frac{1}{2}\cdot 10^{-6}\cdot 6,25\pi^2 4\cdot 10^{-2}\,J = 1,25\pi^2\cdot 10^{-7}\,J.$$

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση του στοιχειώδους τμήματος :

$$K + U_\tau = E_\tau \;\Rightarrow\; K = E_\tau - U_\tau = \left(5\pi^2\cdot 10^{-7} - 1,25\pi^2\cdot 10^{-7}\right)J \;\Rightarrow\; K = 3,75\pi^2\cdot 10^{-7}\,J.$$

Γ4.

1ος τρόπος

Από την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Ρ, προκύπτει :

$$y_P = A\eta\mu\varphi_P \Rightarrow 0,4 = 0,4\eta\mu\varphi_P \Rightarrow \eta\mu\varphi_P = 1 \Rightarrow \varphi_P = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2}. \quad (1) \qquad [\kappa = 0, 1, 2, \ldots]$$

Τις χρονικές στιγμές που το σημείο Ρ έχει απομάκρυνση $y_P = 0,4$ m, η φάση του σημείου Σ είναι :

$$\varphi_\Sigma = \varphi_P - \frac{3\pi}{2} \xrightarrow{(1)} \varphi_\Sigma = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{2} = 2\kappa\pi - \pi \Rightarrow \varphi_\Sigma = (2\kappa - 1)\pi. \quad (2) \qquad [\kappa = 0, 1, 2, \ldots]$$

Η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Σ τις αντίστοιχες χρονικές στιγμές, είναι :

$$\upsilon_\Sigma = \omega A\sigma\upsilon\nu\varphi_\Sigma \xrightarrow{(2)} \upsilon_\Sigma = \left(2,5\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)(0,4\,\text{m})\sigma\upsilon\nu(2\kappa - 1)\pi = \pi\sigma\upsilon\nu(-\pi)\frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \upsilon_\Sigma = -\pi\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2ος τρόπος

Από την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Ρ, προκύπτει :

$$y_P = A\eta\mu\varphi_P \Rightarrow 0,4 = 0,4\eta\mu\varphi_P \Rightarrow \eta\mu\varphi_P = 1. \quad (3)$$

Τις χρονικές στιγμές που το σημείο Ρ έχει απομάκρυνση $y_P = 0,4$ m, το σημείο Σ έχει ταχύτητα ταλάντωσης :

$$\upsilon_\Sigma = \omega A\sigma\upsilon\nu\varphi_\Sigma \Rightarrow \upsilon_\Sigma = \left(2,5\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)(0,4\,\text{m})\sigma\upsilon\nu\left(\varphi_P - \frac{3\pi}{2}\right) = \pi\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_P\right)\frac{\text{m}}{\text{s}} = -\pi\eta\mu\varphi_P\frac{\text{m}}{\text{s}} \xrightarrow{(3)}$$

$$\upsilon_\Sigma = -\pi\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Σχόλια

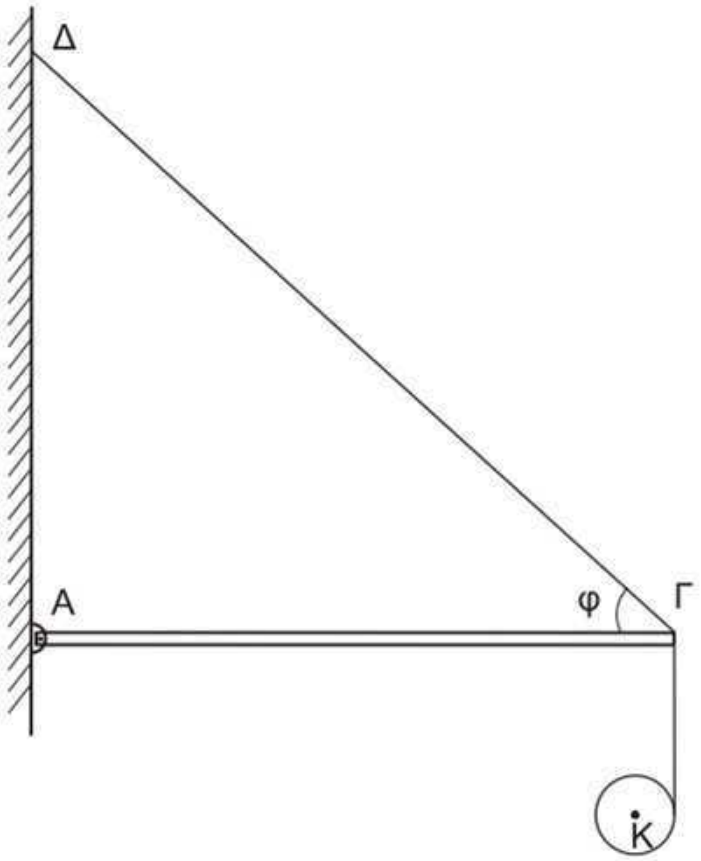
1) Η έκφραση «στοιχειώδης μάζα Δm του ελαστικού μέσου» είναι λανθασμένη.

Το σωστό είναι : «στοιχειώδες τμήμα του ελαστικού μέσου, που έχει μάζα Δm».

2) Στο ερώτημα Γ4 η εκφώνηση έπρεπε να ζητά την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας ταλάντωσης του Σ.

ΘΕΜΑ Δ

Μία ομογενής άκαμπτη ράβδος ΑΓ σταθερής διατομής έχει μάζα M=4Kg. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και το άκρο της Α συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο Γ της ράβδου συνδέεται μέσω αβαρούς μη εκτατού νήματος ΓΔ με τον κατακόρυφο τοίχο. Το νήμα σχηματίζει με τη ράβδο γωνία φ. Γύρω από ένα λεπτό ομογενή δίσκο κέντρου Κ, μάζας m=2kg και ακτίνας R=0,1m είναι τυλιγμένο πολλές φορές ένα λεπτό μη εκτατό αβαρές νήμα. Το ελεύθερο άκρο του νήματος έχει στερεωθεί στο άκρο Γ της ράβδου ΑΓ, όπως φαίνεται στο σχήμα 4:



Σχήμα 4

Τη χρονική στιγμή t_0=0 ο δίσκος αφήνεται να κινηθεί και το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου, καθώς αυτός κατέρχεται.

Μονάδες 6

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος ΑΓ στο άκρο της Γ από το νήμα ΓΔ, όταν ο δίσκος κατέρχεται.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή που το κέντρο μάζας Κ του δίσκου έχει κατέλθει κατακόρυφα κατά h_1=0,3m το νήμα που συνδέει το δίσκο με τη ράβδο κόβεται.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, μετά από χρονικό διάστημα Δt από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Μονάδες 6

Δ4. Να υπολογίσετε το λόγο της κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφικής κίνησης προς την κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης του δίσκου μετά από χρονικό διάστημα Δt΄=0,1s από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Μονάδες 7

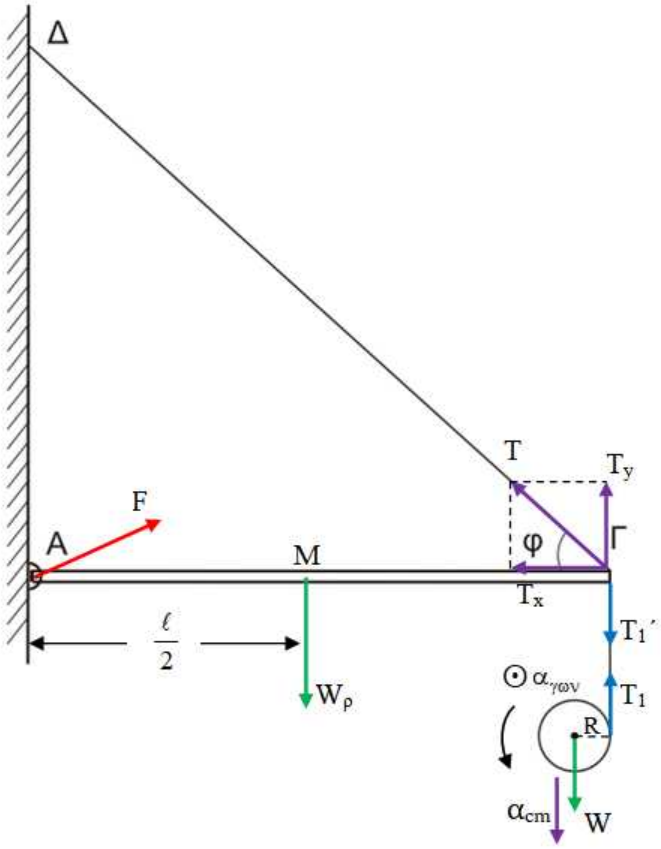
Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s²
- η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $I_{CM} = \frac{1}{2}mR^2$
- $\eta\mu\varphi = 0,8$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,6$
- ο άξονας περιστροφής του δίσκου παραμένει συνεχώς οριζόντιος και κινείται σε κατακόρυφη τροχιά σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του
- ο δίσκος δεν φτάνει στο έδαφος στη διάρκεια του φαινομένου.

Απάντηση

Δ1.

Ο δίσκος εκτελεί σύνθετη κίνηση που αναλύεται σε μία μεταφορική κίνηση (σε κατακόρυφη διεύθυνση) με την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του $\vec{\alpha}_{cm}$ και μία στροφική κίνηση γύρω από τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας, με γωνιακή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$.



Αφού το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει, ισχύει : $\alpha_{cm} = R\alpha_{\gamma\omega\nu}$. (1)

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης :

$$\Sigma\tau_{(K)} = I_{cm}\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_1 R = \frac{1}{2}mR^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow$$

$$T_1 = \frac{1}{2}mR\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{(1)} T_1 = \frac{1}{2}m\alpha_{cm}. \quad (2)$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση του δίσκου :

$$\Sigma F_y = m\alpha_{cm} \Leftrightarrow W - T_1 = m\alpha_{cm} \xrightarrow{(2)} mg - \frac{1}{2}m\alpha_{cm} = m\alpha_{cm} \Leftrightarrow g = \frac{3}{2}\alpha_{cm} \Leftrightarrow \alpha_{cm} = \frac{2g}{3} \Rightarrow$$

$$\alpha_{cm} = \frac{20}{3}\frac{m}{s^2}.$$

Δ2.

Αφού η μάζα του νήματος είναι ασήμαντη, οι δυνάμεις που ασκεί το νήμα στη ράβδο και τον δίσκο έχουν ίσα μέτρα, άρα : $T_1' = T_1 \xrightarrow{(2)} T_1' = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\frac{20}{3}N \Rightarrow T_1' = \frac{20}{3}N$.

Αφού η ράβδος είναι ομογενής και έχει σταθερή διατομή, το κέντρο μάζας της είναι το μέσο της Μ.

Αναλύω την τάση $\vec{T}$ που ασκεί το νήμα ΓΔ σε συνιστώσες $\vec{T}_x$, $\vec{T}_y$ και εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα που διέρχεται από το Α και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :

$$\Sigma\tau_{(A)}=0 \Leftrightarrow T_y\ell - W_\rho\frac{\ell}{2} - T_1'\ell = 0 \Leftrightarrow T_y = \frac{Mg}{2} + T_1' \Rightarrow T_y = \left(\frac{40}{2}+\frac{20}{3}\right)N \Rightarrow T_y = \frac{80}{3}N.$$

Ισχύει : $T_y = T\eta\mu\varphi \Leftrightarrow T = \frac{T_y}{\eta\mu\varphi} \Rightarrow T = \frac{\frac{80}{3}N}{0,8} \Rightarrow T = \frac{100}{3}N.$

Δ3.

Μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 που κόπηκε το νήμα, το κέντρο του δίσκου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου α_{cm} ($\upsilon_o = 0$). Ισχύει :

$$h_1 = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t_1^2 \Leftrightarrow t_1^2 = \frac{2h_1}{\alpha_{cm}} \Leftrightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{\alpha_{cm}}} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2\cdot 0,3}{\frac{20}{3}}}\,s \Rightarrow t_1 = 0,3s.$$

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,3$ s, το κέντρο του δίσκου έχει ταχύτητα μέτρου :

$$\upsilon_1 = \alpha_{cm}t_1 \Rightarrow \upsilon_1 = \left(\frac{20}{3}\frac{m}{s^2}\right)(0,3s) \Rightarrow \upsilon_1 = 2\frac{m}{s}.$$

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,3$ s, το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του δίσκου είναι :

$$\omega_1 = \frac{\upsilon_1}{R} \Rightarrow \omega_1 = \frac{2\frac{m}{s}}{0,1m} \Rightarrow \omega_1 = 20\frac{rad}{s}.$$

Το μέτρο της στροφορμής του δίσκου την ίδια χρονική στιγμή, είναι :

$$L_1 = I_{cm}\omega_1 = \frac{1}{2}mR^2\omega_1 \Rightarrow L_1 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 10^{-2}\cdot 20\frac{Kgm^2}{s} \Rightarrow L_1 = 0,2\frac{Kgm^2}{s}.$$

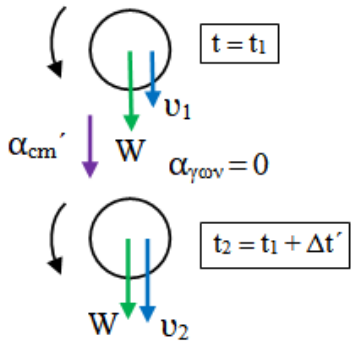
Μετά τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,3$ s (που κόπηκε το νήμα) στο δίσκο ασκείται μόνο το βάρος, το οποίο δεν προκαλεί ροπή, άρα η στροφορμή του δίσκου παραμένει σταθερή : $\Sigma\tau = \frac{dL}{dt} = 0 \Rightarrow L = \text{σταθερή}$.

Επομένως, το μέτρο της στροφορμής του δίσκου σε κάθε χρονική στιγμή $t > t_1$, είναι :

$$L = L_1 = 0,2\frac{Kgm^2}{s}.$$

Δ4.

Από τη στιγμή $t_1 = 0,3$ s που κόπηκε το νήμα, το κέντρο του δίσκου αποκτά επιτάχυνση μέτρου : $\alpha_{cm}' = \frac{W}{m} = g \Rightarrow \alpha_{cm}' = 10\frac{m}{s^2}$.



Τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \Delta t'$, το κέντρο του δίσκου έχει ταχύτητα μέτρου :

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 + \alpha_{cm}'(\Delta t') \;\Rightarrow\; \upsilon_2 = \left(2 + 10 \cdot 0,1\right)\frac{m}{s} \;\Rightarrow\; \upsilon_2 = 3\frac{m}{s}.$$

Αφού δεν ασκείται ροπή, το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου παραμένει σταθερό :

$$\omega_2 = \omega_1 = 20\frac{rad}{s}.$$

Τη χρονική στιγμή t_2, το πηλίκο της κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφικής κίνησης προς την κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης του δίσκου, είναι :

$$\frac{K_{\pi\varepsilon\rho}}{K_{\mu\varepsilon\tau}} = \frac{\frac{1}{2}I_{cm}\omega_2^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_2^2} = \frac{\frac{1}{2}mR^2\omega_1^2}{m\upsilon_2^2} = \frac{\upsilon_1^2}{2\upsilon_2^2} \;\Rightarrow\; \frac{K_{\pi\varepsilon\rho}}{K_{\mu\varepsilon\tau}} = \frac{2^2}{2\cdot 3^2} \;\Rightarrow\; \frac{K_{\pi\varepsilon\rho}}{K_{\mu\varepsilon\tau}} = \frac{2}{9}.$$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΕΤΑΡΤΗ 6 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2017 - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)

ΘΕΜΑ Α

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ημιτελείς προτάσεις **Α1** *έως και* **Α4** *και δίπλα του το γράμμα που αντιστοιχεί στο σωστό συμπλήρωμά της.*

Α1. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με το ίδιο πλάτος Α και συχνότητες f_1 και f_2 δημιουργείται σύνθετη κίνηση, η οποία παρουσιάζει διακροτήματα. Η περίοδος του διακροτήματος είναι ίση με

α. $T = \dfrac{1}{|f_1 - f_2|}$

β. $T = \left|\dfrac{1}{f_1} - \dfrac{1}{f_2}\right|$

γ. $T = |f_1 - f_2|$

δ. $T = \dfrac{1}{2|f_1 - f_2|}$

Μονάδες 5

Απάντηση

Η περίοδος του διακροτήματος υπολογίζεται από τη σχέση : $T_\delta = \dfrac{1}{|f_1 - f_2|}$.

[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 28]

Σωστή απάντηση : α.

Σχόλιο

Η περίοδος του διακροτήματος συμβολίζεται T_δ.

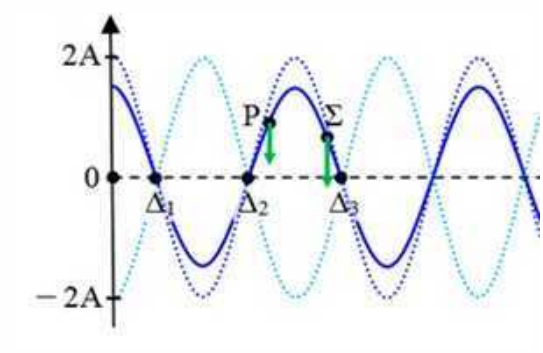
Το γράμμα Τ είναι το σύμβολο της περιόδου της σύνθετης ταλάντωσης.

A2. Δύο υλικά σημεία τα οποία βρίσκονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών ενός ελαστικού μέσου στο οποίο έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, έχουν

α. ίδιο πλάτος ταλάντωσης.
β. διαφορά φάσης π rad μεταξύ τους.
γ. διαφορά φάσης $\frac{\pi}{2}$ rad μεταξύ τους.
δ. ίδια συχνότητα ταλάντωσης.

Μονάδες 5

Απάντηση



Η εξίσωση ενός στάσιμου κύματος (με κοιλία στη θέση x = 0) είναι :

$y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\eta\mu\left(2\pi f t\right)$, όπου

Α το πλάτος των αρμονικών κυμάτων που συμβάλλουν και f η συχνότητά τους.

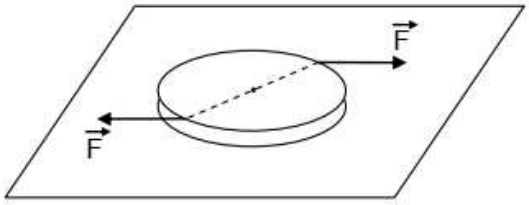
Το πλάτος ταλάντωσης κάθε σημείου εξαρτάται από τη θέση του x :

$|A'| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\right|$. [α : Λάθος]

Τα σημεία που βρίσκονται ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς δεσμούς (π.χ. τα σημεία Ρ, Σ του σχήματος) διέρχονται ταυτόχρονα από τις θέσεις ισορροπίας τους κινούμενα προς την ίδια φορά και φτάνουν ταυτόχρονα στις ακραίες θέσεις τους, άρα έχουν **ίδια συχνότητα ταλάντωσης** και διαφορά φάσης Δφ = 0. [β, γ : Λάθος]

Σωστή απάντηση : δ.

Α3. Ο ομογενής δίσκος του σχήματος 1 ισορροπεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Κάποια χρονική στιγμή ασκούμε στον δίσκο ζεύγος δυνάμεων, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.



Σχήμα 1

Η κίνηση του δίσκου είναι

α. μόνο στροφική με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.
β. μόνο μεταφορική με σταθερή ταχύτητα.
γ. μόνο στροφική με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση.
δ. μόνο μεταφορική με σταθερή επιτάχυνση.

Μονάδες 5

Απάντηση

Το ζεύγος δυνάμεων είναι ένα σύστημα δύο αντίθετων δυνάμεων $\left(\vec{F}_1 = \vec{F},\ \vec{F}_2 = -\vec{F}\right)$, οι φορείς των οποίων απέχουν μεταξύ τους απόσταση d.

Όταν ασκηθεί το ζεύγος δυνάμεων στον ακίνητο δίσκο θα προκαλέσει σταθερή ροπή μέτρου $\tau = F \cdot d$, με αποτέλεσμα ο δίσκος να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση, ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδο του ζεύγους.

Αφού η συνισταμένη δύναμη είναι μηδενική ($\Sigma F = F - F = 0$) ο δίσκος δεν θα εκτελέσει μεταφορική κίνηση.

Επομένως, ο δίσκος θα εκτελέσει μόνο στροφική κίνηση με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση.

Σωστή απάντηση : γ.

Α4. Η εξίσωση της συνέχειας των ιδανικών ρευστών είναι άμεση συνέπεια της αρχής διατήρησης

α. της ενέργειας.
β. της ύλης.
γ. της ορμής.
δ. της στροφορμής.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : β.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 84.

Α5. *Να χαρακτηρίσετε αν το περιεχόμενο των ακόλουθων προτάσεων είναι* ***Σωστό*** *ή* ***Λάθος****, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη* ***Σωστό*** *ή* ***Λάθος*** *δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί στην κάθε πρόταση.*

α. Το πλάτος μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη.

β. Σε κάθε εγκάρσιο κύμα δημιουργούνται πυκνώματα και αραιώματα.

γ. Το συνολικό έργο της στατικής τριβής στην κύλιση χωρίς ολίσθηση ενός στερεού σώματος είναι ίσο με μηδέν.

δ. Η πίεση που δημιουργεί ένα εξωτερικό αίτιο σε κάποιο σημείο ενός ακίνητου υγρού μεταφέρεται αναλλοίωτη σε όλα τα σημεία του.

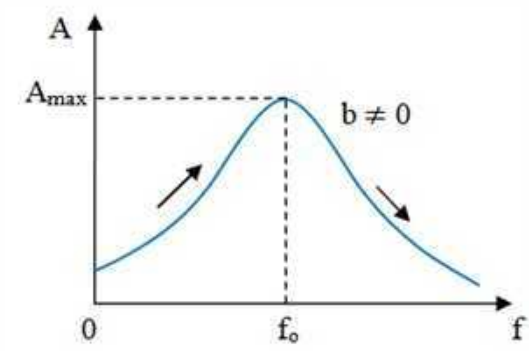
ε. Σε κάθε φθίνουσα ταλάντωση η περίοδος της ταλάντωσης μειώνεται με τον χρόνο.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Σωστό.

Υποθέτω ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}συν(2\pi f_\delta t)]$, η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -bυ)$ και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.



Από το διάγραμμα πλάτους – συχνότητας προκύπτει ότι όταν μεταβάλλεται η συχνότητα του διεγέρτη τότε μεταβάλλεται και το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης. .

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}συν(2\pi f_\delta t)]$, η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -bυ)$ και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.

β. Λάθος.

Στο εγκάρσιο κύμα σχηματίζονται «όρη» και «κοιλάδες».

γ. Σωστό.

Στην κύλιση ενός στερεού χωρίς ολίσθηση, κάθε χρονική στιγμή έρχεται σε επαφή με την επιφάνεια διαφορετικό σημείο του στερεού. Επομένως δεν μετατοπίζεται το σημείο εφαρμογής της στατικής τριβής, με αποτέλεσμα το έργο της στατικής τριβής να είναι μηδενικό.

δ. Σωστό.

Η πρόταση αυτή είναι η αρχή της μετάδοσης των πιέσεων στα υγρά (αρχή του Pascal).

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 90.

ε. Λάθος.

Σε κάθε φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής $F_{\alpha} = -bu$, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b η περίοδος της ταλάντωσης είναι σταθερή.

[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδες 18, 19]

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_{\alpha} = -bu$) και η σταθερά απόσβεσης b έχει ορισμένη τιμή.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m και 4m αντίστοιχα έχουν ίσες κινητικές ενέργειες. Τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και συγκρούονται πλαστικά. Ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων προς την αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων είναι ίσος με

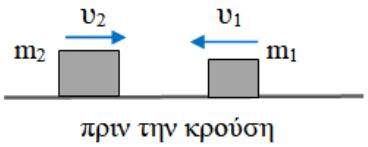
i. $\frac{1}{4}$ ii. $\frac{1}{5}$ iii. $\frac{1}{10}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (μονάδες 6)

Μονάδες 8

Απάντηση

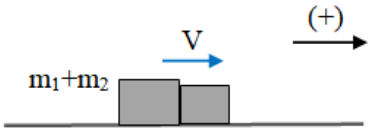


πριν την κρούση

Έστω υ_1 , υ_2 τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων.

Από τη σχέση των κινητικών ενεργειών προκύπτει :

$$K_1 = K_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}\cdot 4m\upsilon_2^2 \Leftrightarrow \upsilon_1^2 = 4\upsilon_2^2 \Rightarrow \upsilon_1 = 2\upsilon_2 . \quad (1)$$



μετά την κρούση

Έστω V το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Ορίζω σαν θετική τη φορά της $\vec{\upsilon}_2$ και εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής (αλγεβρικά) :

$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow 4m\upsilon_2 - m\upsilon_1 = 5mV \xrightarrow{(1)} 4\upsilon_2 - 2\upsilon_2 = 5V \Leftrightarrow V = \frac{2\upsilon_2}{5}. \quad (2)$$

Ισχύουν οι σχέσεις :

$$K_{ολ(πριν)} = K_1 + K_2 = 2K_2 \Rightarrow K_{ολ(πριν)} = 2\cdot\frac{1}{2}(4m)\upsilon_2^2 \Rightarrow K_{ολ(πριν)} = 4m\upsilon_2^2 .$$

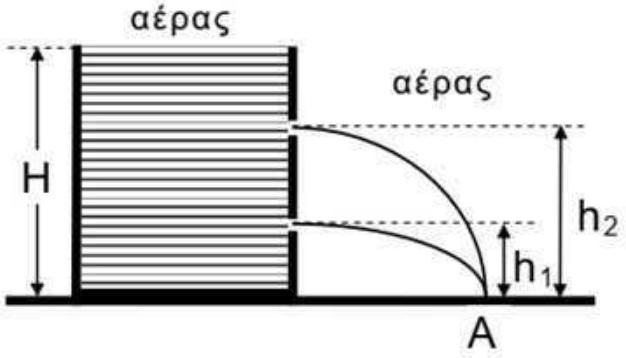
$$K_{ολ(μετά)} = \frac{1}{2}\cdot 5mV^2 \xrightarrow{(2)} K_{ολ(μετά)} = \frac{5}{2}m\cdot\frac{4\upsilon_2^2}{25} \Rightarrow K_{ολ(μετά)} = \frac{2}{5}m\upsilon_2^2 .$$

Επομένως :

$$\frac{K_{ολ(μετά)}}{K_{ολ(πριν)}} = \frac{\frac{2}{5}m\upsilon_2^2}{4m\upsilon_2^2} \Rightarrow \frac{K_{ολ(μετά)}}{K_{ολ(πριν)}} = \frac{1}{10}.$$

Σωστή απάντηση : iii.

B2. Ένα δοχείο περιέχει νερό μέχρι ύψους Η και βρίσκεται πάνω σε ένα οριζόντιο δάπεδο. Ανοίγουμε δύο μικρές οπές στο δοχείο σε ύψη h_1 και $h_2 = 3\,h_1$ πάνω από το οριζόντιο δάπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα 2. Οι δύο φλέβες του νερού που εκρέει από τις δύο μικρές οπές συναντούν το δάπεδο στο ίδιο σημείο Α.



Σχήμα 2

Να θεωρήσετε ότι:

- η ταχύτητα με την οποία κατεβαίνει η στάθμη του νερού στο ανοιχτό δοχείο είναι αμελητέα
- το νερό συμπεριφέρεται ως ιδανικό ρευστό
- η ατμοσφαιρική πίεση παραμένει σταθερή.

Η σχέση που ισχύει είναι

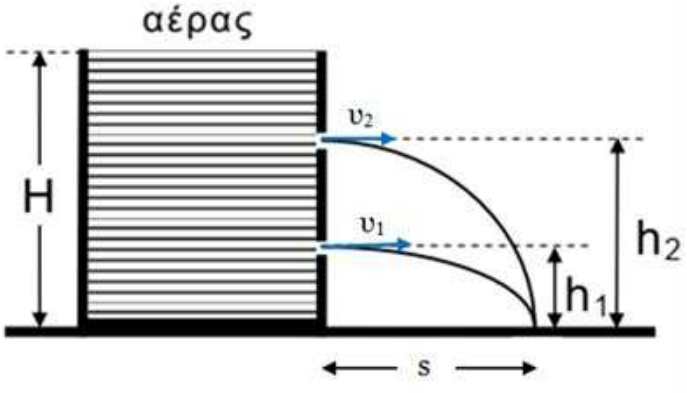
i. $H = 4\,h_1$ ii. $H = 5\,h_1$ iii. $H = 6\,h_1$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (μονάδες 7)

Μονάδες 9

Απάντηση



Εφαρμόζω το θεώρημα Torricelli για τον υπολογισμό του μέτρου της ταχύτητας εκροής του νερού από κάθε οπή :

$$\upsilon_1 = \sqrt{2g(H-h_1)}\,. \qquad (1)$$

$$\upsilon_2 = \sqrt{2g(H-h_2)}\,. \qquad (2)$$

Κάθε στοιχειώδης ποσότητα νερού που εξέρχεται από μία οπή εκτελεί οριζόντια βολή και διανύει οριζόντια απόσταση s μέχρι να φτάσει στο έδαφος.

Εφαρμόζω την εξίσωση της τροχιάς για το νερό που εξέρχεται από κάθε οπή :

$$h_1 = \frac{g}{2\upsilon_1^2}\cdot s^2 \;\Leftrightarrow\; s^2 = \frac{2h_1\upsilon_1^2}{g} \xrightarrow{(1)} s^2 = \frac{2h_1\cdot 2g(H-h_1)}{g} \;\Rightarrow\; s^2 = 4h_1(H-h_1). \qquad (3)$$

$$h_2 = \frac{g}{2\upsilon_2^2}\cdot s^2 \;\Leftrightarrow\; s^2 = \frac{2h_2\upsilon_2^2}{g} \xrightarrow{(2)} s^2 = \frac{2(3h_1)\cdot 2g(H-h_2)}{g} \;\Rightarrow\; s^2 = 12h_1(H-3h_1). \qquad (4)$$

$$(3),(4) \;\Rightarrow\; 4h_1(H-h_1) = 12h_1(H-3h_1) \;\Leftrightarrow\; H-h_1 = 3H-9h_1 \;\Leftrightarrow\; 8h_1 = 2H \;\Leftrightarrow\; H = 4h_1.$$

Σωστή απάντηση : i.

B3. Ένας απομονωμένος ομογενής αστέρας σφαιρικού σχήματος ακτίνας R στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του με αρχική κινητική ενέργεια λόγω ιδιοπεριστροφής K_0. Ο αστέρας συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας διατηρώντας το σφαιρικό του σχήμα και την αρχική του μάζα. Σε κάποιο στάδιο της συρρίκνωσής του η ακτίνα του υποδιπλασιάζεται. Η νέα κινητική του ενέργεια λόγω ιδιοπεριστροφής είναι ίση με K.

Δίνεται η ροπή αδράνειας ομογενούς συμπαγούς σφαίρας ακτίνας r ως προς άξονα που διέρχεται το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{2}{5} m \cdot r^2$.

Ο λόγος $\frac{K}{K_0}$ είναι ίσος με

i. $\frac{1}{2}$ ii. 2 iii. 4

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (μονάδες 6)

Μονάδες 8

Απάντηση

Αρχικά, η ροπή αδράνειας του αστέρα ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο του, είναι :

$$I_o = \frac{1}{2} MR^2 . \qquad (1)$$

Μετά τον υποδιπλασιασμό της ακτίνας, η ροπή αδράνειας του αστέρα είναι :

$$I = \frac{1}{2} M \left(\frac{R}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} M \frac{R^2}{4} \xrightarrow{(1)} I = \frac{I_o}{4} . \qquad (2)$$

Αφού ο αστέρας δεν δέχεται εξωτερικές ροπές, η στροφορμή του ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο μάζας του διατηρείται σταθερή.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της στροφορμής ως προς τον άξονα περιστροφής του αστέρα :

$$L_o = L \Leftrightarrow I_o \omega_o = I\omega \xrightarrow{(2)} I_o \omega_o = \frac{I_o}{4} \omega \Leftrightarrow \omega = 4\omega_o . \qquad (3)$$

Το πηλίκο των κινητικών ενεργειών λόγω της ιδιοπεριστροφής του αστέρα, είναι :

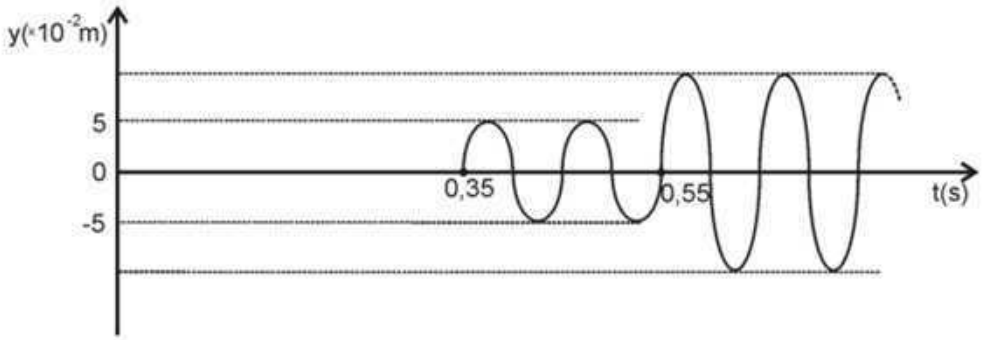
$$\frac{K}{K_o} = \frac{\frac{1}{2} I\omega^2}{\frac{1}{2} I_o \omega_o^2} \xrightarrow{(2),\,(3)} \frac{K}{K_o} = \frac{\frac{I_o}{4} (4\omega_o)^2}{I_o \omega_o^2} = \frac{16\omega_o^2}{4\omega_o^2} \Rightarrow \frac{K}{K_o} = 4 .$$

Σωστή απάντηση : iii.

ΘΕΜΑ Γ

Στην επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί βρίσκονται δύο σύγχρονες και όμοιες σημειακές πηγές Π_1 και Π_2 που απέχουν μεταξύ τους απόσταση d. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή t = 0 και εκτελούν ταλαντώσεις της μορφής $y = A \cdot \eta\mu\omega t$ δημιουργώντας στην επιφάνεια του υγρού εγκάρσια κύματα.

Ένα υλικό σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού που απέχει αποστάσεις $r_1 = 1,4$ m και r_2 ($r_2 > r_1$) αντίστοιχα από τις πηγές Π_1 και Π_2 ταλαντώνεται και η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο περιγράφεται από τη γραφική παράσταση του σχήματος 3.



Σχήμα 3

Γ1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού (μονάδες 3) και την απόσταση r_2 του σημείου Σ από την πηγή Π_2. (μονάδες 3)

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε τη συχνότητα ταλάντωσης των πηγών Π_1 και Π_2 (μονάδες 3) και το μήκος κύματος λ των εγκαρσίων κυμάτων που διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού. (μονάδες 3)

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση του σημείου Σ από τη θέση ισορροπίας τη χρονική στιγμή $t = \frac{5}{8}s$.

Μονάδες 6

Γ4. Μεταβάλλουμε ταυτόχρονα, με τον ίδιο τρόπο, τη συχνότητα ταλάντωσης των δύο πηγών Π_1 και Π_2. Να υπολογίσετε την ελάχιστη συχνότητα ταλάντωσης των δύο πηγών Π_1 και Π_2 ώστε το σημείο Σ να παραμένει συνεχώς ακίνητο, μετά τη συμβολή των κυμάτων στο σημείο αυτό.

Μονάδες 7

Απάντηση

Γ1.

Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,35$ s, το σημείο Σ είναι ακίνητο στη θέση ισορροπίας του ($y_\Sigma = 0$).

Το Σ ξεκινά και ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,35$ s, κατά την οποία φτάνει σε αυτό κύμα από την πλησιέστερη πηγή Π_1.

Για το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης των κυμάτων ισχύει : $\upsilon = \frac{r_1}{t_1} \Rightarrow \upsilon = \frac{1,4\,m}{0,35\,s} \Rightarrow \upsilon = 4\frac{m}{s}$.

Από τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,35\,s$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,55\,s$ το Σ εκτελεί ταλάντωση εξαιτίας του κύματος που προέρχεται από την πηγή Π_1.

Τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,55\,s$ φτάνει στο Σ το κύμα από την πηγή Π_2, οπότε στη συνέχεια το Σ εκτελεί ταλάντωση εξαιτίας της συμβολής των κυμάτων που προέρχονται από τις δύο πηγές.

Για την απόσταση του Σ από την πηγή Π_2, ισχύει :

$$r_2 = \upsilon t_2 \;\Rightarrow\; r_2 = \left(4\frac{m}{s}\right)(0,55s) \;\Rightarrow\; r_2 = 2,2\,m.$$

Γ2.

Όπως φαίνεται από διάγραμμα, στη χρονική διάρκεια $\Delta t = t_2 - t_1 = 0,2\,s$, το Σ εκτελεί $N = 2$ ταλαντώσεις.

Η συχνότητα ταλάντωσης του Σ είναι: $f = \dfrac{N}{\Delta t} \;\Rightarrow\; f = \dfrac{2}{0,2s} \;\Rightarrow\; f = 10\,Hz.$

Επομένως, η συχνότητα των κυμάτων που παράγουν οι πηγές είναι : $f = 10\,Hz$.

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής :

$$\upsilon = \lambda f \;\Leftrightarrow\; \lambda = \frac{\upsilon}{f} \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{4\,m\cdot s^{-1}}{10\,s^{-1}} \;\Rightarrow\; \lambda = 0,4\,m.$$

Γ3.

Από τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,55\,s$ το Σ εκτελεί ταλάντωση λόγω της συμβολής των δύο κυμάτων,

με εξίσωση : $y_\Sigma = A_\Sigma' \eta\mu 2\pi\left(f\cdot t - \dfrac{r_2 + r_1}{2\lambda}\right),$

όπου : $A_\Sigma' = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\dfrac{r_2 - r_1}{2\lambda}\right) \;\Rightarrow\; A_\Sigma' = 0,1\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\dfrac{2,2-1,4}{2\cdot 0,4}\right)m = 0,1\sigma\upsilon\nu(2\pi)\,m \;\Rightarrow\; A_\Sigma' = 0,1\,m.$

Τη χρονική στιγμή $t = \dfrac{5}{8}s = 0,625\,s$, η απομάκρυνση του Σ από τη θέση ισορροπίας έχει τιμή :

$$y_\Sigma = 0,1\eta\mu 2\pi\left(10\cdot 0,625 - \frac{2,2+1,4}{2\cdot 0,4}\right)m = 0,1\eta\mu(3,5\pi)\,m = 0,1\eta\mu\left(2\pi + \frac{3\pi}{2}\right)m \;\Rightarrow\; y_\Sigma = -0,1\,m.$$

Γ4.

Έστω f' η νέα τιμή της συχνότητας ταλάντωσης των πηγών και λ' το μήκος κύματος των κυμάτων που παράγουν.

Για να παραμένει συνεχώς ακίνητο το σημείο Σ πρέπει τα κύματα από τις δύο πηγές να συμβάλλουν αποσβεστικά σε αυτό.

Επομένως, για τις αποστάσεις r_1 , r_2 του Σ από τις πηγές πρέπει να ισχύει :

$$r_2 - r_1 = (2N+1)\frac{\lambda'}{2} \xrightarrow{\lambda' = \frac{\upsilon}{f'}} r_2 - r_1 = (2N+1)\frac{\upsilon}{2f'} \Rightarrow 0,8 = (2N+1)\frac{4}{2f'} \Rightarrow$$

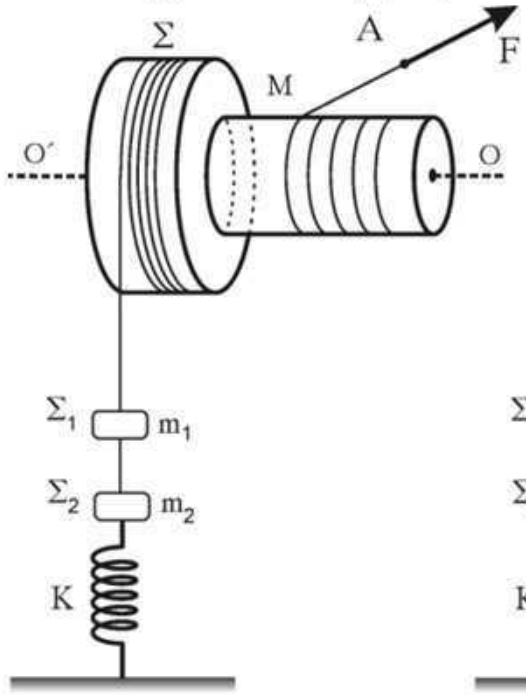
$$f' = (5N + 2,5)\,\text{Hz.} \qquad [\, N = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots \,]$$

Η ελάχιστη συχνότητα ταλάντωσης των πηγών αντιστοιχεί στην τιμή $N = 0$.

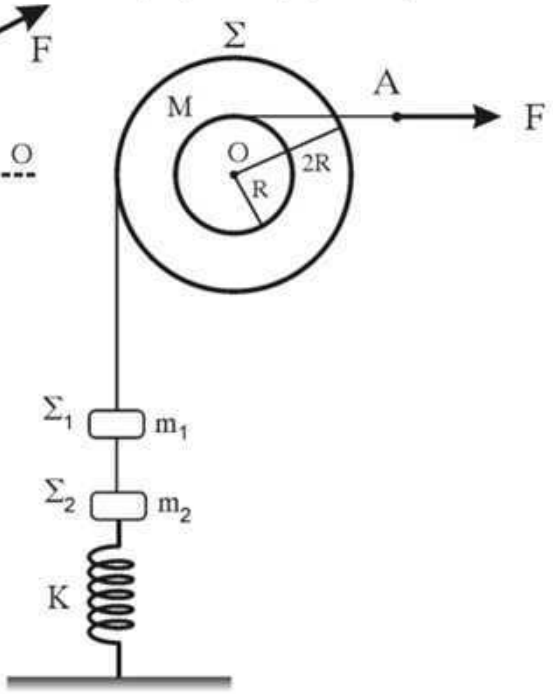
Επομένως : $f'_{min} = 2,5$ Hz.

ΘΕΜΑ Δ

Ομογενές στερεό σώμα Σ συνολικής μάζας M = 8 kg αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και 2R, όπου R = 0,1 m όπως φαίνεται στα σχήματα 4α και 4β (το 4β αποτελεί εγκάρσια τομή του 4α).



Σχήμα 4α



Σχήμα 4β

Η ροπή αδράνειας του στερεού Σ ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I = \frac{3}{2} M \cdot R^2$. Το στερεό Σ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα Ο΄Ο. Ο οριζόντιος άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας του κυλίνδρου. Γύρω από τον κύλινδρο του στερεού ακτίνας R είναι τυλιγμένο πολλές φορές αβαρές μη εκτατό νήμα μεγάλου μήκους, στο ελεύθερο άκρο Α του οποίου ασκείται οριζόντια δύναμη μέτρου F = 100 N.

Στο ελεύθερο άκρο αβαρούς μη εκτατού νήματος μεγάλου μήκους, που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας 2R, είναι δεμένο σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 2$ kg. Το σώμα Σ_1 συνδέεται με αβαρές μη εκτατό νήμα με σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1$ kg, που συγκρατείται στερεωμένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς K.

Το σύστημα του στερεού Σ και των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αρχικά ισορροπεί, με το ελατήριο να έχει επιμηκυνθεί κατά $\Delta\ell = 0,2$ m από το φυσικό του μήκος. Τη χρονική στιγμή μηδέν ($t_0 = 0$ s) το νήμα που συνδέει τα σώματα Σ_1 και Σ_2 κόβεται. Το σώμα Σ_2 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, ενώ το στερεό Σ αρχίζει να περιστρέφεται γύρω από τον οριζόντιο άξονα περιστροφής του Ο΄Ο.

Δ1. Να υπολογίσετε την τιμή της σταθεράς K του ελατηρίου.

Μονάδες 5

Δ2. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα Σ_2. Θεωρήστε ως θετική φορά τη φορά προς τα πάνω.

Μονάδες 6

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος Σ_1 (μονάδες 4) και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της (μονάδα 1).

Μονάδες 5

Δ4. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του στερεού Σ.

Μονάδες 4

Δ5. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης F, όταν το στερεό Σ έχει εκτελέσει $\frac{20}{\pi}$ περιστροφές.

Μονάδες 5

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.

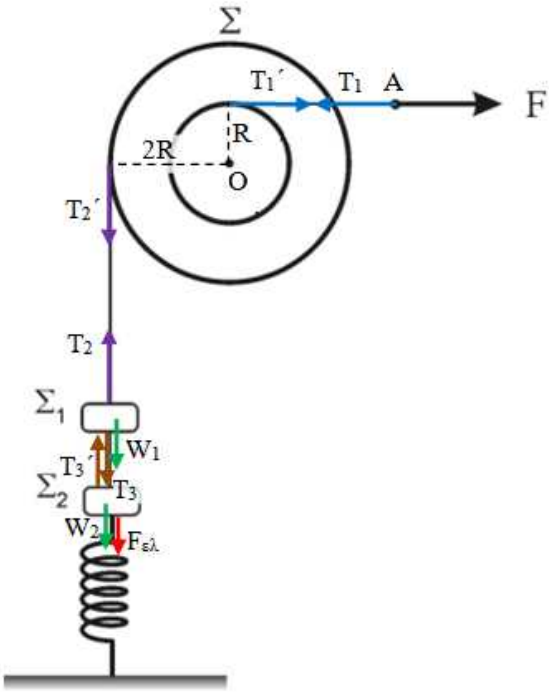
Όπου εμφανίζεται το π να μη γίνει αριθμητική αντικατάσταση.

Να θεωρήσετε ότι :

- κατά τη διάρκεια της περιστροφής του στερεού Σ το σώμα Σ_1 δεν συγκρούεται με το στερεό Σ.
- η τριβή του νήματος με τους κυλίνδρους του στερεού είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση.
- κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του σώματος Σ_2, ο άξονας του ελατηρίου παραμένει κατακόρυφος.
- η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

Απάντηση

Δ1.



Το οριζόντιο νήμα ασκεί δύναμη $\vec{T}_1$ στο αίτιο που προκαλεί τη δύναμη $\vec{F}$. Σύμφωνα με τον 3ο νόμο του Newton, ισχύει :

$\vec{T}_1 = -\vec{F} \Rightarrow T_1 = F = 100\,N.$ (μέτρο)

Αφού η μάζα του νήματος είναι ασήμαντη, οι δυνάμεις που ασκεί το νήμα έχουν ίσα μέτρα : $T_1' = T_1 = 100\ N.$

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών για το στερεό, ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το Ο :

$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Leftrightarrow T_2'(2R) - T_1'R = 0 \Leftrightarrow 2T_2' = T_1' \Leftrightarrow$

$T_2' = \frac{T_1'}{2} \Rightarrow T_2' = 50\,N.$

Αφού η μάζα του νήματος που συνδέει το στερεό με το Σ_1 είναι ασήμαντη, οι δυνάμεις που ασκεί στο στερεό Σ και στο Σ_1 έχουν ίσα μέτρα, άρα : $T_2 = T_2' = 50\ N.$

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων για το Σ_1 :

$\Sigma F_1 = 0 \Leftrightarrow T_2 - W_1 - T_3 = 0 \Leftrightarrow T_3 = T_2 - m_1 g \Rightarrow T_3 = (50 - 20)\ N = 30\ N.$

Αφού η μάζα του νήματος που συνδέει τα σώματα Σ_1 , Σ_2 είναι ασήμαντη, οι δυνάμεις που ασκεί σε αυτά έχουν ίσα μέτρα, άρα : $T_3' = T_3 = 30\ N.$

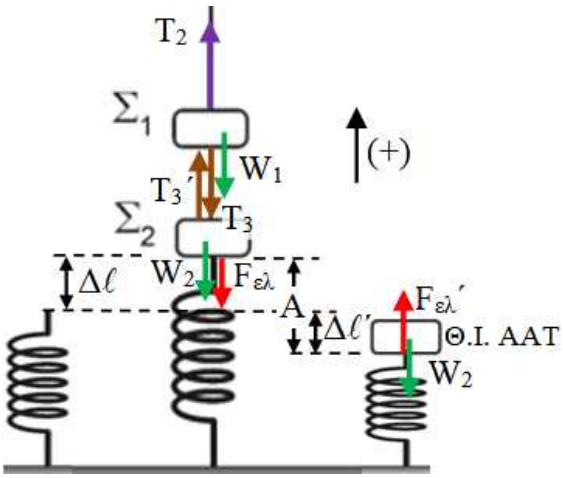
Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων για το Σ_2 :

$\Sigma F_2 = 0 \Leftrightarrow T_3' - W_2 - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} = T_3' - m_2 g \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = (30 - 10)\,N = 20\,N.$

Εφαρμόζω το νόμο του Hooke για το ιδανικό ελατήριο :

$$F_{\varepsilon\lambda} = k(\Delta\ell) \Leftrightarrow k = \frac{F_{\varepsilon\lambda}}{\Delta\ell} \Rightarrow k = \frac{20\,N}{0,2\,m} \Rightarrow k = 100\frac{N}{m}.$$

Δ2.



Αφού κοπεί το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα, το Σ_2 εκτελεί ΑΑΤ με την επίδραση του ελατηρίου.

Στη θέση ισορροπίας του Σ_2 το ελατήριο έχει συμπίεση $\Delta\ell'$. Ισχύει :

$$\Sigma F_2 = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda}' - W_2 = 0 \Leftrightarrow k(\Delta\ell') = m_2 g \Leftrightarrow$$

$$\Delta\ell' = \frac{m_2 g}{k} \Rightarrow \Delta\ell' = \frac{10}{100}\,m = 0,1\,m.$$

Τη χρονική στιγμή t = 0 που κόβεται το νήμα, το Σ_2 είναι ακίνητο άρα βρίσκεται στην πάνω ακραία θέση της ΑΑΤ.

Επομένως, το πλάτος της ΑΑΤ είναι :

$$A = \Delta\ell + \Delta\ell' = (0,2 + 0,1)\,m \Rightarrow A = 0,3\,m.$$

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ του Σ_2 υπολογίζεται από τη σχέση :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_2}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{1}\frac{rad}{s}} \Rightarrow \omega = 10\,\frac{rad}{s}.$$

Η εξίσωση απομάκρυνσης στην ΑΑΤ έχει τη γενική μορφή : $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$. (1)

Τη χρονική στιγμή t = 0 το Σ_2 βρίσκεται στη θέση x = + A. Αντικαθιστώντας στην (1) προκύπτει :

$$A = A\eta\mu\varphi_o \Leftrightarrow \eta\mu\varphi_o = 1 \Leftrightarrow \varphi_o = \frac{\pi}{2}.$$

Επομένως, η εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ του Σ_2 είναι : $x = 0,3\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$. (S.I.)

Δ3.

Υποθέτω ότι, αφού κοπεί το νήμα, το Σ_1 θα κινηθεί προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου α_{cm} και το στερεό Σ θα περιστραφεί κατά τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu}$.

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για το Σ_1 :

$$\Sigma F_1 = m_1\alpha_{cm} \Leftrightarrow T_4 - W_1 = m_1\alpha_{cm}. \quad (2)$$

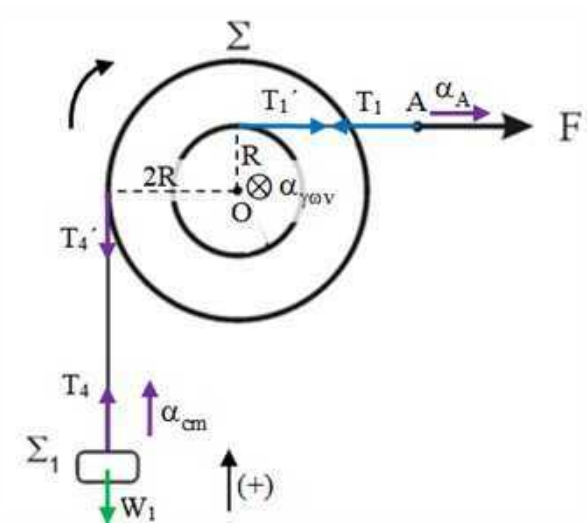
Η μάζα του κατακόρυφου νήματος είναι ασήμαντη, άρα : $T_4' = T_4$. (3)

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης για το στερεό :

$$\Sigma\tau_{(O)} = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \quad \Leftrightarrow \quad T_1'R - T_4'(2R) = \frac{3}{2}MR^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{(3)}$$

$$T_1' - 2T_4 = \frac{3}{2}MR\alpha_{\gamma\omega\nu}. \qquad (4)$$

Ισχύει : $T_1' = T_1 = F.$ (5)



Αφού το νήμα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου ακτίνας 2R, ισχύει :

$$\alpha_{cm} = 2R\alpha_{\gamma\omega\nu} \quad \Leftrightarrow \quad R\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_{cm}}{2}. \qquad (6)$$

Από το συνδυασμό των σχέσεων (4), (5), (6) προκύπτει :

$$F - 2T_4 = \frac{3}{4}M\alpha_{cm}. \qquad (7)$$

Πολλαπλασιάζω όλους τους όρους της σχέσης (2) επί 2 : $2T_4 - 2W_1 = 2m_1\alpha_{cm}.$ (8)

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (7), (8) :

$$F - 2T_4 + 2T_4 - 2W_1 = \frac{3}{4}M\alpha_{cm} + 2m_1\alpha_{cm} \quad \Leftrightarrow \quad F - 2m_1g = \left(\frac{3}{4}M + 2m_1\right)\alpha_{cm} \quad \Rightarrow$$

$$(100 - 2\cdot 20)\,N = \alpha_{cm}\left(\frac{3}{4}\cdot 8 + 2\cdot 2\right)Kg \quad \Rightarrow \quad \alpha_{cm} = \frac{60}{10}\frac{m}{s^2} \quad \Rightarrow \quad \alpha_{cm} = 6\frac{m}{s^2}.$$

Άρα, το Σ_1 θα κινηθεί προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{cm} = 6\frac{m}{s^2}$.

Δ4.

Από τη σχέση (6) υπολογίζω το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του στερεού :

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_{cm}}{2R} = \frac{6}{2\cdot 0,1}\frac{rad}{s^2} \quad \Rightarrow \quad \alpha_{\gamma\omega\nu} = 30\frac{rad}{s^2}.$$

Σύμφωνα με τη γενική μορφή του νόμου της στροφικής κίνησης, το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του στερεού είναι :

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \quad \Rightarrow \quad \frac{dL}{dt} = \frac{3}{2}MR^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \quad \Rightarrow \quad \frac{dL}{dt} = \frac{3}{2}\cdot 8\cdot 0,01\cdot 30\frac{Kgm^2}{s^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{dL}{dt} = 3,6\frac{Kgm^2}{s^2}.$$

Δ5.

Το οριζόντιο νήμα είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια του κυλίνδρου ακτίνας R.

Όταν το στερεό έχει εκτελέσει $N = \frac{20}{\pi}$ περιστροφές, το σημείο Α έχει διανύσει απόσταση :

$$s_A = N(2\pi R) \Rightarrow s_A = \left(\frac{20}{\pi}\cdot 2\pi\cdot 0{,}1\right)\text{m} \Rightarrow s_A = 4\,\text{m}.$$

Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ σε αυτή τη διαδρομή είναι :

$W_F = F\cdot s_A = (100\ \text{N})(4\ \text{m}) \Rightarrow W_F = 400\ \text{J}.$

Σχόλιο

Οι μονάδες στα ερωτήματα του θέματος Δ δεν έχουν κατανεμηθεί ανάλογα με τη δυσκολία κάθε ερωτήματος και το χρόνο που απαιτείται ώστε να επιλυθεί.

π.χ. έχουν δοθεί 5 μονάδες σε κάθε ένα από τα ερωτήματα Δ3 , Δ5, ενώ το ερώτημα Δ3 απαιτεί πολύ περισσότερο χρόνο, συνδυασμούς αρκετών σχέσεων και σχεδιασμό σχήματος.

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ – ΜΟΝΟ ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΕΥΤΕΡΑ 23 ΜΑΪΟΥ 2016

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ (ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και, δίπλα, το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση στην οποία το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο

α) η περίοδος δεν διατηρείται για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b

β) όταν η σταθερά απόσβεσης b μεγαλώνει, το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα

γ) η κίνηση μένει περιοδική για οποιαδήποτε τιμή της σταθεράς απόσβεσης

δ) η σταθερά απόσβεσης b εξαρτάται μόνο από το σχήμα και τον όγκο του σώματος που ταλαντώνεται.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σε μία φθίνουσα ταλάντωση στην οποία το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο, το μέτρο της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογο με το μέτρο της ταχύτητας του σώματος που ταλαντώνεται.

Αλγεβρικά : $F_{\alpha} = -bu$, όπου b η σταθερά απόσβεσης.

α) Για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης η περίοδος διατηρείται σταθερή. [Λάθος]

β) Αν αυξηθεί (λίγο) η τιμή της σταθεράς απόσβεσης b, τότε μειώνεται περισσότερο η ενέργεια της ταλάντωσης ανά περίοδο, άρα μειώνεται περισσότερο και το πλάτος ταλάντωσης. [Σωστό]

γ) Όταν η σταθερά απόσβεσης αποκτήσει πολύ μεγάλη τιμή, η κίνηση είναι απεριοδική (δηλαδή το σώμα επιστρέφει αργά στη θέση ισορροπίας χωρίς να την ξεπεράσει). [Λάθος]

δ) Η τιμή της σταθεράς απόσβεσης εξαρτάται από το σχήμα και τον όγκο του σώματος καθώς και από τις ιδιότητες του μέσου στο οποίο ταλαντώνεται το σώμα. [Λάθος]

Σχόλια

1) Η φράση «η περίοδος δεν διατηρείται» είναι ελλιπής.
2) Η διατύπωση «το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα» είναι ασαφής.
   Η ελάττωση του πλάτους υπολογίζεται ανά περίοδο της ταλάντωσης (ή σε ακέραια πολλαπλάσια της περιόδου) και όχι σε τυχαία χρονικά διαστήματα.

Α2. Όταν ένα κύμα αλλάζει μέσο διάδοσης, αλλάζουν

α) η ταχύτητα διάδοσης του κύματος και η συχνότητά του
β) το μήκος κύματος και η συχνότητά του
γ) το μήκος κύματος και η ταχύτητα διάδοσής του
δ) η συχνότητα και το πλάτος του κύματος.

Μονάδες 5

Απάντηση

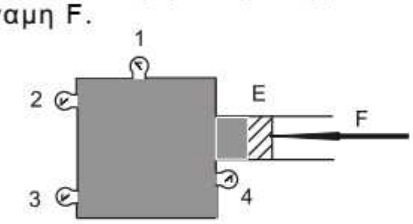
Η συχνότητα f και το πλάτος Α του κύματος καθορίζονται από την πηγή και δεν εξαρτώνται από το μέσο διάδοσης (εφ' όσον δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας).

Η ταχύτητα διάδοσης υ του κύματος εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου διάδοσης.

Σύμφωνα με την εξίσωση της κυματικής $\lambda = \frac{\upsilon}{f}$, αφού η συχνότητα f είναι σταθερή το μήκος κύματος λ είναι ανάλογο με την ταχύτητα διάδοσης υ, άρα μεταβάλλεται όταν το κύμα αλλάζει μέσο διάδοσης.

Σωστή απάντηση : γ).

Α3. Το δοχείο του σχήματος 1 είναι γεμάτο με υγρό και κλείνεται με έμβολο Ε στο οποίο ασκείται δύναμη F.



Σχήμα 1

Όλα τα μανόμετρα 1, 2, 3, 4 δείχνουν πάντα

α) την ίδια πίεση, όταν το δοχείο είναι εντός του πεδίου βαρύτητας

β) την ίδια πίεση, όταν το δοχείο βρίσκεται εκτός πεδίου βαρύτητας

γ) διαφορετική πίεση, αν το δοχείο βρίσκεται εκτός πεδίου βαρύτητας

δ) την ίδια πίεση, ανεξάρτητα από το αν το δοχείο είναι εντός ή εκτός του πεδίου βαρύτητας.

Μονάδες 5

Απάντηση

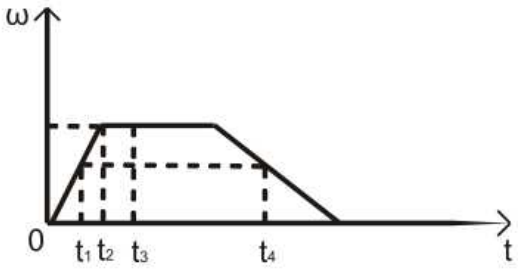
Μέσω της δύναμης $\vec{F}$ ασκείται στο έμβολο (πρόσθετη) πίεση $p = \frac{F}{A}$, όπου Α το εμβαδό της ειιφάνειας του εμβόλου.

Σύμφωνα με την αρχή του Pascal, η πίεση αυτή μεταδίδεται σε όλα τα σημεία του υγρού.

Αν το δοχείο βρίσκεται εκτός πεδίου βαρύτητας τότε δεν υπάρχει υδροστατική πίεση, άρα όλα τα μανόμετρα θα δείχνουν την ίδια πίεση $p = \frac{F}{A}$.

Σωστή απάντηση : β).

Α4. Ένας δίσκος στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Η τιμή της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου σε συνάρτηση με τον χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα του σχήματος 2.



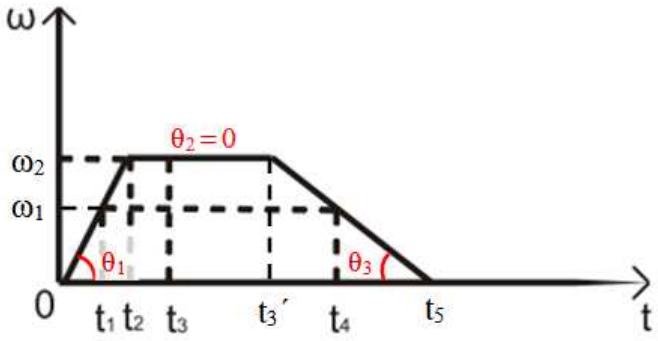
Σχήμα 2

Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;

α) Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης αυξάνεται στο χρονικό διάστημα από t_1 έως t_2.
β) Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή t_1 είναι μικρότερο από το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή t_4.
γ) Τη χρονική στιγμή t_3 η γωνιακή επιτάχυνση είναι θετική.
δ) Το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης τη στιγμή t_1 έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση που έχει η γωνιακή επιτάχυνση τη χρονική στιγμή t_4.

Μονάδες 5

Απάντηση



α) Στο χρονικό διάστημα $t_1 \to t_2$ το διάγραμμα της γωνιακής ταχύτητας έχει σταθερή κλίση, άρα το μέτρο της γωνιακή; επιτάχυνσης είναι σταθερό :

$\alpha_{\gamma\omega\nu(1)} = \varepsilon\varphi\theta_1 = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\eta}.$ [Λάθος]

β) Το διάγραμμα $\omega - t$ έχει μεγαλύτερη κλίση στο διάστημα $0 \to t_2$ από το διάστημα $t_3' \to t_5$, άρα το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης είναι μεγαλύτερο στο διάστημα $0 \to t_2$. Αφού σε κάθε ένα από τα δύο προηγούμενα χρονικά διαστήματα η γωνιακή επιτάχυνση είναι σταθερή, επομένως, η γωνιακή επιτάχυνση έχει μεγαλύτερο μέτρο τη χρονική στιγμή t_1 από τη χρονική στιγμή t_4. [Λάθος]

γ) Στο χρονικό διάστημα $t_2 \to t_3'$ η κλίση του διαγράμματος $\omega - t$ είναι μηδενική, άρα η γωνιακή επτάχυνση τη χρονική στιγμή t_3 είναι μηδενική. [Λάθος]

δ) Τη χρονική στιγμή t_1 η κλίση του διαγράμματος $\omega - t$ είναι θετική, άρα το διάνυσμα της $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu(1)}$ έχει τη θετική φορά.

Τη χρονική στιγμή t_4 η κλίση του διαγράμματος $\omega - t$ είναι αρνητική, άρα το διάνυσμα της $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu(3)}$ έχει την αρνητική φορά.

Επομένως, το διάνυσμα της $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu(1)}$ έχει αντίθετη φορά από το διάνυσμα της $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu(3)}$. [Σωστό]

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Ένα σύνθετο κύμα μπορούμε να το θεωρήσουμε ως αποτέλεσμα της επαλληλίας ενός αριθμού αρμονικών κυμάτων με επιλεγμένα πλάτη και μήκη κύματος.

β) Σε κάθε στάσιμο κύμα μεταφέρεται ενέργεια από ένα σημείο του ελαστικού μέσου σε άλλο.

γ) Το φαινόμενο Doppler αξιοποιείται από τους γιατρούς για την παρακολούθηση της ροής του αίματος.

δ) Η εξίσωση της συνέχειας στα ρευστά είναι άμεση συνέπεια της αρχής διατήρησης ενέργειας.

ε) Σκέδαση ονομάζεται κάθε φαινόμενο του μικρόκοσμου στο οποίο τα «συγκρουόμενα» σωματίδια αλληλεπιδρούν με σχετικά μικρές δυνάμεις για πολύ μικρό χρόνο.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Σωστό.

[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 48.

β) Λάθος.

Εφόσον στο στάσιμο κύμα υπάρχουν σημεία που παραμένουν πάντα ακίνητα, δεν μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο. [σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 54]

γ) Σωστό.

[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 154 (Εισαγωγή)]

δ) Λάθος.

Η εξίσωση της συνέχειας στα ρευστά προκύπτει από την αρχή διατήρησης της ύλης.

[Σχολικό βιβλίο, τύχος Γ, σελίδα 94]

ε) Λάθος.

Σκέδαση ονομάζεται κάθε φαινόμενο του μικρόκοσμου στο οποίο τα «συγκρουόμενα» σωματίδια αλληλεπιδρούν με σχετικά μεγάλες δυνάμεις για πολύ μικρό χρόνο.

[σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 155]

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένα τρένο κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\frac{U_{ηχ}}{10}$, όπου $U_{ηχ}$ είναι η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα. Το τρένο κατευθύνεται προς τούνελ που βρίσκεται σε κατακόρυφο βράχο. Ο ήχος που εκπέμπεται από τη σειρήνα του τρένου ανακλάται στον κατακόρυφο βράχο. Ένας ακίνητος παρατηρητής που βρίσκεται πάνω στις γραμμές και πίσω από το τρένο ακούει δύο ήχους. Έναν ήχο απευθείας από τη σειρήνα του τρένου, με συχνότητα f_1, και έναν ήχο από την ανάκλαση στον κατακόρυφο βράχο, με συχνότητα f_2. Ο λόγος των δύο συχνοτήτων $\frac{f_1}{f_2}$ είναι ίσος με:

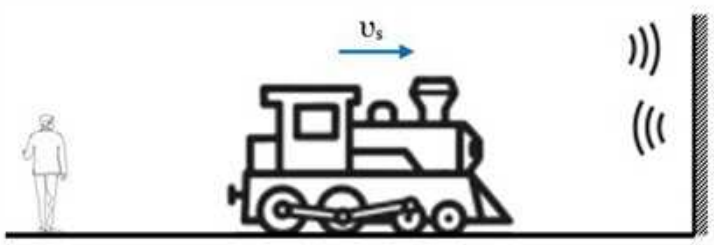
i. $\frac{11}{9}$ ii. $\frac{10}{11}$ iii. $\frac{9}{11}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

Το τρένο απομακρύνεται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_s = \frac{\upsilon_{ηχ}}{10}$ από τον ακίνητο παρατηρητή, άρα η συχνότητα f_1 του ήχου που αντιλαμβάνεται αυτός δίνεται από τη σχέση :



$$f_1 = \frac{\upsilon_{ηχ}}{\upsilon_{ηχ}+\upsilon_s}\cdot f_s = \frac{\upsilon_{ηχ}}{\upsilon_{ηχ}+\frac{\upsilon_{ηχ}}{10}}\cdot f_s = \frac{\upsilon_{ηχ}}{\frac{11\upsilon_{ηχ}}{10}}\cdot f_s \Rightarrow f_1 = \frac{10}{11}\cdot f_s . \qquad (1)$$

Αφού το τρένο πλησιάζει το βράχο η συχνότητα f_1' του ήχου ως προς αυτόν δίνεται από τη σχέση :

$$f_1' = \frac{\upsilon_{ηχ}}{\upsilon_{ηχ}-\upsilon_s}\cdot f_s = \frac{\upsilon_{ηχ}}{\upsilon_{ηχ}-\frac{\upsilon_{ηχ}}{10}}\cdot f_s = \frac{\upsilon_{ηχ}}{\frac{9\upsilon_{ηχ}}{10}}\cdot f_s \Rightarrow f_1' = \frac{10}{9}\cdot f_s . \qquad (2)$$

Ο ήχος που εκπέμπει η σειρήνα ανακλάται στον κατακόρυφο βράχο.

Ο ακίνητος παρατηρητής αντιλαμβάνεται τον ήχο που ανακλάται από τον βράχο με συχνότητα

$$f_2 = f_1' \xrightarrow{(2)} f_2 = \frac{10}{9}\cdot f_s . \qquad (3)$$

Διαιρώ κατά μέλη τις σχέσεις (1), (3) : $\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{10}{11}\cdot f_s}{\frac{10}{9}\cdot f_s} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{9}{11}$.

Σωστή απάντηση : iii.

B2. Σε χορδή που εκτείνεται κατά μήκος του άξονα x΄x, έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα που προέρχεται από τη συμβολή δύο απλών αρμονικών κυμάτων πλάτους Α, μήκους κύματος λ και περιόδου Τ. Το σημείο Ο, που βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0$, είναι κοιλία και τη χρονική στιγμή t=0 βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του, κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση της απομάκρυνσής του. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης ενός σημείου Μ της χορδής που βρίσκεται στη θέση $X_M = \frac{9\lambda}{8}$, είναι ίσο με:

i. $\frac{2\sqrt{2}\pi A}{T}$ ii. $\frac{2\pi A}{T}$ iii. $\frac{4\pi A}{T}$.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

Η απομάκρυνση ενός σημείου του μέσου στο οποίο έχει σχηματιστεί το στάσιμο κύμα, περιγράφεται από την εξίσωση : $y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$.

Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Μ είναι :

$$|A'_M| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x_M}{\lambda}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi\frac{9\lambda}{8}}{\lambda}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{9\pi}{4}\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(2\pi+\frac{\pi}{4}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}\right| \Rightarrow$$

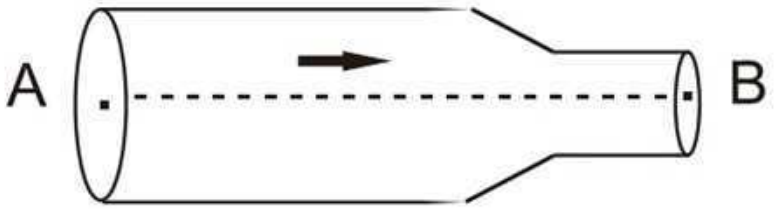
$$|A'_M| = 2A\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow |A'_M| = A\sqrt{2}. \qquad (1)$$

Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης του Μ είναι :

$$\upsilon_{max(M)} = \omega|A'_M| \xrightarrow{(1)} \upsilon_{max(M)} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)\left(A\sqrt{2}\right) \Rightarrow \upsilon_{max(M)} = \frac{2\sqrt{2}\pi A}{T}.$$

Σωστή απάντηση : i.

B3. Στον οριζόντιο σωλήνα, του σχήματος 3, ασυμπίεστο ιδανικό ρευστό έχει στρωτή ροή από το σημείο Α προς το σημείο Β.



Σχήμα 3

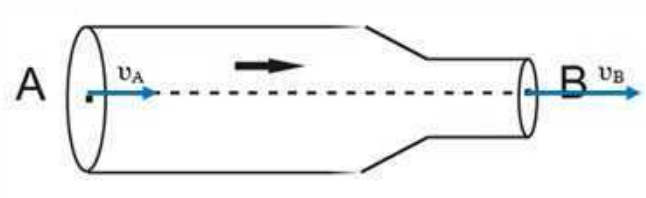
Η διατομή A_A του σωλήνα στη θέση Α είναι διπλάσια από τη διατομή A_B του σωλήνα στη θέση Β. Η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου στο σημείο Α έχει τιμή ίση με Λ. Η διαφορά της πίεσης ανάμεσα στα σημεία Α και Β είναι ίση με:

i. $\frac{3\Lambda}{4}$ ii. 3Λ iii. 2Λ.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 7**

Απάντηση



Εφαρμόζω την εξίσωση της συνέχειας για τις διατομές στα σημεία Α, Β :

$$A_A\upsilon_A = A_B\upsilon_B \xrightarrow{A_A = 2A_B} 2A_B\upsilon_A = A_B\upsilon_B \Rightarrow$$
$$\upsilon_B = 2\upsilon_A . \qquad (1)$$

Εφαρμόζω την εξίσωση Bernoulli για τη ρευματική γραμμή που διέρχεται από τα σημεία Α, Β :

$$p_A + \frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho\upsilon_B^2 \xrightarrow{(1)} p_A + \frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho\left(4\upsilon_A^2\right) \Leftrightarrow p_A - p_B = 3\left(\frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2\right). \qquad (2)$$

Σύμφωνα με την εκφώνηση, η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου σε μία μικρή περιοχή γύρω από το Α, είναι :

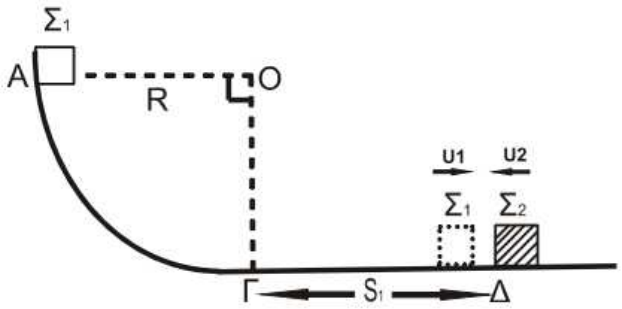
$$\left(\frac{\Delta K}{\Delta V}\right)_A = \frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2 = \Lambda . \qquad (3)$$

(2), (3) $\Rightarrow$ $p_A - p_B = 3\Lambda$.

Σωστή απάντηση : ii.

ΘΕΜΑ Γ

Σώμα Σ_1 μάζας m_1 βρίσκεται στο σημείο Α λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου $(\overset{\frown}{A\Gamma})$. Η ακτίνα ΟΑ είναι οριζόντια και ίση με R= 5m. Το σώμα αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου. Φθάνοντας στο σημείο Γ του τεταρτοκυκλίου, το σώμα συνεχίζει την κίνησή του σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής μ=0,5. Αφού διανύσει διάστημα S_1=3,6m, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά στο σημείο Δ με σώμα Σ_2 μάζας $m_2=3m_1$, το οποίο τη στιγμή της κρούσης κινείται αντίθετα ως προς το Σ_1, με ταχύτητα μέτρου U_2=4m/s, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.



Σχήμα 4

Γ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 στο σημείο Γ, όπου η ακτίνα ΟΓ είναι κατακόρυφη.

Μονάδες 5

Γ2. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 8

Γ3. Δίνεται η μάζα του σώματος Σ_2, m_2=3kg. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2 κατά την κρούση (μονάδες 3) και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της (μονάδες 2).

Μονάδες 5

Γ4. Να υπολογίσετε το ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 κατά την κρούση.

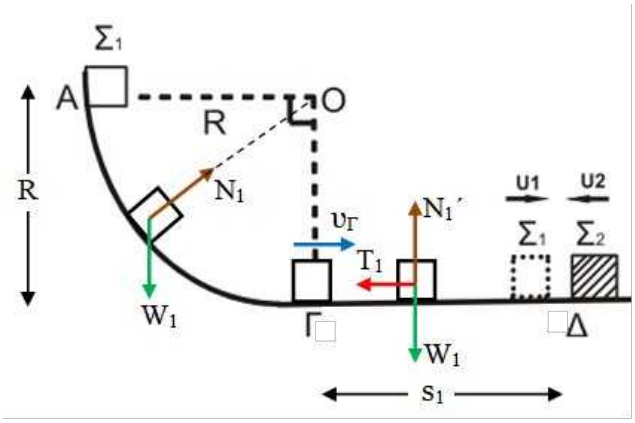
Μονάδες 7

Δίνεται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.
Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.

Απάντηση

Γ1.

Κατά τη διάρκεια της κίνησης του Σ_1 στο λείο τεταρτοκύκλιο, η δύναμη $\vec{N}_1$ που ασκεί η επιφάνεια δεν παράγει έργο γιατί είναι συνεχώς κάθετη στις στοιχειώδεις μετατοπίσεις του σώματος.



Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή Α → Γ :

$$K_\Gamma - K_A = \Sigma W \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}m_1\upsilon_\Gamma^2 - 0 = m_1 gR \;\Leftrightarrow\; \upsilon_\Gamma^2 = 2gR \;\Leftrightarrow\; \upsilon_\Gamma = \sqrt{2gR} \;\Rightarrow\; \upsilon_\Gamma = \sqrt{2\cdot 10\cdot 5}\,\frac{m}{s} \;\Rightarrow$$

$$\upsilon_\Gamma = 10\,\frac{m}{s}.$$

Γ2.

Κίνηση του Σ_1 στο οριζόντιο επίπεδο

Στον άξονα y το σώμα ισορροπεί, άρα ισχύει :

$$\Sigma F_y = 0 \;\Leftrightarrow\; N_1' = W_1 \;\Leftrightarrow\; N_1' = m_1 g. \qquad (1)$$

Εφαρμόζω το νόμο της τριβής ολίσθησης :

$$T_1 = \mu N_1' \xrightarrow{(1)} T_1 = \mu m_1 g. \qquad (2)$$

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή του Σ_1 από το Γ στο Δ :

$$K_\Delta - K_\Gamma = \Sigma W \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_\Gamma^2 = -T_1 s_1 \xrightarrow{(2)} \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_\Gamma^2 - \mu m_1 g s_1 \;\Rightarrow$$

$$\upsilon_1^2 = \upsilon_\Gamma^2 - 2\mu g s_1 \;\Rightarrow\; \upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_\Gamma^2 - 2\mu g s_1} \;\Rightarrow\; \upsilon_1 = \sqrt{10^2 - 2\cdot 0{,}5\cdot 10\cdot 3{,}6}\,\frac{m}{s} \;\Rightarrow\; \upsilon_1 = 8\,\frac{m}{s}.$$

Με θετική φορά προς τα δεξιά, οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σωμάτων ελάχιστα πριν την κρούση, είναι : $\upsilon_1 = 8\,\frac{m}{s}$, $\upsilon_2 = -4\,\frac{m}{s}$.

Εφαρμόζω τις σχέσεις για τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων μετά την κεντρική ελαστική κρούση :

$$\upsilon_1' = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon_1 + 2m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} \xrightarrow{m_2 = 3m_1} \upsilon_1' = \frac{-2m_1\upsilon_1 + 6m_1\upsilon_2}{4m_1} = \frac{-\upsilon_1 + 3\upsilon_2}{2} \;\Rightarrow\; \upsilon_1' = -10\,\frac{m}{s}.$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1\upsilon_1 + (m_2 - m_1)\upsilon_2}{m_1 + m_2} \xrightarrow{m_2 = 3m_1} \upsilon_2' = \frac{2m_1\upsilon_1 + 2m_1\upsilon_2}{4m_1} = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2} \;\Rightarrow\; \upsilon_2' = 2\,\frac{m}{s}.$$

Τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση, είναι : $|\upsilon_1'| = 10\,\frac{m}{s}$, $|\upsilon_2'| = 2\,\frac{m}{s}$.

Γ3.

Η μεταβολή της ορμής του Σ_2 λόγω της κρούσης είναι (αλγεβρικά) :

$$\Delta p_2 = p_2' - p_2 = m_2\left(\upsilon_2' - \upsilon_2\right) \;\Rightarrow\; \Delta p_2 = 3\cdot\left[2 - (-4)\right]\mathrm{Kg}\,\frac{m}{s} \;\Rightarrow\; \Delta p_2 = 18\,\mathrm{Kg}\,\frac{m}{s}.$$

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του Σ_2 λόγω της κρούσης είναι : $|\Delta p_2| = 18\,\mathrm{Kg}\,\frac{m}{s}$.

Αφού η αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής του Σ_2 είναι θετική, άρα το διάνυσμα της $\Delta\vec{p}_2$ έχει τη θετική φορά (προς τα δεξιά).

Γ4.

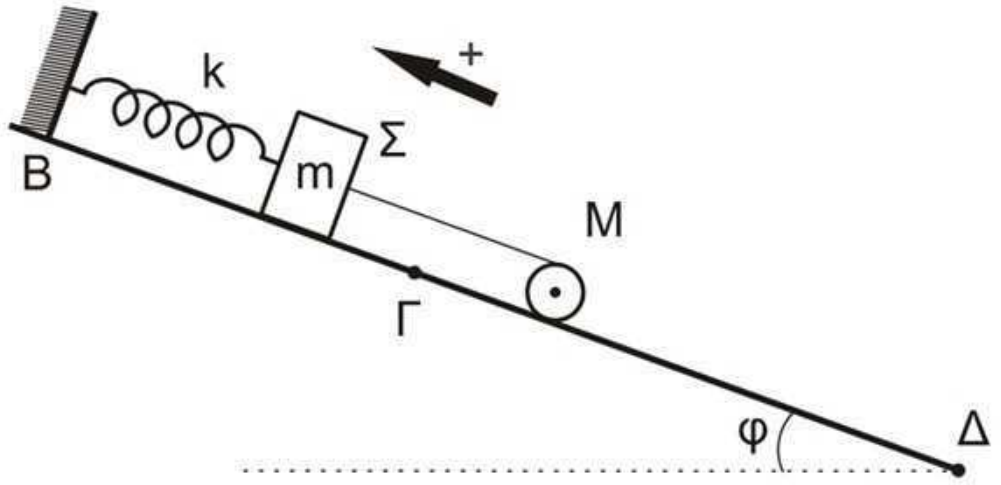
Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του Σ_1 εξαιτίας της κρούσης, είναι :

$$\Pi(\%) = \frac{K_1' - K_1}{K_1} \cdot 100\% = \left(\frac{K_1'}{K_1} - 1 \right) \cdot 100\% = \left(\frac{\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1'^2}{\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2} - 1 \right) \cdot 100\% = \left(\frac{\upsilon_1'^2}{\upsilon_1^2} - 1 \right) \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi(\%) = \left(\frac{100}{64} - 1 \right) \cdot 100\% \Rightarrow \Pi(\%) = 56,25\%.$$

ΘΕΜΑ Δ

Σώμα Σ, μάζας m = 1 kg, είναι δεμένο στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 100 N/m. Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο στην κορυφή κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης φ = 30°.
Το τμήμα ΒΓ του κεκλιμένου επιπέδου είναι λείο.
Ομογενής κύλινδρος μάζας M = 2 kg και ακτίνας R = 0,1 m συνδέεται με το σώμα Σ με τη βοήθεια αβαρούς νήματος που δεν επιμηκύνεται. Ο άξονας του κυλίνδρου είναι οριζόντιος. Το νήμα και ο άξονας του ελατηρίου βρίσκονται στην ίδια ευθεία, που είναι παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο. Το σύστημα των σωμάτων ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα 5.



Σχήμα 5

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος (μονάδες 3) και την επιμήκυνση του ελατηρίου (μονάδες 2).

Μονάδες 5

Τη χρονική στιγμή t = 0 κόβεται το νήμα. Το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και ο κύλινδρος αρχίζει να κυλίεται χωρίς ολίσθηση.

Δ2. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς για το σώμα Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική φορά την προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.

Μονάδες 7

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου, όταν θα έχει διαγράψει $N = \frac{12}{\pi}$ περιστροφές κατά την κίνηση του στο κεκλιμένο επίπεδο.

Μονάδες 7

Δ4. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου, κατά την κίνηση του στο κεκλιμένο επίπεδο, τη χρονική στιγμή t = 3 s.

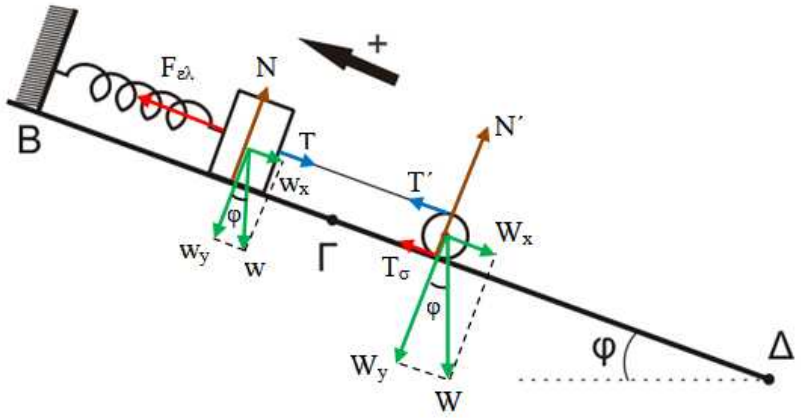
Μονάδες 6

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s^2.
- η ροπή αδράνειας ομογενούς κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2$.
- $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$

Απάντηση

Δ1.



Κύλινδρος

Η στατική τριβή $\vec{T}_\sigma$ έχει φορά προς τα πάνω, ώστε να προκαλεί αντίθετη ροπή από τη δύναμη $\vec{T}'$.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο Κ του κυλίνδρου :

$$\Sigma\tau_{(K)} = 0 \Leftrightarrow T'R - T_\sigma R = 0 \Leftrightarrow$$
$$T' = T_\sigma . \qquad (1)$$

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων στον άξονα x :

$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow T' + T_\sigma - W_x = 0 \xrightarrow{(1)} 2T' = Mg\eta\mu\varphi \Leftrightarrow T' = \frac{Mg\eta\mu\varphi}{2} \Rightarrow$$
$$T' = \frac{2\cdot 10\cdot 0,5}{2}\,\text{N} \Rightarrow T' = 5\,\text{N}.$$

Η μάζα του νήματος που συνδέει το σώμα με τον κύλινδρο είναι ασήμαντη, άρα οι δυνάμεις που ασκεί το νήμα έχουν ίσα μέτρα : $T = T' = 5$ N.

Σώμα

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων στον άξονα x :

$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F_{ελ} - w_x - T = 0 \Leftrightarrow k(\Delta\ell) = mg\eta\mu\varphi + T \Leftrightarrow \Delta\ell = \frac{mg\eta\mu\varphi + T}{k} \Rightarrow$$
$$\Delta\ell = \frac{1\cdot 10\cdot 0,5 + 5}{100}\,\text{m} \Rightarrow \Delta\ell = 0,1\,\text{m}.$$

Δ2.

Τη χρονική στιγμή t = 0 που κόβεται το νήμα, το σώμα είναι ακίνητο στην ακραία θέση x = –A.

Στη θέση ισοροπίας της ΑΑΤ το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell'$. Ισχύει :

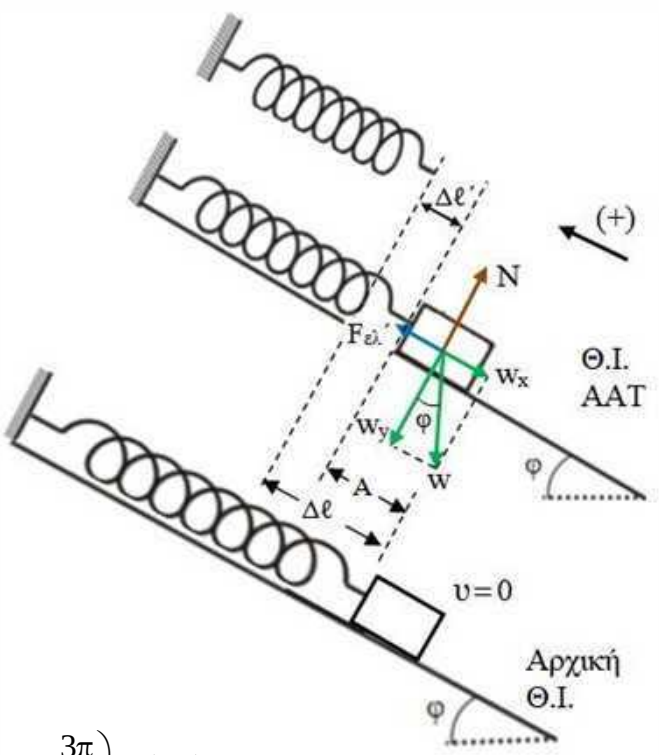
$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F_{ελ}' - w_x = 0 \Leftrightarrow k(\Delta\ell') = mg\eta\mu\varphi \Leftrightarrow \Delta\ell' = \frac{mg\eta\mu\varphi}{k} \Rightarrow \Delta\ell' = \frac{1\cdot 10\cdot 0,5}{100}\,\text{m} \Rightarrow$$
$$\Delta\ell' = 0,05\,\text{m}.$$

Το πλάτος της ΑΑΤ είναι :

$$A = \Delta\ell - \Delta\ell' = (0,1 - 0,05)\,\text{m} \Rightarrow A = 0,05\,\text{m} = 5\cdot 10^{-2}\,\text{m}.$$

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ έχει τιμή :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}\frac{rad}{s}} \Rightarrow \omega = 10\frac{rad}{s}.$$



Η εξίσωση της απομάκρυνσης στην ΑΑΤ έχει τη γενική μορφή : $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$. (2)

Για $t = 0$ και $x = -A \xrightarrow{(2)} -A = A\eta\mu\varphi_o \Rightarrow$

$$\eta\mu\varphi_o = -1 \Rightarrow \varphi_o = \frac{3\pi}{2}.$$

Επομένως, η εξίσωση της απομάκρυνσης του Σ είναι :

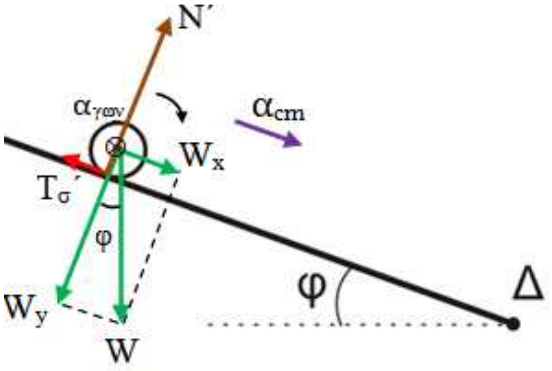
$$x = 5\cdot 10^{-2}\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right). \text{ (S.I.)} \qquad (3)$$

Στην ΑΑΤ, η δύναμη επαναφοράς (αλγεβρική τιμή) και η απομάκρυνση συνδέονται με τη σχέση :

$$F_{\varepsilon\pi} = -Dx \xrightarrow{D=k} F_{\varepsilon\pi} = -kx \xrightarrow{(3)} F_{\varepsilon\pi} = -5\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right). \text{ (S.I.)}$$

Δ3.

Η στατική τριβή $\vec{T}_\sigma'$ έχει φορά προς τα πάνω, ώστε να προκαλεί γωνιακή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$, ενώ το κέντρο μάζας του κυλίνδρου κινείται με επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{cm}$.



Αφού ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς ολίσθηση, ισχύει :

$$\alpha_{cm} = R\alpha_{\gamma\omega\nu}. \qquad (4)$$

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης ως προς τον άξονα περιστροφής του κυλίνδρου :

$$\Sigma\tau_{(K)} = I_{cm}\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_\sigma' R = \frac{1}{2}MR^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_\sigma' = \frac{1}{2}MR\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{(4)} T_\sigma' = \frac{1}{2}M\alpha_{cm}. \qquad (5)$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x :

$$\Sigma F_x = M\alpha_{cm} \Leftrightarrow W_x - T_\sigma' = M\alpha_{cm} \xrightarrow{(5)} Mg\eta\mu\varphi - \frac{1}{2}M\alpha_{cm} = M\alpha_{cm} \Leftrightarrow g\eta\mu\varphi = \frac{3}{2}\alpha_{cm} \Leftrightarrow$$

$$\alpha_{cm} = \frac{2g\eta\mu\varphi}{3} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2\cdot 10\cdot 0,5}{3}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{10}{3}\frac{m}{s^2}.$$

Μετά από χρόνο t ο κύλινδρος έχει εκτελέσει N περιστροφές και το κέντρο μάζας του έχει διανύσει διάστημα s. Αφού ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς ολίσθηση, ισχύει :

$$s = 2\pi RN \Rightarrow s = 2\pi\cdot 0,1\cdot\frac{12}{\pi}m \Rightarrow s = 2,4\,m.$$

Το κέντρο μάζας του κυλίνδρου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_o = 0$). Ισχύει :

$$s = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 \;\Leftrightarrow\; t^2 = \frac{2s}{\alpha_{cm}} \;\Leftrightarrow\; t = \sqrt{\frac{2s}{\alpha_{cm}}} \;\Rightarrow\; t = \sqrt{\frac{2\cdot 2,4}{\frac{10}{3}}}s = \sqrt{1,44}\,s \;\Rightarrow\; t = 1,2\,s.$$

Η ταχύτητα του κέντρου μάζας έχει μέτρο : $\upsilon_{cm} = \alpha_{cm}t = \left(\frac{10}{3}\frac{m}{s^2}\right)(1,2\,s) \;\Rightarrow\; \upsilon_{cm} = 4\frac{m}{s}.$

Τη χρονική στιγμή $t = 1,2$ s ο κύλινδρος έχει γωνιακή ταχύτητα μέτρου :

$$\omega = \frac{\upsilon_{cm}}{R} \;\Rightarrow\; \omega = \frac{4\frac{m}{s}}{0,1m} \;\Rightarrow\; \omega = 40\frac{rad}{s}.$$

Την ίδια χρονική στιγμή, το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου είναι :

$$L = I_{cm}\omega = \frac{1}{2}MR^2\omega \;\Rightarrow\; L = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 0,1^2\cdot 40\frac{Kgm^2}{s} \;\Rightarrow\; L = 0,4\frac{Kgm^2}{s}.$$

Δ4.

<u>1ος τρόπος</u>

Σε χρονική διάρκεια dt, το κέντρο του κυλίνδρου μετατοπίζεται κατά dx.

Από τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο, παράγει έργο μόνο η βαρυτική δύναμη (η στατική τριβή δεν παράγει έργο αφού δεν μετατοπίζεται το σημείο εφαρμογής της).

Σύμφωνα με το ΘΜΚΕ, η μεταβολή της κινητικής ενέργειας στη χρονική διάρκεια dt, είναι :

$dK = dW = W_x(dx) \;\Rightarrow\; dK = Mg\eta\mu\varphi(dx).$ (6)

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου είναι :

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW}{dt} \xrightarrow{(6)} \frac{dK}{dt} = Mg\eta\mu\varphi\left(\frac{dx}{dt}\right) \;\Rightarrow\; \frac{dK}{dt} = (Mg\eta\mu\varphi)\upsilon_{cm} \xrightarrow{\upsilon_{cm}=\alpha_{cm}t} \frac{dK}{dt} = (Mg\eta\mu\varphi)\alpha_{cm}t.$$

Επομένως, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας τη χρονική στιγμή $t = 3$ s, είναι :

$$\frac{dK}{dt} = 2\cdot 10\cdot 0,5\cdot\frac{10}{3}\cdot 3\frac{J}{s} \;\Rightarrow\; \frac{dK}{dt} = 100\frac{J}{s}.$$

<u>2ος τρόπος</u>

Σε χρονική διάρκεια dt, το κέντρο του κυλίνδρου μετατοπίζεται κατά dx και μία ακτίνα του διαγράφει επίκεντρη γωνία dθ.

Σύμφωνα με το ΘΜΚΕ, η μεταβολή της κινητικής ενέργειας στη χρονική διάρκεια dt, είναι :

$dK = dW = (\Sigma F_x)(dx) + (\Sigma\tau_K)(d\theta) \;\Rightarrow\; dK = M\alpha_{cm}(dx) + I_{cm}\alpha_{\gamma\omega\nu}(d\theta).$ (7)

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι :

$$\frac{dK}{dt}=\frac{dW}{dt}\xrightarrow{(7)}\frac{dK}{dt}=M\alpha_{cm}\left(\frac{dx}{dt}\right)+I_{cm}\alpha_{\gamma\omega v}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)\Rightarrow\frac{dK}{dt}=M\alpha_{cm}\upsilon_{cm}+\frac{1}{2}MR^2\,\alpha_{\gamma\omega v}\omega\xrightarrow[R\omega=\upsilon_{cm}]{R\alpha_{\gamma\omega v}=\alpha_{cm}}$$

$$\frac{dK}{dt}=M\alpha_{cm}\upsilon_{cm}+\frac{1}{2}M\alpha_{cm}\upsilon_{cm}\Rightarrow\frac{dK}{dt}=\frac{3}{2}M\alpha_{cm}\upsilon_{cm}\xrightarrow{\upsilon_{cm}=\alpha_{cm}t}\frac{dK}{dt}=\frac{3}{2}M\alpha_{cm}^2t\,.$$

Επομένως, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας τη χρονική στιγμή $t=3\,s$, είναι :

$$\frac{dK}{dt}=\frac{3}{2}\cdot2\cdot\left(\frac{10}{3}\right)^2\cdot3\frac{J}{s}\Rightarrow\frac{dK}{dt}=100\frac{J}{s}.$$

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι το νήμα έχει τυλιχτεί στην περιφέρεια του κυλίνδρου.

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ
ΜΟΝΟ ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΔΕΥΤΕΡΑ 23 ΜΑΪΟΥ 2016 - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

Θέμα Α

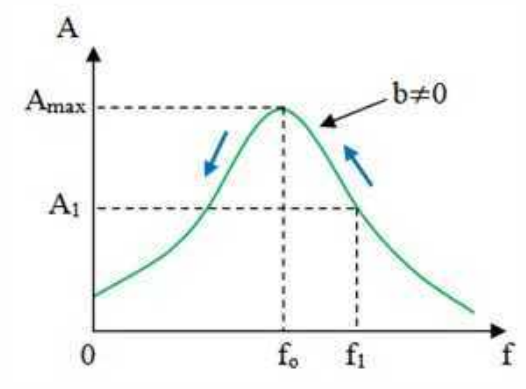
Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και, δίπλα, το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μεγαλύτερη της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή. Αν μειώνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη, τότε το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης

α) θα μένει σταθερό
β) θα αυξάνεται συνεχώς
γ) θα μειώνεται συνεχώς
δ) αρχικά θα αυξάνεται και μετά θα μειώνεται.

Μονάδες 5

Απάντηση



Υποθέτω ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)]$, η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -b\upsilon)$ και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.

Αρχικά : $f > f_o$.

Με βάση το διάγραμμα πλάτους – συχνότητας στην εξαναγκασμένη ταλάντωση, ελαττώνοντας τη συχνότητα του διεγέρτη το πλάτος αρχικά αυξάνεται και για $f = f_o$ γίνεται μέγιστο (συντονισμός), ενώ στη συνέχεια ελαττώνεται.

Σωστή απάντηση : δ).

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)]$, η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -b\upsilon)$ και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.

A2. Ο δείκτης διάθλασης ενός οπτικού υλικού μπορεί να είναι ίσος με

α) 0,5
β) 1,1 m
γ) 1,5
δ) 2,5 m/s.

Μονάδες 5

Απάντηση

Ο δείκτης διάθλασης n ενός οπτικού υλικού είναι αριθμητικό μέγεθος [β), δ) : Λάθος], μεγαλύτερος από τη μονάδα : $n > 1$ [α) : Λάθος].

Σωστή απάντηση : γ).

Α3. Ένα σώμα Σ εκτελεί σύνθετη αρμονική ταλάντωση ως αποτέλεσμα δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και έχουν εξισώσεις $x_1 = A\eta\mu\omega t$ και $x_2 = 3A\eta\mu(\omega t + \pi)$. Η εξίσωση της σύνθετης αρμονικής ταλάντωσης είναι

α) $x = 2A\eta\mu\omega t$

β) $x = 4A\eta\mu(\omega t + \pi)$

γ) $x = 3A\eta\mu\omega t$

δ) $x = 2A\eta\mu(\omega t + \pi)$.

Μονάδες 5

Απάντηση

Οι δύο αρμονικές ταλαντώσεις έχουν διαφορά φάσης $\varphi = \pi$ rad.

Στην περίπτωση αυτή, η σύνθετη ταλάντωση έχει την ίδια φάση με τη 2η ταλάντωση που έχει μεγαλύτερο πλάτος.

Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι : $A_{ολ} = 3A - A = 2A$.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης της σύνθετης ταλάντωσης, είναι :

$x = A_{ολ}\eta\mu(\omega t + \pi) \Rightarrow x = 2A\eta\mu(\omega t + \pi)$.

Σωστή απάντηση : δ).

Α4. Χορεύτρια περιστρέφεται χωρίς τριβές έχοντας τα χέρια της απλωμένα. Όταν η χορεύτρια κατά τη διάρκεια της περιστροφής συμπτύσσει τα χέρια της, τότε

α) η ροπή αδράνειας της ως προς τον άξονα περιστροφής αυξάνεται

β) η στροφορμή της ως προς τον άξονα περιστροφής της ελαττώνεται

γ) η συχνότητα περιστροφής αυξάνεται

δ) η περίοδος παραμένει σταθερή.

Μονάδες 5

Απάντηση

Όταν η χορεύτρια συμπτύξει τα χέρια της, η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής ελαττώνεται : $I' < I$ [α) : Λάθος].

Αφού δεν υπάρχει τριβή, η συνισταμένη ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής είναι μηδενική άρα η στροφορμή της διατηρείται σταθερή. [β) : Λάθος]

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της στροφορμής :

$$L' = L \Leftrightarrow I'\omega' = I\omega \Leftrightarrow \omega' = \frac{I}{I'}\cdot\omega \xrightarrow{I>I'} \omega' > \omega,$$

άρα η συχνότητα περιστροφής αυξάνεται.

Σωστή απάντηση : γ).

Από τη σχέση $T = \frac{2\pi}{\omega}$ προκύπτει ότι η περίοδος περιστροφής ελαττώνεται. [δ) : Λάθος].

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Όταν τα αμορτισέρ ενός αυτοκινήτου παλιώνουν και φθείρονται, η τιμή της σταθεράς απόσβεσης ελαττώνεται.

β) Όταν ένα ηλεκτρικό φορτίο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά, τότε εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.

γ) Στη διάχυση του φωτός οι ανακλώμενες ακτίνες είναι παράλληλες.

δ) Όταν μια μονοχρωματική ακτινοβολία διαδοθεί από το κενό σε κάποιο οπτικό μέσο, το μήκος κύματος παραμένει το ίδιο.

ε) Όταν ένα ποδήλατο κινείται προς το νότο, η στροφορμή των τροχών ως προς τον άξονα περιστροφής είναι ένα διάνυσμα με κατεύθυνση προς την ανατολή.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 20.

β) Λάθος.

Τα φορτισμένα σωματίδια εκπέμπουν ακτινοβολία όταν επιταχύνονται ή επιβραδύνονται.

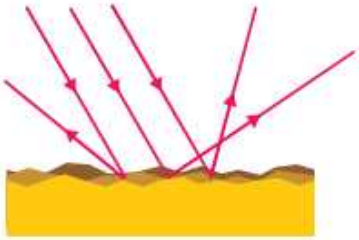
Τα ακίνητα φορτία καθώς και τα φορτία που κινούνται με σταθερή ταχύτητα (σταθερά ρεύματα) δεν μπορούν να δημιουργήσουν ηλεκτρομαγνητικό κύμα.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 57.

γ) Λάθος.

Στη διάχυση οι ανακλώμενες ακτίνες έχουν διαφορετικές διευθύνσεις και διασκορπίζονται στο χώρο.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 63.



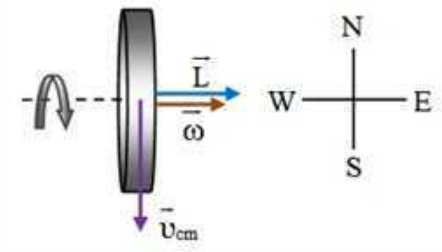
δ) Λάθος.

Το μήκος κύματος της ακτιβολίας στο οπτικό μέσο δίνεται από τη σχέση : $\lambda = \frac{\lambda_o}{n}$, όπου λ_o το μήκος κύματος στο κενό και n ο δείκτης διάθλασης του υλικού.

Αφού $n > 1$, άρα : $\lambda < \lambda_o$.

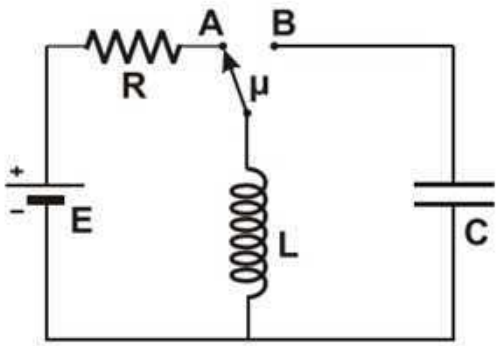
ε) Σωστό.

Σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού, όταν το ποδήλατο κινείται προς το νότο το διάνυσμα της στροφορμής κάθε τροχού έχει κατεύθυνση προς την ανατολή (σχήμα).



Θέμα Β

Β1. Στο κύκλωμα του σχήματος ο μεταγωγός μ βρίσκεται αρχικά στη θέση Α και το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης. Τη χρονική στιγμή t = 0 ο μεταγωγός μεταφέρεται ακαριαία στη θέση Β και το κύκλωμα εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση. Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μεγίστων της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι:



i. $2\pi\sqrt{LC}$ ii. $\pi\sqrt{LC}$ iii. $\frac{\pi}{2}\sqrt{LC}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 4**

Απάντηση

Μέχρι τη χρονική στιγμή $t = 0$ το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης I και ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος.

Από τη χρονική στιγμή $t = 0$ και μετά το κύκλωμα LC εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση.

Η περίοδος των ηλεκτρικών ταλαντώσεων δίνεται από τη σχέση : $T = 2\pi\sqrt{LC}$. (1)

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα δίνεται από τη σχέση : $i = I\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$ (2)

όπου ω η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης.

Για $t = 0$ και $i = I \xrightarrow{(2)} I = I\eta\mu\varphi_o \Rightarrow \eta\mu\varphi_o = 1 \Rightarrow \varphi_o = \frac{\pi}{2}$. (3)

(2), (3) $\Rightarrow i = I\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow i = I\sigma\upsilon\nu(\omega t)$. (4)

<u>1ος τρόπος</u>

Η ενέργεια μαγνητικού πεδίου του πηνίου υπολογίζεται από τη σχέση :

$U_B = \frac{1}{2}Li^2 \xrightarrow{(4)} U_B = \frac{1}{2}LI^2\sigma\upsilon\nu^2\omega t$.

Ισχύει :

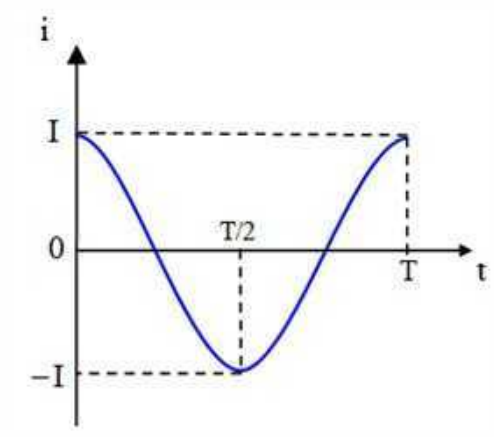
$U_B = U_{B(max)} \Rightarrow \frac{1}{2}LI^2\sigma\upsilon\nu^2\omega t = \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega t = 1 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\omega t = \pm 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{T}t = \kappa\pi \Rightarrow$

$t = \kappa\frac{T}{2}$. $[\kappa = 0, 1, 2, \ldots]$

Επομένως, το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μεγιστοποιήσεων της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου, είναι : $\Delta t = \frac{T}{2} \xrightarrow{(1)} \Delta t = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{2} \Rightarrow \Delta t = \pi\sqrt{LC}$.

2ος τρόπος

Σχεδιάζω το διάγραμμα της σχέσης : $i = I\text{συν}(\omega t)$.



Από το διάγραμμα φαίνεται ότι η ένταση του ρεύματος είναι μέγιστη κατά απόλυτη τιμή ($|i| = I$) τις χρονικές στιγμές :

$0, \frac{T}{2}, T, \ldots$

Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μεγιστοποιήσεων του μέτρου της έντασης του ρεύματος, είναι : $\Delta t = \frac{T}{2}$.

Από τη σχέση $U_B = \frac{1}{2}Li^2$ προκύπτει ότι η ενέργεια μαγνητικού πεδίου του πηνίου γίνεται μέγιστη τις χρονικές στιγμές που μεγιστοποιείται το μέτρο της έντασης του ρεύματος.

Επομένως, το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μεγιστοποιήσεων της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου, είναι : $\Delta t = \frac{T}{2} \xrightarrow{(1)} \Delta t = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{2} \Rightarrow \Delta t = \pi\sqrt{LC}$.

Σωστή απάντηση : ii.

B2. Ένα απλό αρμονικό κύμα που διαδίδεται σε ελαστικό μέσο έχει εξίσωση της μορφής $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$. Για να είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος διπλάσια από τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης ενός σημείου του ελαστικού μέσου, θα πρέπει να ισχύει

i. $\lambda = \pi A$ ii. $\lambda = 2\pi A$ iii. $\lambda = 4\pi A$.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 4**

Απάντηση

Σύμφωνα με την εξίσωση της κυματικής, για το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης του κύματος ισχύει :

$\upsilon = \lambda f$, (1)

όπου λ το μήκος κύματος και f η συχνότητα του κύματος.

Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης ενός σημείου του μέσου δίνεται από τη σχέση :

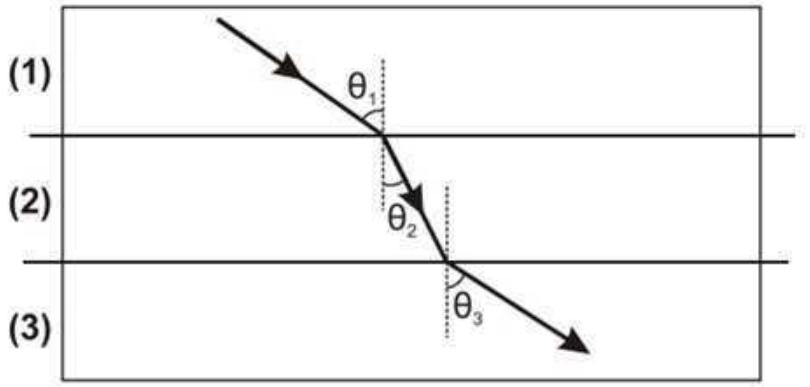
$\upsilon_{max} = \omega A \Rightarrow \upsilon_{max} = 2\pi f A$. (2)

Ισχύει :

$\upsilon = 2\upsilon_{max} \xrightarrow{(1),(2)} \lambda f = 2(2\pi f A) \Rightarrow \lambda = 4\pi A$.

Σωστή απάντηση : iii.

B3. Μία ακτίνα μονοχρωματικού φωτός διαδίδεται μέσα από τρία διαφορετικά οπτικά μέσα (1), (2), (3) όπως φαίνεται στο σχήμα.



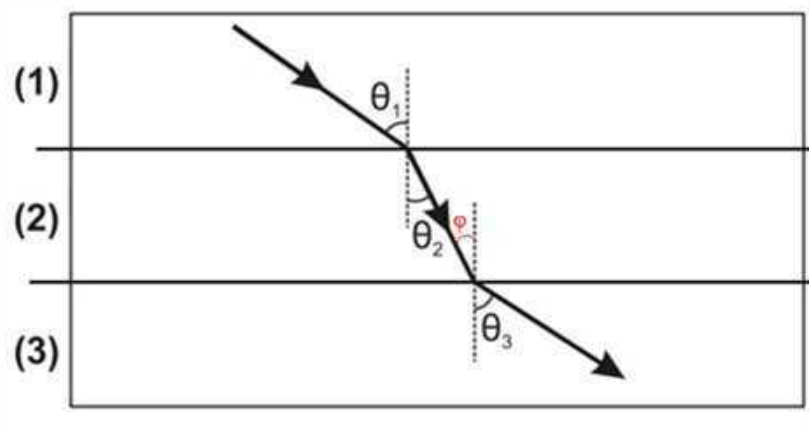
Για τις γωνίες του σχήματος δίνεται ότι $\theta_3 > \theta_1 > \theta_2$.
Για τους δείκτες διάθλασης n_1, n_2, n_3 των μέσων (1), (2), (3), αντίστοιχα, ισχύει ότι

i. $n_1 < n_3$ ii. $n_1 > n_3$ iii. $n_1 = n_3$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 4**

Απάντηση



Εφαρμόζω το νόμο του Snell για τη διάδοση της ακτίνας από το μέσο (1) στο μέσο (2) :

$n_1 \eta\mu\theta_1 = n_2 \eta\mu\theta_2$. (1)

Εφαρμόζω το νόμο του Snell για τη διάδοση της ακτίνας από το μέσο (2) στο μέσο (3) :

$n_3 \eta\mu\theta_3 = n_2 \eta\mu\varphi$. (2)

Υποθέτω ότι οι δύο διαχωριστικές επιφάνειες είναι παράλληλες μεταξύ τους.

Αφού $\varphi = \theta_2$ (εντός εναλλάξ) $\xrightarrow{(2)}$ $n_3 \eta\mu\theta_3 = n_2 \eta\mu\theta_2$. (3)

Εξισώνω τα 1α μέλη των σχέσεων (1), (3) :

$$n_1 \eta\mu\theta_1 = n_3 \eta\mu\theta_3 \Rightarrow n_1 = n_3 \frac{\eta\mu\theta_3}{\eta\mu\theta_1}. \quad (4)$$

Αφού $90^o > \theta_3 > \theta_1 \Rightarrow \eta\mu\theta_3 > \eta\mu\theta_1 \Rightarrow \frac{\eta\mu\theta_3}{\eta\mu\theta_1} > 1$. (5)

(4), (5) $\Rightarrow$ $n_1 > n_3$.

Σωστή απάντηση : ii.

Σχόλιο
Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η διαχωριστική επιφάνεια των μέσων (1, 2) είναι παράλληλη με τη διαχωριστική επιφάνεια των μέσων (2, 3).

B4. Ένα μεταλλικό νόμισμα εκσφενδονίζεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα υ_0 και αρχική γωνιακή ταχύτητα ω_0. Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα τότε, όταν το νόμισμα φτάσει στο ανώτατο ύψος

i. θα σταματήσει να περιστρέφεται
ii. θα περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μικρότερη της αρχικής
iii. θα περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ίση της αρχικής.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

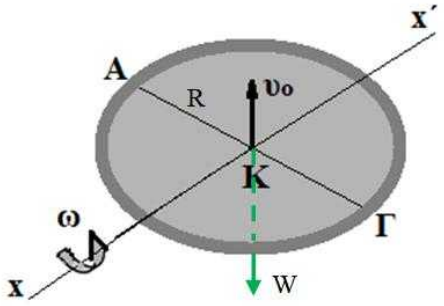
Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Απάντηση

Στη διάρκεια της κίνησης του νομίσματος ασκείται σε αυτό μόνο η βαρυτική δύναμη $\overrightarrow{W}$.



Ο φορέας του βάρους του νομίσματος διέρχεται από το κέντρο μάζας του, άρα δεν προκαλεί ροπή ως προς κάθε άξονα που διέρχεται από αυτό.

Αφού η συνισταμένη ροπή ως προς κάθε άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του νομίσματος είναι μηδενική, η γωνιακή ταχύτητά του παραμένει σταθερή :

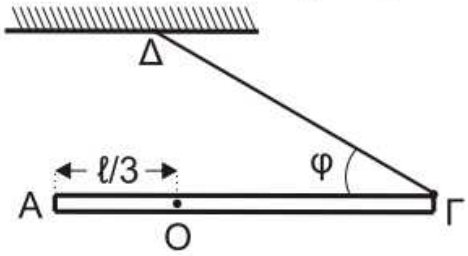
$$\Sigma\tau_{(K)} = 0 \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 0 \Rightarrow \omega = \text{σταθερή}.$$

Επομένως, όταν φτάσει το νόμισμα στο ανώτατο ύψος θα περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ίση της αρχικής.

Σωστή απάντηση : iii.

Θέμα Γ

Λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους ℓ = 1,2 m και μάζας M = 1 kg μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο, ο οποίος διέρχεται από το σημείο Ο σε απόσταση ℓ/3 από το άκρο Α της ράβδου. Το άκρο Γ της ράβδου συνδέεται με αβαρές νήμα που σχηματίζει γωνία φ = 30° με τη ράβδο, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα συνδεδεμένο σε σταθερό σημείο Δ όπως στο σχήμα.



Το σύστημα αρχικά ισορροπεί σε οριζόντια θέση. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται.

Γ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στη ράβδο και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από τον άξονα περιστροφής, πριν κοπεί το νήμα.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε

α) τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της

β) τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου τη χρονική στιγμή κατά την οποία κόβεται το νήμα.

Μονάδες 8

Γ3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του άκρου Γ της ράβδου τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ράβδος διέρχεται για πρώτη φορά από την κατακόρυφη θέση.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου τη χρονική στιγμή που σχηματίζει γωνία 30° με την κατακόρυφο, μετά τη διέλευσή της για πρώτη φορά από την κατακόρυφη θέση.

Μονάδες 5

Δίνονται:

- η ροπή αδράνειας ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της $I_{CM} = \frac{1}{12} M\ell^2$,
- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s², $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Απάντηση

Γ1.

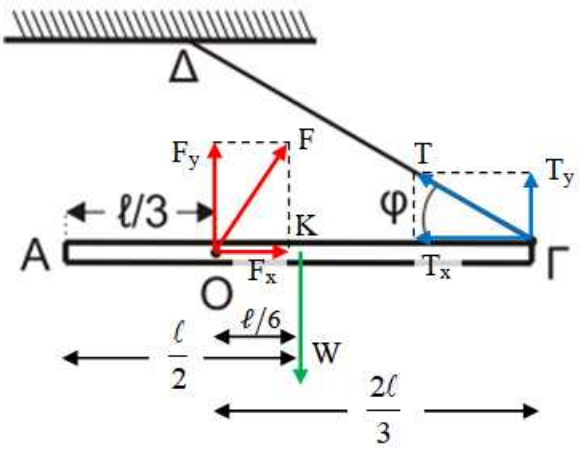
Με βάση το σχήμα, υπολογίζω τις αποστάσεις : $(\Gamma O) = \ell - \frac{\ell}{3} = \frac{2\ell}{3}$, $(KO) = \frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{3} = \frac{\ell}{6}$.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα που διέρχεται από το Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :

$$\Sigma\tau_{(O)}=0 \;\Leftrightarrow\; T_y(O\Gamma)-W(OK)=0 \;\Leftrightarrow\; T\eta\mu\varphi\frac{2\ell}{3}=Mg\frac{\ell}{6} \;\Leftrightarrow\; T=\frac{Mg}{4\eta\mu\varphi} \;\Rightarrow$$

$$T=\frac{10}{4\cdot 0,5}N \;\Rightarrow\; T=5\,N.$$

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων σε κάθε άξονα.



<u>άξονας x</u>

$$\Sigma F_x=0 \;\Leftrightarrow\; F_x-T_x=0 \;\Leftrightarrow\; F_x=T\sigma\upsilon\nu\varphi \;\Rightarrow$$

$$F_x=\frac{5\sqrt{3}}{2}N.$$

<u>άξονας y</u>

$$\Sigma F_y=0 \;\Leftrightarrow\; F_y+T_y-W=0 \;\Leftrightarrow\; F_y=Mg-T\eta\mu\varphi \;\Rightarrow$$

$$F_y=(10-5\cdot 0,5)N \;\Rightarrow\; F_y=7,5\,N=\frac{15}{2}N.$$

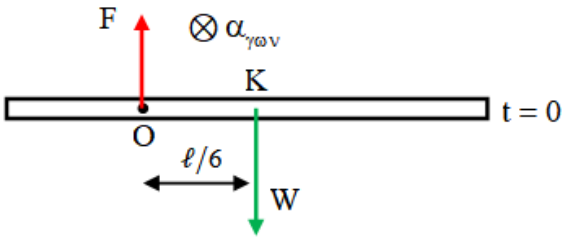
Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ που ασκεί ο άξονας στη ράβδο υπολογίζεται με το Πυθαγόρειο θεώρημα :

$$F=\sqrt{F_x^2+F_y^2}=\sqrt{\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{15}{2}\right)^2}\,N=\sqrt{\frac{25\cdot 3}{4}+\frac{225}{4}}\,N=\sqrt{\frac{300}{4}}\,N=\sqrt{75}\,N \;\Rightarrow\; F=5\sqrt{3}\,N.$$

Γ2.

α)

Εφαρμόζω το θεώρημα Steiner ώστε να υπολογίσω τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα που διέρχεται από το Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :



$$I_O=I_{cm}+M\left(\frac{\ell}{6}\right)^2=\frac{1}{12}M\ell^2+\frac{1}{36}M\ell^2 \;\Rightarrow\; I_O=\frac{1}{9}M\ell^2 \;\Rightarrow\; I_O=\frac{1}{9}\cdot 1\cdot 1,2^2\,Kgm^2 \;\Rightarrow\; I_O=0,16\,Kgm^2.$$

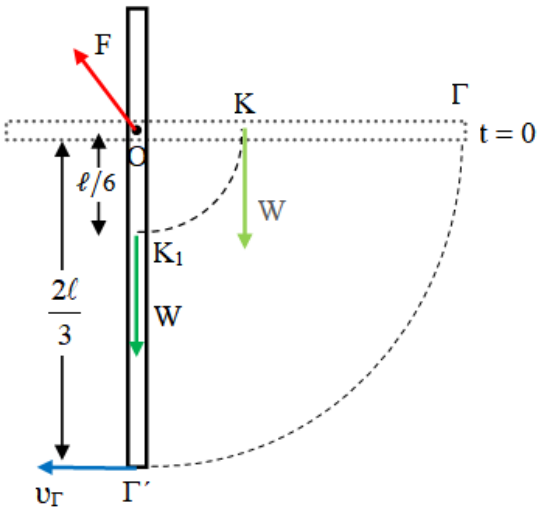
β)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης αμέσως μόλις κοπεί το νήμα :

$$\Sigma\tau_{(O)}=I_O\alpha_{\gamma\omega\nu(o)} \;\Leftrightarrow\; W\frac{\ell}{6}=I_O\alpha_{\gamma\omega\nu(o)} \;\Leftrightarrow\; \alpha_{\gamma\omega\nu(o)}=\frac{Mg\ell}{6I_O} \;\Rightarrow\; \alpha_{\gamma\omega\nu(o)}=\frac{10\cdot 1,2}{6\cdot 0,16}\frac{rad}{s^2} \;\Rightarrow$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu(o)}=12,5\frac{rad}{s^2}.$$

Γ3.



Κατά τη διάρκεια της περιστροφής από την αρχική οριζόντια θέση μέχρι την τελική κατακόρυφη θέση, το κέντρο μάζας της ράβδου κατέρχεται κατακόρυφα κατά $\frac{\ell}{6}$.

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την περιστροφή της ράβδου, ώστε να υπολογίσω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου τη στιγμή που γίνεται κατακόρυφη για 1η φορά :

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2} I_O \omega^2 - 0 = Mg\frac{\ell}{6} \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{Mg\ell}{3I_O}$$

$$\Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{Mg\ell}{3I_O}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{10\cdot 1,2}{3\cdot 0,16}}\frac{rad}{s} = \sqrt{25}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 5\frac{rad}{s}.$$

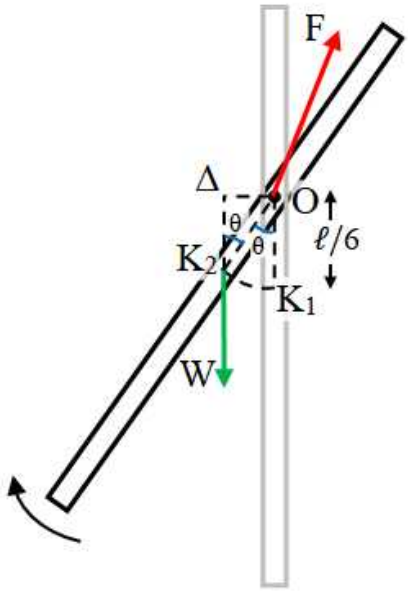
Το άκρο Γ της ράβδου κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας $\frac{2\ell}{3}$.

Τη στιγμή που διέρχεται από την κατώτερη θέση της τροχιάς, έχει γραμμική ταχύτητα μέτρου :

$$\upsilon_\Gamma = \omega\frac{2\ell}{3} \Rightarrow \upsilon_\Gamma = 5\cdot\frac{2\cdot 1,2}{3}\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_\Gamma = 4\frac{m}{s}.$$

Γ4.

Θεωρώ τη ράβδο στη θέση που σχηματίζει γωνία $\theta = 30^o$ με την κατακόρυφη, για 1η φορά μετά τη διέλευσή της από τη θέση αυτή. Εφαρμόζω τη γενική μορφή του νόμου της στροφικής κίνησης στη θέση αυτή :

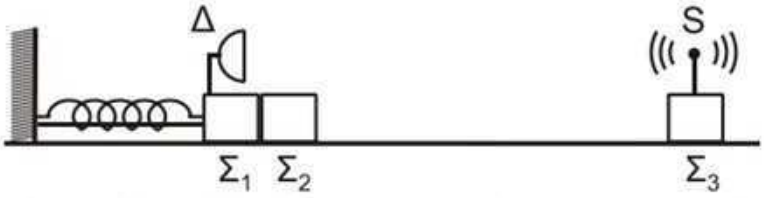


$$\frac{|dL_O|}{dt} = |\Sigma\tau_{(O)}| = W(K_2\Delta) = Mg\frac{\ell}{6}\eta\mu\theta \Rightarrow$$

$$\frac{|dL_O|}{dt} = \left(10\cdot\frac{1,2}{6}\cdot\frac{1}{2}\right)\frac{Kgm^2}{s^2} \Rightarrow \frac{|dL_O|}{dt} = 1\frac{Kgm^2}{s^2}.$$

Θέμα Δ

Τα σώματα Σ_1, μάζας $m_1 = 1$ kg, και Σ_2, μάζας $m_2 = 3$ kg, του σχήματος είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στην άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100$ N/m. Το ελατήριο με τη βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά $d = 0,4$ m από τη θέση φυσικού μήκους, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Κάποια χρονική στιγμή το νήμα κόβεται και το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κινείται προς τα δεξιά. Μετά την αποκόλληση το σώμα Σ_2 συνεχίζει να κινείται σε λείο δάπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα Σ_3, μάζας $m_3 = 2$ kg.

Πάνω στο σώμα Σ_3 έχουμε τοποθετήσει πηγή S ηχητικών κυμάτων, αμελητέας μάζας, η οποία εκπέμπει συνεχώς ήχο συχνότητας $f_s = 1706$ Hz. Πάνω στο σώμα Σ_1 υπάρχει δέκτης Δ ηχητικών κυμάτων, αμελητέας μάζας.

Δ1. Να προσδιορίσετε τη θέση στην οποία θα αποκολληθεί το σώμα Σ_2 από το σώμα Σ_1, τεκμηριώνοντας την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος Σ_1, καθώς και το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελεί το σώμα Σ_1 αφού αποκολληθεί από το σώμα Σ_2.

Μονάδες 6

Δ3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος των σωμάτων Σ_2 και Σ_3 μετά την κρούση (μονάδες 3) και το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση (μονάδες 4).

Μονάδες 7

Δ4. Να υπολογίσετε τη συχνότητα την οποία καταγράφει ο δέκτης Δ κάποια χρονική στιγμή μετά την κρούση κατά την οποία το σώμα Σ_1 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο προς τα αριστερά.

Μονάδες 6

Δίνεται ότι η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι $\upsilon_{ηχ} = 340$ m/s και η ηχητική πηγή δεν καταστρέφεται κατά την κρούση.

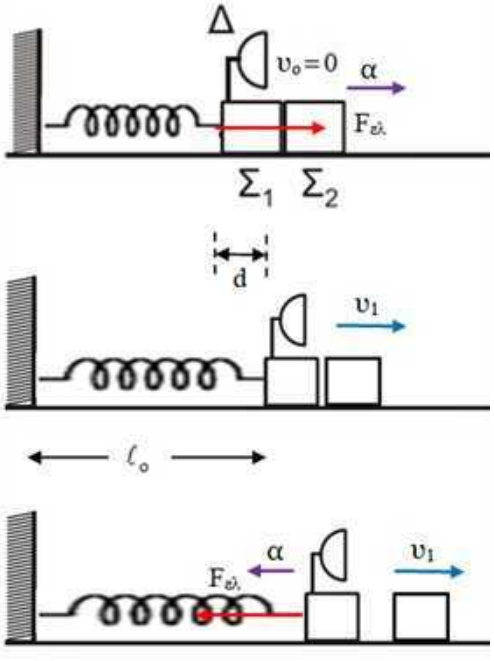
Απάντηση

Δ1.

Από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα και μέχρι να αποκτήσει το φυσικό του μήκος, το ελατήριο είναι συμπιεσμένο και ασκεί στο Σ_1 οριζόντια δύναμη με φορά προς τα δεξιά.

Αφού τα δύο σώματα είναι σε επαφή, κινούνται προς τα δεξιά με την ίδια επιτάχυνση.

Μόλις το Σ_1 ξεπεράσει τη θέση φυσικού μήκους το ελατήριο επιμηκύνεται και του ασκεί δύναμη με φορά προς τα αριστερά, η οποία το επιβραδύνει, ενώ το Σ_2 συνεχίζει να κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.



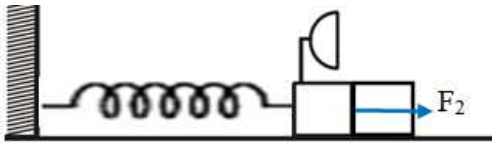
Επομένως, η επαφή μεταξύ των σωμάτων χάνεται στη θέση στην οποία το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος, δηλαδή σε απόσταση $d = 0,4\ m$ από τη θέση που αφέθηκαν ελεύθερα.

Εναλλακτικός τρόπος

Από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα και μέχρι να αποσπαστεί από το Σ_1, το Σ_2 εκτελεί ΑΑΤ με την επίδραση της δύναμης $\vec{F}_2$ από το Σ_1.

Σε μία τυχαία θέση με απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας, ισχύει :

$\Sigma F_x = -m_2\omega^2 x \Leftrightarrow F_2 = -m_2\omega^2 x.$



Στη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ είναι :

$x = 0 \Rightarrow F_2 = 0.$

Επομένως, τη στιγμή που τα σώματα διέρχονται από τη θέση ισορροπίας, σε απόσταση $d = 0,4\ m$ από τη θέση που αφέθηκαν ελεύθερα, το ελατήριο αποκτά το φυσικό του μήκος και η δύναμη που ασκεί το Σ_1 στο Σ_2 μηδενίζεται, άρα χάνεται η επαφή μεταξύ των σωμάτων.

Δ2.

Έστω υ_1 το μέτρο της ταχύτητας του συστήματος τη στιγμή που το ελατήριο αποκτά το φυσικό του μήκος.

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή του συστήματος $\Sigma_1 - \Sigma_2$ από την αρχική θέση μέχρι τη θέση στην οποία το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος :

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_1^2 - 0 = \frac{1}{2}kd^2 \Leftrightarrow \upsilon_1^2 = \frac{kd^2}{(m_1 + m_2)} \Leftrightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\frac{kd^2}{m_1 + m_2}} \Rightarrow$$

$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{100 \cdot 0,16}{1+3}}\frac{m}{s} = \sqrt{4}\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_1 = 2\frac{m}{s}.$$

Τη στιγμή που αποχωρίζονται τα σώματα, το Σ_1 βρίσκεται στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης άρα έχει τη μέγιστη ταχύτητα : $\upsilon_{max} = \upsilon_1 = 2\frac{m}{s}$.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ :

$$K_{max} = U_{max} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Leftrightarrow A^2 = \frac{m_1\upsilon_1^2}{k} \Leftrightarrow A = \upsilon_1\sqrt{\frac{m_1}{k}} \Rightarrow A = 2\sqrt{\frac{1}{100}}\,m \Rightarrow A = 0,2\,m.$$

Εναλλακτικός τρόπος υπολογισμού του πλάτους

Μετά τον αποχωρισμό, το Σ_1 εκτελεί ΑΑΤ με γωνιακή συχνότητα $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{100}{1}}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 10\frac{rad}{s}$.

Για το πλάτος ταλάντωσης ισχύει :

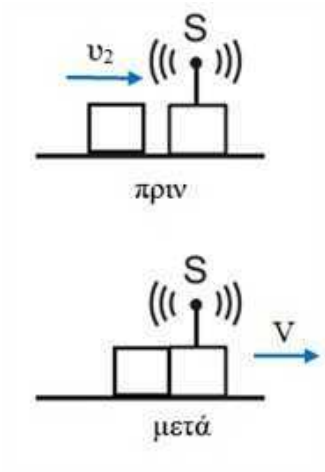
$$\upsilon_{max} = \omega A \Leftrightarrow A = \frac{\upsilon_{max}}{\omega} \Rightarrow A = \frac{2}{10}\,m = 0,2\,m.$$

Δ3.

Πριν την κρούση με το Σ_3, το Σ_2 κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2 = \upsilon_1 = 2\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

Έστω V το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Το σύστημα των σωμάτων $\Sigma_2 - \Sigma_3$ είναι μονωμένο, άρα η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή.



Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση (αλγεβρικά) :

$$p_{\text{ολ(πριν)}} = p_{\text{ολ(μετά)}} \Leftrightarrow m_2\upsilon_2 = (m_2 + m_3)V \Leftrightarrow V = \frac{m_2\upsilon_2}{m_2 + m_3} \Rightarrow$$

$$V = \frac{3\cdot 2}{3+2}\frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow V = 1,2\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του συστήματος που μετατράπηκε σε θερμική κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι :

$$\Pi(\%) = \frac{K_{\text{ολ(πριν)}} - K_{\text{ολ(μετά)}}}{K_{\text{ολ(πριν)}}}\cdot 100\% = \left(1 - \frac{K_{\text{ολ(μετά)}}}{K_{\text{ολ(πριν)}}}\right)\cdot 100\% = \left(1 - \frac{(m_2 + m_3)V^2}{m_2\upsilon_2^2}\right)\cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi(\%) = \left(1 - \frac{5\cdot 1,2^2}{3\cdot 2^2}\right)\cdot 100\% \Rightarrow \Pi(\%) = 40\%.$$

Δ4,

Η ηχητική πηγή κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα μέτρου $V = 1,2\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, απομακρυνόμενη από τον δέκτη ο οποίος κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 2\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ απομακρυνόμενος από την πηγή.

Η συχνότητα που καταγράφει ο δέκτης δίνεται από τη σχέση :

$$f = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_1}{\upsilon_{\eta\chi} + V}\cdot f_s \Rightarrow f = \frac{340 - 2}{340 + 1,2}\cdot 1706\,\text{Hz} \Rightarrow f = 1690\,\text{Hz}.$$

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΕΥΤΕΡΑ 13 ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ (ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

Θέμα Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και, δίπλα, το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Η σταθερά απόσβεσης b μιας φθίνουσας ταλάντωσης, στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας,

α) εξαρτάται από την ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται
β) μειώνεται κατά τη διάρκεια της φθίνουσας ταλάντωσης
γ) έχει μονάδα μέτρησης στο S.I. το kg · s
δ) εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου μέσα στο οποίο γίνεται η φθίνουσα ταλάντωση.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η σταθερά απόσβεσης b μιας φθίνουσας ταλάντωσης

α) είναι ανεξάρτητη από την ταχύτητα του σώματος. [Λάθος]

β) δεν μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης. [Λάθος]

γ) έχει μονάδα μέτρησης στο S.I. το $1\frac{N}{\frac{m}{s}}=1\frac{Kg\frac{m}{s^2}\cdot s}{m}=1\frac{Kg}{s}$. [Λάθος]

δ) εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου στο οποίο γίνεται η ταλάντωση. [Σωστό]

Α2. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και που οι περίοδοι τους T_1 και T_2 διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους, προκύπτει ταλάντωση μεταβλητού πλάτους με περίοδο Τ που είναι ίση με

α) $T = \dfrac{T_1 + T_2}{2}$

β) $T = \dfrac{2T_1T_2}{T_1 + T_2}$

γ) $T = \dfrac{|T_1 - T_2|}{2}$

δ) $T = \dfrac{T_1T_2}{|T_2 - T_1|}$.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η συχνότητα της σύνθετης ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση : $f = \dfrac{f_1 + f_2}{2}$, (1)

όπου f_1, f_2 οι συχνότητες των δύο ΑΑΤ.

Αντικαθιστώντας : $f = \dfrac{1}{T}$, $f_1 = \dfrac{1}{T_1}$, $f_2 = \dfrac{1}{T_2}$ στη σχέση (1), προκύπτει :

$$\frac{1}{T} = \frac{\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{T} = \frac{\frac{T_1 + T_2}{T_1T_2}}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{T} = \frac{T_1 + T_2}{2T_1T_2} \Leftrightarrow T = \frac{2T_1T_2}{T_1 + T_2}.$$

Σωστή απάντηση : β).

Α3. Εγκάρσια μηχανικά ονομάζονται τα κύματα

α) στα οποία όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος

β) στα οποία σχηματίζονται πυκνώματα και αραιώματα

γ) στα οποία όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος

δ) που διαδίδονται στα αέρια.

Μονάδες 5

Απάντηση

Στα εγκάρσια μηχανικά κύματα, όλα τα σημεία του μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. [α) : Λάθος]

Στα εγκάρσια μηχανικά κύματα σχηματίζονται όρη και κοιλάδες. [β) : Λάθος]

Τα εγκάρσια μηχανικά κύματα δεν διαδίδονται στα αέρια. [δ) : Λάθος]

Σωστή απάντηση : γ).

Α4. Μια αθλήτρια του καλλιτεχνικού πατινάζ περιστρέφεται, χωρίς τριβές, έχοντας τα χέρια της σε σύμπτυξη. Όταν η αθλήτρια, κατά την περιστροφή της, απλώσει τα χέρια της σε οριζόντια θέση, τότε

α) η στροφορμή της μειώνεται
β) η στροφορμή της αυξάνεται
γ) η συχνότητα περιστροφής της αυξάνεται
δ) η συχνότητα περιστροφής της μειώνεται.

Μονάδες 5

Απάντηση

Όταν η αθλήτρια απλώσει τα χέρια της σε οριζόντια θέση, αυξάνεται η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής : $I' > I \Leftrightarrow \frac{I}{I'} < 1.$ (1)

Αφού δεν ασκούνται εξωτερικές ροπές, η στροφορμή της αθλήτριας διατηρείται σταθερή. [α, β : Λάθος]

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της στροφορμής :

$L' = L \Leftrightarrow I'\omega' = I\omega \Leftrightarrow \omega' = \frac{I}{I'} \cdot \omega \xrightarrow{(1)} \omega' < \omega.$ [γ : Λάθος]

Σωστή απάντηση : δ).

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσοτέρων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται συμβολή.

β) Η ταχύτητα ροής ενός ασυμπίεστου ιδανικού ρευστού κατά μήκος ενός σωλήνα που δεν έχει σταθερή διατομή, είναι μεγαλύτερη εκεί που πυκνώνουν οι ρευματικές γραμμές.

γ) Η ροή ενός ρευστού είναι στρωτή, όταν παρουσιάζει στροβίλους.

δ) Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι διανυσματικό μέγεθος.

ε) Σε μια κρούση αμελητέας χρονικής διάρκειας η δυναμική ενέργεια των σωμάτων, που εξαρτάται από τη θέση τους στο χώρο, δεν μεταβάλλεται.

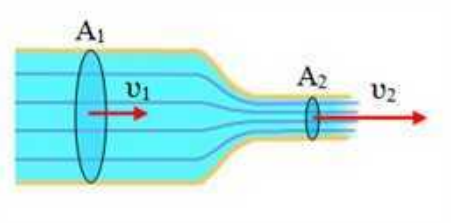
Μονάδες 5

α) Σωστό.

[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 48].

β) Σωστό.

Η παροχή του σωλήνα είναι σταθερή : $\Pi =$ σταθερή.



Το μέτρο της ταχύτητας ροής του ρευστού είναι αντιστρόφως ανάλογο με το εμβαδό διατομής του σωλήνα :

$$\Pi = A\upsilon \;\Leftrightarrow\; \upsilon = \frac{\Pi}{A}.$$

Επομένως, εκεί που ο σωλήνας έχει μικρότερη διατομή η ταχύτητα ροής έχει μεγαλύτερο μέτρο και οι ρευματικές γραμμές είναι πυκνότερες.

γ) Λάθος.

Η στρωτή ροή είναι αστρόβιλη.

δ) Λάθος.

ε) Σωστό.

Αφού η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα, η θέση κάθε σώματος πριν και μετά την κρούση είναι πρακτικά ίδια άρα η δυναμική ενέργεια λόγω της θέσης των σωμάτων δεν μεταβάλλεται.

Θέμα Β

Β1. Ένα μικρό σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, με εξισώσεις απομάκρυνσης $x_1 = A_1 \eta\mu\omega t$ και $x_2 = A_2 \eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2})$ και με ενέργειες ταλάντωσης E_1 και E_2, αντίστοιχα. Οι ταλαντώσεις γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση. Η ενέργεια ταλάντωσης Ε της σύνθετης ταλάντωσης είναι ίση με :

i. $E = \frac{E_1 + E_2}{2}$ ii. $E = E_1 + E_2$ iii. $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

Οι δύο ΑΑΤ έχουν την ίδια γωνιακή συχνότητα ω και διαφορά φάσης $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Οι ενέργειες των δύο ΑΑΤ υπολογίζονται από τις σχέσεις :

$$E_1 = \frac{1}{2} m\omega^2 A_1^2, \qquad (1)$$

$$E_2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A_2^2, \qquad (2)$$

Το πλάτος ταλάντωσης; υπολογίζεται από τη σχέση :

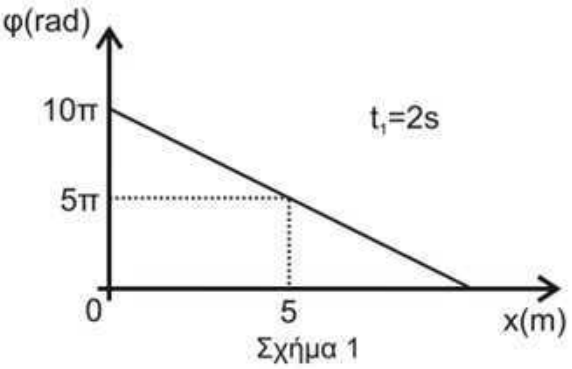
$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}} \Rightarrow A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}. \qquad (3)$$

Για την ενέργεια Ε της σύνθετης ταλάντωσης, ισχύει :

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \xrightarrow{(3)} E = \frac{1}{2} m\omega^2 \left(A_1^2 + A_2^2\right) = \frac{1}{2} m\omega^2 A_1^2 + \frac{1}{2} m\omega^2 A_2^2 \xrightarrow{(1),(2)} E = E_1 + E_2 .$$

Σωστή απάντηση : ii.

B2. Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται χωρίς απώλειες ενέργειας σε γραμμικό ελαστικό μέσο που ταυτίζεται με τον άξονα x΄Ox προς τη θετική κατεύθυνση.
Η πηγή του κύματος βρίσκεται στην αρχή O του άξονα x΄Ox και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = A\eta\mu\omega t$.



Σχήμα 1

Στο διάγραμμα του σχήματος 1 παριστάνεται η φάση των σημείων του ελαστικού μέσου σε συνάρτηση με την απόστασή τους x από την πηγή, τη χρονική στιγμή $t_1 = 2s$. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με:

i. $\upsilon = 0,8$ m/s ii. $\upsilon = 5$ m/s iii. $\upsilon = 12,5$ m/s

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

Η φάση των σημείων του μέσου δίνεται από τη σχέση : $\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$.

Τη χρονική στιγμή $t = 2$ s, είναι : $\varphi = 2\pi\left(\frac{2}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$. (1)

Για $x = 0$ και $\varphi = 10\pi$ rad $\xrightarrow{(1)}$ $10\pi = 2\pi \cdot \frac{2}{T} \Leftrightarrow T = 0,4\,s$.

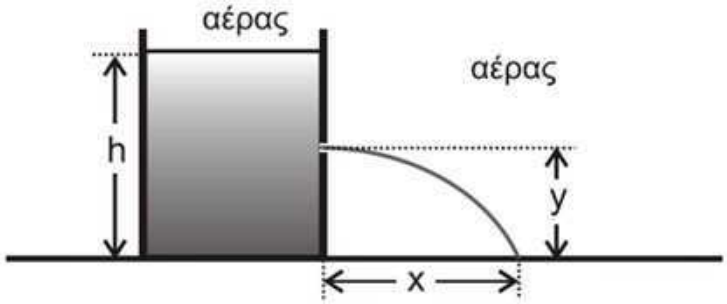
Για $x = 5$ m και $\varphi = 5\pi$ rad $\xrightarrow{(1)}$ $5\pi = 2\pi\left(\frac{2}{0,4} - \frac{5}{\lambda}\right) \Leftrightarrow 2,5 = 5 - \frac{5}{\lambda} \Leftrightarrow \frac{5}{\lambda} = 2,5 \Leftrightarrow \lambda = 2\,m$.

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής :

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \upsilon = \frac{2\,m}{0,4\,s} \Rightarrow \upsilon = 5\frac{m}{s}.$$

Σωστή απάντηση : ii.

B3. Δοχείο με κατακόρυφα τοιχώματα περιέχει ένα ασυμπίεστο ιδανικό υγρό. Το ύψος του υγρού στο δοχείο είναι h, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.



Σχήμα 2

Στο δοχείο ανοίγουμε μικρή οπή στο πλευρικό του τοίχωμα, σε ύψος y = h / 2 από τη βάση του. Η φλέβα που δημιουργείται, συναντά το έδαφος σε οριζόντια απόσταση x από τη βάση του δοχείου.
Η απόσταση x είναι ίση με :

i. h ii. h / 2 iii. 2 h

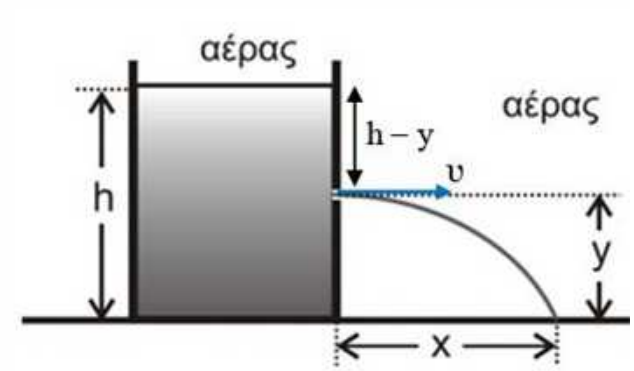
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 7**

Απάντηση

Το μέτρο της ταχύτητας εκροής του υγρού από την οπή υπολογίζεται με το θεώρημα Torricelli :

$$\upsilon = \sqrt{2g(h-y)} = \sqrt{2g\left(h-\frac{h}{2}\right)} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{gh}\,. \qquad (1)$$



Κάθε στοιχειώδης ποσότητα υγρού που εξέρχεται από την οπή εκτελεί οριζόντια βολή.

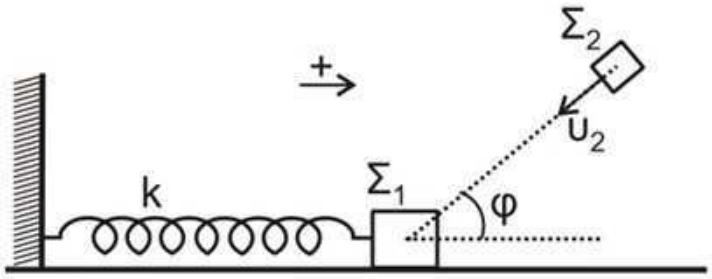
Από την εξίσωση της τροχιάς προκύπτει :

$$y = \frac{g}{2\upsilon^2}\cdot x^2 \xrightarrow{(1)} \frac{h}{2} = \frac{g}{2gh}\cdot x^2 \Leftrightarrow x^2 = h^2 \Rightarrow x = h\,.$$

Σωστή απάντηση : i.

Θέμα Γ

Σώμα Σ_1, μάζας $m_1 = 1$ kg, είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100$ N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, πλάτους $A = 0,4$ m, σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ_1 έχει απομάκρυνση $x_1 = +\frac{A\sqrt{3}}{2}$, κινούμενο κατά τη θετική φορά, συγκρούεται πλαστικά με σώμα Σ_2, μάζας $m_2 = 3$ kg. Το σώμα Σ_2 κινείται, λίγο πριν την κρούση, με ταχύτητα $\upsilon_2 = 8$ m/s σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ (όπου $\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{1}{3}$) με το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα 3. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Σχήμα 3

Γ1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ_1 λίγο πριν την κρούση (μονάδες 3) και την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση (μονάδες 4).

Μονάδες 7

Γ2. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

Γ3. Να εκφράσετε την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση. Να σχεδιάσετε (με στυλό) σε βαθμολογημένους άξονες την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων Σ_1 και Σ_2, ακριβώς πριν την κρούση που μετατράπηκε σε θερμότητα, κατά την κρούση.

Μονάδες 6

Να θεωρήσετε ότι:
- η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.
- η θετική φορά είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα 3.

Απάντηση

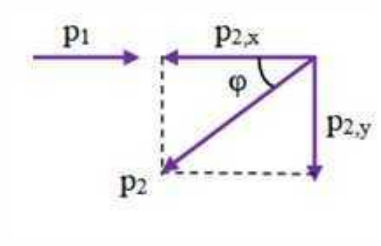
Γ1.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ του Σ_1, ώστε να υπολογίσω το μέτρο της ταχύτητάς του υ_1 ελάχιστα πριν την κρούση :

$$K_1 + U_1 = E_1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Leftrightarrow m_1\upsilon_1^2 = k\left(A^2 - x_1^2\right) \Leftrightarrow m_1\upsilon_1^2 = k\left(A^2 - \frac{3A^2}{4}\right) \Leftrightarrow$$

$$m_1\upsilon_1^2 = k\frac{A^2}{4} \Leftrightarrow \upsilon_1^2 = \frac{kA^2}{4m_1} \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{A}{2}\sqrt{\frac{k}{m_1}} \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{0,4}{2}\sqrt{\frac{100}{1}} \Rightarrow \upsilon_1 = 2\frac{m}{s}.$$

Αφού η διάρκεια της κρούσης είναι ασήμαντη, στην οριζόντια διεύθυνση το σύστημα είναι (κατά προσέγγιση) μονωμένο άρα η ορμή του συστήματος στον άξονα x διατηρείται σταθερή. Αναλύω τη ορμή του Σ_2 σε συνιστώσες και εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής στον άξονα x (αλγεβρικά) :



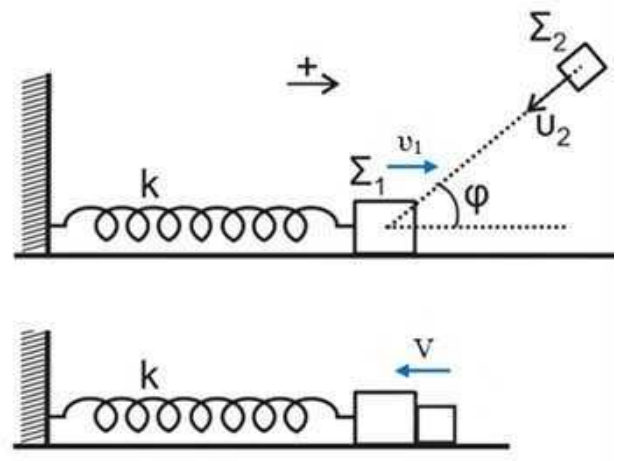
$$p_{\text{ολ,x(πριν)}} = p_{\text{ολ,x(μετά)}} \Leftrightarrow m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2\sigma\upsilon\nu\varphi = (m_1+m_2)V \Leftrightarrow V = \frac{m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2\sigma\upsilon\nu\varphi}{m_1+m_2} \Rightarrow$$

$$V = \frac{1\cdot 2 - 3\cdot 8\cdot\frac{1}{3}}{1+3}\frac{m}{s} \Rightarrow V = -1,5\frac{m}{s}.$$

Επομένως, αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου $|V| = 1,5\frac{m}{s}$.

Γ2.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ για το συσσωμάτωμα, με αρχική τη θέση αμέσως μετά την κρούση και τελική μία ακραία θέση :



$$E_\tau = K_\sigma + U_1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 + \frac{1}{2}kx_1^2$$

$$\Leftrightarrow A'^2 = \frac{(m_1+m_2)V^2 + kx_1^2}{k} \Rightarrow$$

$$A' = \sqrt{\frac{(m_1+m_2)V^2 + kx_1^2}{k}} \Rightarrow$$

$$A' = \sqrt{\frac{4\cdot 2,25 + 100\cdot 0,04\cdot 3}{100}}\,m \Rightarrow A' = \frac{\sqrt{21}}{10}\,m.$$

Γ3.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας για μία τυχαία θέση της ΑΑΤ του συσσωματώματος :

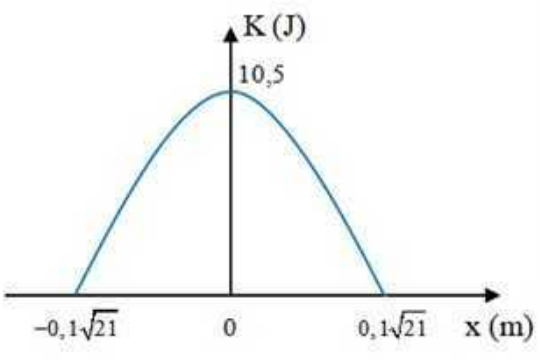
$$K + U_\tau = E_\tau \Leftrightarrow K = E_\tau - U_\tau = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow K = 10,5 - 50x^2. \text{ (S.I.)} \qquad (1)$$

Για $x = \pm A \xrightarrow{(1)} K = 0.$

Για $x = 0 \xrightarrow{(1)} K = 10,5\ J.$

Το διάγραμμα της σχέσης (1) είναι παραβολή η οποία στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω.

Το ζητούμενο διάγραμμα φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Γ4.

Υπολογίζω την κινητική ενέργεια του συστήματος πριν και μετά την κρούση :

$$K_{\sigma(\pi\rho\iota\nu)} = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2^2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8^2 \right) J = 98\,J.$$

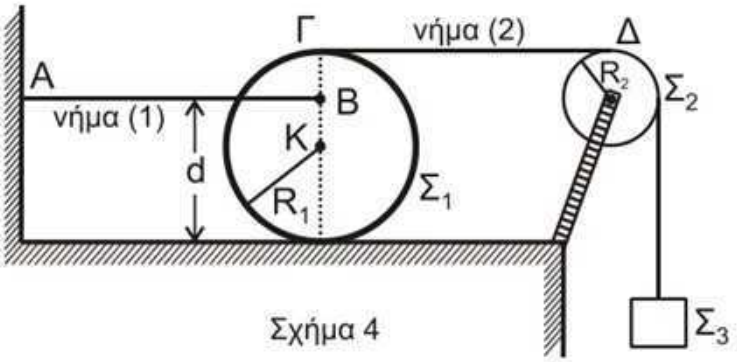
$$K_{\sigma(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1,5^2\ J = 4,5\,J.$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του συστήματος που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση, είναι :

$$\Pi(\%) = \frac{K_{\sigma(\pi\rho\iota\nu)} - K_{\sigma(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})}}{K_{\sigma(\pi\rho\iota\nu)}} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{K_{\sigma(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})}}{K_{\sigma(\pi\rho\iota\nu)}} \right) \cdot 100\% = \left(1 - \frac{4,5}{98} \right) \cdot 100\% \cong 95,4\%.$$

Θέμα Δ

Ομογενής δίσκος Σ_1 έχει μάζα $M_1 = 8$ kg και ακτίνα $R_1 = 0,2$ m. Στο σημείο Β της κατακόρυφης διαμέτρου του δίσκου, που απέχει απόσταση $d = \frac{3}{2}R_1$ από το οριζόντιο επίπεδο, είναι στερεωμένο οριζόντιο αβαρές μη εκτατό νήμα (1).
Το άλλο άκρο Α του νήματος (1) είναι ακλόνητα στερεωμένο, όπως φαίνεται στο σχήμα 4. Γύρω από την περιφέρεια του δίσκου Σ_1 είναι τυλιγμένο πολλές φορές άλλο δεύτερο αβαρές μη εκτατό νήμα (2), το οποίο διέρχεται από τροχαλία Σ_2, μάζας $M_2 = 2$ kg και ακτίνας $R_2 = 0,1$ m. Στο άλλο άκρο του νήματος (2) είναι συνδεδεμένο σώμα Σ_3, μάζας $M_3 = 1$ kg. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Το τμήμα ΓΔ του νήματος (2) είναι οριζόντιο.



Σχήμα 4

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης που ασκεί το νήμα (1) στο δίσκο Σ_1.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το νήμα (1) κόβεται. Το σώμα Σ_3 κατέρχεται με επιτάχυνση. Η τροχαλία Σ_2 αρχίζει να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από τον άξονά της και ο δίσκος Σ_1 αρχίζει να κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει, πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου Σ_1.

Μονάδες 10

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής της τροχαλίας Σ_2 τη χρονική στιγμή $t_1 = 1$s.

Μονάδες 5

Δ4. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του σώματος Σ_3 για την κίνηση του από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 1$s.

Μονάδες 4

Δίνονται :

- η ροπή αδρανείας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $I_1 = \frac{1}{2}M_1R_1^2$
- η ροπή αδρανείας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $I_2 = \frac{1}{2}M_2R_2^2$
- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,m/s^2$.

Να θεωρήσετε ότι :

- η τριβή του νήματος (2) τόσο με το δίσκο Σ_1, όσο και με την τροχαλία Σ_2, είναι αρκετά μεγάλη ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση.
- κατά τη διάρκεια όλου του φαινομένου, ο δίσκος παραμένει στο οριζόντιο επίπεδο, χωρίς να συγκρούεται με την τροχαλία.
- ο άξονας περιστροφής του δίσκου δεν αλλάζει κατεύθυνση, κατά τη διάρκεια της κίνησής του.
- το σώμα Σ_3 έχει αμελητέες διαστάσεις.
- η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

Απάντηση

Δ1.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων για το Σ_3 :

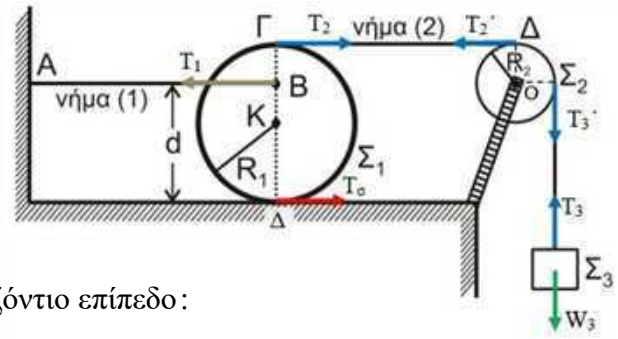
$\Sigma F_3 = 0 \Leftrightarrow T_3 - W_3 = 0 \Leftrightarrow T_3 = M_3 g \Rightarrow T_3 = 10\ \text{N}.$

Η μάζα του κατακόρυφου τμήματος του νήματος (2) είναι ασήμαντη, άρα : $T_3' = T_3 = 10\ \text{N}.$

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών για την τροχαλία :

$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Leftrightarrow T_2' R_2 - T_3' R_2 = 0 \Rightarrow T_2' = T_3' = 10\ \text{N}.$

Οι δυνάμεις $\vec{T}_2$, $\vec{T}_2'$ έχουν ίσα μέτρα : $T_2 = T_2' = 10\ \text{N}.$



δίσκος

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο επαφής Δ με το οριζόντιο επίπεδο :

$$\Sigma\tau_{(\Delta)} = 0 \Leftrightarrow T_1 d - T_2(2R_1) = 0 \Leftrightarrow T_1 \cdot \frac{3}{2} R_1 = 2T_2 R_1 \Leftrightarrow T_1 = \frac{4}{3} T_2 \Rightarrow T_1 = \frac{40}{3}\ \text{N}.$$

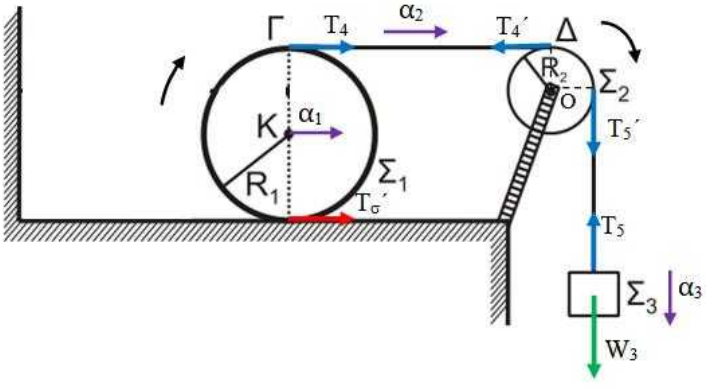
Δ2.

Δίσκος

Ο δίσκος εκτελεί μεταφορική κίνηση με επιτάχυνση μέτρου α_1 και στροφική κίνηση με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu(1)}$.

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x :

$$\Sigma F_x = M_1 \alpha_1 \Leftrightarrow T_4 + T_\sigma' = M_1 \alpha_1 . \qquad (1)$$



Αφού το νήμα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του δίσκου, ισχύει : $\alpha_1 = R\alpha_{\gamma\omega\nu(1)}$. (2)

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης ως προς τον άξονα που διέρχεται από το K :

$$\Sigma\tau_{(K)} = I_1 \alpha_{\gamma\omega\nu(1)} \Leftrightarrow T_4 R_1 - T_\sigma' R_1 = \frac{1}{2} M_1 R_1^2 \alpha_{\gamma\omega\nu(1)} \xrightarrow{(2)} T_4 - T_\sigma' = \frac{1}{2} M_1 \alpha_1 . \qquad (3)$$

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (1), (3) :

$$T_4 + T_\sigma' + T_4 - T_\sigma' = M_1\alpha_1 + \frac{1}{2}M_1\alpha_1 \quad \Leftrightarrow \quad T_4 = \frac{3}{4}M_1\alpha_1 . \qquad (4)$$

Το ανώτερο σημείο του δίσκου έχει επιτάχυνση μέτρου : $\alpha_2 = 2\alpha_1$. (5)

<u>Τροχαλία</u>

Η τροχαλία εκτελεί στροφική κίνηση με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu\,(2)}$.

Τα σημεία του νήματος έχουν επιτάχυνση μέτρου α_2 .

Αφού το νήμα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια της τροχαλίας, ισχύει : $\alpha_2 = R\alpha_{\gamma\omega\nu(2)}$. (6)

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης :

$$\Sigma\tau_{(O)} = I_2\alpha_{\gamma\omega\nu(2)} \quad \Leftrightarrow \quad T_5'R_2 - T_4'R_2 = \frac{1}{2}M_2R_2^2\alpha_{\gamma\omega\nu(2)} \quad \xrightarrow[T_4'=T_4]{T_5'=T_5} \quad T_5 - T_4 = \frac{1}{2}M_2R_2\alpha_{\gamma\omega\nu(2)} \quad \xrightarrow{(6)}$$

$$T_5 - T_4 = \frac{1}{2}M_2\alpha_2 \quad \xrightarrow{(5)} \quad T_5 - T_4 = M_2\alpha_1 . \qquad (7)$$

<u>Σώμα Σ_3</u>

Το Σ_3 εκτελεί μεταφορική κίνηση με επιτάχυνση μέτρου $\alpha_3 = \alpha_2 = 2\alpha_1$. (8)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής :

$$\Sigma F_3 = M_3\alpha_3 \quad \Leftrightarrow \quad W_3 - T_5 = M_3\alpha_3 \quad \xrightarrow{(8)} \quad M_3g - T_5 = 2M_3\alpha_1 . \qquad (9)$$

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (4), (7), (9) :

$$T_4 + T_5 - T_4 + M_3g - T_5 = \frac{3}{4}M_1\alpha_1 + M_2\alpha_1 + 2M_3\alpha_1 \quad \Leftrightarrow$$

$$M_3g = \left(\frac{3}{4}M_1 + M_2 + 2M_3\right)\alpha_1 \quad \Leftrightarrow \quad \alpha_1 = \frac{M_3g}{\frac{3}{4}M_1 + M_2 + 2M_3} \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 = \frac{1\cdot 10}{\frac{3}{4}\cdot 8 + 2 + 2\cdot 1}\frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow \quad \alpha_1 = 1\frac{m}{s^2} .$$

Δ3.

$$(5) \quad \Rightarrow \quad \alpha_2 = 2\alpha_1 = 2\frac{m}{s^2} .$$

$$(6) \quad \Rightarrow \quad \alpha_{\gamma\omega\nu(2)} = \frac{\alpha_2}{R_2} \quad \Rightarrow \quad \alpha_{\gamma\omega\nu(2)} = \frac{2\frac{m}{s^2}}{0{,}1\,m} \quad \Rightarrow \quad \alpha_{\gamma\omega\nu(2)} = 20\frac{rad}{s^2} .$$

Η τροχαλία εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη στροφική κίνηση.

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 1$ s, η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας έχει μέτρο :

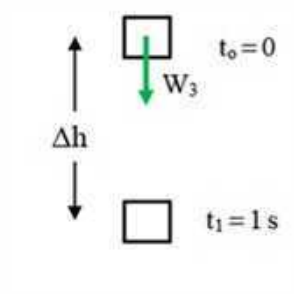
$$\omega_2 = \alpha_{\gamma\omega\nu(2)} t_1 \;\Rightarrow\; \omega_2 = \left(20\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right)(1\text{s}) \;\Rightarrow\; \omega_2 = 20\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Το μέτρο της στροφορμής της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της, την ίδια χρονική στιγμή, είναι :

$$L_2 = I_2\omega_2 = \frac{1}{2}M_2R_2^2\omega_2 \;\Rightarrow\; L_2 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 0{,}1^2\cdot 20\frac{\text{Kgm}^2}{\text{s}} \;\Rightarrow\; L_2 = 0{,}2\frac{\text{Kgm}^2}{\text{s}}.$$

Δ4.

Το Σ_3 κατεβαίνει με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_3 = \alpha_2 = 2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$,



άρα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_{o,3} = 0$).

Μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 έχει διανύσει απόσταση :

$$\Delta h = \frac{1}{2}\alpha_3 t_1^2 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1^2\ \text{m} \;\Rightarrow\; \Delta h = 1\text{m}.$$

Η μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας στην ίδια χρονική διάρκεια, είναι :

$\Delta U_\beta = -\Delta W_3 = -M_3 g(\Delta h) \;\Rightarrow\; \Delta U_\beta = -(1\cdot 10\cdot 1)\ \text{J} \;\Rightarrow\; \Delta U_\beta = -10\ \text{J}.$

Σχόλιο

Το ερώτημα Δ_2 είναι ιδιαίτερα δύσκολο και απαιτεί το συνδυασμό πολλών σχέσεων.

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ
ΜΟΝΟ ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

ΔΕΥΤΕΡΑ 13 ΙΟΥΝΙΟΥ 2016 - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

Θέμα Α

Για τις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και, δίπλα, το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αν η απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση x= Aημωt, τότε η τιμή της δύναμης επαναφοράς δίνεται από τη σχέση:

α) $F= -m\omega^2 A\sigma\upsilon\nu\omega t$
β) $F= m\omega^2 A\eta\mu\omega t$
γ) $F= -m\omega^2 A\eta\mu\omega t$
δ) $F= m\omega^2 A\sigma\upsilon\nu\omega t$.

Μονάδες 5

Απάντηση

Στην απλή αρμονική ταλάντωση, η αλγεβρική τιμή της δύναμης επαναφοράς και η απομάκρυνση συνδέονται με τη σχέση : $F_{\varepsilon\pi} = -m\omega^2 x$. (1)

Σύμφωνα με την εκφώνηση : $x = A\eta\mu\omega t$. (2)

(1) $\xrightarrow{(2)}$ $F_{\varepsilon\pi} = -m\omega^2 A\eta\mu\omega t$.

Σωστή απάντηση : γ).

A2. Ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC εκτελεί αμείωτες ταλαντώσεις περιόδου Τ. Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο μεγίστων τιμών της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι ίσο με

α) Τ/2
β) Τ/4
γ) 3Τ/4
δ) Τ.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση : $U_E = \frac{q^2}{2C}$. (1)

Τη χρονική στιγμή t = 0 είναι $q = +Q$, άρα το φορτίο μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση : $q = Q\sigma\upsilon\nu\omega t$. (2)

1ος τρόπος

Με συνδυασμό των σχέσεων (1), (2) προκύπτει : $U_E = \frac{Q^2}{2C}\sigma\upsilon\nu^2\omega t$. (3)

Ισχύει :

$$U_E = U_{E(max)} \xrightarrow{(3)} \frac{Q^2}{2C}\sigma\upsilon\nu^2\omega t = \frac{Q^2}{2C} \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega t = 1 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\omega t = \pm 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{T}t = \kappa\pi \Rightarrow$$

$$t = \kappa\frac{T}{2}. \quad [\kappa = 0, 1, 2, \ldots]$$

Άρα, το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο **διαδοχικών** μεγίστων τιμών της ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι $\Delta t = \frac{T}{2}$.

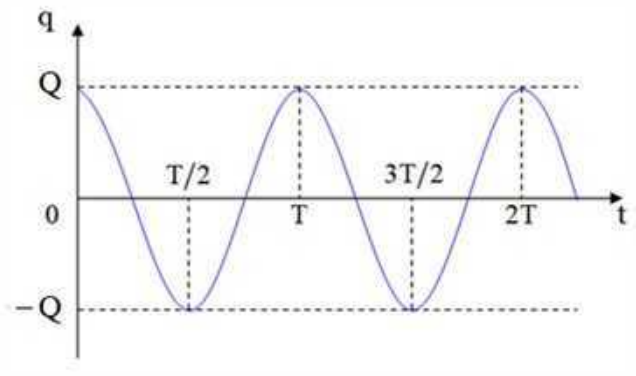
2ος τρόπος

Η ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή γίνεται μέγιστη τις χρονικές στιγμές που το φορτίο έχει τιμές :

$q = \pm Q$.

Από το διάγραμμα της σχέσης $q = f(t)$ φαίνεται ότι αυτό συμβαίνει τις χρονικές στιγμές :

$0, \frac{T}{2}, T, \frac{3T}{2}, \ldots$



Άρα, το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο **διαδοχικών** μεγίστων τιμών της ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι $\Delta t = \frac{T}{2}$.

Σωστή απάντηση : α).

Σχόλιο

Η εκφώνηση έπρεπε να ζητά «το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο **διαδοχικών** μεγίστων τιμών» ή «το **ελάχιστο** χρονικό διάστημα μεταξύ δύο μεγίστων τιμών».

Διαφορετικά, μπορεί να θεωρηθεί σωστή και η απάντηση δ).

Α3. Ένα σώμα Σ εκτελεί σύνθετη αρμονική ταλάντωση, ως αποτέλεσμα δύο αρμονικών ταλαντώσεων που γίνονται στην ίδια διεύθυνση, και έχουν εξισώσεις $x_1 = A_1 \eta\mu\omega t$ και $x_2 = A_2 \eta\mu\omega t$. Το πλάτος Α της σύνθετης αρμονικής ταλάντωσης είναι ίσο με

α) $A = A_1 + A_2$

β) $A = |A_1 - A_2|$

γ) $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

δ) $A = \sqrt{|A_1^2 - A_2^2|}$

Μονάδες 5

Απάντηση

Οι δύο ταλαντώσεις έχουν διαφορά φάσης $\varphi = 0$.

Στην περίπτωση αυτή το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση : $A = A_1 + A_2$.

Σωστή απάντηση : α).

Α4. Παρατηρητής ενώ απομακρύνεται με σταθερή ταχύτητα u_A από ακίνητη ηχητική πηγή αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας f_A. Αν η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι ίση με u, τότε η συχνότητα f_s του ήχου που εκπέμπει η πηγή είναι ίση με

α) $\frac{u}{u+u_A} f_A$

β) $\frac{u}{u-u_A} f_A$

γ) $\frac{u+u_A}{u} f_A$

δ) $\frac{u-u_A}{u} f_A$.

Μονάδες 5

Απάντηση

Όταν ο παρατηρητής απομακρύνεται από την ακίνητη πηγή με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ_A, αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας $f_A = \frac{\upsilon - \upsilon_A}{\upsilon} \cdot f_s$.

Επομένως : $f_s = \frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_A} \cdot f_A$,

Σωστή απάντηση : β).

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι εγκάρσιο.

β) Στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα δεν ισχύει η αρχή της επαλληλίας.

γ) Η συχνότητα ενός ραδιοκύματος είναι μεγαλύτερη από τη συχνότητα των ακτίνων Χ.

δ) Η ροπή αδράνειας ενός στερεού είναι ανεξάρτητη από τη θέση του άξονα περιστροφής.

ε) Κατά τη στροφική κίνηση ενός σώματος όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Σωστό.

[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 57].

β) Λάθος.

[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 57].

γ) Λάθος.

Τα ραδιοκύματα έχουν μεγαλύτερο μήκος κύματος από τις ακτίνες Χ ($\lambda_P > \lambda_X$).

Από την εξίσωση της κυματικής $\left(f = \frac{c}{\lambda} \right)$ προκύπτει ότι έχουν μικρότερη συχνότητα από τις ακτίνες Χ.

δ) Λάθος.

Η ροπή αδράνειας ενός στερεού ορίζεται με τη σχέση : $I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots$, όπου $m_1, m_2, \ldots$ οι μάζες των στοιχειωδών τμημάτων του στερεού και $r_1, r_2, \ldots$ οι αποστάσεις τους από τον άξονα περιστροφής.

Από τη σχέση αυτή φαίνεται ότι η ροπή αδράνειας του στερεού εξαρτάται από τη θέση του άξονα περιστροφής.

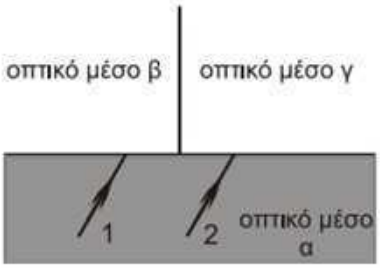
ε) Σωστό (υπό προϋποθέσεις).

Κατά τη στροφική κίνηση ενός στερεού οι επιβατικές ακτίνες όλων των σημείων του (εκτός από τα σημεία του άξονα περιστροφής) διαγράφουν ίσες γωνίες στο ίδιο χρονικό διάστημα, άρα όλα τα σημεία του στερεού (εκτός από τα σημεία του άξονα περιστροφής) έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα.

Σχόλιο : Στο ερώτημα ε) η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : « . . . όλα τα σημεία του σώματος, **εκτός από τα σημεία του άξονα περιστροφής**, έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα».

Θέμα Β

Β1. Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται δύο παράλληλες μονοχρωματικές φωτεινές ακτίνες (1) και (2) προερχόμενες από το ίδιο οπτικό μέσο α και από δύο όμοιες φωτεινές πηγές. Οι ακτίνες διαθλώνται στα μέσα β, γ αντίστοιχα. Για τους δείκτες διάθλασης των μέσων α, β, γ ισχύει $n_\beta < n_\gamma < n_\alpha$.



Για τις γωνίες διάθλασης ισχύει ότι

i. είναι ίσες
ii. μεγαλύτερη είναι η γωνία διάθλασης της ακτίνας (1)
iii. μεγαλύτερη είναι η γωνία διάθλασης της ακτίνας (2).

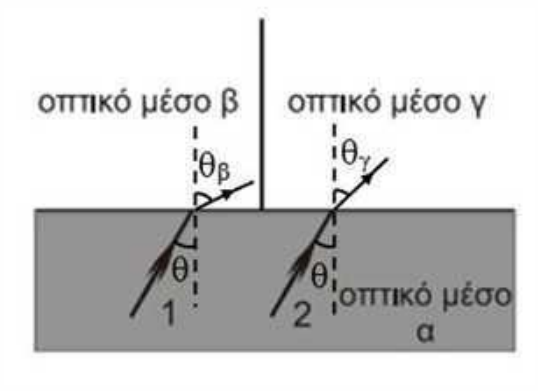
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

Αφού η διαχωριστική επιφάνεια είναι επίπεδη και οι δύο ακτίνες είναι παράλληλες, οι γωνίες πρόσπτωσης στη διαχωριστική επιφάνεια είναι ίσες : $\theta_1 = \theta_2 = \theta$.

Εφαρμόζω το νόμο του Snell για τη διάθλαση κάθε ακτίνας.



<u>ακτίνα (1)</u>

$n_\alpha \eta\mu\theta = n_\beta \eta\mu\theta_\beta$. (1)

<u>ακτίνα (2)</u>

$n_\alpha \eta\mu\theta = n_\gamma \eta\mu\theta_\gamma$. (2)

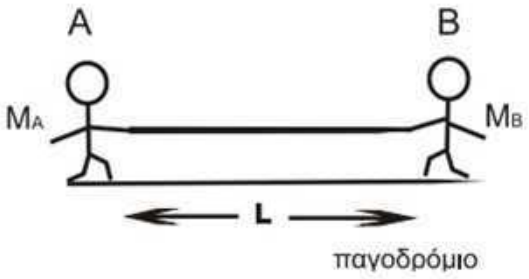
Εξισώνω τα 2α μέλη των σχέσων (1), (2) :

$$n_\beta \eta\mu\theta_\beta = n_\gamma \eta\mu\theta_\gamma \Leftrightarrow \frac{\eta\mu\theta_\beta}{\eta\mu\theta_\gamma} = \frac{n_\gamma}{n_\beta} \xrightarrow{n_\gamma > n_\beta} \frac{\eta\mu\theta_\beta}{\eta\mu\theta_\gamma} > 1 \Rightarrow \eta\mu\theta_\beta > \eta\mu\theta_\gamma .$$

Αφού $\theta_\beta < 90^o$ και $\theta_\gamma < 90^o$, άρα : $\theta_\beta > \theta_\gamma$.

Σωστή απάντηση : ii.

B2. Δύο μαθητές Α και Β, με μάζες M_A και M_B ($M_A<M_B$), στέκονται αρχικά ακίνητοι πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο ενός παγοδρομίου, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Οι δύο μαθητές κρατάνε τις άκρες ενός σχοινιού σταθερού μήκους L. Κάποια στιγμή οι μαθητές αρχίζουν να μαζεύουν ταυτόχρονα το σχοινί και κινούνται στην ίδια ευθεία. Μετά από κάποιο χρονικό διάστημα οι μαθητές αγκαλιάζονται και παραμένουν αγκαλιασμένοι.



Οι αγκαλιασμένοι μαθητές:

i. θα κινηθούν προς τα αριστερά
ii. θα κινηθούν προς τα δεξιά
iii. θα παραμείνουν ακίνητοι.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 7**

Απάντηση

Οι δύο μαθητές και το σχοινί αποτελούν σύστημα σωμάτων.

Αφού δεν υπάρχουν τριβές, το σύστημα είναι μονωμένο άρα η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή.

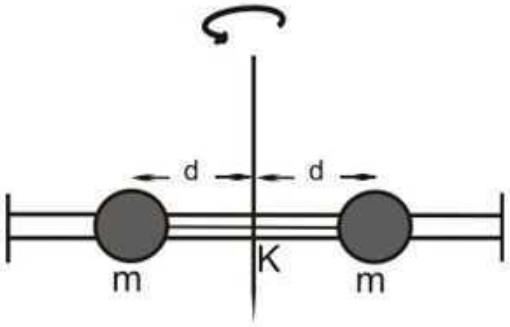
Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής, με αρχική την κατάσταση ηρεμίας των μαθητών και τελική την κατάσταση επαφής τους :

$$p_{ολ(τελ)} = p_{ολ(αρχ)} \Rightarrow p_{ολ(τελ)} = 0.$$

Επομένως, από τη στιγμή που θα έρθουν σε επαφή οι δύο μαθητές θα παραμείνουν ακίνητοι.

Σωστή απάντηση : iii.

B3. Η αβαρής λεπτή ράβδος του παρακάτω σχήματος είναι οριζόντια και μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα, που διέρχεται από το μέσο της Κ. Σε απόσταση d από τον άξονα περιστροφής βρίσκονται δύο μικρές μεταλλικές χάντρες ίδιας μάζας m, οι οποίες συνδέονται μεταξύ τους με νήμα. Το σύστημα στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται, οπότε οι χάντρες κολλάνε στα άκρα της ράβδου.



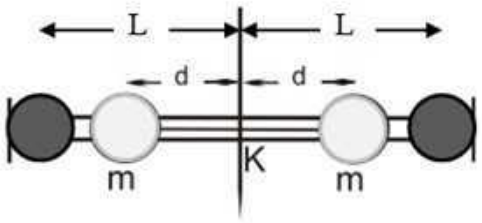
Η νέα γωνιακή ταχύτητα με την οποία στρέφεται το σύστημα είναι:

i. μεγαλύτερη από την αρχική
ii. μικρότερη από την αρχική
iii. ίση με την αρχική.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση



Έστω ότι η ράβδος έχει μήκος 2L.

Υποθέτω ότι οι χάντρες έχουν ασήμαντες διαστάσεις και υπολογίζω τη ροπή αδράνειας του συστήματος.

<u>αρχικά</u>

$I = 2md^2$. (1)

<u>τελικά</u>

$I' = 2mL^2$. (2)

Αφού δεν ασκούνται εξωτερικές ροπές, το σύστημα είναι μονωμένο άρα η στροφορμή του διατηρείται σταθερή. Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της στροφορμής ως προς τον άξονα περιστροφής :

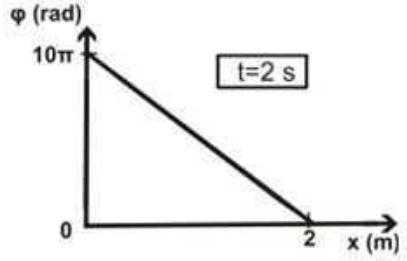
$$L = L' \Leftrightarrow I\omega = I'\omega' \xrightarrow{(1),(2)} 2md^2\omega = 2mL^2\omega' \Leftrightarrow \omega' = \left(\frac{d}{L}\right)^2 \omega. \quad (3)$$

Αφού $d < L \xrightarrow{(3)} \omega' < \omega$.

Σωστή απάντηση : ii.

Θέμα Γ

Γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσο εκτείνεται κατά μήκος του θετικού ημιάξονα Ox ενός συστήματος συντεταγμένων.
Τη χρονική στιγμή t=0 το άκρο O (x=0) του ελαστικού μέσου αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση εξίσωσης απομάκρυνσης y= 0,1ημωt (S.I.), με αποτέλεσμα, τη χωρίς απώλειες ενέργειας, διάδοση στο ελαστικό μέσο ημιτονοειδούς εγκάρσιου κύματος.
Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της φάσης των σημείων του κύματος σε συνάρτηση με την απόσταση x από το άκρο O, τη χρονική στιγμή t=2 s.



Γ1. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος λ και την περίοδο T του κύματος.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος στο ελαστικό μέσο.

Μονάδες 4

Γ3. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων (S.I.).

Μονάδες 5

Γ4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας ενός σημείου K του ελαστικού μέσου, που βρίσκεται στη θέση x_K=1m, τη χρονική στιγμή t=4 s.

Μονάδες 5

Γ5. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος, που προκύπτει από τη συμβολή του αρχικού κύματος με ένα δεύτερο κύμα, ίδιας συχνότητας, ιδίου μήκους κύματος και ίδιου πλάτους με το αρχικό, το οποίο διαδίδεται στο ίδιο ελαστικό μέσο και περιγράφεται από την εξίσωση $y = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda})$.

Μονάδες 5

Απάντηση

Γ1.

Αφού η εξίσωση της απομάκρυνσης του O στη θέση x = 0, έχει τη μορφή $y_O = A\eta\mu(\omega t)$, το εγκάρσιο αρμονικό κύμα που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x έχει εξίσωση : $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$.

Η φάση της ταλάντωσης των σημείων του μέσου δίνεται από τη σχέση : $\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$. (1)

Για $t = 2\ s \xrightarrow{(1)} \varphi = 2\pi\left(\frac{2}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$. (2)

Από το διάγραμμα $\varphi = f(x)$ υπολογίζω τις τιμές των T, λ.

Για $x = 0$ και $\varphi = 10\pi\,\text{rad} \xrightarrow{(2)} 10\pi = 2\pi\dfrac{2}{T} \Rightarrow T = 0,4\,\text{s}$.

Για $x = 2\,\text{m}$ και $\varphi = 0 \xrightarrow{(2)} 0 = 2\pi\left(\dfrac{2}{0,4} - \dfrac{2}{\lambda}\right) \Leftrightarrow \dfrac{2}{0,4} = \dfrac{2}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = 0,4\,\text{m}$.

Γ2.

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής :

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \upsilon = \frac{0,4\,\text{m}}{0,4\,\text{s}} \Rightarrow \upsilon = 1\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Γ3.

Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Ο είναι : $A = 0,1$ m.

Η εξίσωση του αρμονικού κύματος που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x, είναι :

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 0,1\eta\mu 2\pi\left(2,5t - 2,5x\right) \quad \text{ή} \quad y = 0,1\eta\mu 5\pi\left(t - x\right). \ \text{(S.I.)}$$

Γ4.

Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας ταλάντωσης ενός σημείου του μέσου υπολογίζεται από την εξίσωση :

$$\upsilon = \omega A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = \frac{2\pi}{T}A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow \upsilon = 0,5\pi\sigma\upsilon\nu 5\pi\left(t - x\right). \ \text{(S.I.)}$$

Τη χρονική στιγμή t = 4 s, η τιμή της ταχύτητας του σημείου Κ στη θέση $x_K = 1$ m είναι :

$$\upsilon_K = 0,5\pi\sigma\upsilon\nu 5\pi\left(4 - 1\right)\frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,5\pi\sigma\upsilon\nu 15\pi\frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,5\pi\sigma\upsilon\nu(14\pi + \pi)\frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,5\pi\sigma\upsilon\nu\pi\frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \upsilon_K = -0,5\pi\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Τη χρονική στιγμή t = 4 s, το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του Κ είναι : $\left|\upsilon_K\right| = 0,5\pi\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

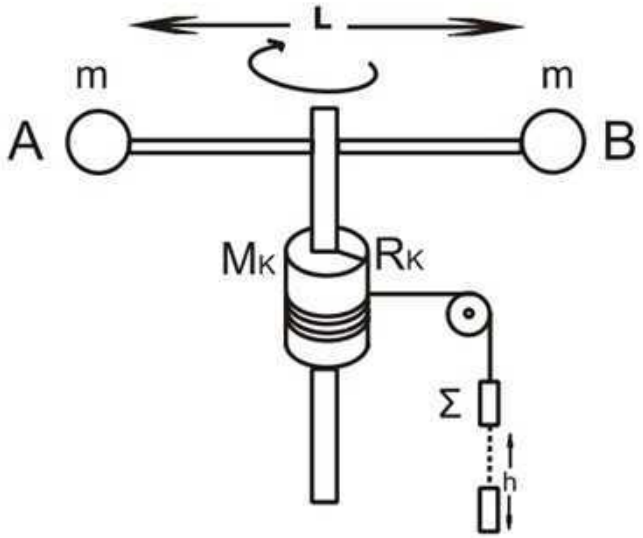
Γ5.

Το στάσιμο κύμα που σχηματίζεται από τη συμβολή των δύο όμοιων αρμονικών κυμάτων που διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις, περιγράφεται από την εξίσωση :

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\eta\mu\left(2\pi\frac{t}{T}\right) \Rightarrow y = 0,2\sigma\upsilon\nu\left(5\pi x\right)\eta\mu\left(5\pi t\right). \ \text{(S.I.)}$$

Θέμα Δ

Η οριζόντια και ομογενής ράβδος ΑΒ του παρακάτω σχήματος, έχει μήκος L= 0,6 m και μάζα M= 3 Kg. Στα άκρα της ράβδου, έχουν στερεωθεί δύο σφαιρίδια αμελητέων διαστάσεων μάζας m= 0,5 Kg το καθένα. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο λεπτό σωλήνα, που περνά από το κέντρο της και έχει αμελητέα μάζα και ακτίνα. Στο σωλήνα έχει προσαρμοστεί, σταθερά, ομογενής κύλινδρος μάζας M_K= 1 Kg και ακτίνας R_K= 0,2 m. Γύρω από τον κύλινδρο είναι τυλιγμένο πολλές φορές λεπτό, αβαρές νήμα σταθερού μήκους, στην ελεύθερη άκρη του οποίου αναρτάται μέσω αβαρούς τροχαλίας, που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, ένα σώμα Σ μάζας m_1= 1,25 Kg.
Αρχικά το σώμα Σ και το σύστημα (ράβδος, σφαιρίδια και κύλινδρος) είναι ακίνητα. Τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα Σ αφήνεται να κινηθεί κατακόρυφα και το σύστημα ξεκινά να περιστρέφεται, ενώ το νήμα δεν ολισθαίνει.



Να υπολογίσετε:

Δ1. Τη συνολική ροπή αδράνειας του συστήματος που αποτελείται από τη ράβδο, τα σφαιρίδια και τον κύλινδρο.

Μονάδες 5

Δ2. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του κυλίνδρου.

Μονάδες 5

Δ3. Το μέτρο της τάσης του νήματος που ασκεί το νήμα στο σώμα Σ.

Μονάδες 5

Δ4. Την κινητική ενέργεια του συστήματος λόγω περιστροφής, τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το σύστημα έχει εκτελέσει $N=\frac{5}{2\pi}$ περιστροφές.

Μονάδες 5

Δ5. Το ύψος h κατά το οποίο έχει κατέλθει το σώμα Σ την παραπάνω χρονική στιγμή t_1.

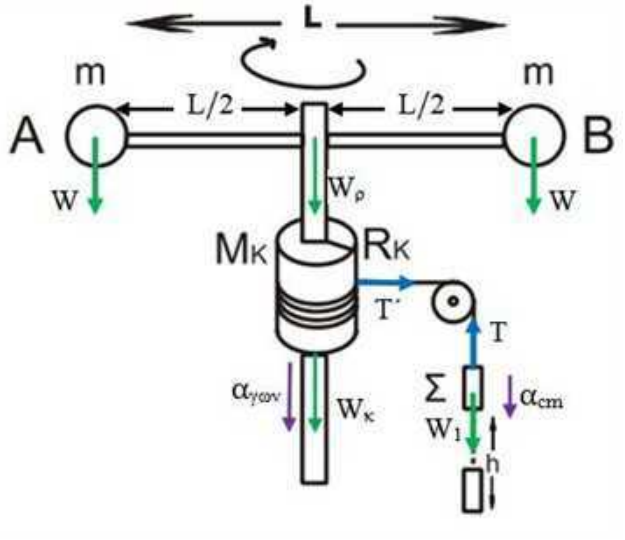
Μονάδες 5

Δίνονται:

- Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2$,
- η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I_{cm,K}=\frac{1}{2}M_K{R_K}^2$ και
- $g=10 m/s^2$

Απάντηση

Δ1.



Η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος – σφαίρες – κύλινδρος ως προς τον άξονα περιστροφής, είναι :

$$I_{ολ} = I_{ρ} + 2I_{σφ} + I_{κ} = \frac{1}{12}ML^2 + 2m\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}M_{κ}R_{κ}^2 \Rightarrow$$

$$I_{ολ} = \left(\frac{1}{12}\cdot 3\cdot 0,36 + 2\cdot 0,5\cdot 0,09 + \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 0,04\right)\text{Kgm}^2 \Rightarrow$$

$$I_{ολ} = 0,2\,\text{Kgm}^2 .$$

Δ2.

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης για το περιστρεφόμενο σύστημα :

$$\Sigma\tau = I_{ολ}\alpha_{γων} \Leftrightarrow T'R_{κ} = I_{ολ}\alpha_{γων} \Leftrightarrow T' = \frac{I_{ολ}\alpha_{γων}}{R_{κ}}. \qquad (1)$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για το σώμα Σ :

$$\Sigma F_1 = m_1\alpha_{cm} \Leftrightarrow W_1 - T = m_1\alpha_{cm} . \qquad (2)$$

Αφού το νήμα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου, ισχύει : $\alpha_{cm} = R_{κ}\alpha_{γων}$. (3)

Με συνδυασμό των σχέσεων (2), (3) προκύπτει : $m_1g - T = m_1R_{κ}\alpha_{γων}$. (4)

Αφού η μάζα του νήματος και της τροχαλίας είναι ασήμαντη, οι δυνάμεις που ασκεί το νήμα στον κύλινδρο και στο σώμα έχουν ίσα μέτρα, άρα : $T' = T \xrightarrow{(1)} T = \frac{I_{ολ}\alpha_{γων}}{R_{κ}}$. (5)

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (4), (5) :

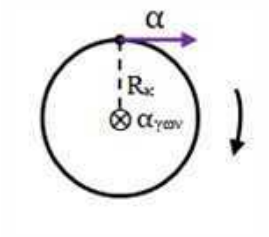
$$m_1g - T + T = m_1R_{κ}\alpha_{γων} + \frac{I_{ολ}}{R_{κ}}\alpha_{γων} \Leftrightarrow m_1g = \left(m_1R_{κ} + \frac{I_{ολ}}{R_{κ}}\right)\alpha_{γων} \Leftrightarrow \alpha_{γων} = \frac{m_1g}{m_1R_{κ} + \frac{I_{ολ}}{R_{κ}}} \Rightarrow$$

$$\alpha_{γων} = \frac{1,25\cdot 10}{1,25\cdot 0,2 + \frac{0,2}{0,2}}\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \Rightarrow \alpha_{γων} = 10\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}.$$

Δ3.

$$(5) \Rightarrow T = \frac{0,2\cdot 10}{0,2}\text{N} \Rightarrow T = 10\,\text{N}.$$

Δ4.



Κάθε σημείο της περιφέρειας του κυλίνδρου κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας $R_κ$, με γραμμική (επιτρόχια) επιτάχυνση σταθερού μέτρου :

$$\alpha = R_κ \alpha_{γων} \Rightarrow \alpha = 0,2 \cdot 10 \frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha = 2 \frac{m}{s^2}.$$

Μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 που ο κύλινδρος έχει εκτελέσει N περιστροφές, κάθε σημείο της περιφέρειας διαγράφει τόξο μήκους s. Ισχύουν οι σχέσεις :

$$s = \frac{1}{2} \alpha t_1^2, \quad (6)$$

$$s = 2\pi R_κ N. \quad (7)$$

Εξισώνοντας τα 2α μέλη των σχέσων (6), (7) προκύπτει :

$$\frac{1}{2} \alpha t_1^2 = 2\pi R_κ N \Leftrightarrow t_1^2 = \frac{4\pi R_κ N}{\alpha} \Leftrightarrow t_1 = \sqrt{\frac{4\pi R_κ N}{\alpha}} \Rightarrow t_1 = 2\sqrt{\frac{4\pi \cdot 0,2 \cdot \frac{5}{2\pi}}{2}} s \Rightarrow t_1 = 1s.$$

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 1$ s, η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής έχει μέτρο :

$$\omega = \alpha_{γων} t_1 \Rightarrow \omega = \left(10 \frac{rad}{s^2}\right)(1s) \Rightarrow \omega = 10 \frac{rad}{s}.$$

Την ίδια στιγμή, η κινητική ενέργεια του συστήματος λόγω περιστροφής, είναι :

$$K_{περ} = \frac{1}{2} I_{ολ} \omega^2 \Rightarrow K_{περ} = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 100 J \Rightarrow K_{περ} = 10 J.$$

Δ5.

Το σώμα Σ κινείται κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση μέτρου :

$$\alpha_{cm} = R_κ \alpha_{γων} \Rightarrow \alpha_{cm} = 0,2 \cdot 10 \frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha_{cm} = 2 \frac{m}{s^2}.$$

Μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 έχει διανύσει απόσταση :

$$h = \frac{1}{2} \alpha_{cm} t_1^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1m \Rightarrow h = 1m.$$

Σχόλιο

Η κατανομή των μονάδων στα ερωτήματα δεν είναι αναλογική με το χρόνο που απαιτείται για την απάντησή τους.

π.χ. τα ερωτήματα $Δ_2$, $Δ_4$ απαιτούν αρκετό χρόνο και συνδυασμό σχέσεων ενώ τα ερωτήματα $Δ_3$, $Δ_5$ απαιτούν μια απλή αντικατάσταση στις σχέσεις.

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 29 ΜΑΪΟΥ 2015

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

Θέμα Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και, δίπλα, το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Η συχνότητα μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης

α) είναι ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη

β) είναι πάντα ίση με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή

γ) εξαρτάται από την αρχική ενέργεια της ταλάντωσης

δ) είναι ίση με το άθροισμα της συχνότητας του διεγέρτη και της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή.

Μονάδες 5

Απάντηση

Υποθέτω ότι η διεγείρουσα δύναμη είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\text{συν}(2\pi f_\delta t)]$ και η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_\alpha = -bυ$).

Στην περίπτωση αυτή, **η συχνότητα της ταλάντωσης είναι πάντοτε ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη : $f = f_\delta$.**

Σωστή απάντηση : α).

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η διεγείρουσα δύναμη είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\text{συν}(2\pi f_\delta t)]$ και η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_\alpha = -bυ$).

Α2. Ποια από τις περιοχές του φάσματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας έχει τη μικρότερη συχνότητα;

α) η υπέρυθρη ακτινοβολία
β) τα ραδιοκύματα
γ) το ορατό φως
δ) οι ακτίνες γ.

Μονάδες 5

Απάντηση

Ισχύει :

$$\lambda_\rho > \lambda_\upsilon > \lambda_o > \lambda_X \Leftrightarrow \frac{c}{\lambda_\rho} < \frac{c}{\lambda_\upsilon} < \frac{c}{\lambda_o} < \frac{c}{\lambda_X} \Leftrightarrow f_\rho < f_\upsilon < f_o < f_X .$$

Σωστή απάντηση : β).

Α3. Δύο σφαίρες Α και Β με ίσες μάζες, μία εκ των οποίων είναι ακίνητη, συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Το ποσοστό της μεταβιβαζόμενης ενέργειας από τη σφαίρα που κινείται στην αρχικά ακίνητη σφαίρα είναι:

α) 100%
β) 50%
γ) 40%
δ) 0%.

Μονάδες 5

Απάντηση

Έστω ότι αρχικά : $\upsilon_1 \neq 0,\ \upsilon_2 = 0.$

Αφού οι σφαίρες έχουν ίσες μάζες και η κρούση είναι κεντρική και ελαστική, οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες.

Επομένως : $\upsilon_2' = \upsilon_1 .$ (1)

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας προκύπτει :

$$K_1 + K_2 = K_1' + K_2' \xrightarrow{K_2 = 0} K_1 - K_1' = K_2'. \quad (2)$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της αρχικά κινούμενης σφαίρας που μεταβιβάζεται στην ακίνητη, είναι :

$$\Pi(\%) = \frac{K_1 - K_1'}{K_1}\cdot 100\% \xrightarrow{(2)} \Pi(\%) = \frac{K_2'}{K_1}\cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon_2'^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_1^2}\cdot 100\% \xrightarrow{(1)}$$

$$\Pi(\%) = \frac{\upsilon_1^2}{\upsilon_1^2}\cdot 100\% \Rightarrow \Pi(\%) = 100\%.$$

Σωστή απάντηση : α).

Α4. Ένα στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα. Εάν διπλασιαστεί η στροφορμή του, χωρίς να αλλάξει ο άξονας περιστροφής γύρω από τον οποίο αυτό περιστρέφεται, τότε η κινητική του ενέργεια:

α) παραμένει σταθερή
β) υποδιπλασιάζεται
γ) διπλασιάζεται
δ) τετραπλασιάζεται.

Μονάδες 5

Απάντηση

Αφού δεν μεταβάλλεται ο άξονας περιστροφής, η ροπή αδράνειας του στερεού παραμένει ίδια :

$I' = I.$ (1)

Έστω ω, ω΄ τα μέτρα της γωνιακής ταχύτητας πριν και μετά τον διπλασιασμό της στροφορμής.

Ισχύει :

$L' = 2L \Leftrightarrow I'\omega' = 2I\omega \xrightarrow{(1)} \omega' = 2\omega.$ (2)

Για τις κινητικές ενέργειες λόγω περιστροφής, ισχύει :

$$K' = \frac{1}{2}I'\omega'^2 \xrightarrow{(1),\,(2)} K' = \frac{1}{2}I(4\omega^2) = 4\cdot\left(\frac{1}{2}I\omega^2\right) \Rightarrow K' = 4K.$$

Σωστή απάντηση : δ).

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Σε μία φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι ανάλογη της ταχύτητας (F=-bu), για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b η περίοδος μειώνεται.

β) Η σχέση που περιγράφει το φαινόμενο Doppler για το φως είναι διαφορετική από αυτήν που ισχύει για τον ήχο.

γ) Τα φαινόμενα της ανάκλασης και της διάθλασης είναι κοινά σε όλα τα είδη κυμάτων, ηλεκτρομαγνητικά και μηχανικά.

δ) Η σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από ίδιο σημείο με συχνότητες που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, είναι απλή αρμονική ταλάντωση.

ε) Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι η ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Λάθος.

Για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης, η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης είναι σταθερή.

[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 19].

β) Σωστό.

[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 171].

γ) Σωστό.

[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 66].

δ) Λάθος.

Στην περίπτωση ποι οι συχνότητες των δύο ΑΑΤ διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο (διακρότημα).

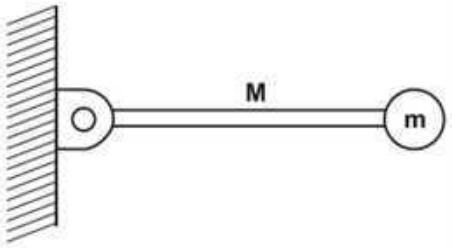
[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 27].

ε) Σωστό.

[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 114].

Θέμα Β

Β1. Λεπτή ομογενής ράβδος μάζας Μ και μήκους L μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο της. Στο άλλο άκρο της ράβδου, είναι στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας $m=\frac{M}{2}$ (Σχήμα 1). Τη χρονική στιγμή που το σύστημα ράβδου-σφαιριδίου αφήνεται να κινηθεί από την οριζόντια θέση, ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου είναι:



Σχήμα 1

i. $\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t}=\frac{1}{2}MgL$ ii. $\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t}=MgL$ iii. $\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t}=\frac{2}{5}MgL$

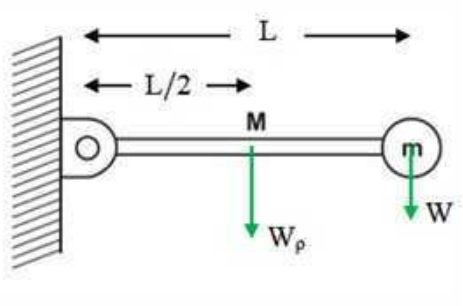
Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της που περνά από το άκρο της, είναι $I_\rho=\frac{1}{3}ML^2$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

Αφού η ράβδος είναι λεπτή και ομογενής, το κέντρο μάζας της είναι το μέσο της.



Η ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής, είναι :

$$I_{ολ}=I_\rho+I_\sigma=\frac{1}{3}ML^2+\frac{M}{2}L^2 \Rightarrow I_{ολ}=\frac{5}{6}ML^2.$$

Τη χρονική στιγμή t = 0 που αφήνεται το σύστημα, έχει γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{γων(ο)}$.

Με θετική τη φορά περιστροφής, εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης ως προς τον άξονα περιστροφής (αλγεβρικά) :

$$\Sigma\tau=I_{ολ}\alpha_{γων(ο)} \Leftrightarrow Mg\frac{L}{2}+\frac{M}{2}gL=\frac{5}{6}ML^2\alpha_{γων(ο)} \Leftrightarrow MgL=\frac{5}{6}ML^2\alpha_{γων(ο)} \Leftrightarrow \alpha_{γων(ο)}=\frac{6g}{5L}. \quad (1)$$

Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου τη χρονική στιγμή t = 0, είναι (αλγεβρικά) :

$$\left(\frac{dL_\rho}{dt}\right)_{t=0}=I_\rho\alpha_{γων(ο)} \xrightarrow{(1)} \left(\frac{dL_\rho}{dt}\right)_{t=0}=\frac{1}{3}ML^2\cdot\frac{6g}{5L} \Rightarrow \left(\frac{dL_\rho}{dt}\right)_{t=0}=\frac{2}{5}MgL.$$

Σωστή απάντηση : iii.

B2. Ένα στάσιμο κύμα που δημιουργείται σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο περιγράφεται από την εξίσωση:

$$Y = 2A\sigma\upsilon\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\eta\mu\left(2\pi\frac{t}{T}\right).$$

Το πλάτος ταλάντωσης Α΄ ενός σημείου Μ του ελαστικού μέσου που βρίσκεται δεξιά του τρίτου δεσμού από το σημείο $x=0$ και σε απόσταση $\lambda/12$ από αυτόν είναι:

i. $A' = A\sqrt{3}$ ii. $A' = A/2$ iii. $A' = A$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 6**

Δίνεται: $\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$.

Απάντηση

Οι θέσεις των δεσμών του στάσιμου κύματος προσδιορίζονται με τη σχέση :

$x_\delta = (2N+1)\frac{\lambda}{4}$. $\quad [N = 0, 1, 2, \ldots]$

Ο 3ος δεσμός αντιστοιχεί στη τιμή $N = 2$ και βρίσκεται στη θέση : $x_{\delta 3} = \frac{5\lambda}{4}$.

Επομένως, το σημείο Μ βρίσκεται στη θέση : $x_M = \frac{5\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} = \frac{16\lambda}{12} \Rightarrow x_M = \frac{4\lambda}{3}$.

Το πλάτος ταλάντωσης του Μ, είναι :

$$|A'_M| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{x_M}{\lambda}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{\frac{4\lambda}{3}}{\lambda}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(\frac{8\pi}{3}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(2\pi+\frac{2\pi}{3}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right| \Rightarrow$$

$$|A'_M| = 2A\left|-\frac{1}{2}\right| \Rightarrow |A'_M| = A.$$

Σωστή απάντηση : iii.

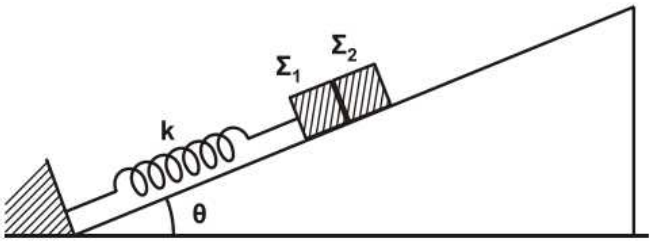
Σχόλια

1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι το γραμμικό ελαστικό μέσο έχει τη διεύθυνση του άξονα x.

2) Η παράσταση $A' = 2A\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)$ μπορεί να πάρει θετικές ή αρνητικές τιμές.

Το πλάτος ταλάντωσης στο στάσιμο κύμα είναι : $|A'| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\right|$.

Β3. Σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης θ είναι τοποθετημένα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, που εφάπτονται μεταξύ τους. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k, ενώ το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2

Μετακινώντας τα δύο σώματα προς τα κάτω, το σύστημα τίθεται σε ταλάντωση πλάτους Α. Η συνθήκη για να μην αποχωριστεί το Σ_1 από το Σ_2 είναι:

i) $A \cdot k < (m_1 + m_2)\, g\, \eta\mu\theta$

ii) $A \cdot k > (m_1 + m_2)\, g\, \eta\mu\theta$

iii) $A \cdot k > (m_1 + m_2)^2\, g\, \eta\mu\theta$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

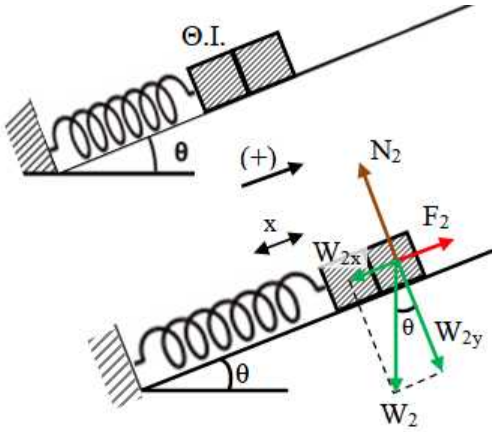
Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

Απάντηση

Στη διάρκεια της ΑΑΤ το Σ_2 δέχεται δύναμη επαφής $\vec{F}_2$ από το Σ_1, παράλληλη στην επιφάνεια και με φορά προς τα πάνω.



Σε μία τυχαία θέση του Σ_2 με απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας ισχύει :

$\Sigma F_{2x} = -m_2\omega^2 x \Leftrightarrow F_2 - W_{2x} = -m_2\omega^2 x \Leftrightarrow$

$F_2 = W_{2x} - m_2\omega^2 x.$ (1)

Το μέτρο της $\vec{F}_2$ αποκτά την ελάχιστη τιμή, για x = + A :

$F_{2(min)} = W_{2x} - m_2\omega^2 A.$ (2)

Για να είναι πάντοτε σε επαφή τα σώματα, πρέπει να ισχύει :

$F_{2(min)} > 0 \xrightarrow{(2)} W_{2x} - m_2\omega^2 A > 0 \Leftrightarrow m_2 g\eta\mu\theta > m_2\omega^2 A \Leftrightarrow g\eta\mu\theta > \omega^2 A.$ (3)

Για τη γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ του συστήματος ισχύει :

$$k = (m_1 + m_2)\omega^2 \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{k}{m_1 + m_2}.$$ (4)

Με συνδυασμό των σχέσεων (3), (4) προκύπτει :

$$g\eta\mu\theta > \frac{k}{m_1 + m_2} \cdot A \Leftrightarrow (m_1 + m_2)\, g\eta\mu\theta > kA \quad \text{ή} \quad kA < (m_1 + m_2)\, g\eta\mu\theta.$$ [Σωστή απάντηση : i]

Θέμα Γ

Ιδανικός πυκνωτής χωρητικότητας C είναι φορτισμένος σε τάση $V=40V$. Τη χρονική στιγμή $t=0\,s$ συνδέεται με ιδανικό πηνίο συντελεστή αυτεπαγωγής L και το κύκλωμα αρχίζει να εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Η ενέργεια U_E του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή, σε συνάρτηση με την ένταση i του ρεύματος, στο κύκλωμα δίνεται από τη σχέση $U_E=8\cdot10^{-2}(1-i^2)$ (S.I.).

Γ1. Να υπολογίσετε την περίοδο T των ηλεκτρικών ταλαντώσεων του κυκλώματος.

Μονάδες 8

Γ2. Να υπολογίσετε την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή τη χρονική στιγμή $t=\frac{T}{12}$.

Μονάδες 5

Γ3. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα κάθε φορά που η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή γίνεται τριπλάσια της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

Μονάδες 6

Γ4. Να γράψετε τη συνάρτηση f που συνδέει το τετράγωνο του φορτίου του πυκνωτή με το τετράγωνο της έντασης του ρεύματος από το οποίο διαρρέεται το πηνίο, $q^2=f(i^2)$ (μονάδες 2), και να την παραστήσετε γραφικά (μονάδες 4).

Μονάδες 6

Απάντηση

Γ1.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση LC :

$$U_E+U_B=E \;\Leftrightarrow\; U_E=E-U_B \;\Leftrightarrow\; U_E=E-\frac{1}{2}Li^2. \qquad (1)$$

Με αντιστοίχιση της σχέσης (1) και της δοθείσας σχέσης $U_E=8\cdot10^{-2}-8\cdot10^{-2}\,i^2$, προκύπτουν :

$$E=8\cdot10^{-2}\,J,\quad \frac{1}{2}L=8\cdot10^{-2}\,H \;\Leftrightarrow\; L=16\cdot10^{-2}\,H.$$

Από την ενέργεια της ταλάντωσης υπολογίζω τη χωρητικότητα C του πυκνωτή :

$$E=\frac{CV^2}{2} \;\Leftrightarrow\; C=\frac{2E}{V^2} \;\Rightarrow\; C=\frac{2\cdot8\cdot10^{-2}}{40^2}F \;\Rightarrow\; C=10^{-4}\,F.$$

Η περίοδος της ταλάντωσης LC δίνεται από τη σχέση :

$$T=2\pi\sqrt{LC} \;\Rightarrow\; T=2\pi\sqrt{16\cdot10^{-2}\cdot10^{-4}}\,s=2\pi\cdot4\sqrt{10^{-6}}\,s \;\Rightarrow\; T=8\pi\cdot10^{-3}\,s.$$

Γ2.

Υπολογίζω το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή :

$$E=\frac{Q^2}{2C} \;\Leftrightarrow\; Q^2=2CE \;\Leftrightarrow\; Q=\sqrt{2CE} \;\Rightarrow\; Q=\sqrt{2\cdot10^{-4}\cdot8\cdot10^{-2}}\,C \;\Rightarrow\; Q=4\cdot10^{-3}\,C.$$

Στη διάρκεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης, το φορτίο μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση :

$q = Q\sigma\upsilon\nu\omega t, \qquad (2)$

όπου $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης.

$$\text{Για } t = \frac{T}{12} \xrightarrow{(2)} q = Q\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{12}\right) = Q\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} \Rightarrow q = 4\cdot10^{-3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}C \Rightarrow q = 2\sqrt{3}\cdot10^{-3}\,C.$$

Την ίδια χρονική στιγμή, η ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι :

$$U_E = \frac{q^2}{2C} \Rightarrow U_E = \frac{4\cdot3\cdot10^{-6}}{2\cdot10^{-4}}J \Rightarrow U_E = 6\cdot10^{-2}\,J.$$

Γ3.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ηλεκτρική ταλάντωση :

$$U_E + U_B = E \xrightarrow{U_E = 3U_B} 4U_B = E \Leftrightarrow U_B = \frac{E}{4}. \qquad (3)$$

$$U_E = 3U_B \xrightarrow{(3)} U_E = \frac{3E}{4} \Rightarrow U_E = \frac{3}{4}\cdot8\cdot10^{-2}\,J \Rightarrow U_E = 6\cdot10^{-2}\,J.$$

$$U_E = \frac{CV_C^2}{2} \Leftrightarrow V_C^2 = \frac{2U_E}{C} \Rightarrow |V_C| = \sqrt{\frac{2U_E}{C}} \Rightarrow |V_C| = \sqrt{\frac{2\cdot6\cdot10^{-2}}{10^{-4}}}\,V \Rightarrow |V_C| = 20\sqrt{3}\,V.$$

Η τάση στα άκρα του πηνίου είναι ίση με την τάση του πυκνωτή :

$|V_L| = |V_C| = 20\sqrt{3}\,V$.

Το πηνίο είναι ιδανικό, άρα : $|E_{\alpha\upsilon\tau}| = |V_C| = 20\sqrt{3}\,V.$

Εφαρμόζω το νόμο της αυτεπαγωγής :

$$|E_{\alpha\upsilon\tau}| = L\frac{|di|}{dt} \Leftrightarrow \frac{|di|}{dt} = \frac{|E_{\alpha\upsilon\tau}|}{L} \Rightarrow \frac{|di|}{dt} = \frac{20\sqrt{3}}{16\cdot10^{-2}}\frac{A}{s} \Rightarrow \frac{|di|}{dt} = 125\sqrt{3}\frac{A}{s}.$$

Γ4.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ηλεκτρική ταλάντωση :

$$U_E + U_B = E \Leftrightarrow \frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2} = E \Leftrightarrow \frac{q^2}{C} = 2E - Li^2 \Leftrightarrow q^2 = C\left(2E - Li^2\right) \Rightarrow$$

$$q^2 = 10^{-4}\left(2\cdot8\cdot10^{-2} - 16\cdot10^{-2}i^2\right) \Rightarrow \boxed{q^2 = 16\cdot10^{-6}\left(1 - i^2\right)}. \text{ (S.I.)} \qquad (4)$$

Από την ολική ενέργεια υπολογίζω την τιμή της μέγιστης έντασης ρεύματος :

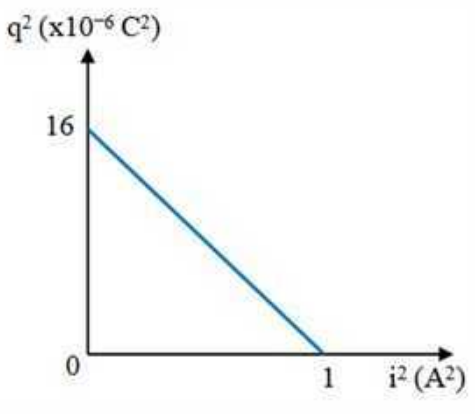
$$E = \frac{LI^2}{2} \Leftrightarrow I^2 = \frac{2E}{L} \Leftrightarrow I = \sqrt{\frac{2E}{L}} \Rightarrow I = \sqrt{\frac{2\cdot8\cdot10^{-2}}{16\cdot10^{-2}}}\,A \Rightarrow I = 1A.$$

Όταν $i^2 = I^2 = 1\ A^2 \xrightarrow{(4)} q^2 = 0.$

Όταν $i^2 = 0 \xrightarrow{(4)} q^2 = 16 \cdot 10^{-6}\ C^2.$

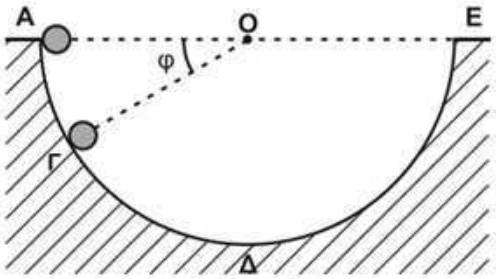
Η σχέση $q^2 = f(i^2)$ είναι 1ου βαθμού, άρα το διάγραμμα είναι ευθεία με αρνητική κλίση.

Το ζητούμενο διάγραμμα απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Θέμα Δ

Από το εσωτερικό άκρο Α ενός ημισφαιρίου ακτίνας $R=1,6m$ αφήνεται να κυλήσει μία συμπαγής μικρή σφαίρα μάζας $m=1,4kg$ και ακτίνας $r=\frac{R}{8}$. Το ημισφαίριο είναι βυθισμένο στο έδαφος, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3, και η κίνηση της σφαίρας γίνεται χωρίς ολίσθηση.



Σχήμα 3

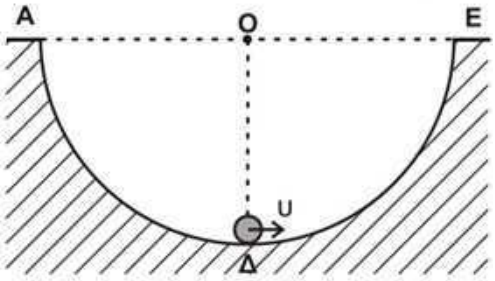
Δ1. Να εκφράσετε τη στατική τριβή T_s που ασκείται στη σφαίρα σε συνάρτηση με το συνημίτονο της γωνίας φ που σχηματίζει η ακτίνα ΟΓ του ημισφαιρίου με την ευθεία ΑΕ της επιφάνειας του εδάφους.

Μονάδες 6

Δ2. Να υπολογίσετε την κάθετη δύναμη που ασκεί η ημισφαιρική επιφάνεια στη σφαίρα όταν αυτή βρίσκεται στο σημείο Γ όπου $\varphi=30^o$ (Σχήμα 3).

Μονάδες 6

Μια άλλη σφαίρα, όμοια με την προηγούμενη, εκτοξεύεται από το κατώτατο σημείο Δ του ημισφαιρίου με ταχύτητα $u=6m/s$ και κυλίεται χωρίς ολίσθηση στο εσωτερικό του με κατεύθυνση το άκρο Ε (Σχήμα 4).



Σχήμα 4

Δ3. Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος από την επιφάνεια του εδάφους που θα φτάσει η σφαίρα κατά την κίνησή της.

Μονάδες 7

Δ4. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας (μονάδες 4) και το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας (μονάδες 2), αμέσως μόλις αυτή χάσει την επαφή με την επιφάνεια του ημισφαιρίου στο σημείο Ε.

Μονάδες 6

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας $I_{CM}=\frac{2}{5}mr^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

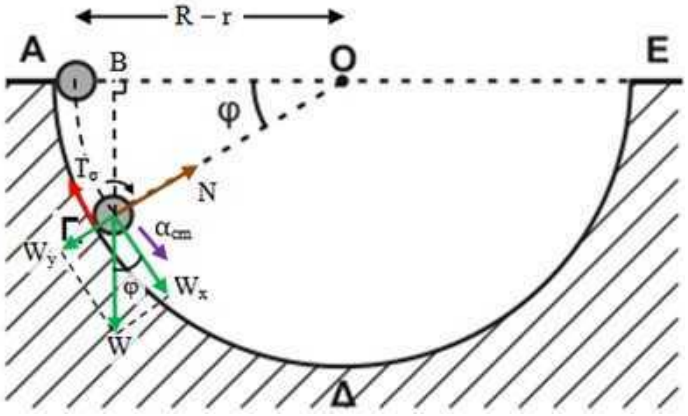
Απάντηση

Δ1.

Έστω ότι σε μία τυχαία θέση η σφαίρα έχει μεταφορική επιτάχυνση μέτρου α_{cm} και γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{γων}$.

Αφού η κύλιση γίνεται χωρίς ολίσθηση, ισχύει :

$\alpha_{cm}=r\alpha_{γων}$. (1)



Η στατική τριβή $\vec{T}_\sigma$ είναι αντίρροπη της $\vec{W}_x$, ώστε να εμποδίζει την ολίσθηση της σφαίρας και συγχρόνως με τη ροπή της να προκαλεί γωνιακή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$.

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης :

$$\Sigma\tau_{(K)} = I_{cm}\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_\sigma r = \frac{2}{5}mr^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_\sigma = \frac{2}{5}mr\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{(1)} T_\sigma = \frac{2}{5}m\alpha_{cm}. \quad (2)$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής : $\Sigma F_x = m\alpha_{cm} \Leftrightarrow mg\sigma\upsilon\nu\varphi - T_\sigma = m\alpha_{cm}$. (3)

Συνδυάζω τις σχέσεις (2), (3) :

$$T_\sigma = \frac{2}{5}(mg\sigma\upsilon\nu\varphi - T_\sigma) \Leftrightarrow 5T_\sigma = 2mg\sigma\upsilon\nu\varphi - 2T_\sigma \Leftrightarrow 7T_\sigma = 2mg\sigma\upsilon\nu\varphi \Leftrightarrow T_\sigma = \frac{2}{7}mg\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$$

$$T_\sigma = \frac{2}{7}\cdot 1,4\cdot 10\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow T_\sigma = 4\sigma\upsilon\nu\varphi. \ (S.I.)$$

Δ2.

Έστω ότι στη θέση Γ (όπου $\varphi = 30^o$) η σφαίρα έχει μεταφορική ταχύτητα μέτρου υ_Γ και γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_Γ. Ισχύει η σχέση : $\upsilon_\Gamma = r\omega_\Gamma$. (4)

Στη διάρκεια της κύλισης το κέντρο της σφαίρας κινείται σε κυκλικό τόξο ακτίνας R – r.

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την κύλιση της σφαίρας από το Α στο Γ :

$$K_\Gamma - K_A = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_\Gamma^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega_\Gamma^2 - 0 = mg(\Gamma B) \Leftrightarrow m\upsilon_\Gamma^2 + \frac{2}{5}mr^2\omega_\Gamma^2 = 2mg(R-r)\eta\mu\varphi$$

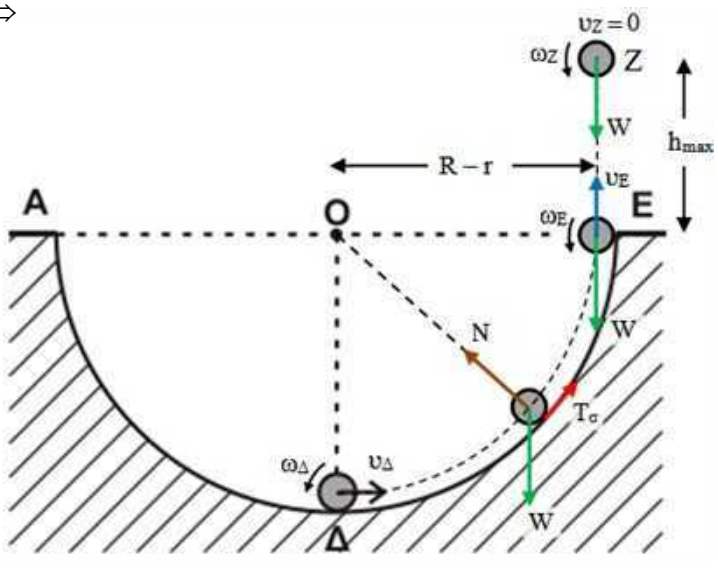
$$\xrightarrow{(4)} \upsilon_\Gamma^2 + \frac{2}{5}\upsilon_\Gamma^2 = 2g(R-r)\eta\mu\varphi \Leftrightarrow \frac{7}{5}\upsilon_\Gamma^2 = 2g(R-r)\eta\mu\varphi \Leftrightarrow \upsilon_\Gamma^2 = \frac{10g(R-r)\eta\mu\varphi}{7}. \quad (5)$$

Στη θέση Γ η συνισταμένη των προβολών των δυνάμεων στη διεύθυνση της ακτίνας (με φορά προς το Ο) είναι η κεντρομόλος δύναμη :

$$\Sigma F_y = m\alpha_\kappa \Leftrightarrow N_\Gamma - W_y = m\frac{\upsilon_\Gamma^2}{R-r} \xrightarrow{(5)} N_\Gamma = mg\eta\mu\varphi + \frac{m}{R-r}\cdot\frac{10g(R-r)\eta\mu\varphi}{7} \Rightarrow$$

$$N_\Gamma = mg\eta\mu\varphi + \frac{10}{7}mg\eta\mu\varphi \Rightarrow N_\Gamma = \frac{17}{7}mg\eta\mu\varphi \Rightarrow$$

$$N_\Gamma = \frac{17}{7}\cdot 1,4\cdot 10\cdot 0,5\,N \Rightarrow N_\Gamma = 17\,N.$$



Δ3.

Στη διάρκεια της διαδρομής Δ → Ε η σφαίρα δέχεται δύναμη στατικής τριβής από το ημισφαίριο, η οποία προκαλεί γωνιακή επιβράδυνση με αποτέλεσμα να μειώνεται το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας.

Κατά τη διαδρομή $\Delta \to E$ το κέντρο της σφαίρας ανυψώνεται κατακόρυφα κατά $R - r$.

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή $\Delta \to E$:

$$K_E - K_\Delta = \Sigma W \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}m\upsilon_E^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega_E^2 - \left(\frac{1}{2}m\upsilon_\Delta^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega_\Delta^2\right) = -mg(R-r) \;\Rightarrow$$

$$m\upsilon_E^2 + \frac{2}{5}mr^2\omega_E^2 = m\upsilon_\Delta^2 + \frac{2}{5}mr^2\omega_\Delta^2 - 2mg(R-r) \xrightarrow{\upsilon=\omega r} \upsilon_E^2 + \frac{2}{5}\upsilon_E^2 = \upsilon_\Delta^2 + \frac{2}{5}\upsilon_\Delta^2 - 2g(R-r) \;\Rightarrow$$

$$\frac{7}{5}\upsilon_E^2 = \frac{7}{5}\upsilon_\Delta^2 - 2g\left(R - \frac{R}{8}\right) \;\Rightarrow\; \upsilon_E^2 = \upsilon_\Delta^2 - \frac{10}{7}g\cdot\frac{7R}{8} \;\Rightarrow\; \upsilon_E^2 = \upsilon_\Delta^2 - \frac{5}{4}gR \;\Rightarrow\; \upsilon_E = \sqrt{\upsilon_\Delta^2 - \frac{5}{4}gR} \;\Rightarrow$$

$$\upsilon_E = \sqrt{36 - \frac{5}{4}\cdot 10\cdot 1,6}\,\frac{m}{s} \;\Rightarrow\; \upsilon_E = 4\,\frac{m}{s}.$$

Έστω ότι το κέντρο της σφαίρας φτάνει μέχρι το σημείο Z (όπου $\upsilon_Z = 0$) σε ύψος h_{max} πάνω από το Ε.

Από τη στιγμή που χάνεται η επαφή με την επιφάνεια, η δύναμη στατικής τριβής μηδενίζεται ($T_\sigma = 0$).

Επομένως, κατά τη διαδρομή $E \to Z$ δεν ασκείται ροπή στη σφαίρα με αποτέλεσμα η γωνιακή ταχύτητα να παραμένει σταθερή, δηλαδή : $\omega_Z = \omega_E$. (6)

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή $E \to Z$:

$$K_Z - K_E = \Sigma W \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}I_{cm}\omega_Z^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_E^2 - \frac{1}{2}I_{cm}\omega_E^2 = -mgh_{max} \xrightarrow{(6)} \frac{1}{2}m\upsilon_E^2 = mgh_{max} \;\Rightarrow$$

$$\upsilon_E^2 = 2gh_{max} \;\Rightarrow\; h_{max} = \frac{\upsilon_E^2}{2g} \;\Rightarrow\; h_{max} = \frac{16}{20}m \;\Rightarrow\; h_{max} = 0,8\,m.$$

Δ4.

Από τη στιγμή που χάνεται η επαφή με το ημισφαίριο, στη σφαίρα ασκείται μόνο η βαρυτική δύναμη.

Σε χρονική διάρκεια dt το κέντρο της σφαίρας μετατοπίζεται κατακόρυφα κατά dy και το βάρος παράγει έργο dW. Σύμφωνα με το ΘΜΚΕ, ισχύει :

$$dK = dW = -mg(dy). \quad (7)$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας είναι :

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW}{dt} \xrightarrow{(7)} \frac{dK}{dt} = -mg\frac{dy}{dt} \;\Rightarrow\; \frac{dK}{dt} = -mg\upsilon.$$

Τη στιγμή που χάνεται η επαφή στο Ε, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας είναι :

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_E = -mg\upsilon_E \;\Rightarrow\; \left(\frac{dK}{dt}\right)_E = -1,4\cdot 10\cdot 4\,\frac{J}{s} \;\Rightarrow\; \left(\frac{dK}{dt}\right)_E = -56\,\frac{J}{s}.$$

Σύμφωνα με τη γενική μορφή του νόμου της στροφικής κίνησης, τη στιγμή που χάνεται η επαφή στο Ε, ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής (ως προς το κέντρο μάζας της) είναι :

$$\left(\frac{dL_K}{dt}\right)_E = \Sigma\tau_{(K)} = 0.$$

Σχόλια

1) Τη στιγμή που εκτοξεύεται η 2η σφαίρα από το σημείο Δ με (οριζόντια) ταχύτητα μέτρου $\upsilon_{\Delta} = 6\frac{m}{s}$, πρέπει να περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_{\Delta} = \frac{\upsilon_{\Delta}}{r} = \frac{6\frac{m}{s}}{0,2\,m} = 30\frac{rad}{s}$, ώστε να κυλίεται χωρίς ολίσθηση.

Επομένως, έπρεπε να αναφέρει η εκφώνηση : «Μία άλλη όμοια σφαίρα εκτοξεύεται από το κατώτατο σημείο Δ του ημισφαιρίου με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_{\Delta} = 6\frac{m}{s}$, **ενώ συγχρόνως περιστρέφεται ώστε να κυλίεται χωρίς ολίσθηση»**.

2) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι **στο ερώτημα Δ ζητά τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος** (και όχι ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο Ο του ημισφαιρίου).

Τη στιγμή που χάνεται η επαφή στο Ε, ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο Ο του ημισφαιρίου και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος, είναι :

$$\left(\frac{dL_O}{dt}\right)_E = \Sigma\tau_{(O)} = -mg(R-r) \Rightarrow \left(\frac{dL_O}{dt}\right)_E = -19,6\frac{Kgm^2}{s^2}.$$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΕΥΤΕΡΑ 15 ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και, δίπλα, το γράμμα που αντιστοιχεί στην επιλογή η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Στη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση, το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι

α. σε κάθε περίπτωση σταθερό

β. σε κάθε περίπτωση ίσο με το άθροισμα του πλάτους των δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων

γ. σε κάθε περίπτωση μηδέν

δ. αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

Μονάδες 5

Απάντηση

Αφού οι συχνότητες των δύο ταλαντώσεων είναι ίσες, η διαφορά φάσης μεταξύ τους είναι σταθερή :

$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_2 = \left(\omega t + \varphi_{o,2}\right) - \left(\omega t + \varphi_{o,1}\right) = \varphi_{o,2} - \varphi_{o,1} \;\Rightarrow\; \varphi = \text{σταθερή}.$$

Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης υπολογίζεται από τη σχέση : $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\text{συν}\varphi}$,

όπου : A_1 , A_2 τα πλάτη των δύο ΑΑΤ.

Επομένως, το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι σε κάθε περίπτωση σταθερό.

Σωστή απάντηση : α.

Α2. Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος $\frac{\Delta i}{\Delta t}$ σε κύκλωμα αμείωτων ηλεκτρικών ταλαντώσεων L-C είναι μέγιστος, όταν

α. η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου είναι μηδέν

β. η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι μέγιστη

γ. το φορτίο στον πυκνωτή είναι μηδέν

δ. η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σύμφωνα με το νόμο της αυτεπαγωγής, ισχύει : $\left|E_{\alpha\upsilon\tau}\right| = L\frac{\left|di\right|}{dt} \Leftrightarrow \frac{\left|di\right|}{dt} = \frac{\left|E_{\alpha\upsilon\tau}\right|}{L}.$ (1)

Αφού το πηνίο είναι ιδανικό, άρα : $E_{\alpha\upsilon\tau} = V_L = V_C$. (2)

Με συνδυασμό των σχέσεων (1), (2) προκύπτει : $\frac{\left|di\right|}{dt} = \frac{\left|V_C\right|}{L}.$ (3)

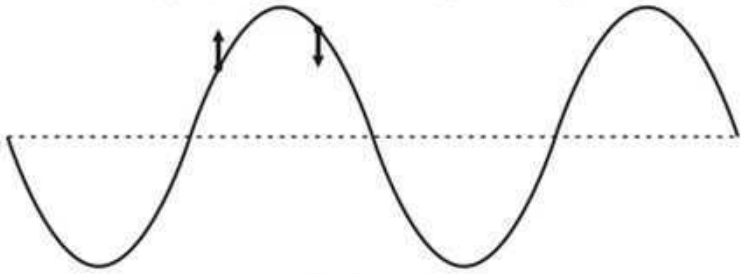
Σύμφωνα με τη σχέση (3), ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος είναι μέγιστος τις χρονικές στιγμές που είναι μέγιστη η τάση του πυκνωτή (κατά απόλυτη τιμή).

Αφού $U_E = \frac{CV_C^2}{2}$, τις ίδιες χρονικές στιγμές η ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι μέγιστη, άρα η ενέργεια μαγνητικού πεδίου είναι μηδέν :

$U_B + U_E = E \xrightarrow{U_E = E} U_B = 0.$

Σωστή απάντηση : α.

Α3. Στο στιγμιότυπο αρμονικού μηχανικού κύματος του **Σχήματος 1**, παριστάνονται οι ταχύτητες ταλάντωσης δύο σημείων του.



Σχήμα 1

Το κύμα

α. διαδίδεται προς τα αριστερά

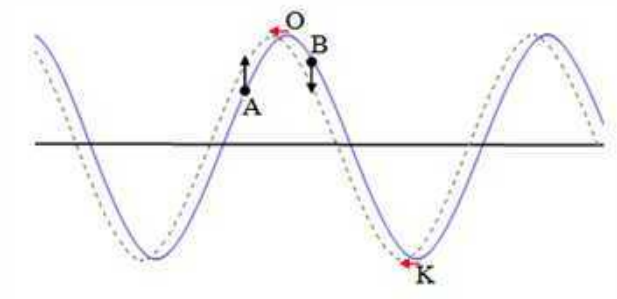
β. διαδίδεται προς τα δεξιά

γ. είναι στάσιμο

δ. μπορεί να διαδίδεται και προς τις δύο κατευθύνσεις (δεξιά ή αριστερά).

Μονάδες 5

Απάντηση



Με βάση το σχήμα της εκφώνησης, μετά από ελάχιστο χρόνο η θέση του σημείου Α θα είναι πιο πάνω από την αρχική ενώ του Β πιο κάτω από την αρχική.

Το στιγμιότυπο του κύματος τη νέα χρονική στιγμή (διακεκομμένη γραμμή) έχει μετακινηθεί προς τα αριστερά σε σχέση με το αρχικό.

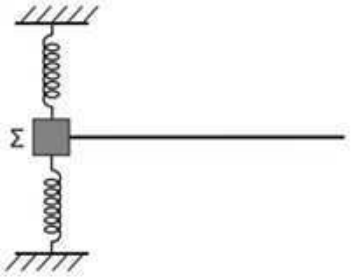
Επομένως, το κύμα διαδίδεται προς τα αριστερά.

Σωστή απάντηση : α.

Παρατήρηση

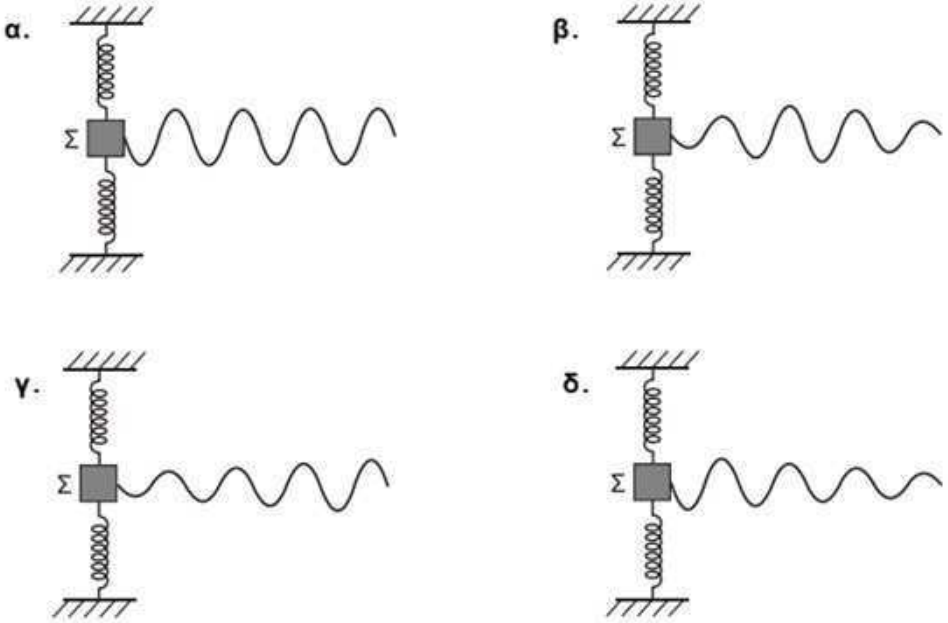
Αν το κύμα ήταν στάσιμο τότε τα σημεία Α, Β θα βρίσκονταν μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών, άρα οι ταλαντώσεις τους θα είχαν την ίδια φάση και τα σημεία θα κινούνταν προς την ίδια φορά.

Α4. Το **Σχήμα 2** παριστάνει σώμα Σ συνδεδεμένο με δύο ελατήρια και εκτελεί φθίνουσα αρμονική ταλάντωση. Το σύστημα είναι τοποθετημένο σε οριζόντιο επίπεδο. Επιπλέον, το σώμα Σ είναι συνδεδεμένο με οριζόντια ελαστική χορδή κατά μήκος της οποίας **διαδίδεται** μηχανικό κύμα με πηγή το σώμα Σ.



Σχήμα 2

Να επιλέξετε τη σωστή εκδοχή του **Σχήματος 3** (**α-δ**) που περιγράφει το στιγμιότυπο του κύματος που διαδίδεται στη χορδή:



Σχήμα 3

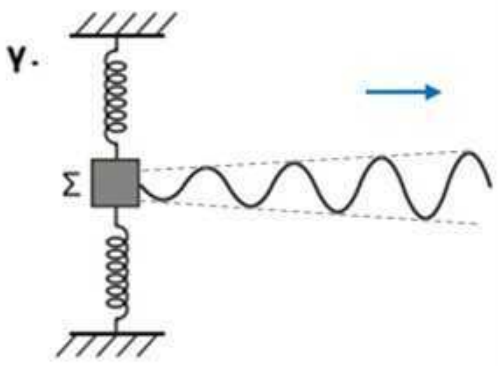
Μονάδες 5

Απάντηση

Κατά μήκος της χορδής διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα, με φορά προς τα δεξιά.

Αφού το πλάτος ταλάντωσης της πηγής του κύματος μειώνεται με την πάροδο του χρόνου, άρα η 2η κορυφή θα έχει μικρότερο ύψος από την 1η, η 3η κορυφή θα έχει μικρότερο ύψος από τη 2η, κ.λ.π.

Επομένως, το σωστό στιγμιότυπο του κύματος απεικονίζεται στο διάγραμμα γ.



Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, και τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α. Σε εξαναγκασμένη ταλάντωση που βρίσκεται σε συντονισμό, το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται, όταν διπλασιαστεί η συχνότητα του διεγέρτη.

β. Η πηγή έχει τη μεγαλύτερη φάση από τη φάση όλων των σημείων ενός αρμονικού κύματος.

γ. Στην επιφάνεια υγρού δύο σύμφωνες πηγές Π_1 και Π_2 εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση, οπότε στα σημεία του υγρού συμβάλλουν αρμονικά κύματα. Τα σημεία της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ παραμένουν συνεχώς ακίνητα.

δ. Τα διανύσματα των εντάσεων του ηλεκτρικού πεδίου και του μαγνητικού πεδίου ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι παράλληλα.

ε. Η σχέση που περιγράφει το φαινόμενο Doppler για το φως είναι διαφορετική από αυτήν που ισχύει για τον ήχο.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Λάθος.

Αφού το σύστημα βρίσκεται σε συντονισμό, το πλάτος ταλάντωσης είναι μέγιστο (A_{max}).

Αν μεταβάλλουμε τη συχνότητα του διεγέρτη το πλάτος ταλάντωσης μειώνεται.

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_\delta = F_{max}\,συν(\omega_\delta t + \varphi_o]$, η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας [$F_\alpha = -bυ$] και το σύστημα βρίσκεται κάθε φορά στη μόνιμη κατάσταση.

β. Σωστό.

Η ταλάντωση της πηγής ξεκινά τη χρονική στιγμή $t = 0$, πριν αρχίσουν να ταλαντώνονται τα υπόλοπια σημεία του μέσου.

Επομένως, η φάση ταλάντωσης της πηγής είναι μεγαλύτερη από τη φάση των υπολοίπων σημείων του μέσου διάδοσης.

γ. Λάθος.

Τα σημεία της επιφάνειας του υγρού που βρίσκονται στη μεσοκάθετη του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ ισαπέχουν από τις δύο πηγές ($r_1 = r_2$).

Για τα σημεία αυτά, η διαφορά των αποστάσεων από τις πηγές είναι : $r_1 - r_2 = N\cdot\lambda$. $(N = 0)$

Άρα, στα σημεία αυτά τα κύματα συμβάλλουν ενισχυτικά και το πλάτος ταλάντωσης είναι : $|A'| = 2A$.

Σχόλιο

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει :

«. . . στα σημεία **της επιφάνειας** του υγρού συμβάλλουν **εγκάρσια** αρμονικά κύματα»,

«Τα σημεία της επιφάνειας του υγρού που βρίσκονται στη μεσοκάθετη του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ . . . ».

δ. Λάθος.

Σε ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα, τα διανύσματα των εντάσεων του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετα μεταξύ τους.

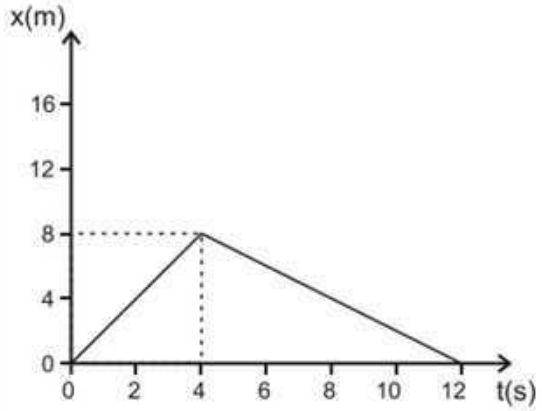
Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 57.

ε. Σωστό.

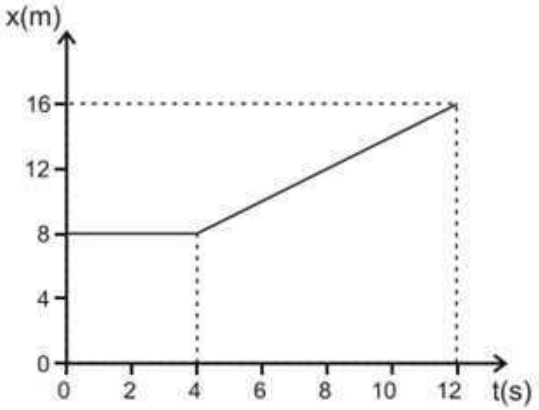
Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 171.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δύο σώματα αμελητέων διαστάσεων με μάζες m_1 και m_2 συγκρούονται κεντρικά σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η θέση x κάθε σώματος στην ευθεία γραμμή, που τα ενώνει, μετριέται από κοινή αρχή. Η γραφική παράσταση της θέσης του σώματος m_1 φαίνεται στο **Σχήμα 4** και του σώματος m_2 στο **Σχήμα 5**. Δίνεται ότι $m_1 = 1kg$ και ότι η διάρκεια της επαφής των δύο σωμάτων κατά την κεντρική κρούση είναι αμελητέα.



Σχήμα 4



Σχήμα 5

Η κρούση των δύο σωμάτων είναι

i. ελαστική
ii. ανελαστική
iii. πλαστική.

α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Απάντηση

Από τα διαγράμματα προκύπτει ότι η κρούση συμβαίνει τη χρονική στιγμή $t_1 = 4$ s στη θέση $x_1 = 8$ m.

Υπολογίζω τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σωμάτων πριν και μετά την κρούση :

$\underline{0\ s \le t \le 4\ s}$ $\qquad$ $\underline{4\ s \le t \le 12\ s}$

$$\upsilon_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{8\,m}{4\,s} = 2\frac{m}{s} \qquad \upsilon_1' = \frac{\Delta x_1'}{\Delta t_2} = \frac{-8\,m}{8\,s} = -1\frac{m}{s}$$

$$\upsilon_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_1} = \frac{0\,m}{4\,s} = 0\frac{m}{s} \qquad \upsilon_2' = \frac{\Delta x_2'}{\Delta t_2} = \frac{8\,m}{8\,s} = 1\frac{m}{s}$$

<u>1ος τρόπος</u>

Υπολογίζω το άθροισμα των αλγεβρικών τιμών των ταχυτήτων για κάθε σφαίρα, πριν και μετά την κρούση.

$$\upsilon_1 + \upsilon_1' = 1\frac{m}{s}.$$

$$\upsilon_2 + \upsilon_2' = 1\frac{m}{s}.$$

Αφού ισχύει η σχέση $\upsilon_1 + \upsilon_1' = \upsilon_2 + \upsilon_2'$, άρα η κρούση είναι ελαστική.

2ος τρόπος

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση, οπότε προκύπτει :

$$p_{ολπριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = m_1\upsilon_1' + m_2\upsilon_2' \Rightarrow 2m_1 + 0 = -m_1 + m_2 \Rightarrow 3m_1 = m_2 . \quad (1)$$

Η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν και μετά την κρούση, είναι :

$$K_{ολ} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}m_1 \cdot 2^2 = 2m_1 \ \text{(S.I.)}$$

$$K_{ολ}' = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \xrightarrow{(1)} K_{ολ}' = \frac{1}{2}m_1 \cdot (-1)^2 + \frac{1}{2} \cdot 3m_1 \cdot 1^2 = 2m_1 \ \text{(S.I.)}$$

Αφού η κινητική ενέργεια πριν και μετά την κρούση είναι ίδια, άρα η κρούση είναι ελαστική.

Σωστή απάντηση : i.

Σχόλια :

1) Η τιμή της μάζας m_1 δεν είναι απαραίτητη.
2) Από το διάγραμμα προκύπτει ότι τη χρονική στιγμή $t_1 = 4$ s οι ταχύτητες των σωμάτων αλλάζουν ακαριαία, δηλαδή η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι $\Delta t = 0$, πράγμα αδύνατο.

B2. Σε γραμμικό ελαστικό μέσο (1) δημιουργείται στάσιμο κύμα έτσι ώστε το ένα άκρο του μέσου να είναι δεσμός και το άλλο άκρο να είναι κοιλία. Μεταξύ των δύο άκρων υπάρχουν άλλοι 5 δεσμοί. Σε ένα δεύτερο ελαστικό μέσο (2) από το ίδιο υλικό αλλά με διπλάσιο μήκος από το πρώτο, δημιουργείται άλλο στάσιμο κύμα, έτσι ώστε και τα δύο άκρα του δεύτερου μέσου να είναι δεσμοί. Μεταξύ των δύο άκρων του δεύτερου μέσου υπάρχουν άλλοι οκτώ δεσμοί. Ο λόγος των συχνοτήτων ταλάντωσης των δύο μέσων είναι

i. $\frac{f_1}{f_2}=\frac{11}{9}$

ii. $\frac{f_1}{f_2}=\frac{2}{3}$

iii. $\frac{f_1}{f_2}=\frac{9}{11}$

α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

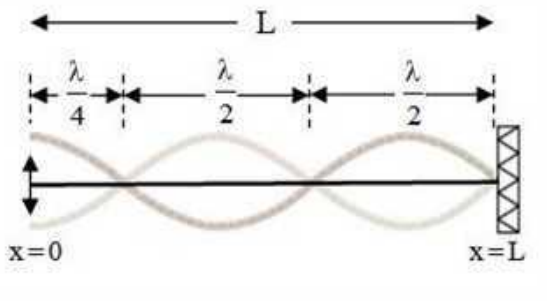
β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Απάντηση

Σε κάθε στάσιμο κύμα, η απόσταση της 1ης κοιλίας από τον 1ο δεσμό είναι ίση με $\frac{\lambda}{4}$, ενώ η απόσταση δύο διαδοχικών δεσμών είναι ίση με $\frac{\lambda}{2}$.

<u>1ο στάσιμο κύμα</u>



Ο συνολικός αριθμός δεσμών στην χορδή (1) είναι : $N_1 = 6$.

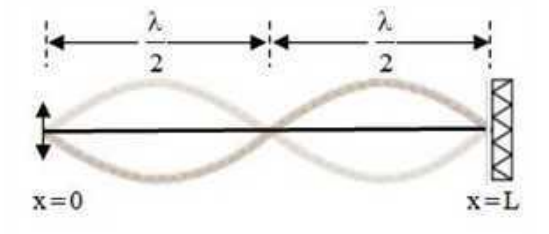
Αφού το ένα άκρο είναι κοιλία και το άλλο δεσμός, το μήκος της χορδής είναι :

$$L_1 = \frac{\lambda_1}{4} + 5\cdot\frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow L_1 = \frac{11}{4}\lambda_1 . \qquad (1)$$

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής : $\upsilon_1 = \lambda_1 f_1 \Leftrightarrow \lambda_1 = \frac{\upsilon_1}{f_1}$. (2)

Με συνδυασμό των σχέσων (1), (2) προκύπτει : $L_1 = \frac{11}{4}\cdot\frac{\upsilon_1}{f_1}$. (3)

<u>2ο στάσιμο κύμα</u>



Ο συνολικός αριθμός δεσμών στην χορδή (2) είναι : $N_2 = 10$.

Αφού τα δύο άκρα είναι δεσμοί, το μήκος της χορδής είναι :

$$L_2 = 9\cdot\frac{\lambda_2}{2}. \qquad (4)$$

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής : $\upsilon_2 = \lambda_2 f_2 \Leftrightarrow \lambda_2 = \frac{\upsilon_2}{f_2}$. (5)

Με συνδυασμό των σχέσων (4), (5) προκύπτει : $L_2 = \frac{9}{2} \cdot \frac{\upsilon_2}{f_2}$. (6)

Ισχύει : $L_2 = 2L_1 \xrightarrow{(3),(6)} \frac{9}{2} \cdot \frac{\upsilon_2}{f_2} = 2 \cdot \frac{11}{4} \cdot \frac{\upsilon_1}{f_1} \Leftrightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{11}{9} \cdot \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$. (7)

Αν τα τα δύο ελαστικά μέσα είναι όμοια, τότε οι ταχύτητες διάδοσης είναι ίσες : $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$.

Στην περίπτωση αυτή η σχέση (7) γίνεται : $\frac{f_1}{f_2} = \frac{11}{9}$.

Σωστή απάντηση : i.

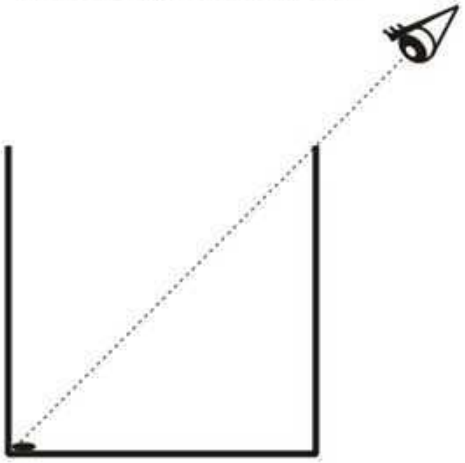
Σχόλιο

Η διατύπωση «Σε ένα δεύτερο ελαστικό μέσο από το ίδιο υλικό . . . » **δεν εξασφαλίζει ότι οι ταχύτητες διάδοσης είναι ίσες.**

π.χ. η ταχύτητα διάδοσης ενός κύματος σε μία ελαστική χορδή εξαρτάται από το υλικό της χορδής, από το εμβαδό διατομής της και από την τάση της χορδής (δηλαδή πόσο τεντωμένη είναι).

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : « Σε δύο **όμοιες ελαστικές χορδές** έχουν σχηματιστεί στάσιμα κύματα», ώστε να δεχθούμε ότι οι ταχύτητες διάδοσης των τρεχόντων κυμάτων στις δύο χορδές είναι ίσες.

B3. Στο άκρο ενός δοχείου **κυβικού** σχήματος τοποθετείται μικρό νόμισμα αμελητέων διαστάσεων. Ένας παρατηρητής βλέπει "οριακά" το νόμισμα από τη θέση που βρίσκεται έξω από το δοχείο, όπως απεικονίζεται στο **Σχήμα 6**. Στη συνέχεια, γεμίζουμε το δοχείο με υγρό **μέχρι το μέσο του**, οπότε ο παρατηρητής βλέπει πάλι "οριακά", χωρίς να αλλάξει τη θέση του ματιού του, το νόμισμα μετατοπισμένο κατά απόσταση ίση με το 1/4 του μήκους της βάσης του δοχείου.



Σχήμα 6

Το τετράγωνο του δείκτη διάθλασης του υγρού που προστέθηκε στο δοχείο είναι

i. $n^2 = \frac{13}{8}$

ii. $n^2 = \frac{5}{2}$

iii. $n^2 = 2$.

α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

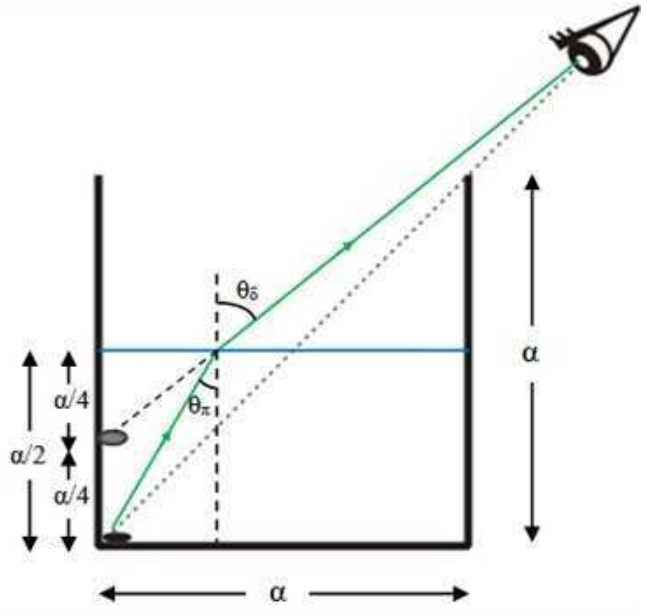
β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

Μονάδες 9

Απάντηση

Σύμφωνα με την εκφώνηση, όταν γεμίσουμε το δοχείο με υγρό μέχρι τη μέση, ο παρατηρητής βλέπει το νόμισμα μετατοπισμένο κατά $\frac{\alpha}{4}$, όπου α το μήκος της πλευράς της βάσης.

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι μετακινήσαμε το νόμισμα, άρα υποθέτω ότι **το νόμισμα βρίσκεται στην αρχική του θέση**.



Ο παρατηρητής βλέπει το νόμισμα στην προέκταση της διαθλώμενης ακτίνας, δηλαδή νομίζει ότι το νόμισμα είναι ψηλότερα από την πραγματική του θέση κατά $\frac{\alpha}{4}$ (φαινόμενη ανύψωση).

Αν δεχθούμε ότι οι διαστάσεις του κέρματος και του ματιού του παρατηρητή είναι ασήμαντες, είναι αδύνατο η διαθλώμενη ακτίνα που εισέρχεται στο μάτι του να διέρχεται εφαπτομενικά από το χείλος του δοχείου, άρα **είναι αδύνατο να βλέπει ο παρατηρητής πάλι «οριακά» το νόμισμα χωρίς να αλλάξει τη θέση του ματιού του**.

Κατά την άποψή μου **η ερώτηση είναι λανθασμένη**.

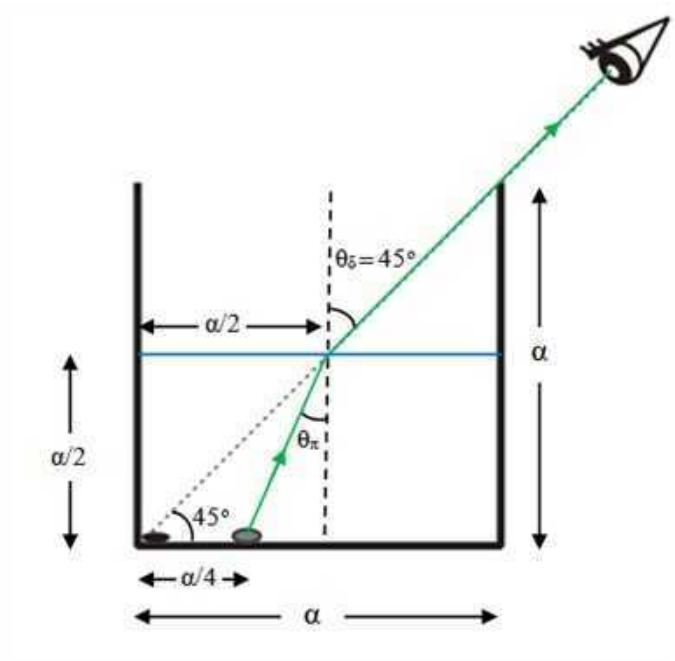
Σχόλιο

Σύμφωνα με την άποψη συναδέλφων, η διατύπωση «ο παρατηρητής βλέπει πάλι ¨οριακά¨, χωρίς να αλλάξει τη θέση του ματιού του, το νόμισμα μετατοπισμένο κατά απόσταση ίση με το 1/4 του μήκους της βάσης του δοχείου» σημαίνει ότι το νόμισμα μετατοπίστηκε (δηλαδή εμείς το μετατοπίσαμε) κατά $\alpha/4$ παράλληλα προς τη βάση του δοχείου.

Όμως, στην περίπτωση αυτή

1) **θα έπρεπε η εκφώνηση να αναφέρει σαφώς** ότι : «ο παρατηρητής βλέπει πάλι ¨οριακά¨ το νόμισμα, **όταν το μετατοπίσουμε κατά $\alpha/4$ κατά μήκος της βάσης του δοχείου** (στο κατακόρυφο επίπεδο που περιέχει την αρχική θέση του νομίσματος και το μάτι του παρατηρητή)».

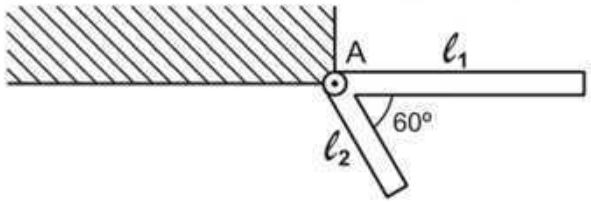
2) **ο παρατηρητής θα βλέπει το νόμισμα στην προέκταση της διαθλώμενης ακτίνας, δηλαδή στην αρχική του θέση** (άρα δεν θα το βλέπει μετατοπισμένο, όπως αναφέρει η εκφώνηση) !



Η διατύπωση : «ο παρατηρητής βλέπει πάλι ¨οριακά¨, χωρίς να αλλάξει τη θέση του ματιού του, το νόμισμα μετατοπισμένο κατά απόσταση ίση με το 1/4 του μήκους της βάσης του δοχείου» **είναι λανθασμένη και παραπλανητική** αφού δημιουργεί την εντύπωση στους/στις υποψήφιους/ες ότι το νόμισμα φαίνεται ψηλότερα κατά $\alpha/4$, δηλαδή ότι αναφέρεται στη φαινόμενη ανύψωση του νομίσματος.

ΘΕΜΑ Γ

Δύο ράβδοι είναι συνδεδεμένες στο άκρο τους Α και σχηματίζουν σταθερή γωνία 60° μεταξύ τους, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 7**. Οι ράβδοι είναι διαφορετικές μεταξύ τους, αλλά κάθε μία είναι ομογενής. Το σύστημα των δύο ράβδων μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άρθρωση, που είναι στερεωμένη σε τοίχο, στο άκρο Α, χωρίς τριβές. Το σύστημα αφήνεται να περιστραφεί υπό την επίδραση της βαρύτητας από τη θέση του **Σχήματος 7**, όπου η ράβδος ℓ_1 είναι οριζόντια, με αρχική ταχύτητα μηδέν.

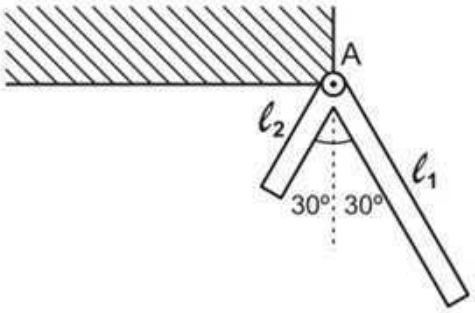


Σχήμα 7

Δίνεται ότι τα μήκη των δύο ράβδων είναι $\ell_1 = 4m$ και $\ell_2 = 2m$, ενώ η μάζα της ράβδου ℓ_2 είναι $m_2 = 10kg$.

Γ1. Να υπολογίσετε τη μάζα m_1 της ράβδου μήκους ℓ_1, εάν το σύστημα αποκτά τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα τη χρονική στιγμή που οι δύο ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 8**.

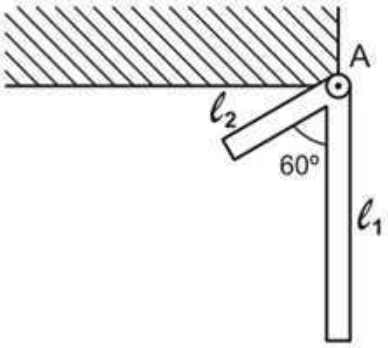
Μονάδες 5



Σχήμα 8

Γ2. Να υπολογίσετε τη μάζα m_1 της ράβδου μήκους ℓ_1, εάν το σύστημα σταματά στιγμιαία, όταν η ράβδος μήκους ℓ_1 φτάνει στην κατακόρυφη θέση που φαίνεται στο **Σχήμα 9**.

Μονάδες 7



Σχήμα 9

Γ3. Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος των δύο ράβδων του ερωτήματος Γ2 στη θέση που απεικονίζεται στο **Σχήμα 9**.

Μονάδες 7

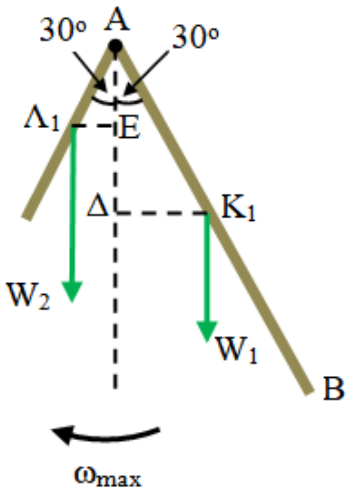
Γ4. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της ράβδου μήκους ℓ_2 του ερωτήματος Γ2 στη θέση που απεικονίζεται στο **Σχήμα 9**.

Μονάδες 6

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, η ροπή αδρανείας ράβδου μήκους ℓ και μάζας m που περιστρέφεται γύρω από το άκρο της Α, $I_A = \frac{1}{3}m\ell^2$, και ότι $\sqrt{3}=1,7$ (προσεγγιστικά).

Απάντηση

Γ1.



Από τη στιγμή που αφήνεται το σύστημα και μέχρι να φτάσει στη θέση του σχήματος 8, εκτελεί επιταχυνόμενη στροφική κίνηση.

Μετά τη θέση αυτή η συνισταμένη ροπή και η γωνιακή επιτάχυνση αλλάζουν φορά και το σύστημα εκτελεί επιβραδυνόμενη στροφική κίνηση.

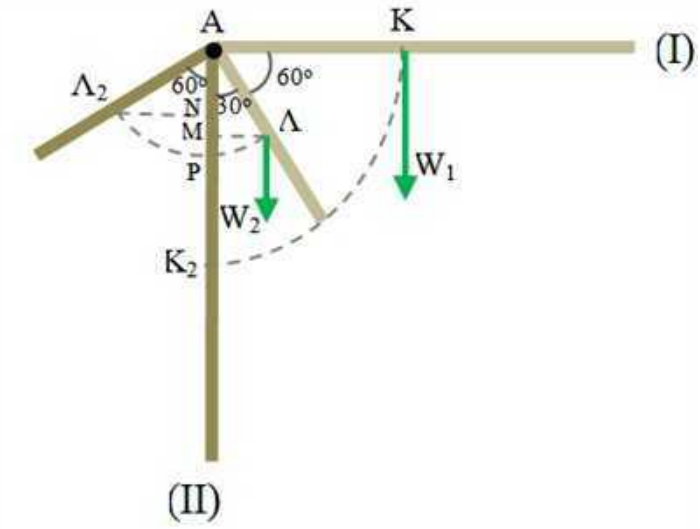
Επομένως, **στη θέση του σχήματος 8 μηδενίζεται** (στιγμιαία) **το μέτρο της συνισταμένης ροπής** με αποτέλεσμα το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας να είναι μέγιστο.

Στη θέση αυτή που οι ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφη, ισχύει :

$$\Sigma\tau_{(A)}=0 \Leftrightarrow W_1(\Delta K_1)-W_2(\Lambda_1 E)=0 \Leftrightarrow m_1 g\frac{\ell_1}{2}\eta\mu 30^o = m_2 g\frac{\ell_2}{2}\eta\mu 30^o \Leftrightarrow m_1\ell_1=m_2\ell_2 \Leftrightarrow$$

$$m_1=\frac{m_2\ell_2}{\ell_1} \Rightarrow m_1=\frac{10\cdot 2}{4}\,Kg \Rightarrow m_1=5\,Kg.$$

Γ2.



<u>1ος τρόπος</u>

Το έργο του βάρους κάθε ράβδου κατά τη διάρκεια της μετακίνησης από τη θέση (I) στη θέση (II), είναι :

$$W_1=m_1 g\frac{\ell_1}{2}. \qquad (1)$$

$$W_2=m_2 g(MP)-m_2 g(PN) \Rightarrow$$

$$W_2=m_2 g\left[\frac{\ell_2}{2}\left(1-\sigma\upsilon\nu 30^o\right)-\frac{\ell_2}{2}\left(1-\sigma\upsilon\nu 60^o\right)\right] \Rightarrow$$

$$W_2=m_2 g\frac{\ell_2}{2}\left(\sigma\upsilon\nu 60^o-\sigma\upsilon\nu 30^o\right) \Rightarrow$$

$$W_2=10\cdot 10\cdot 1\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)J\cong 50\cdot(1-1,7)\,J \Rightarrow W_2\cong -35\,J.$$

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την περιστροφή του συστήματος από τη θέση (I) μέχρι τη θέση (II) :

$$W_1+W_2=K_{II}-K_I \xrightarrow{(1)} m_1 g\frac{\ell_1}{2}+W_2=0 \Leftrightarrow m_1 g\frac{\ell_1}{2}=-W_2 \Leftrightarrow m_1=-\frac{2W_2}{g\ell_1} \Rightarrow$$

$$m_1\cong -\frac{2(-35)}{10\cdot 4}\,Kg \Rightarrow m_1\cong 1,75\,Kg.$$

2ος τρόπος

Το σύστημα των δύο ράβδων περιστρέφεται με την επίδραση μόνο των βαρυτικών δυνάμεων, άρα η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή.

Ορίζω σαν επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από την κατώτερη θέση K_2 της τροχιάς του κέντρου μάζας της ράβδου (1) και εφαρμόζω το θεώρημα διατήρησης της μηχανικής ενέργειας :

$$K_I + U_I = K_{II} + U_{II} \Leftrightarrow 0 + m_1 g\frac{\ell_1}{2} + m_2 g(MK_2) = 0 + 0 + m_2 g(NK_2) \Leftrightarrow m_1\frac{\ell_1}{2} = m_2\left[(NK_2) - (MK_2)\right]$$

$$\Leftrightarrow m_1\frac{\ell_1}{2} = m_2(NM) \Leftrightarrow m_1\frac{\ell_1}{2} = m_2\left[(AN) - (AM)\right] \Leftrightarrow m_1\frac{\ell_1}{2} = m_2\left(\frac{\ell_2}{2}\text{συν}30^o - \frac{\ell_2}{2}\text{συν}60^o\right) \Leftrightarrow$$

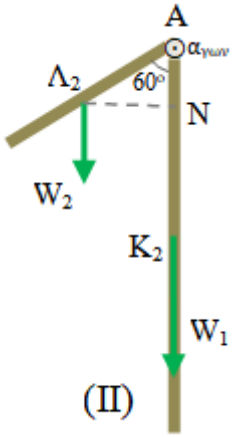
$$m_1\frac{\ell_1}{2} = m_2\frac{\ell_2}{2}\left(\text{συν}30^o - \text{συν}60^o\right) \Leftrightarrow m_1 = \frac{m_2\ell_2\left(\text{συν}30^o - \text{συν}60^o\right)}{\ell_1} \Rightarrow m_1 \cong \frac{10\cdot 2\left(0,85 - 0,5\right)}{4}\,\text{Kg}$$

$$\Rightarrow m_1 \cong 1,75\,\text{Kg}.$$

Γ3.

Υπολογίζω τη ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής :

$$I_{\text{ολ(A)}} = \frac{1}{3}m_1\ell_1^2 + \frac{1}{3}m_2\ell_2^2 = \left(\frac{1}{3}\cdot 1,75\cdot 4^2 + \frac{1}{3}\cdot 10\cdot 2^2\right)\text{Kgm}^2 \Rightarrow I_{\text{ολ(A)}} = \frac{68}{3}\,\text{Kgm}^2.$$



Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης :

$$\Sigma\tau_{(A)} = I_{\text{ολ(A)}}\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow W_2(\Lambda_2 N) = I_{\text{ολ(A)}}\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{m_2 g\frac{\ell_2}{2}\eta\mu 60^o}{I_{\text{ολ(A)}}} \Rightarrow$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{10\cdot 10\cdot 1\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{68}{3}}\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} \cong \frac{75\cdot 1,7}{34}\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} \cong 3,75\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}.\ \text{(μέτρο)}$$

Το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης έχει τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής και φορά από το σχήμα προς τον αναγνώστη.

Γ4.

Σύμφωνα με τη γενική μορφή του νόμου της στροφικής κίνησης, το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου μήκους ℓ_2 στη θέση (ΙΙ) είναι :

$$\left(\frac{dL_2}{dt}\right)_A = I_{2(A)}\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{1}{3}m_2\ell_2^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \left(\frac{dL_2}{dt}\right)_A \cong \frac{1}{3}\cdot 10\cdot 2^2\cdot 3,75\frac{\text{Kgm}^2}{\text{s}^2} \Rightarrow \left(\frac{dL_2}{dt}\right)_A \cong 50\frac{\text{Kgm}^2}{\text{s}^2}.$$

Το διάνυσμα του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής έχει τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής και φορά από το σχήμα προς τον αναγνώστη.

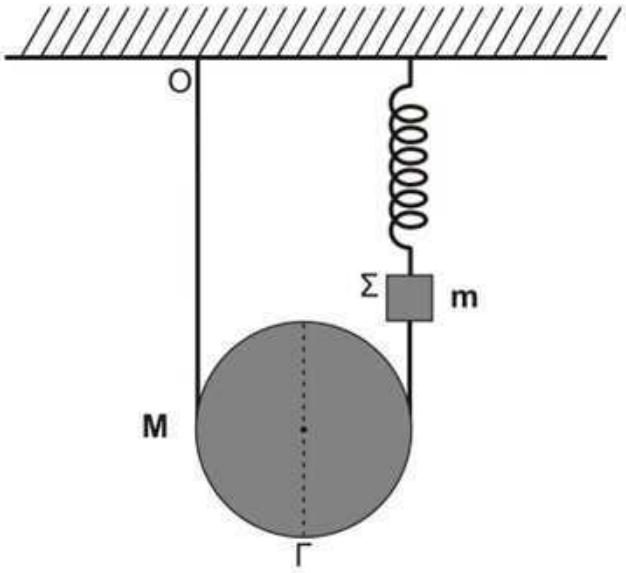
Σχόλια

1) Στο ερώτημα Γ3 η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν αναφέρεται στο μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης ή στο διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης οπότε πρέπει οι υποψήφιοι/ες να προσδιορίσουν και την κατεύθυνσή της.
2) Στο ερώτημα Γ4 η διατύπωση είναι ελλιπής.

Το ερώτημα Γ4 έπρεπε να έχει την εξής διατύπωση : «Να υπολογίσετε **το μέτρο** του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου μήκους ℓ_2 **ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το Α**».

ΘΕΜΑ Δ

Ομογενής τροχαλία ισορροπεί έχοντας το νήμα τυλιγμένο γύρω της πολλές φορές. Η μία άκρη του νήματος είναι στερεωμένη στην οροφή Ο και η άλλη στο σώμα Σ, το οποίο ισορροπεί κρεμασμένο από κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς K=40N/m, που είναι στερεωμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 10**.



Σχήμα 10

Η μάζα της τροχαλίας είναι M=1,6kg, η ακτίνα της R=0,2m. Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας, ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό της και ο οποίος διέρχεται από το κέντρο μάζας, της δίνεται από τη σχέση $I=\frac{1}{2}MR^2$.

Το σώμα Σ θεωρείται σημειακό αντικείμενο μάζας m=1,44kg. Το νήμα και το ελατήριο έχουν αμελητέες μάζες.

Δ1. Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα Σ.

Μονάδες 6

Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει την τροχαλία με το σώμα Σ, και το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή που μηδενίζεται η στιγμιαία ταχύτητα του σώματος Σ, για πρώτη φορά, το κέντρο μάζας της τροχαλίας έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά απόσταση h. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.

Δ2. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη μετατόπιση h της τροχαλίας.

Μονάδες 7

Δ3. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ότι η τιμή $t=0\,s$ αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή που κόπηκε το νήμα και ότι η φορά απομάκρυνσης του σώματος Σ προς τα πάνω είναι θετική.

Μονάδες 7

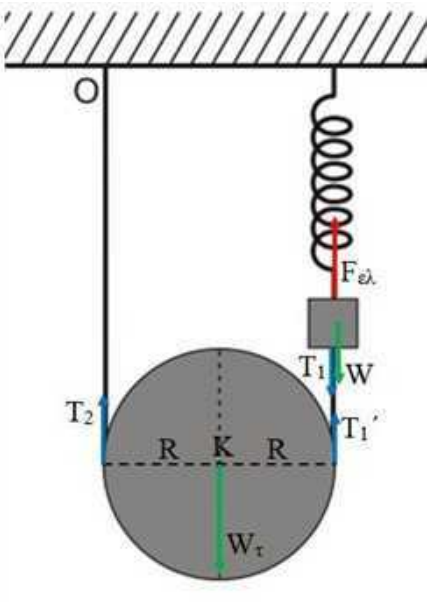
Δ4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κάτω άκρου Γ της τροχαλίας, όταν το κέντρο μάζας της τροχαλίας έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά απόσταση h.

Μονάδες 5

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\ m/s^2$, $\pi=\sqrt{10}$ και $\pi^2=10$ (προσεγγιστικά).

Απάντηση

Δ1.



Τροχαλία

Αφού η τροχαλία είναι ομογενής, ο φορέας του βάρους της διέρχεται από το κέντρο μάζας άρα δεν προκαλεί ροπή ως προς άξονα που διέρχεται από αυτό.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο Κ της τροχαλίας και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :

$$\Sigma\tau_{(K)} = 0 \;\Leftrightarrow\; T_1'R - T_2R = 0 \;\Leftrightarrow\; T_1' = T_2 . \qquad (1)$$

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων :

$$\Sigma F_\tau = 0 \;\Leftrightarrow\; T_2 + T_1' - W_\tau = 0 \xrightarrow{(1)} 2T_1' = W_\tau \;\Rightarrow\; T_1' = \frac{Mg}{2} \;\Rightarrow$$

$$T_1' = \frac{1,6\cdot 10}{2}\,\text{N} \;\Rightarrow\; T_1' = 8\,\text{N}.$$

Σώμα

Αφού η μάζα του νήματος είναι αμελητέα, οι δυνάμεις που ασκεί το νήμα στο σώμα και στην τροχαλία έχουν ίσα μέτρα : $T_1 = T_1' = 8$ N.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων :

$\Sigma F = 0 \;\Leftrightarrow\; F_{ελ} - W - T_1 = 0 \;\Leftrightarrow\; F_{ελ} = mg + T_1 \;\Rightarrow\; F_{ελ} = (1{,}44\cdot 10 + 8)\,\text{N} \;\Rightarrow\; F_{ελ} = 22{,}4\,\text{N}.$

Δ2.

Σώμα

Αφού κοπεί το νήμα, με την επίδραση του ελατηρίου το σώμα εκτελεί ΑΑΤ με περίοδο :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \;\Rightarrow\; T = 2\pi\sqrt{\frac{1,44}{40}}\,s = 2\pi\sqrt{0,036}\,s = 2\pi\sqrt{\frac{0,36}{10}}\,s \cong 2\cdot\sqrt{10}\cdot\frac{0,6}{\sqrt{10}}\,s \;\Rightarrow\; T \cong 1,2\,s.$$

Τη στιγμή που κόπηκε το νήμα, το σώμα ήταν ακίνητο στην κάτω ακραία θέση της ΑΑΤ.

Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί ώστε να μετακινηθεί μέχρι την πάνω ακραία θέση, είναι :

$$\Delta t = \frac{T}{2} \cong 0,6\,s.$$

Τροχαλία

Αφού κοπεί το νήμα, η τροχαλία περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{γων}$ και το κέντρο μάζας της μετακινείται κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση μέτρου α_{cm}.

Αφού το νήμα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια της τροχαλίας, ισχύει : $\alpha_{cm} = R\alpha_{\gamma\omega\nu}$. (2)

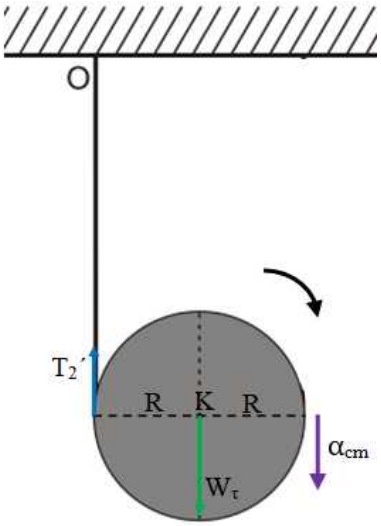
Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο της τροχαλίας και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :

$$\Sigma\tau_{(K)} = I_{cm}\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_2'R = \frac{1}{2}MR^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_2' = \frac{1}{2}MR\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{(2)} T_2' = \frac{1}{2}M\alpha_{cm}. \quad (3)$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής :

$$\Sigma F_\tau = M\alpha_{cm} \Leftrightarrow W_\tau - T_2' = M\alpha_{cm} \xrightarrow{(3)} Mg - \frac{1}{2}M\alpha_{cm} = M\alpha_{cm}$$

$$\Leftrightarrow g = \frac{3}{2}\alpha_{cm} \Leftrightarrow \alpha_{cm} = \frac{2}{3}g \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{20}{3}\frac{m}{s^2}.$$



Το κέντρο της τροχαλίας εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_\upsilon = 0$).

Μέχρι τη χρονική στιγμή $t = \Delta t = 0{,}6$ s, το κέντρο της τροχαλίας έχει μετακινηθεί κατακόρυφα :

$$h = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2}\cdot\frac{20}{3}\cdot 0{,}6^2\,m \Rightarrow h = 1{,}2\,m.$$

Δ3.

Πριν κοπεί το νήμα, το σώμα είναι ακίνητο στην κάτω ακραία θέση και το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell$.

Ισχύει :

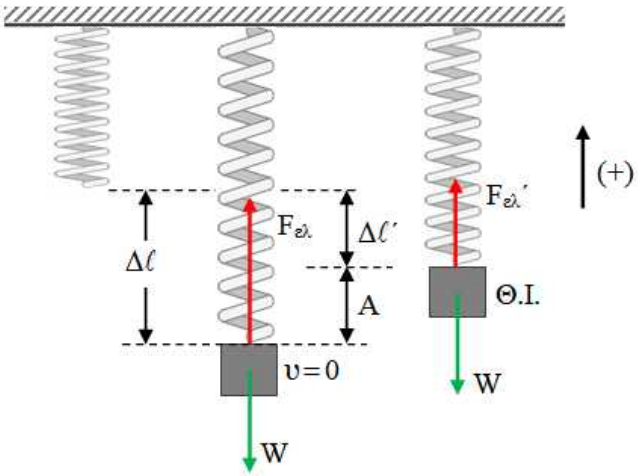
$$F_{\varepsilon\lambda} = k(\Delta\ell) \Leftrightarrow \Delta\ell = \frac{F_{\varepsilon\lambda}}{k} \Rightarrow \Delta\ell = \frac{22{,}4}{40}m \Rightarrow$$

$$\Delta\ell = 0{,}56\,m.$$

Στη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell'$. Ισχύει :

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda}' - W = 0 \Leftrightarrow k(\Delta\ell') = mg \Leftrightarrow$$

$$\Delta\ell' = \frac{mg}{k} \Rightarrow \Delta\ell' = \frac{14{,}4}{40}m \Rightarrow \Delta\ell' = 0{,}36\,m.$$



Το πλάτος της ΑΑΤ είναι : $A = \Delta\ell - \Delta\ell' \Rightarrow A = (0{,}56 - 0{,}36)\,m \Rightarrow A = 0{,}2\,m.$

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ έχει τιμή : $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega \cong \frac{2\pi}{1{,}2}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega \cong \frac{5\pi}{3}\frac{rad}{s}.$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης στην ΑΑΤ έχει τη γενική μορφή : $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$. (4)

Για $t = 0$ και $x = -A$ $\xrightarrow{(4)}$ $-A = A\eta\mu\varphi_o \Leftrightarrow \eta\mu\varphi_o = -1 \Rightarrow \varphi_o = \frac{3\pi}{2}.$

Επομένως, η εξίσωση (4) γράφεται : $x = 0,2\eta\mu\left(\frac{5\pi}{3}t + \frac{3\pi}{2}\right)$. (S.I.)

Δ4.

Τη χρονική $t = 0,6\ s$ το κέντρο της τροχαλίας έχει ταχύτητα μέτρου :

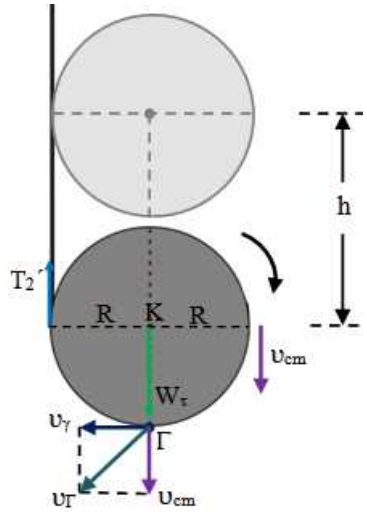
$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm} t \ \Rightarrow\ \upsilon_{cm} = \left(\frac{20}{3}\frac{m}{s^2}\right)(0,6s) \ \Rightarrow\ \upsilon_{cm} = 4\frac{m}{s}.$$

Αφού το νήμα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια της τροχαλίας, η γραμμική ταχύτητα ενός σημείου της περιφέρειας της τροχαλίας έχει μέτρο :

$$\upsilon_{\gamma} = \omega R = \upsilon_{cm} = 4\frac{m}{s}.$$

Στο κατώτερο σημείο Γ της τροχαλίας οι συνιστώσες ταχύτητες $\vec{\upsilon}_{cm}$, $\vec{\upsilon}_{\gamma}$ είναι κάθετες μεταξύ τους, άρα η συνισταμένη ταχύτητα του Γ έχει μέτρο :

$$\upsilon_{\Gamma} = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon_{\gamma}^2} = \sqrt{2\upsilon_{cm}^2} = \sqrt{2}\upsilon_{cm} \ \Rightarrow\ \upsilon_{\Gamma} = 4\sqrt{2}\frac{m}{s}.$$



Σχόλιο

Στο ερώτημα Δ4 η διατύπωση « . . . του κάτω άκρου Γ της τροχαλίας» δεν είναι ακριβής, αφού η διατομή της τροχαλίας είναι κυκλικός δίσκος και δεν έχει άκρα.

Η σωστή διατύπωση είναι : « . . . του κατώτερου σημείου Γ της περιφέρειας της τροχαλίας».

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

ΤΡΙΤΗ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

Θέμα Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και, δίπλα, το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Τα μήκη κύματος τεσσάρων ηλεκτρομαγνητικών ακτινοβολιών που διαδίδονται στο κενό συμβολίζονται ως:
υπέρυθρο: $\lambda_υ$, ραδιοκύματα: $\lambda_ρ$, πράσινο ορατό φως: $\lambda_π$, ακτίνες Χ: $\lambda_χ$.
Η σχέση μεταξύ των μηκών είναι:

α) $\lambda_χ > \lambda_ρ > \lambda_υ > \lambda_π$
β) $\lambda_ρ > \lambda_π > \lambda_υ > \lambda_χ$
γ) $\lambda_ρ > \lambda_υ > \lambda_π > \lambda_χ$
δ) $\lambda_υ > \lambda_χ > \lambda_ρ > \lambda_π$

Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : γ).

[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 61].

A2. Η ταχύτητα ενός ηχητικού κύματος εξαρτάται από:

α) την περίοδο του ήχου
β) το υλικό στο οποίο διαδίδεται το κύμα
γ) το μήκος κύματος
δ) το πλάτος του κύματος.

Μονάδες 5

Απάντηση

Γενικά, η ταχύτητα διάδοσης ενός κύματος εξαρτάται από το μέσο διάδοσης και είναι ανεξάρτητη από το πλάτος, την περίοδο και το μήκος κύματος.

Σωστή απάντηση : β).

Α3. Σε ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα ασκούνται ομοεπίπεδες δυνάμεις έτσι ώστε αυτό να εκτελεί μόνο επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση. Για τη συνισταμένη των δυνάμεων $\Sigma\vec{F}$ που του ασκούνται και για το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών Στ ως προς οποιοδήποτε σημείο του, ισχύει:

α) $\Sigma\vec{F} = 0, \quad \Sigma\tau = 0$

β) $\Sigma\vec{F} \neq 0, \quad \Sigma\tau \neq 0$

γ) $\Sigma\vec{F} \neq 0, \quad \Sigma\tau = 0$

δ) $\Sigma\vec{F} = 0, \quad \Sigma\tau \neq 0$

Μονάδες 5

Απάντηση

Το στερεό εκτελεί επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση, άρα : $\vec{\alpha}_{cm} \neq 0$.

Σύμφωνα με τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής : $\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}_{cm} \implies \Sigma\vec{F} \neq 0$.

Αφού το στερεό δεν εκτελεί στροφική κίνηση, θα ισχύει ως προς οποιοδήποτε σημείο : $\Sigma\tau = 0$.

Σωστή απάντηση : γ).

Α4. Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται σε ένα σώμα μάζας m που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι ίση με F. Το πηλίκο $\frac{F}{m}$:

α) παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο
β) μεταβάλλεται αρμονικά σε σχέση με το χρόνο
γ) αυξάνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο
δ) γίνεται μέγιστο, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας.

Μονάδες 5

Απάντηση

Υποθέτω ότι το σύμβολο F εκφράζει την αλγεβρική τιμή της δύναμης επαναφοράς.

Το πηλίκο $\frac{F}{m}$ είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης α : $\alpha = \frac{F}{m}$.

Στην απλή αρμονική ταλάντωση, η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου : $\alpha = -\alpha_{max}\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$.

Σωστή απάντηση : β).

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει ότι το σύμβολο F εκφράζει την **αλγεβρική τιμή** της δύναμης επαναφοράς.

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Κριτήριο για τη διάκριση των μηχανικών κυμάτων σε εγκάρσια και διαμήκη είναι η διεύθυνση ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου σε σχέση με την διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

β) Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα αντισταθμίζει τις απώλειες και έτσι το πλάτος της ταλάντωσης διατηρείται σταθερό.

γ) Κατά τη διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο κενό, το πηλίκο των μέτρων των εντάσεων του μαγνητικού και του ηλεκτρικού πεδίου ισούται με την ταχύτητα του φωτός $\left(\frac{B}{E} = c\right)$.

δ) Η συχνότητα μονοχρωματικής ακτινοβολίας μειώνεται, όταν η ακτινοβολία περνά από τον αέρα σε ένα διαφανές μέσο.

ε) Η γη έχει στροφορμή λόγω περιστροφής γύρω από τον άξονά της και λόγω περιφοράς γύρω από τον ήλιο.

Μονάδες 5

Απαντηση

α) Σωστό.

Σε ένα εγκάρσιο μηχανικό κύμα τα υλικά σημεία του μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος, ενώ σε ένα εγκάρσιο μηχανικό κύμα τα υλικά σημεία ταλαντώνονται παράλληλα προς τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. [Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 45].

Σχόλιο

Η διατύπωση : « . . . η διεύθυνση ταλάντωσης **των μορίων** του ελαστικού μέσου . . . » είναι λανθασμενη.

Τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται σε τυχαίες διευθύνσεις.

Το σωστό είναι : « . . . η διεύθυνση ταλάντωσης **των υλικών σημείων** του ελαστικού μέσου . . . ».

β) Σωστό.

Σε μία εξαναγκασμένη ταλάντωση με απόσβεση (στην οποία το σύστημα βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση) ο διεγέρτης αναπληρώνει συνεχώς την απώλεια ενέργειας εξαιτίας των αποσβέσεων, με αποτέλεσμα η ενέργεια της ταλάντωσης να παραμένει σταθερή και το πλάτος της να είναι σταθερό. [Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 22]

γ) Λάθος.

Η σωστή σχέση είναι : $\frac{E}{B} = c$. [Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 57]

δ) Λάθος.

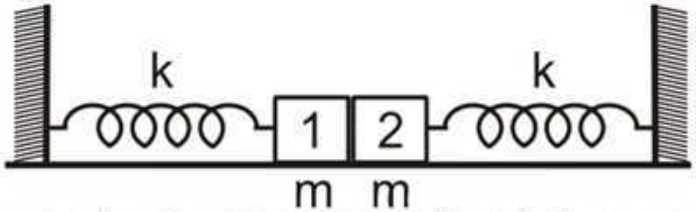
Η συχνότητα της ακτινοβολίας καθορίζεται από την πηγή και δεν μεταβάλλεται όταν η ακτινοβολία αλλάζει μέσο διάδοσης. [Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 65]

ε) Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 124.

Θέμα Β

Β1. Δύο όμοια σώματα, ίσων μαζών m το καθένα, συνδέονται με όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς k το καθένα, των οποίων τα άλλα άκρα είναι συνδεδεμένα σε ακλόνητα σημεία, όπως στο σχήμα. Οι άξονες των δύο ελατηρίων βρίσκονται στην ίδια ευθεία, τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος ℓ_0 και το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο βρίσκονται είναι λείο.



Μετακινούμε το σώμα 1 προς τα αριστερά κατά d και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Το σώμα 1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα 2. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D = 2k. Αν A_1 το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος 1 πριν τη κρούση και A_2 το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση, τότε ο λόγος $\frac{A_1}{A_2}$ είναι:

i) 1 ii) $\frac{1}{2}$ iii) 2

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

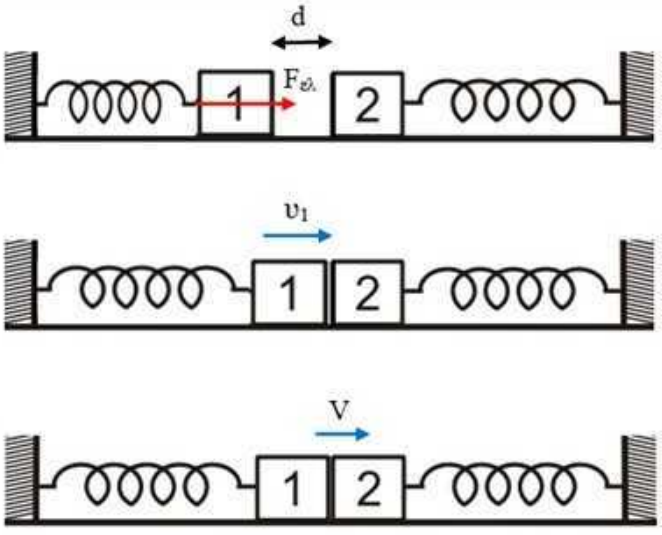
β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

Έστω υ_1 το μέτρο της ταχύτητας του Σ_1 ελάχιστα πριν την κρούση.

Από τη στιγμή που αφήνεται το Σ_1 και μέχρι να συγκρουστεί με το Σ_2 εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς $D_1 = k$ και πλάτος $A_1 = d$.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ΑΑΤ του Σ_1 :



$$K_1 + U_1 = E_1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + 0 = \frac{1}{2}kA_1^2 \Leftrightarrow$$

$$\upsilon_1^2 = \frac{kA_1^2}{m} \Leftrightarrow \upsilon_1 = A_1\sqrt{\frac{k}{m}}. \qquad (1)$$

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής για την πλαστική κρούση (αλγεβρικά) :

$$p_{ολ(μετά)} = p_{ολ(πριν)} \Leftrightarrow 2mV = m\upsilon_1 \Leftrightarrow V = \frac{\upsilon_1}{2} \xrightarrow{(1)} V = \frac{A_1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}. \qquad (2)$$

Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς $D = 2k$ και πλάτος A_2.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ :

$$K + U_\tau = E_\tau \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}(2m)V^2 + 0 = \frac{1}{2}(2k)A_2^2 \xrightarrow{(2)} m\frac{A_1^2}{4}\cdot\frac{k}{m} = kA_2^2 \;\Leftrightarrow\; \frac{A_1^2}{A_2^2} = 4 \;\Leftrightarrow\; \frac{A_1}{A_2} = 2.$$

Σωστή απάντηση : iii.

B2. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με παραπλήσιες συχνότητες f_1 και f_2, ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους, που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με $f_1 > f_2$, παρουσιάζονται διακροτήματα με περίοδο διακροτήματος $T_\Delta = 2$ s. Αν στη διάρκεια του χρόνου αυτού πραγματοποιούνται 200 πλήρεις ταλαντώσεις, οι συχνότητες f_1 και f_2 είναι:

i) $f_1 = 200{,}5$ Hz, $f_2 = 200$ Hz
ii) $f_1 = 100{,}25$ Hz, $f_2 = 99{,}75$ Hz
iii) $f_1 = 50{,}2$ Hz, $f_2 = 49{,}7$ Hz

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Από τη σχέση της περιόδου των διακροτημάτων προκύπτει :

$$T_\delta = \frac{1}{f_1 - f_2} \Leftrightarrow f_1 - f_2 = \frac{1}{T_\delta}. \qquad (1)$$

Η συχνότητα της σύνθετης ταλάντωσης είναι :

$$f = \frac{N}{T_\delta} \Rightarrow f = \frac{200}{2s} \Rightarrow f = 100\,Hz.$$

Η συχνότητα της σύνθετης ταλάντωσης και οι συχνότητες των δύο ΑΑΤ συνδέονται με τη σχέση :

$$f = \frac{f_1 + f_2}{2} \Leftrightarrow f_1 + f_2 = 2f. \qquad (2)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει :

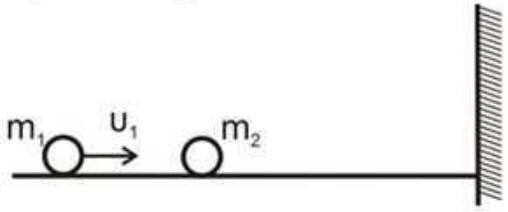
$$2f_1 = \frac{1}{T_\delta} + 2f \Leftrightarrow f_1 = \frac{1}{2T_\delta} + f \Rightarrow f_1 = \left(\frac{1}{4} + 100\right)Hz \Rightarrow f_1 = 100,25\,Hz.$$

Από τη σχέση (2) υπολογίζω τη συχνότητα f_2 :

$f_2 = 2f - f_1 \Rightarrow f_2 = (200 - 100{,}25)$ Hz $\Rightarrow f_2 = 99{,}75$Hz.

Σωστή απάντηση : ii.

B3. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο κινείται σφαίρα μάζας m_1 με ταχύτητα μέτρου $υ_1$. Κάποια χρονική στιγμή η σφαίρα μάζας m_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 ($m_2 > m_1$). Μετά την κρούση με τη μάζα m_1, η m_2 συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο.



Παρατηρούμε ότι η απόσταση των μαζών m_1 και m_2, μετά την κρούση της m_2 με τον τοίχο, παραμένει σταθερή. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ είναι:

i) 3 ii) 1 iii) $\frac{1}{3}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

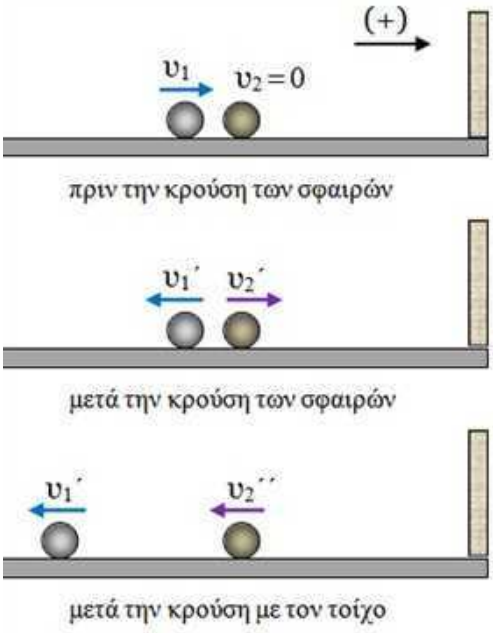
β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 7**

Απάντηση

Μετά την κεντρική ελαστική κρούση, οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο σφαιρών δίνονται από τις σχέσεις :

$$υ_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot υ_1 . \qquad (1)$$

$$υ_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot υ_1 . \qquad (2)$$



Η ταχύτητα της 2ης σφαίρας μετά την ελαστική κρούση με τον τοίχο, είναι αντίθετη από την αρχική :

$$υ_2'' = -υ_2' \xrightarrow{(2)} υ_2'' = -\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot υ_1 . \qquad (3)$$

Στη συνέχεια, η απόσταση μεταξύ των δύο σφαιρών παραμένει σταθερή, άρα οι τελικές ταχύτητες των σφαιρών είναι ίσες :

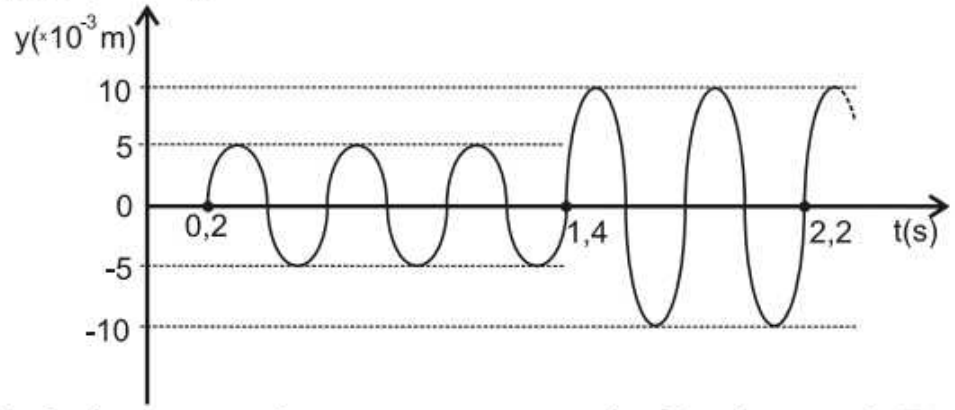
$$υ_1' = υ_2'' \xrightarrow{(1),(3)} \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot υ_1 = -\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot υ_1 \Leftrightarrow m_1 - m_2 = -2m_1 \Leftrightarrow 3m_1 = m_2 \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3} .$$

Σωστή απάντηση : iii.

Σχόλιο : Η διατύπωση « η απόσταση μεταξύ των μαζών m_1 , m_2 μετά την κρούση της m_2 με τον τοίχο» είναι λανθασμένη. Η μάζα είναι φυσικό μέγεθος και όχι σώμα.

Θέμα Γ

Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $u = 5$ m/s. Μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε κάποιο σημείο Σ της επιφάνειας πλησιέστερα στην πηγή Π_2. Η απομάκρυνση του σημείου Σ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο περιγράφεται από τη γραφική παράσταση του σχήματος. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t = 0$ και εκτελούν ταλαντώσεις της μορφής $y = A \cdot \eta\mu\omega t$.



Γ1. Να βρείτε τις αποστάσεις r_1 και r_2 του σημείου Σ από τις πηγές Π_1 και Π_2, αντίστοιχα.

Μονάδες 6

Γ2. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του φελλού από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο, για $t \geq 0$.

Μονάδες 6

Γ3. Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του φελλού κάποια χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του είναι $y_1 = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-3}$ m ;

Μονάδες 6

Γ4. Έστω K_1 η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού μετά τη συμβολή. Αλλάζουμε τη συχνότητα των ταλαντώσεων των πηγών Π_1 και Π_2 έτσι ώστε η συχνότητά τους να είναι ίση με τα $\frac{10}{9}$ της αρχικής τους συχνότητας. Αν μετά τη νέα συμβολή η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού είναι K_2, να βρεθεί ο λόγος $\frac{K_1}{K_2}$.

Μονάδες 7

Δίνεται : $\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

Απάντηση

Γ1.

Από το διάγραμμα προκύπτει ότι το Σ ξεκινά και ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s, που φτάνει σε αυτό το κύμα από την πλησιέστερη πηγή Π_2. Η απόσταση του Σ από την Π_2 είναι :

$$r_2 = \upsilon t_1 \;\Rightarrow\; r_2 = \left(5\frac{m}{s}\right)(0,2\,s) \;\Rightarrow\; r_2 = 1\,m.$$

Μετά τη χρονική στιγμή $t_2 = 1,4$ s διπλασιάζεται το πλάτος ταλάντωσης του Σ, άρα τη χρονική στιγμή $t_2 = 1,4$ s φτάνει στο Σ το κύμα από την πηγή Π_1 και τα δύο κύματα συμβάλλουν ενισχυτικά.

Η απόσταση του Σ από την Π_1 είναι :

$$r_1 = \upsilon t_2 \;\Rightarrow\; r_1 = \left(5\frac{m}{s}\right)(1,4\,s) \;\Rightarrow\; r_1 = 7\,m.$$

Γ2.

- Κατά τη χρονική διάρκεια $0 \le t < 0,2$ s το Σ είναι ακίνητο στη θέση ισορροπίας, άρα : $y_\Sigma = 0$.
- Κατά τη χρονική διάρκεια $0,2\text{ s} \le t < 1,4$ s το Σ εκτελεί ταλάντωση εξαιτίας του κύματος που προέρχεται από την πηγή Π_2.

  Σε χρονική διάρκεια $\Delta t = t_2 - t_1 = 1,2$ s το Σ εκτελεί $N = 3$ ταλαντώσεις.

  Η περίοδος της ταλάντωσης είναι : $T = \frac{\Delta t}{N} \;\Rightarrow\; T = \frac{1,2\,s}{3} \;\Rightarrow\; T = 0,4\,s.$

  Από την εξίσωση της κυματικής υπολογίζω το μήκος κύματος λ :

  $$\upsilon = \frac{\lambda}{T} \;\Leftrightarrow\; \lambda = \upsilon T \;\Rightarrow\; \lambda = \left(5\frac{m}{s}\right)(0,4\,s) \;\Rightarrow\; \lambda = 2\,m.$$

  Η εξίσωση της απομάκρυνσης του Σ είναι :

  $$y_\Sigma = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right) \;\Rightarrow\; y_\Sigma = 5\cdot 10^{-3}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0,4} - \frac{1}{2}\right) \;\Rightarrow\; y_\Sigma = 5\cdot 10^{-3}\eta\mu\pi(5t-1).\ \text{(S.I.)}$$

- Από τη χρονική στιγμή $t_2 = 1,4$ s και μετά, το Σ εκτελεί ταλάντωση εξαιτίας της συμβολής των κυμάτων που προέρχονται από τις δύο πηγές.

  Η εξίσωση της απομάκρυνσης του Σ είναι :

  $$y_\Sigma = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda}\right)\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right) \;\Rightarrow\; y_\Sigma = 10^{-2}\sigma\upsilon\nu(3\pi)\eta\mu 2\pi\left(2,5t - \frac{8}{4}\right) \;\Rightarrow$$

  $$y_\Sigma = -10^{-2}\eta\mu\pi(5t-4).\ \text{(S.I.)}$$

Γ3.

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης του φελλού είναι : $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,4\,s} \;\Rightarrow\; \omega = 5\pi\frac{rad}{s}.$

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση του φελλού :

$$K_1 + U_{\tau(1)} = E_{\tau(1)} \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m\omega^2 y_1^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A_1^2 \;\Leftrightarrow\; \upsilon_1^2 = \omega^2\left(A_1^2 - y_1^2\right) \;\Rightarrow\; |\upsilon_1| = \omega\sqrt{A_1^2 - y_1^2} \;\Rightarrow$$

$$|\upsilon_1| = 5\pi\sqrt{10^{-4} - 25\cdot 3\cdot 10^{-6}}\,\frac{m}{s} = 5\pi\sqrt{0,25\cdot 10^{-4}}\,\frac{m}{s} \;\Rightarrow\; |\upsilon_1| = 2,5\pi\cdot 10^{-2}\,\frac{m}{s}.$$

Γ4.

Η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού είναι ίση με την ολική ενέργεια της ταλάντωσης : $K_{max} = E_\tau$.

Επομένως :

$$K_1 = \frac{1}{2} m\omega^2 A_1^2 \xrightarrow{A_1 = 2A} K_1 = 2m\omega^2 A^2. \qquad (1)$$

Η νέα συχνότητα της ταλάντωσης του φελλού, είναι : $f' = \frac{10}{9} f \Rightarrow f' = \frac{25}{9} Hz.$

Μεταβάλλοντας τη συχνότητα ταλάντωσης των πηγών, μεταβάλλεται το μήκος κύματος ενώ η ταχύτητα διάδοσης παραμένει ίδια.

Από την εξίσωση της κυματικής, υπολογίζω το νέο μήκος κύματος λ' :

$$\upsilon = \lambda' f' \Leftrightarrow \lambda' = \frac{\upsilon}{f'} \Rightarrow \lambda' = \frac{5}{\frac{25}{9}} m \Rightarrow \lambda' = 1,8\, m.$$

Το νέο πλάτος ταλάντωσης του φελλού, είναι :

$$A_2 = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\pi\left(\frac{r_1 - r_2}{\lambda'}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\pi\left(\frac{6}{1,8}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(\frac{10\pi}{3}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(2\pi + \frac{4\pi}{3}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right| \Rightarrow$$

$$A_2 = 2A\left|-\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}\right| \Rightarrow A_2 = A. \qquad (2)$$

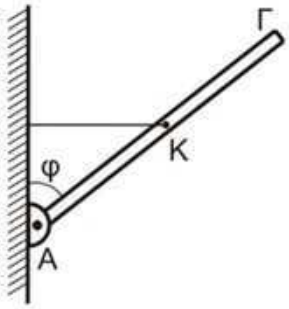
Η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού, είναι :

$$K_2 = \frac{1}{2} m\omega'^2 A_2^2 \xrightarrow{(2)} K_2 = \frac{1}{2} m\omega'^2 A^2. \qquad (3)$$

Διαιρώ κατά μέλη τις σχέσεις (1), (3) :

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{2m\omega^2 A^2}{\frac{1}{2} m\omega'^2 A^2} = 4\left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2 = 4\left(\frac{9}{10}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{81}{25}.$$

Θέμα Δ



Λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους $\ell = 2m$ και μάζας $M = 5,6\ kg$ ισορροπεί με τη βοήθεια οριζόντιου νήματος, μη εκτατού, που συνδέεται στο μέσο της, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο.

Δίνεται: $\eta\mu\varphi = 0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$

Δ1. Να προσδιορίσετε τη δύναμη $\vec{F}$ που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

Μονάδες 4

Μικρή ομογενής σφαίρα, μάζας $m = 0,4\ kg$ και ακτίνας $r = \frac{1}{70}\ m$ κυλίεται χωρίς ολίσθηση, έχοντας εκτοξευθεί κατά μήκος της ράβδου από το σημείο Κ προς το άκρο Γ.

Δ2. Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας κατά την κίνησή της από το Κ μέχρι το Γ.

Μονάδες 5

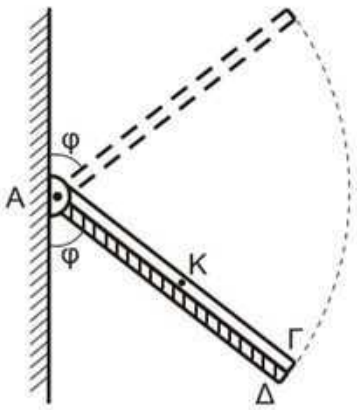
Δ3. Με δεδομένο ότι η σφαίρα φτάνει στο άκρο Γ, να βρείτε τη σχέση που περιγράφει την τάση του νήματος σε συνάρτηση με την απόσταση του σημείου επαφής της σφαίρας με τη ράβδο, από το σημείο Κ.

Μονάδες 5

Αφού η σφαίρα έχει εγκαταλείψει τη ράβδο, κόβουμε το νήμα. Η ράβδος στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το άκρο της Α, χωρίς τριβές.

Δ4. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου στη θέση στην οποία η ράβδος σχηματίζει γωνία φ με την κατακόρυφο που διέρχεται από το άκρο Α, όπως στο παρακάτω σχήμα.

Μονάδες 6



Δεύτερη λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΔ, μήκους $\ell' = \ell$ και μάζας $M' = 3\ M$ είναι αρθρωμένη και αυτή στο σημείο Α γύρω από τον ίδιο άξονα περιστροφής με την ράβδο ΑΓ. Η ράβδος ΑΔ συγκρατείται ακίνητη, με κατάλληλο μηχανισμό, σε θέση όπου σχηματίζει γωνία φ με τον κατακόρυφο τοίχο όπως στο σχήμα. Οι δύο ράβδοι συγκρούονται και ταυτόχρονα ο μηχανισμός ελευθερώνει τη ράβδο ΑΔ, χωρίς απώλεια ενέργειας. Οι ράβδοι μετά την κρούση κινούνται σαν ένα σώμα, χωρίς τριβές. Ο χρόνος της κρούσης θεωρείται αμελητέος.

Δ5. Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.

Μονάδες 5

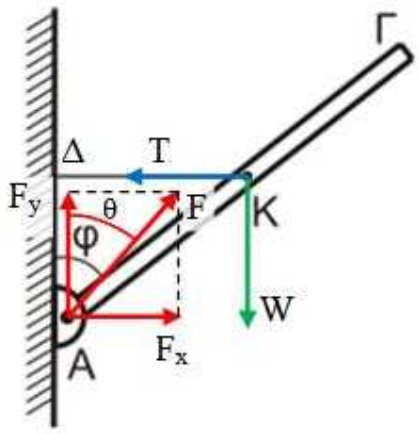
Όλες οι κινήσεις πραγματοποιούνται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Δίνονται :

- Η ροπή αδράνειας $I_ρ$ λεπτής ομογενούς ράβδου μάζας Μ και μήκους ℓ, ως προς άξονα που διέρχεται από το ένα της άκρο και είναι κάθετος σε αυτή: $I_ρ = \frac{1}{3} M \ell^2$
- Η ροπή αδράνειας $I_{σφ}$ ομογενούς σφαίρας μάζας m και ακτίνας r ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της : $I_{σφ} = \frac{2}{5} m r^2$
- $g = 10\ m/s^2$

Απάντηση

Δ1.



Εφαρμόζω τη συνθήκη ισοροπίας των ροπών ως προς τον άξονα που διέρχεται από το Α και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Leftrightarrow T\cdot(A\Delta) - W(K\Delta) = 0 \Leftrightarrow T\frac{\ell}{2}συνφ = Mg\frac{\ell}{2}ημφ$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{Mgημφ}{συνφ} \Rightarrow T = \frac{5,6\cdot 10\cdot 0,6}{0,8}N \Rightarrow T = 42\,N.$$

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων σε κάθε άξονα :

$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F_x - T = 0 \Rightarrow F_x = T = 42\ N.$

$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow F_y - W = 0 \Rightarrow F_y = Mg = 56\ N.$

Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ υπολογίζεται με το Πυθαγόρειο θεώρημα :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{42^2 + 56^2}\ N = \sqrt{7^2\cdot 6^2 + 7^2\cdot 8^2}\ N = \sqrt{7^2(36+64)}\ N = 7\sqrt{100}\ N \Rightarrow F = 70\,N.$$

Ο φορέας της δύναμης $\vec{F}$ σχηματίζει γωνία θ με την κατακόρυφη, για την οποία ισχύει :

$$εφθ = \frac{F_x}{F_y} = \frac{42}{56} \Rightarrow εφθ = \frac{3}{4}.$$

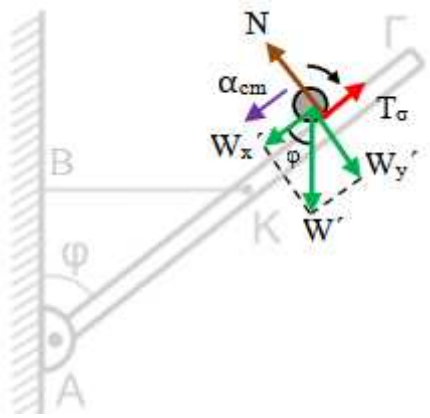
Παρατήρηση

Διαπιστώνω ότι : $εφφ = \frac{ημφ}{συνφ} = \frac{0,6}{0,8} = \frac{3}{4} \Rightarrow εφθ = εφφ \Rightarrow θ = φ.$

Επομένως, **το διάνυσμα της δύναμης $\vec{F}$ είναι παράλληλο προς τη ράβδο**.

Αυτό δικαιολογείται θεωρητικά ως εξής : Η ράβδος ισορροπεί, άρα η συνολική ροπή των δυνάμεων ως προς το Κ είναι μηδενική. Αφού οι φορείς των δύο δυνάμεων $\vec{T}$, $\vec{W}$ διέρχονται από το Κ, δεν προκαλούν ροπή ως προς αυτό. Επομένως, ο φορέας της δύναμης $\vec{F}$ θα διέρχεται από Κ, ώστε η ροπή της ως προς αυτό να είναι μηδενική.

Δ2.



Κατά τη διάρκεια της κύλισης η σφαίρα έχει μεταφορική επιβράδυνση μέτρου α_{cm} και γωνιακή επιβράδυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu}$.

Η στατική τριβή $\vec{T}_\sigma$ έχει φορά προς τα πάνω, ώστε να εμποδίζει την ολίσθηση της σφαίρας και με τη ροπή της να προκαλεί την κατάλληλη γωνιακή επιβράδυνση.

Αφού η κύλιση γίνεται χωρίς ολίσθηση, ισχύει :

$\alpha_{cm} = r\alpha_{\gamma\omega\nu}$. (1)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x :

$$\Sigma F_x = m\alpha_{cm} \Leftrightarrow W_x' - T_\sigma = m\alpha_{cm} \xrightarrow{(1)} mg\sigma\upsilon\nu\varphi - T_\sigma = mr\alpha_{\gamma\omega\nu}. \quad (2)$$

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο της σφαίρας και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :

$$\Sigma\tau_{\sigma\varphi} = I_{\sigma\varphi}\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_\sigma r = \frac{2}{5}mr^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_\sigma = \frac{2}{5}mr\alpha_{\gamma\omega\nu}. \quad (3)$$

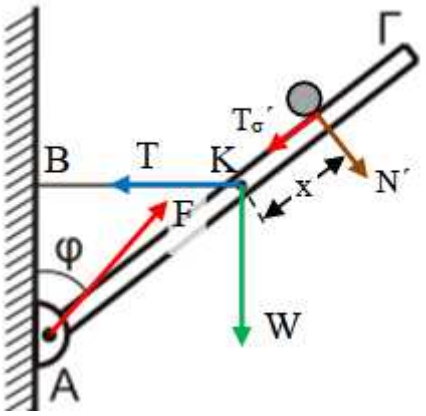
Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (2), (3) :

$$mg\sigma\upsilon\nu\varphi - T_\sigma + T_\sigma = mr\alpha_{\gamma\omega\nu} + \frac{2}{5}mr\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow mg\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{7}{5}mr\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{5g\sigma\upsilon\nu\varphi}{7r} \Rightarrow$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{5\cdot 10\cdot 0,8}{7\cdot\frac{1}{70}}\frac{rad}{s^2} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 400\frac{rad}{s^2}.$$

Το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης έχει τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής (κάθετη στο επίπεδο του σχήματος) και φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.

Δ3.



<u>Σφαίρα</u>

Η ράβδος ασκεί στη σφαίρα κάθετη (συνιστώσα) δύναμη $\vec{N}$.

Στον άξονα y η σφαίρα ισορροπεί, άρα ισχύει :

$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow N - W_y' = 0 \Leftrightarrow N = mg\eta\mu\varphi \Rightarrow N = 2,4$ N.

<u>Ράβδος</u>

Σύμφωνα με το αξίωμα δράσης – αντίδρασης η σφαίρα ασκεί στη ράβδο (συνιστώσα) δύναμη $\vec{N}'$ ίσου μέτρου : $N' = N = 2,4$ N.

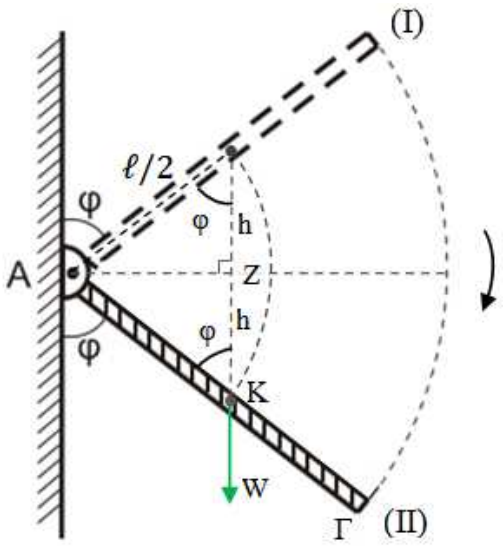
Θεωρώ τη σφαίρα σε μία τυχαία θέση, στην οποία το σημείο επαφής της απέχει απόσταση x από το K.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα που διέρχεται από το Α και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :

$$\Sigma\tau_{(A)}=0 \;\Leftrightarrow\; T(AB)-W(BK)-N'\left(\frac{\ell}{2}+x\right)=0 \;\Leftrightarrow\; T\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi=Mg\frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi+N'\left(\frac{\ell}{2}+x\right) \;\Rightarrow$$

$$T\cdot 1\cdot 0,8=5,6\cdot 10\cdot 0,6+2,4(1+x) \;\Rightarrow\; T=\frac{36+2,4x}{0,8} \;\Rightarrow\; \boxed{T=45+3x}. \quad (S.I.)$$

Δ4.



Κατά την περιστροφή της ράβδου από την αρχική θέση (I) μέχρι την τελική θέση (II), το κέντρο μάζας της κατέρχεται κατά 2h, όπου :

$$h=\frac{\ell}{2}\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi. \qquad (4)$$

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή της ράβδου από τη θέση (I) μέχρι τη θέση (II) :

$$K_{II}-K_I=\Sigma W \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}I_\rho\omega^2-0=Mg(2h) \xrightarrow{(4)}$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}M\ell^2\omega^2=Mg\left(2\cdot\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi\right) \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{6}\ell\omega^2=g\sigma\upsilon\nu\varphi \;\Leftrightarrow$$

$$\omega^2=\frac{6g\sigma\upsilon\nu\varphi}{\ell} \;\Leftrightarrow\; \omega=\sqrt{\frac{6g\sigma\upsilon\nu\varphi}{\ell}} \;\Rightarrow\; \omega=\sqrt{\frac{6\cdot 10\cdot 0,8}{2}}\frac{rad}{s} \;\Rightarrow\; \omega=2\sqrt{6}\frac{rad}{s}.$$

Σε χρονική διάρκεια dt η ράβδος στρέφεται κατά γωνία dθ. Σύμφωνα με το ΘΜΚΕ ισχύει :

$$dK=dW=(\Sigma\tau_A)d\theta \;\Rightarrow\; \frac{dK}{dt}=(\Sigma\tau_A)\frac{d\theta}{dt} \;\Rightarrow\; \frac{dK}{dt}=(\Sigma\tau_A)\omega.$$

Τη στιγμή που η ράβδος βρίσκεται στη θέση (II), ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι :

$$\frac{dK}{dt}=Mg(AZ)\omega \;\Rightarrow\; \frac{dK}{dt}=Mg\left(\frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi\right)\omega \;\Rightarrow\; \frac{dK}{dt}=5,6\cdot 10\cdot 1\cdot 0,6\cdot 2\sqrt{6}\frac{J}{s} \;\Rightarrow\; \frac{dK}{dt}=67,2\sqrt{6}\frac{J}{s}.$$

Δ5.

Η ροπή αδράνειας του συστήματος των δύο ράβδων ως προς τον άξονα περιστροφής, είναι :

$$I_{ολ}=\frac{1}{3}M\ell^2+\frac{1}{3}\cdot 3M\ell^2 \;\Rightarrow\; I_{ολ}=\frac{4}{3}M\ell^2 \;\Rightarrow\; I_{ολ}=4I_\rho. \qquad (5)$$

Αφού η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα, πρακτικά η στροφορμή του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής διατηρείται σταθερή.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της στροφορμής για την κρούση :

$$L_{μετά}=L_{πριν} \;\Leftrightarrow\; I_{ολ}\omega'=I_\rho\omega \xrightarrow{(5)} 4I_\rho\omega'=I_\rho\omega \;\Rightarrow\; \frac{\omega'}{\omega}=\frac{1}{4}. \qquad (6)$$

Το ποσοστό ελάττωσης της κινητικής ενέργειας του συστήματος λόγω της κρούσης, είναι :

$$\Pi(\%) = \frac{K_{\pi\rho\iota\nu} - K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}}{K_{\pi\rho\iota\nu}} \cdot 100\% = \left[1 - \frac{K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}}{K_{\pi\rho\iota\nu}}\right] \cdot 100\% = \left[1 - \frac{\frac{1}{2} I_{o\lambda} \omega'^2}{\frac{1}{2} I_{\rho} \omega^2}\right] \cdot 100\% = \left[1 - \frac{I_{o\lambda}}{I_{\rho}} \cdot \left(\frac{\omega'}{\omega}\right)^2\right] \cdot 100\%$$

$$\xrightarrow{(5),\ (6)} \Pi(\%) = \left[1 - 4 \cdot \frac{1}{4^2}\right] \cdot 100\% \Rightarrow \Pi(\%) = 75\%.$$

Σχόλια

1) Στο ερώτημα Δ2, η διατύπωση : «Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας . . . » είναι ασαφής.
Η εκφώνηση έπρεπε να ζητά το μέτρο και την κατεύθυνση της γωνιακής επιτάχυνσης της σφαίρας.

2) Στο ερώτημα Δ3, η διατύπωση : «Να βρείτε τη σχέση που περιγράφει την τάση του νήματος . . . » είναι ελλιπής.
Η εκφώνηση έπρεπε να ζητά τη σχέση που περιγράφει **το μέτρο** της τάσης του νήματος.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΕΤΑΡΤΗ 25 ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

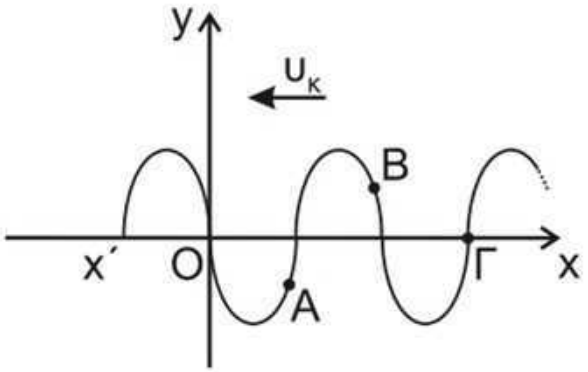
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και, δίπλα, το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Στο **σχήμα 1** απεικονίζεται το στιγμιότυπο ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά την αρνητική φορά του άξονα x΄Ox τη χρονική στιγμή t_1.



Σχήμα 1

Για τις ταχύτητες ταλάντωσης των σημείων Α, Β και Γ ισχύει:

α. $V_A > 0$, $V_B > 0$, $V_\Gamma > 0$

β. $V_A < 0$, $V_B > 0$, $V_\Gamma > 0$

γ. $V_A > 0$, $V_B < 0$, $V_\Gamma > 0$

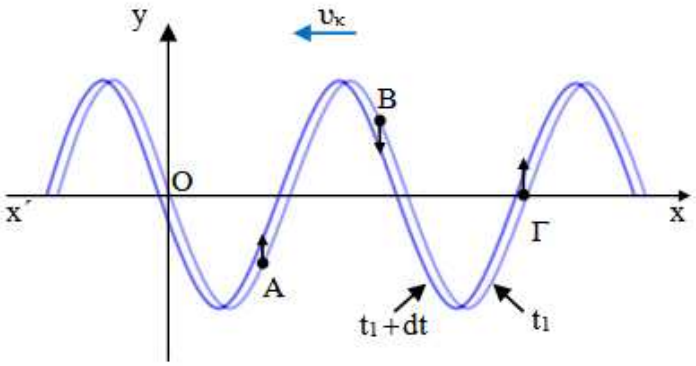
δ. $V_A < 0$, $V_B > 0$, $V_\Gamma < 0$

Μονάδες 5

Απάντηση

Στο ίδιο σχήμα, σχεδιάζω ένα στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 + dt$.

Όπως φαίνεται από το σχήμα, το Α θα μετακινηθεί προς τα πάνω (άρα $\upsilon_A > 0$), το Β θα μετακινηθεί προς τα κάτω (άρα $\upsilon_B < 0$) και το Γ θα μετακινηθεί προς τα πάνω (άρα $\upsilon_\Gamma > 0$).



Σωστή απάντηση : γ.

Α2. Μονοχρωματική δέσμη φωτός περνάει από τον αέρα στο γυαλί. Στην περίπτωση που η διαθλώμενη δέσμη διαδίδεται στην ίδια διεύθυνση με την προσπίπτουσα, τότε

α. η ταχύτητα της δέσμης στον αέρα είναι ίδια με την ταχύτητά της στο γυαλί
β. η γωνία πρόσπτωσης είναι 90°
γ. η γωνία διάθλασης είναι 0°
δ. η γωνία εκτροπής είναι 90° .

Μονάδες 5

Απάντηση

Έστω n_α , n_γ οι δείκτες διάθλασης του αέρα και του γυαλιού. Ισχύει : $n_\alpha < n_\gamma$. (1)

➢ Για τις ταχύτητες διάδοσης στον αέρα και στο γυαλί, ισχύει :

$$\frac{c_\gamma}{c_\alpha} = \frac{n_\alpha}{n_\gamma} \xrightarrow{(1)} c_\gamma < c_\alpha \,. \quad [\alpha: \text{ Λάθος}]$$

➢ Σύμφωνα με το νόμο του Snell, όταν η ακτίνα διαδίδεται από τον αέρα στο γυαλί, ισχύει :

$n_\alpha \eta\mu\theta_\pi = n_\gamma \eta\mu\theta_\delta$. (2)

Αφού η διαθλώμενη δέσμη διαδίδεται στην ίδια διεύθυνση με την προσπίπτουσα, άρα :

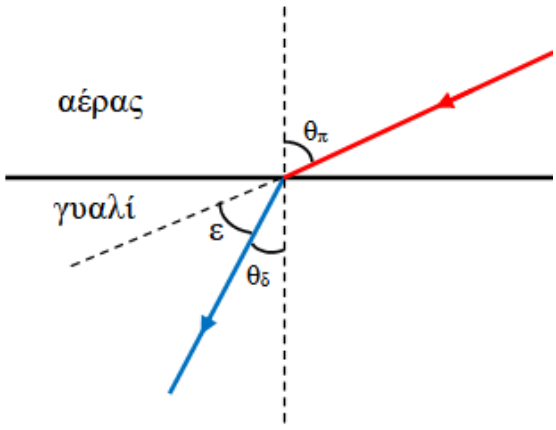
$\theta_\delta = \theta_\pi = \theta$. (3)

$$(2), (3) \Rightarrow n_\gamma \eta\mu\theta - n_\alpha \eta\mu\theta = 0 \Leftrightarrow (n_\gamma - n_\alpha)\eta\mu\theta = 0 \xrightarrow{n_\gamma \neq n_\alpha} \eta\mu\theta = 0 \xrightarrow{\theta \leq 90^o} \theta = 0^o \,.$$

Επομένως : $\theta_\delta = \theta_\pi = 0$. [β : Λάθος, γ: Σωστή]

➢ Η γωνία εκτροπής της δέσμης είναι : $\varepsilon = |\theta_\pi - \theta_\delta| = 0$. [δ: Λάθος]

Σωστή απάντηση : γ.



Α3. Σφαίρα Σ_1 συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ_2 τετραπλάσιας μάζας. Μετά την κρούση

α. η σφαίρα Σ_1 παραμένει ακίνητη

β. η σφαίρα Σ_1 συνεχίζει να κινείται στην ίδια κατεύθυνση

γ. όλη η κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ_1 μεταφέρθηκε στη σφαίρα Σ_2

δ. ισχύει $\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$, όπου $\Delta\vec{p}_1$, $\Delta\vec{p}_2$ οι μεταβολές των ορμών των δύο σφαιρών.

Μονάδες 5

Απάντηση

α.

Η ταχύτητα της 1ης σφαίρας μετά την κρούση δίνεται από τη σχέση :

$$\upsilon_1' = \frac{m-4m}{m+4m}\cdot\upsilon_1 = -\frac{3}{5}\cdot\upsilon_1 \;\Rightarrow\; \upsilon_1' \neq 0. \quad [\text{Λάθος}]$$

β.

Αν $\upsilon_1 > 0$, τότε $\upsilon_1' < 0$. [Λάθος]

γ.

Αφού $\upsilon_1' \neq 0 \;\Rightarrow\; K_1' \neq 0$. [Λάθος]

δ.

Κατά τη διάρκεια της κρούσης, η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή :

$$\vec{p}_1' + \vec{p}_2' = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \;\Leftrightarrow\; \vec{p}_1' - \vec{p}_1 = \vec{p}_2 - \vec{p}_2' \;\Leftrightarrow\; \vec{p}_1' - \vec{p}_1 = -\left(\vec{p}_2' - \vec{p}_2\right) \;\Leftrightarrow\; \Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2 .$$

Σωστή απάντηση : δ.

Α4. Ένα μηχανικό στερεό περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα περιστροφής. Αν διπλασιαστεί η στροφορμή του στερεού, χωρίς να αλλάξει θέση ο άξονας περιστροφής γύρω από τον οποίο στρέφεται, τότε η κινητική του ενέργεια

α. παραμένει σταθερή
β. υποδιπλασιάζεται
γ. διπλασιάζεται
δ. τετραπλασιάζεται.

Μονάδες 5

Απάντηση

Αφού δεν μεταβάλλεται ο άξονας περιστροφής, η ροπή αδράνειας του στερεού παραμένει ίδια :

$I' = I.$ (1)

Έστω ω, ω΄ τα μέτρα της γωνιακής ταχύτητας πριν και μετά τον διπλασιασμό της στροφορμής.

Ισχύει :

$L' = 2L \Leftrightarrow I'\omega' = 2I\omega \xrightarrow{(1)} \omega' = 2\omega.$ (2)

Για τις κινητικές ενέργειες λόγω περιστροφής, ισχύει :

$$K' = \frac{1}{2}I'\omega'^2 \xrightarrow{(1),\,(2)} K' = \frac{1}{2}I(4\omega^2) = 4\cdot\left(\frac{1}{2}I\omega^2\right) \Rightarrow K' = 4K.$$

Σωστή απάντηση : δ.

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη* ***Σωστό****, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη* ***Λάθος****, για τη λανθασμένη.*

α. Τα ραντάρ δεν χρησιμοποιούν μικροκύματα.

β. Εγκάρσια ονομάζονται τα κύματα στα οποία τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

γ. Το κύκλωμα επιλογής σταθμών στο ραδιόφωνο είναι ένα κύκλωμα LC, που εξαναγκάζεται σε ηλεκτρική ταλάντωση από την κεραία.

δ. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν οι δύο δυνάμεις.

ε. Όταν οι ακροβάτες θέλουν να κάνουν πολλές στροφές στον αέρα, συμπτύσσουν τα χέρια και τα πόδια τους.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Λάθος.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 61.

β. Λάθος.

Στο εγκάρσιο **μηχανικό** κύμα **τα υλικά σημεία** του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. [Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 45]

Σχόλιο

Η διατύπωση : « . . . **τα μόρια** του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος» είναι λανθασμενη.

Τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται σε τυχαίες διευθύνσεις.

Το σωστό είναι : « . . . η διεύθυνση ταλάντωσης **των υλικών σημείων** του ελαστικού μέσου είναι παράλληλη στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος».

γ. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 24.

δ. Σωστό.

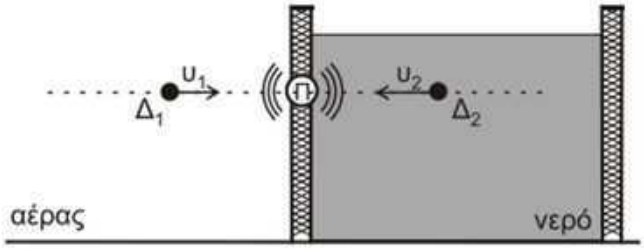
Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 114.

ε. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 126 – 127.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Πηγή Π ηχητικών κυμάτων εκπέμπει ήχο με συχνότητα f_s. Η πηγή, είναι στερεωμένη κατάλληλα σε κατακόρυφο τοίχωμα που διαχωρίζει την δεξαμενή του νερού από τον αέρα, έτσι ώστε τα ηχητικά κύματα που εκπέμπει να διαδίδονται στον αέρα και στο νερό (**σχήμα 2**).



Σχήμα 2

Δύο δέκτες Δ_1 και Δ_2 που βρίσκονται, ο πρώτος στον αέρα και ο δεύτερος στο νερό, στην ίδια ευθεία με την πηγή κινούνται προς την πηγή με ταχύτητες μέτρων υ_1 και υ_2, αντίστοιχα.
Αν οι συχνότητες f_1 και f_2 που ανιχνεύουν οι δύο δέκτες είναι ίσες και η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στο νερό υ_v είναι τετραπλάσια της ταχύτητας διάδοσης του ήχου στον αέρα $\upsilon_α$ ($\upsilon_v = 4\upsilon_α$), ο λόγος των ταχυτήτων $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$ είναι

i. $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}=\frac{1}{3}$ ii. $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}=\frac{1}{4}$ iii. $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}=\frac{1}{2}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).
β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Απάντηση

Κάθε δέκτης κινείται με σταθερή ταχύτητα προς την ακίνητη πηγή, στην ευθεία που τους συνδέει.

Η συχνότητα του ήχου που ανιχνεύει ο δέκτης Δ_1 δίνεται από τη σχέση : $f_1 = \frac{\upsilon_\alpha + \upsilon_1}{\upsilon_\alpha}\cdot f_s$. (1)

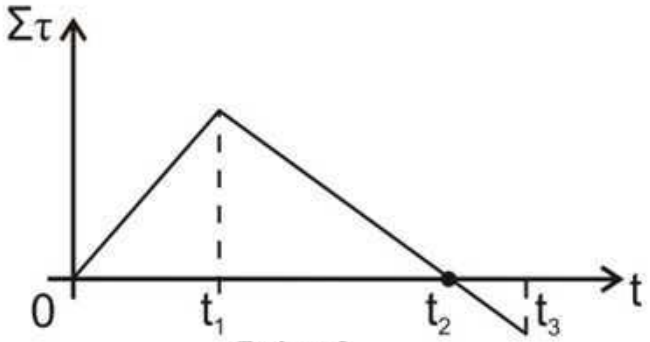
Η συχνότητα του ήχου που ανιχνεύει ο δέκτης Δ_2 δίνεται από τη σχέση : $f_2 = \frac{4\upsilon_\alpha + \upsilon_2}{4\upsilon_\alpha}\cdot f_s$. (2)

Ισχύει :

$$f_1 = f_2 \xrightarrow{(1),\,(2)} \frac{\upsilon_\alpha + \upsilon_1}{\upsilon_\alpha}\cdot f_s = \frac{4\upsilon_\alpha + \upsilon_2}{4\upsilon_\alpha}\cdot f_s \Leftrightarrow 4\upsilon_\alpha + 4\upsilon_1 = 4\upsilon_\alpha + \upsilon_2 \Leftrightarrow 4\upsilon_1 = \upsilon_2 \Leftrightarrow \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{1}{4}.$$

Σωστή απάντηση : ii.

B2. Οριζόντιος, αρχικά ακίνητος, δίσκος μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που ασκούνται στο δίσκο μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως φαίνεται στο **σχήμα 3**.



Σχήμα 3

Τότε, η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου έχει τη μέγιστη τιμή της τη χρονική στιγμή

i. t_1 ii. t_2 iii. t_3

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).
β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Απάντηση

Σύμφωνα με τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης, η γωνιακή επιτάχυνση έχει αλγεβρική τιμή :

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\Sigma\tau}{I}. \qquad (I = \text{σταθερή})$$

Στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow t_2$ το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών είναι θετικό, άρα η αλγεβρική τιμή της γωνιακής επιτάχυνσης είναι θετική. Αφού το στερεό ήταν ακίνητο, θα αρχίσει να περιστρέφεται με αυξανόμενη γωνιακή ταχύτητα που έχει θετική αλγεβρική τιμή.

Μετά τη χρονική στιγμή t_2 η γωνιακή επιτάχυνση είναι αρνητική, άρα το διάνυσμά της έχει αντίθετη φορά από το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας με συνέπεια να μειώνεται το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας.

Επομένως, το στερεό έχει τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία αλλάζει το πρόσημο του αλγεβρικού αθροίσματος των ροπών.

Σωστή απάντηση : ii.

B3. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια κύματα. Ένα μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε κάποιο σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού σε τέτοιες αποστάσεις από τις πηγές, ώστε τα κύματα να συμβάλλουν σε αυτό με χρονική διαφορά $\Delta t = \frac{T}{4}$, όπου Τ η περίοδος ταλάντωσης των πηγών. Δεύτερο κομμάτι φελλού ίδιας μάζας με το προηγούμενο βρίσκεται στο μέσο Μ της απόστασης των πηγών Π_1 και Π_2.

Αν A_Σ και A_M είναι τα πλάτη ταλάντωσης των δύο κομματιών φελλού μετά τη συμβολή, τότε ο λόγος των ενεργειών τους $\frac{E_\Sigma}{E_M}$ είναι

i. $\frac{E_\Sigma}{E_M} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ii. $\frac{E_\Sigma}{E_M} = \frac{1}{2}$ iii. $\frac{E_\Sigma}{E_M} = \frac{1}{4}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).
β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

Μονάδες 9

Απάντηση

Έστω r_1, r_2 οι αποστάσεις του Σ από τις δύο πηγές και t_1, t_2 οι χρονικές στιγμές που φτάνουν στο Σ τα κύματα από τις πηγές.

Αν υ το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού, ισχύουν οι σχέσεις :

$$r_1 = \upsilon t_1 \Leftrightarrow t_1 = \frac{r_1}{\upsilon}. \quad (1)$$

$$r_2 = \upsilon t_2 \Leftrightarrow t_2 = \frac{r_2}{\upsilon}. \quad (2)$$

Η χρονική διαφορά με την οποία φτάνουν τα κύματα στο Σ, είναι :

$$\Delta t = |t_1 - t_2| \xrightarrow{(1),\,(2)} \Delta t = \frac{|r_1 - r_2|}{\upsilon}. \quad (3)$$

Ισχύει : $\Delta t = \frac{T}{4} \xrightarrow{(3)} \frac{|r_1 - r_2|}{\upsilon} = \frac{T}{4} \Leftrightarrow |r_1 - r_2| = \frac{\upsilon T}{4}$. (4)

Από την εξίσωση της κυματικής : $\upsilon = \frac{\lambda}{T} \Leftrightarrow \upsilon T = \lambda$. (5)

Με συνδυασμό των σχέσεων (4), (5) προκύπτει : $|r_1 - r_2| = \frac{\lambda}{4}$. (6)

Το πλάτος ταλάντωσης του φελλού στο Σ είναι :

$$A_\Sigma = 2A\left|\text{συν}\pi\left(\frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right)\right| \xrightarrow{(6)} A_\Sigma = 2A\left|\text{συν}\frac{\pi}{4}\right| = 2A \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A_\Sigma = A\sqrt{2}. \quad (7)$$

Στο μέσο Μ της απόστασης των πηγών η συμβολή είναι ενισχυτική, άρα το πλάτος ταλάντωσης του φελλού στο Μ είναι : $A_M = 2A$. (8)

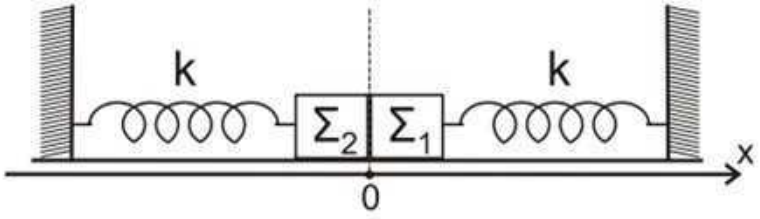
Το πηλίκο των ενεργειών ταλάντωσης των φελλών στα σημεία Σ, Μ είναι :

$$\frac{E_\Sigma}{E_M}=\frac{\frac{1}{2}(\Delta m)\omega^2 A_\Sigma^2}{\frac{1}{2}(\Delta m)\omega^2 A_M^2}=\left(\frac{A_\Sigma}{A_M}\right)^2 \xrightarrow{(7),\,(8)} \frac{E_\Sigma}{E_M}=\left(\frac{A\sqrt{2}}{2A}\right)^2 \Rightarrow \frac{E_\Sigma}{E_M}=\frac{1}{2}.$$

Σωστή απάντηση : ii.

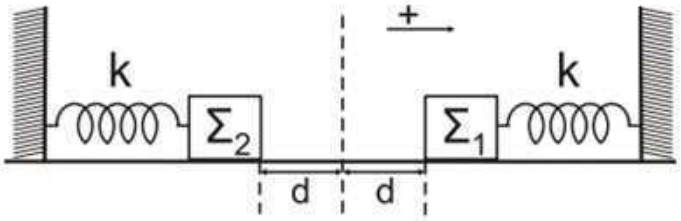
ΘΕΜΑ Γ

Τα σώματα Σ_1 και Σ_2, του **σχήματος 4**, με μάζες $m_1 = 1$ kg και $m_2 = 4$ kg αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους. Τα σώματα είναι δεμένα στην άκρη δύο όμοιων ιδανικών ελατηρίων σταθεράς $k = 100$ N/m, που βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και των οποίων η άλλη άκρη είναι σταθερά στερεωμένη.



Σχήμα 4

Μετακινούμε τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έτσι ώστε τα ελατήρια να συσπειρωθούν κατά $d = 0,2$ m το καθένα (**σχήμα 5**) και στη συνέχεια τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνονται ελεύθερα να ταλαντωθούν.



Σχήμα 5

Γ1. Να γράψετε τις εξισώσεις των απομακρύνσεων x_1 και x_2 των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 συναρτήσει του χρόνου. Ως θετική φορά ορίζεται η από το Σ_2 προς Σ_1 και ως $x = 0$ ορίζεται η θέση που εφάπτονται αρχικά τα σώματα στο **σχήμα 4**.

Μονάδες 6

Γ2. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 κινούμενα με αντίθετη φορά συγκρούονται στη θέση $x = -\frac{d}{2}$. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων τους ελάχιστα πριν από την κρούση.

Μονάδες 6

Γ3. Η κρούση που ακολουθεί είναι πλαστική. Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

Μονάδες 6

Γ4. Να βρείτε το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος μετά την κρούση.

Μονάδες 7

Απάντηση

Γ1.

<u>Σ_1</u>

Όταν αφεθεί ελεύθερο και μέχρι να συγκρουστεί με το Σ_2, το Σ_1 εκτελεί ΑΑΤ πλάτους $A_1 = d$.

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ είναι : $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{100}{1}}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega_1 = 10\frac{rad}{s}$.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του Σ_1 από τη θέση ισορροπίας, έχει τη γενική μορφή :

$x_1 = A_1\eta\mu(\omega_1 t + \varphi_{o,1})$. (1)

Για $t = 0$ και $x_1 = +d \xrightarrow{(1)} d = d\eta\mu\varphi_{o,1} \Leftrightarrow \eta\mu\varphi_{o,1} = 1 \Leftrightarrow \varphi_{o,1} = \frac{\pi}{2}$.

(1) $\Rightarrow x_1 = 0,2\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$. (S.I.)

<u>Σ_2</u>

Όταν αφεθεί ελεύθερο και μέχρι να συγκρουστεί με το Σ_1, το Σ_2 εκτελεί ΑΑΤ πλάτους $A_2 = d$.

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ είναι : $\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m_2}} \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{100}{4}}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega_2 = 5\frac{rad}{s}$.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του Σ_2 από τη θέση ισορροπίας, έχει τη γενική μορφή :

$x_2 = A_2\eta\mu(\omega_2 t + \varphi_{o,2})$. (2)

Για $t = 0$ και $x_2 = -d \xrightarrow{(2)} -d = d\eta\mu\varphi_{o,2} \Leftrightarrow \eta\mu\varphi_{o,2} = -1 \Leftrightarrow \varphi_{o,2} = \frac{3\pi}{2}$.

(2) $\Rightarrow x_2 = 0,2\eta\mu\left(5t + \frac{3\pi}{2}\right)$. (S.I.)

Γ2.

<u>Σ_1</u>

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ για τη θέση της κρούσης και μία ακραία θέση :

$$K_1 + U_1 = E_1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA_1^2 \Leftrightarrow \upsilon_1^2 = \frac{k\left(A_1^2 - x^2\right)}{m_1} \Rightarrow |\upsilon_1| = \sqrt{\frac{k\left(A_1^2 - x^2\right)}{m_1}} \Rightarrow$$

$$|\upsilon_1| = \sqrt{\frac{100(0,04 - 0,01)}{1}}\frac{m}{s} \Rightarrow |\upsilon_1| = \sqrt{3}\frac{m}{s}.$$

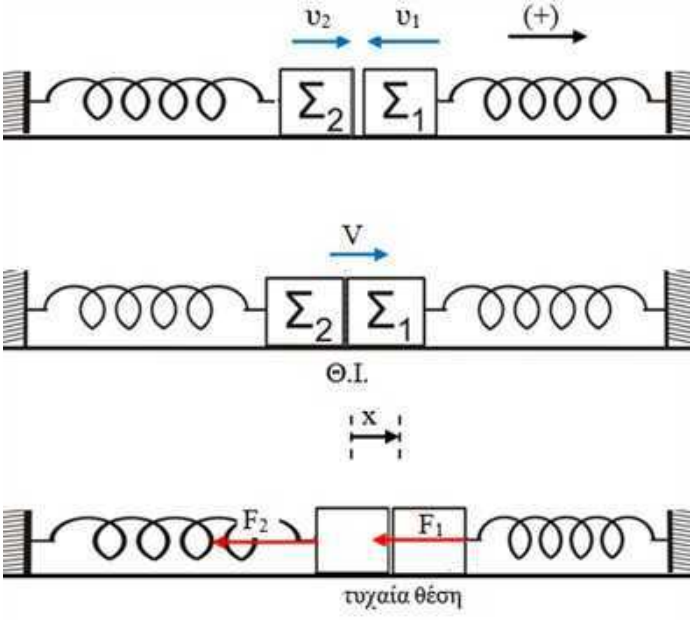
<u>Σ_2</u>

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ για τη θέση της κρούσης και μία ακραία θέση :

$$K_2 + U_2 = E_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA_2^2 \Leftrightarrow \upsilon_2^2 = \frac{k\left(A_2^2 - x^2\right)}{m_2} \Rightarrow |\upsilon_2| = \sqrt{\frac{k\left(A_2^2 - x^2\right)}{m_2}} \Rightarrow$$

$$|\upsilon_2| = \sqrt{\frac{100(0,04 - 0,01)}{4}}\frac{m}{s} \Rightarrow |\upsilon_2| = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{s}.$$

Γ3.



Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του συσσωματώματος τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος.

Θεωρώ το συσσωμάτωμα σε μία τυχαία θέση που βρίσκεται δεξιά από τη θέση ισορροπίας και απέχει απόσταση x από αυτή.

Στη θέση αυτή το ελατήριο 1 έχει συμπίεση x και ασκεί απωστική δύναμη μέτρου $F_1 = kx$ με φορά προς τα αριστερά, ενώ το ελατήριο 2 έχει επιμήκυνση x και ασκεί ελκτική δύναμη μέτρου $F_2 = kx$ με φορά προς τα αριστερά.

Με θετική φορά προς τα δεξιά, η αλγεβρική τιμή της συνισταμένης δύναμης στη θέση αυτή είναι :

$\Sigma F_x = -F_1 - F_2 = -kx - kx \Rightarrow \Sigma F_x = -2kx.$ (3)

Η σχέση (3) έχει τη μορφή $\Sigma F_x = -Dx$, η οποία είναι η αναγκαία συνθήκη ώστε το συσσωμάτωμα να εκτελεί ΑΑΤ γύρω από τη θέση ισορροπίας με σταθερά επαναφοράς $D = 2k = 200\frac{N}{m}$.

Γ4.

Τη στιγμή της κρούσης το Σ_1 κινείται προς τα αριστερά άρα η ταχύτητά του έχει αλγεβρική τιμή $\upsilon_1 = -\sqrt{3}\frac{m}{s}$, ενώ το Σ_2 κινείται προς τα δεξιά άρα η ταχύτητά του έχει αλγεβρική τιμή $\upsilon_2 = +\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{m}{s}$.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής για την πλαστική κρούση (αλγεβρικά) :

$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)V \Leftrightarrow V = \frac{m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow$$

$$V = \frac{1\cdot(-\sqrt{3}) + 4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{1+4}\frac{m}{s} \Rightarrow V = \frac{\sqrt{3}}{5}\frac{m}{s}.$$

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ του συσσωματώματος, για τη θέση της κρούσης (ελάχιστα μετά την κρούση) και μία ακραία θέση :

$$K + U_\tau = E_\tau \Leftrightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}DA^2 \Leftrightarrow A^2 = \frac{(m_1 + m_2)V^2 + Dx^2}{D} \Rightarrow$$

$$A = \sqrt{\frac{5\cdot\frac{3}{25} + 200\cdot 0,01}{200}}\,m = \sqrt{\frac{1,3}{100}}\,m \Rightarrow A = \frac{\sqrt{1,3}}{10}\,m.$$

Σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Newton, το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος είναι : $\left|\frac{dp}{dt}\right| = |F_{\epsilon\pi}| = k|x|$.

Το μέτρο της δύναμης επαναφοράς γίνεται μέγιστο στις ακραίες θέσεις, όπου : $|x| = A$.

Άρα, το μέγιστο μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος είναι :

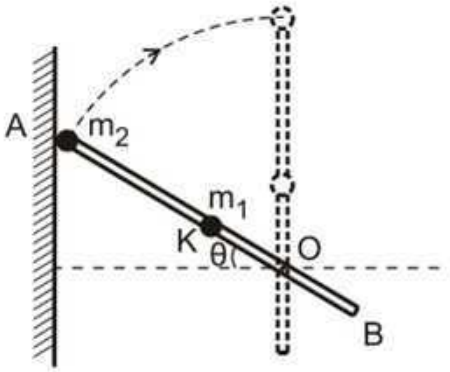
$$\left|\frac{dp}{dt}\right|_{max} = kA \Rightarrow \left|\frac{dp}{dt}\right|_{max} = \left(200\frac{N}{m}\right)\left(\frac{\sqrt{1,3}}{10}m\right) \Rightarrow \left|\frac{dp}{dt}\right|_{max} = 20\sqrt{1,3}\,N\left(\text{ή } \frac{Kgm}{s^2}\right).$$

ΘΕΜΑ Δ

Λεπτή, άκαμπτη και ισοπαχής ράβδος ΑΒ μήκους ℓ = 1 m και μάζας M = 3 kg, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από σημείο Ο αυτής, είναι κάθετος στη ράβδο και απέχει από το άκρο της Β απόσταση $OB = d = \frac{\ell}{4}$.

Στο μέσο Κ της ράβδου και στο άκρο της Α στερεώνουμε δύο σφαιρίδια μάζας m_1 και m_2 αντίστοιχα, όπου $m_1 = m_2 = 1$ kg.

Δίνοντας κατάλληλη ώθηση το σύστημα περιστρέφεται και χτυπά σε κατακόρυφο τοίχο με το άκρο Α, τη στιγμή που η ράβδος σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία θ, τέτοια ώστε ημθ = 0,83 (**σχήμα 6**).



Σχήμα 6

Δ1. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου-σφαιριδίων ως προς τον άξονα περιστροφής.

Μονάδες 6

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω_2 του συστήματος ράβδου-σφαιριδίων αμέσως μετά την κρούση, ώστε αυτό να εκτελέσει οριακά ανακύκλωση.

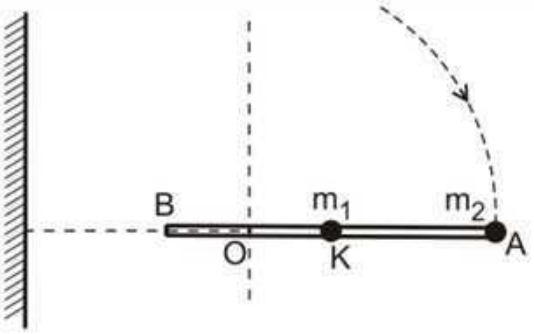
Μονάδες 6

Δ3. Κατά την κρούση με τον τοίχο, το ποσοστό απωλειών της κινητικής ενέργειας είναι το 75% της κινητικής ενέργειας του συστήματος ράβδου-σφαιριδίων πριν την κρούση. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της στροφορμής του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του κατά την κρούση.

Μονάδες 7

Δ4. Όταν το σύστημα ράβδου-σφαιριδίων περνά από την οριζόντια θέση για πρώτη φορά, να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του σφαιριδίου m_2 ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο (**σχήμα 7**).

Μονάδες 6



Σχήμα 7

Δίνονται:

- επιτάχυνση βαρύτητας g = 10 m/s^2,
- ροπή αδράνειας I_{cm} λεπτής ομογενούς ράβδου μάζας M και μήκους ℓ, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτή $I_{cm} = \frac{1}{12} \cdot M \cdot \ell^2$

Απάντηση

Δ1.

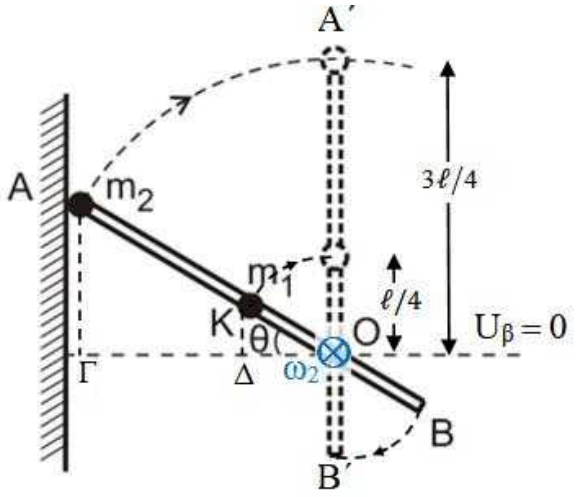
Σύμφωνα με το θεώρημα Steiner, η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής είναι :

$$I_{\rho(O)} = I_{cm} + M\left(\frac{\ell}{4}\right)^2 = \frac{1}{12}M\ell^2 + \frac{1}{16}M\ell^2 = \frac{7}{48}M\ell^2 \;\Rightarrow\; I_{\rho(O)} = \frac{7}{48}\cdot 3\cdot 1^2\,Kgm^2 \;\Rightarrow\; I_{\rho(O)} = \frac{7}{16}Kgm^2 .$$

Η ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής είναι :

$$I_{ολ} = I_{\rho(O)} + m_1\left(\frac{\ell}{4}\right)^2 + m_2\left(\frac{3\ell}{4}\right)^2 = \left[\frac{7}{16}+\frac{1}{16}+\frac{9}{16}\right]kgm^2 \;\Rightarrow\; I_{ολ} = \frac{17}{16}kgm^2 .$$

Δ2.



Με βάση το σχήμα : $(A\Gamma) = \frac{3\ell}{4}\eta\mu\theta,\;\; (K\Delta) = \frac{\ell}{4}\eta\mu\theta .$

Κατά τη διάρκεια της περιστροφής η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή.

Για να εκτελέσει η ράβδος πλήρη περιστροφή («ανακύκλωση») πρέπει να φτάσει στην κατακόρυφη θέση, έχοντας κάποια κινητική ενέργεια.

Δηλαδή, τη στιγμή που ράβδος γίνεται κατακόρυφη, πρέπει να ισχύει : $K_{τελ} \geq 0$. Στην οριακή περίπτωση : $K_{τελ} = 0$.

Ορίζω σαν επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το Ο και εφαρμόζω το θεώρημα διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για τη θέση της ράβδου αμέσως μετά την κρούση (με την ελάχιστη γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_2) και την κατακόρυφη θέση (όπου $K_{τελ} = 0$) :

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}I_{ολ}\omega_2^2 + (M+m_1)g\frac{\ell}{4}\eta\mu\theta + m_2 g\frac{3\ell}{4}\eta\mu\theta = 0 + (M+m_1)g\frac{\ell}{4} + m_2 g\frac{3\ell}{4}$$

$$\Leftrightarrow\; I_{ολ}\omega_2^2 = (M+m_1)g\frac{\ell}{2}(1-\eta\mu\theta) + m_2 g\frac{3\ell}{2}(1-\eta\mu\theta) \;\Rightarrow\; \omega_2 = \sqrt{\frac{g\ell(1-\eta\mu\theta)(M+m_1+3m_2)}{2I_{ολ}}} \;\Rightarrow$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{10\cdot 1\cdot(1-0,83)\cdot 7}{2\cdot\frac{17}{16}}}\frac{rad}{s} \;\Rightarrow\; \omega_2 = \sqrt{5,6}\,\frac{rad}{s}.$$

Δ3.

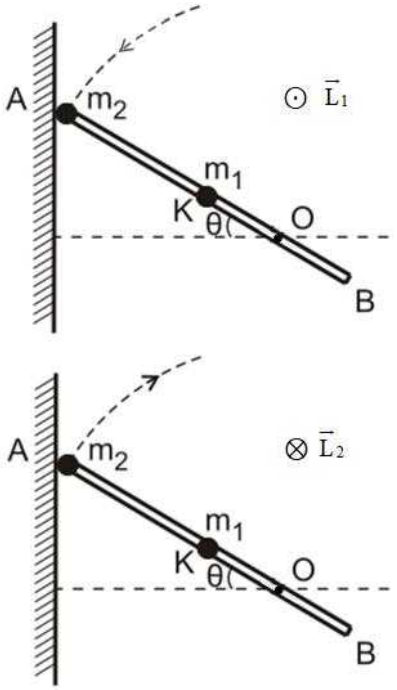
Έστω ω_1 το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος ελάχιστα πριν την κρούση.

Από το ποσοστό ελάττωσης της κινητικής ενέργειας, προκύπτει :

$$K_{πριν} - K_{μετά} = \frac{75}{100}K_{πριν} \;\Leftrightarrow\; 0,25K_{πριν} = K_{μετά} \;\Leftrightarrow\; K_{πριν} = 4K_{μετά} \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}I_{ολ}\omega_1^2 = 4\cdot\frac{1}{2}I_{ολ}\omega_2^2 \;\Leftrightarrow$$

$$\omega_1^2 = 4\omega_2^2 \;\Rightarrow\; \omega_1 = 2\omega_2 \;\Rightarrow\; \omega_1 = 2\sqrt{5,6}\,\frac{rad}{s}.$$

Πριν την κρούση η ράβδος κινείται προς τον τοίχο οπότε το διάνυσμα της στροφορμής έχει φορά προς τον αναγνώστη, ενώ μετά την κρούση η ράβδος απομακρύνεται από τον τοίχο και το διάνυσμα της στροφορμής έχει φορά προς τη σελίδα.



Θεωρώ σαν θετική τη φορά της αρχικής στροφορμής $\vec{L}_1$ (προς τον αναγνώστη) και υπολογίζω τη μεταβολή της στροφορμής (αλγεβρικά) :

$$\Delta L = -L_2 - L_1 = -I_{ολ}\omega_2 - I_{ολ}\omega_1 \Leftrightarrow \Delta L = -I_{ολ}(\omega_2 + \omega_1) \Rightarrow$$

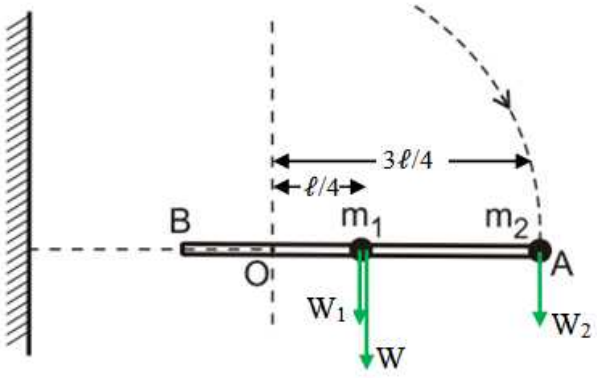
$$\Delta L = -\frac{51\sqrt{5,6}}{16}\frac{Kgm^2}{s}.$$

Το διάνυσμα της μεταβολής της στροφορμής $\Delta\vec{L}$ έχει τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής και φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

Δ4.

Τη στιγμή που η ράβδος διέρχεται από την οριζόντια θέση, έχει γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{γων}$.

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης ως προς τον άξονα περιστροφής :



$$\Sigma\tau_{(O)} = I_{ολ}\alpha_{γων} \Leftrightarrow (M + m_1)g\frac{\ell}{4} + m_2 g\frac{3\ell}{4} = I_{ολ}\alpha_{γων}$$

$$\Leftrightarrow \alpha_{γων} = \frac{(M + m_1 + 3m_2)g\ell}{4I_{ολ}} \Rightarrow$$

$$\alpha_{γων} = \frac{7\cdot 10\cdot 1}{4\cdot\frac{17}{16}}\frac{rad}{s^2} \Rightarrow \alpha_{γων} = \frac{280}{17}\frac{rad}{s^2}.$$

Την ίδια στιγμή, το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του σφαιριδίου μάζας m_2 είναι :

$$\frac{|dL_2|}{dt} = I_2\alpha_{γων} = m_2\left(\frac{3\ell}{4}\right)^2\alpha_{γων} \Rightarrow \frac{|dL_2|}{dt} = 1\cdot\frac{9}{16}\cdot\frac{280}{17}\frac{Kgm^2}{s^2} \Rightarrow \frac{|dL_2|}{dt} = \frac{315}{34}\frac{Kgm^2}{s^2}.$$

Σχόλια

1) Στο ερώτημα Δ2, η διατύπωση : «Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω_2 του συστήματος . . . ώστε αυτό να εκτελέσει οριακά ανακύκλωση» είναι λανθασμένη.

Κατά τη διάρκεια της περιστροφής τα δύο τμήματα ΟΑ, ΟΒ της ράβδου καλύπτουν την επιφάνεια των κυκλικών τομέων ΟΑΑ΄, ΟΒΒ΄, επομένως δεν έχει νόημα ο όρος «ανακύκλωση».

Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «Να υπολογίσετε το μέτρο της ελάχιστης γωνιακής ταχύτητας ω_2 του συστήματος . . . ώστε η ράβδος να φτάσει στην κατακόρυφη θέση».

2) Στο ερώτημα Δ3, η διατύπωση : «Να υπολογίσετε τη μεταβολή της στροφορμής . . . » είναι ασαφής. Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της . . . » .

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

ΤΕΤΑΡΤΗ 22 ΜΑΪΟΥ 2013

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

Θέμα Α

*Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Περιπολικό ακολουθεί αυτοκίνητο που έχει παραβιάσει το όριο ταχύτητας. Τα δύο αυτοκίνητα κινούνται με ίσες ταχύτητες. Αν η σειρήνα του περιπολικού εκπέμπει ήχο συχνότητας f_S, τότε, η συχνότητα f_A που αντιλαμβάνεται ο οδηγός του άλλου αυτοκινήτου είναι:

α) $f_A = 2\, f_S$

β) $f_A = \frac{1}{2} f_s$

γ) $f_A = f_S$

δ) $f_A = 0$

Μονάδες 5

Απάντηση

Ο παρατηρητής πλησιάζει την πηγή με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_A = \upsilon$ ενώ η πηγή απομακρύνεται από τον παρατηρητή με ταχύτητα ίσου μέτρου $\upsilon_s = \upsilon$.

Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι :

$$f_A = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_A}{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_s} \cdot f_s \;\Rightarrow\; f_A = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon}{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon} \cdot f_s \;\Rightarrow\; f_A = f_s .$$

Σωστή απάντηση : γ).

Α2. Διακρότημα δημιουργείται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, με ίδιο πλάτος, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, όταν οι ταλαντώσεις αυτές έχουν:

α) ίσες συχνότητες και ίδια φάση

β) ίσες συχνότητες και διαφορά φάσης $\frac{\pi}{2}$

γ) παραπλήσιες συχνότητες

δ) ίσες συχνότητες και διαφορά φάσης π.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : γ).

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 27.

Α3. Σε μια μηχανική ταλάντωση της οποίας το πλάτος φθίνει χρονικά ως $A = A_0 e^{-\Lambda t}$, όπου A_0 είναι το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης και Λ είναι μια θετική σταθερά, ισχύει ότι:

α) οι μειώσεις του πλάτους σε κάθε περίοδο είναι σταθερές

β) η δύναμη αντίστασης είναι $F_{αντ} = - b\, υ^2$, όπου b είναι η σταθερά απόσβεσης και υ η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται

γ) η περίοδος Τ της ταλάντωσης μειώνεται με το χρόνο για μικρή τιμή της σταθεράς απόσβεσης b

δ) η δύναμη αντίστασης είναι $F_{αντ} = - b\, υ$, όπου b είναι η σταθερά απόσβεσης και υ η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Λάθος.

$\underline{t_1 = T}$: $A_1 = A_o e^{-\Lambda T}$.

$\underline{t_2 = 2T}$: $A_2 = A_o e^{-2\Lambda T}$.

$\underline{0 \to T}$: $|\Delta A_1| = A_o - A_1 = A_o - A_o e^{-\Lambda T} \Rightarrow |\Delta A_1| = A_o(1 - e^{-\Lambda T})$. (1)

$\underline{T \to 2T}$: $|\Delta A_2| = A_1 - A_2 = A_o e^{-\Lambda T} - A_o e^{-2\Lambda T} \Rightarrow |\Delta A_2| = A_o e^{-\Lambda T}(1 - e^{-\Lambda T})$. (2)

(1), (2) $\Rightarrow$ $|\Delta A_1| \neq |\Delta A_2|$.

β) Λάθος.

δ) Σωστό. Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδες 18, 19.

γ) Λάθος.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 19.

Σχόλιο

Το ερώτημα γ) έπρεπε να έχει της εξής διατύπωση : «Η περίοδος Τ της ταλάντωσης μειώνεται με το χρόνο **για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b**».

Α4. Κατά τη διάδοση ηλεκτρομαγνητικού κύματος στο κενό, σε μεγάλη απόσταση από την πηγή, ισχύει ότι:

α) στη θέση που η ένταση Ε του ηλεκτρικού πεδίου είναι μηδέν, η ένταση Β του μαγνητικού πεδίου είναι μέγιστη

β) τα διανύσματα των εντάσεων Ε του ηλεκτρικού και Β του μαγνητικού πεδίου είναι παράλληλα μεταξύ τους

γ) το διάνυσμα της έντασης Ε του ηλεκτρικού πεδίου είναι κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος

δ) το διάνυσμα της έντασης Β του μαγνητικού πεδίου είναι παράλληλο στη διεύθυνση διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Λάθος.

Σε μεγάλη απόσταση από την πηγή οι εντάσεις του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου είναι σε φάση (δηλαδή στα ίδια σημεία μηδενίζονται συγχρόνως και αποκτούν συγχρόνως τις μέγιστες τιμές τους).

β), δ) Λάθος.

Τα διανύσματα των εντάσεων $\vec{E}$ του ηλεκτρικού και $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετα μεταξύ τους και είναι κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

Σωστή απάντηση : γ).

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Το όζον της στρατόσφαιρας απορροφά κατά κύριο λόγο την επικίνδυνη υπεριώδη ακτινοβολία.

β) Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας του σώματος που ταλαντώνεται καθώς αυξάνεται το μέτρο της δύναμης επαναφοράς.

γ) Κατά τη διάδοση μηχανικού κύματος μεταφέρεται ορμή από ένα σημείο του μέσου στο άλλο.

δ) Σε στερεό σώμα σφαιρικού σχήματος που στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από άξονα διερχόμενο από το κέντρο του ισχύει πάντα $\Sigma \mathbf{F} = 0$.

ε) Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των δύο σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες αλλά μη συγγραμμικές.

Μονάδες 5

Απάντηση

α) Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 62.

β) Λάθος.

Όταν το σώμα κινείται από τη θέση ισορροπίας προς μία ακραία θέση τότε αυξάνεται το μέτρο της δύναμης επαναφοράς και μειώνεται το μέτρο της ταχύτητας.

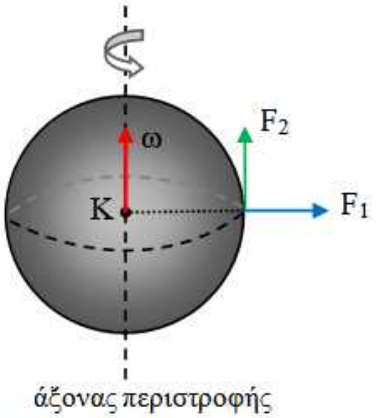
γ) Σωστό.

Κατά τη διάδοση ενός μηχανικού κύματος μεταφέρεται ενέργεια και ορμή από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 44.

δ) Λάθος.

Όταν ο φορέας της συνισταμένης δύναμης τέμνει τον άξονα περιστροφής (όπως η δύναμη $\vec{F}_1$ του σχήματος) ή είναι παράλληλος προς τον άξονα (όπως η δύναμη $\vec{F}_2$) τότε η ροπή της είναι μηδενική ($\Sigma\tau_K = 0$) και η γωνιακή ταχύτητα διατηρείται σταθερή, αλλά η συνισταμένη δύναμη δεν είναι μηδενική : $\Sigma \vec{F} \neq 0$.

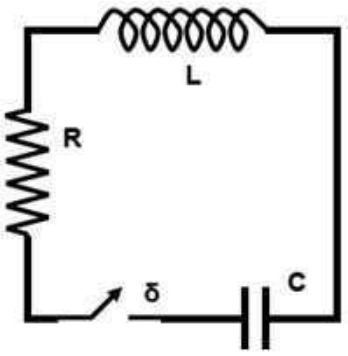


ε) Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 155.

Θέμα Β

Β1. Στο κύκλωμα του σχήματος ο πυκνωτής χωρητικότητας $C = 20\times10^{-6}$ F είναι φορτισμένος σε τάση $V_C = 20$ V και το ιδανικό πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L = \frac{1}{9} \times 10^{-3}$ H.



Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κλείνουμε το διακόπτη δ. Κάποια μεταγενέστερη χρονική στιγμή t_1, το φορτίο του πυκνωτή είναι μηδέν και η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο είναι 6 A. Από τη στιγμή t_0 έως τη στιγμή t_1 η συνολική ενέργεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης μειώθηκε κατά:

i) 1×10^{-3} J
ii) 2×10^{-3} J
iii) 4×10^{-3} J

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση

Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ που κλείνει ο διακόπτης, το φορτίο του πυκνωτή είναι $q = CV_C$ ενώ η ένταση του ρεύματος είναι μηδενική ($i = 0$) άρα το πηνίο δεν έχει αποθηκευμένη ενέργεια ($U_{B(o)} = 0$).

Η αρχική ενέργεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης είναι :

$$E_o = U_{E(o)} + U_{B(o)} = \frac{1}{2}CV_C^2 \;\Rightarrow\; E_o = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 10^{-5}\cdot 400\,\text{J} \;\Rightarrow\; E_o = 4\cdot 10^{-3}\,\text{J}.$$

Τη χρονική στγμή t_1 η ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι μηδενική ($U_E = 0$) και η ένταση του ρεύματος έχει μέγιστο μέτρο ($|i_1| = I_1 = 6$ A).

Η ενέργεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης είναι :

$$E = U_E + U_B = \frac{1}{2}LI_1^2 \;\Rightarrow\; E = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{9}\cdot 10^{-3}\cdot 36\,\text{J} \;\Rightarrow\; E = 2\cdot 10^{-3}\,\text{J}.$$

Σε αυτή τη χρονική διάρκεια, η ενέργεια της ταλάντωσης μειώθηκε κατά :

$$|\Delta E| = E_o - E = 4\cdot 10^{-3}\,\text{J} - 2\cdot 10^{-3}\,\text{J} \;\Rightarrow\; |\Delta E| = 2\cdot 10^{-3}\,\text{J}.$$

Σωστή απάντηση : ii.

B2. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 που βρίσκονται αντίστοιχα στα σημεία Κ και Λ της επιφάνειας υγρού παράγουν πανομοιότυπα εγκάρσια αρμονικά κύματα με ίδιο πλάτος, ίσες συχνότητες f_1 και ίσα μήκη κύματος λ_1. Αν η απόσταση των σημείων Κ και Λ είναι $d = 2\lambda_1$, τότε δημιουργούνται τέσσερις υπερβολές απόσβεσης, μεταξύ των σημείων Κ και Λ.

Αλλάζοντας την συχνότητα των δύο πηγών σε $f_2 = 3f_1$ και διατηρώντας το ίδιο πλάτος, ο αριθμός των υπερβολών απόσβεσης, που δημιουργούνται μεταξύ των δύο σημείων Κ και Λ, είναι:

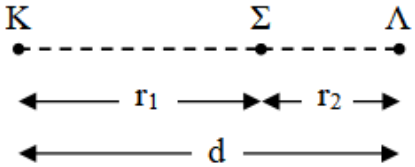
i) 6
ii) 8
iii) 12

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. **Μονάδες 7**

Απάντηση

Αρχικά, το μήκος κύματος είναι : $\lambda_1 = \dfrac{\upsilon}{f_1}$. (1)



Όταν η συχνότητα είναι $f_2 = 3f_1$ τότε το μήκος κύματος γίνεται :

$$\lambda_2 = \frac{\upsilon}{3f_1} \xrightarrow{(1)} \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{3} \Leftrightarrow \lambda_1 = 3\lambda_2 . \quad (2)$$

Για ένα σημείο μεταξύ των Κ, Λ που απέχει αποστάσεις r_1 , r_2 από αυτά και βρίσκεται σε κροσσό αποσβεστικής συμβολής, ισχύουν οι σχέσεις :

$$\left.\begin{aligned} r_1 - r_2 &= (2N+1)\frac{\lambda_2}{2} \\ r_1 + r_2 &= 2\cdot 3\lambda_2 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{(+)} 2r_1 = (2N+1)\frac{\lambda_2}{2} + 6\lambda_2 \Leftrightarrow r_1 = (2N+1)\frac{\lambda_2}{4} + 3\lambda_2 \Leftrightarrow$$

$$r_1 = \frac{2N+13}{4}\cdot\lambda_2 . \quad (3)$$

Για την απόσταση r_1 ισχύει η διπλή ανισότητα :

$$0 < r_1 < 6\lambda_2 \xrightarrow{(3)} 0 < \frac{2N+13}{4}\cdot\lambda_2 < 6\lambda_2 \Leftrightarrow 0 < 2N+13 < 24 \Leftrightarrow -13 < 2N < 11$$

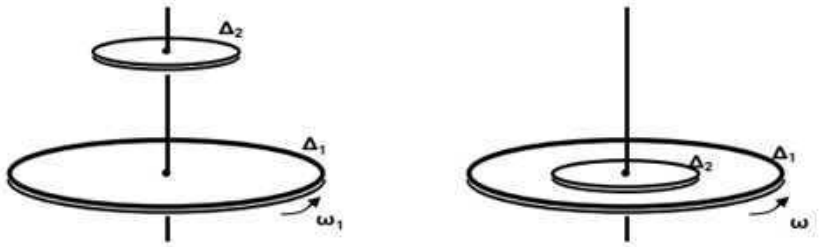
$$\Leftrightarrow -6,5 < N < 5,5 \Rightarrow N = -6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5. \quad (12 \text{ σημεία})$$

Σωστή απάντηση : iii.

B3. Ένας δίσκος Δ_1 με ροπή αδράνειας I_1 στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1 και φορά περιστροφής όπως φαίνεται στο σχήμα, γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

Ένας δεύτερος δίσκος Δ_2 με ροπή αδράνειας $I_2 = \frac{I_1}{4}$, που αρχικά είναι ακίνητος, τοποθετείται πάνω στο δίσκο Δ_1, ενώ αυτός περιστρέφεται, έτσι ώστε να έχουν κοινό άξονα περιστροφής, που διέρχεται από τα κέντρα των δύο δίσκων, όπως δείχνει το σχήμα.

Μετά από λίγο οι δύο δίσκοι αποκτούν κοινή γωνιακή ταχύτητα ω.



Αν L_1 είναι το μέτρο της αρχικής στροφορμής του δίσκου Δ_1, τότε το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του δίσκου Δ_1 είναι:

i) 0

ii) $\frac{1}{5} L_1$

iii) $\frac{2}{5} L_1$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

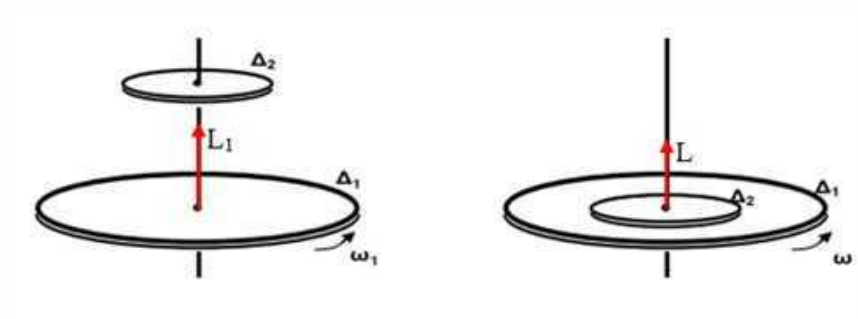
Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Υποθέτω ότι κάθε δίσκος είναι λεπτός και ομογενής, οπότε το κέντρο μάζας του είναι το κέντρο του δίσκου.



Οι δυνάμεις επαφής μεταξύ των δύο δίσκων είναι εσωτερικές για το σύστημα.

Αφού τα βάρη των δίσκων δεν προκαλούν ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής, η συνισταμένη των εξωτερικών ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής είναι μηδενική, άρα η στροφορμή του συστήματος ως προς τον ίδιο άξονα διατηρείται σταθερή κατά τη διάρκεια του φαινομένου.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της στροφορμής (αλγεβρικά) :

$$L_{αρχ} = L_{τελ} \Leftrightarrow I_1\omega_1 = (I_1 + I_2)\omega \Leftrightarrow I_1\omega_1 = \frac{5I_1}{4}\omega \Leftrightarrow \omega = \frac{4}{5}\omega_1 . \quad (1)$$

Η μεταβολή της στροφορμής του δίσκου Δ_1 είναι (αλγεβρικά) :

$$\Delta L_1 = L_1' - L_1 = I_1\omega - I_1\omega_1 \xrightarrow{(1)} \Delta L_1 = I_1\left(\frac{4}{5}\omega_1 - \omega_1\right) = -\frac{1}{5}I_1\omega_1 \Rightarrow \Delta L_1 = -\frac{1}{5}L_1 .$$

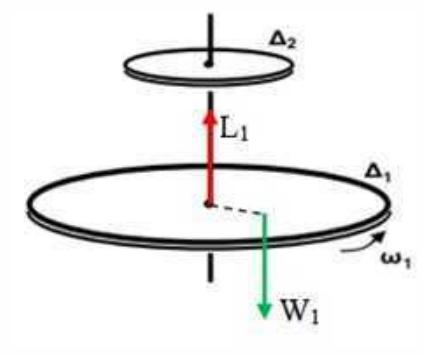
Άρα, το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του δίσκου Δ_1 είναι : $|\Delta L_1| = \frac{1}{5} L_1$.

Σωστή απάντηση : ii.

Σχόλιο

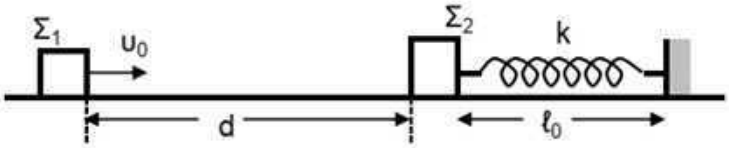
Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι οι δίσκοι είναι λεπτοί και ομογενείς.

Στην περίπτωση που ένας δίσκος δεν είναι ομογενής τότε ο φορέας του βάρους δεν βρίσκεται πάνω στον άξονα περιστροφής αλλά είναι παράλληλος προς αυτόν (σχήμα) με αποτέλεσμα να μην προκαλεί ροπή και επομένως **η στροφορμή του συστήματος θα διατηρείται σταθερή**.



Θέμα Γ

Σώμα Σ_1 με μάζα m_1 κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα Σ_2 με μάζα $m_2 = 2\ m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Έστω υ_0 η ταχύτητα που έχει το σώμα Σ_1 τη στιγμή $t_0 = 0$ και ενώ βρίσκεται σε απόσταση $d = 1$ m από το σώμα Σ_2. Αρχικά, θεωρούμε ότι το σώμα Σ_2 είναι ακίνητο πάνω στο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου με αμελητέα μάζα και σταθερά ελατηρίου k, και το οποίο έχει το φυσικό του μήκος ℓ_0. Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Αμέσως μετά τη κρούση, που είναι κεντρική και ελαστική, το σώμα Σ_1 αποκτά ταχύτητα με μέτρο $\upsilon_1' = \sqrt{10}$ m/s και φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας.

Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δύο σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι $\mu = 0,5$ και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ m/s^2$.

Γ1. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα υ_0 του σώματος Σ_1.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα Σ_1 στο σώμα Σ_2 κατά την κρούση.

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε το συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος Σ_1 από την αρχική χρονική στιγμή t_0 μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά.
Δίνεται : $\sqrt{10} \simeq 3,2$

Μονάδες 6

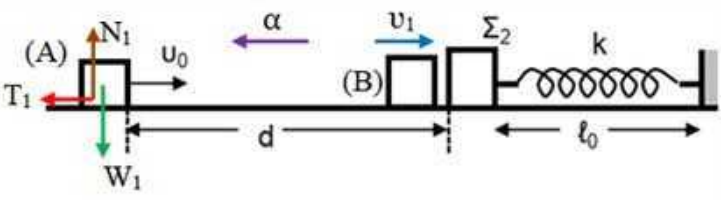
Γ4. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου, αν δίνεται ότι $m_2 = 1$kg και $k = 105$ N/m.

Μονάδες 7

Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και ότι τα δύο σώματα συγκρούονται μόνο μία φορά.

Απάντηση

Γ1.



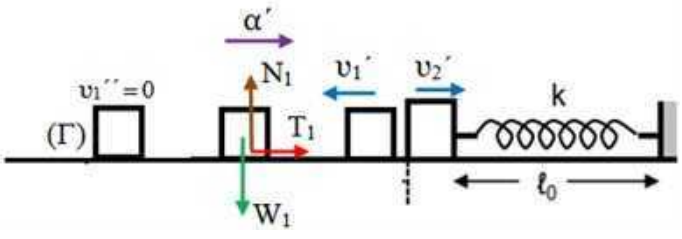
Σώμα Σ_1

Με θετική φορά προς τα δεξιά,

η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του Σ_1

αμέσως μετά την ελαστική κρούση, είναι :

$$\upsilon_1' = -\sqrt{10}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



Εφαρμόζω τη σχέση για την ταχύτητα του Σ_1

αμέσως μετά την κεντρική ελαστική κρούση :

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\cdot\upsilon_1 \;\Rightarrow\; \upsilon_1' = \frac{m_1 - 2m_1}{m_1 + 2m_1}\cdot\upsilon_1 \;\Rightarrow\; \upsilon_1' = -\frac{\upsilon_1}{3} \;\Rightarrow\; \upsilon_1 = -3\upsilon_1' \;\Rightarrow\; \upsilon_1 = 3\sqrt{10}\,\frac{m}{s}.$$

Στη διάρκεια της διαδρομής από το Α στο Β, το Σ_1 δέχεται δύναμη τριβής με φορά προς τα αριστερά.

Στον άξονα y το σώμα ισορροπεί, άρα ισχύει :

$\Sigma F_{1(y)} = 0 \;\Leftrightarrow\; N_1 - W_1 = 0 \;\Leftrightarrow\; N_1 = m_1 g. \qquad (1)$

Εφαρμόζω το νόμο της τριβής ολίσθησης :

$$T_1 = \mu N_1 \xrightarrow{(1)} T_1 = \mu m_1 g. \qquad (2)$$

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή από το Α στο Β :

$$K_B - K_A = \Sigma W \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_o^2 = -T_1 d \xrightarrow{(2)} m_1\upsilon_1^2 - m_1\upsilon_o^2 = -2\mu m_1 g d \;\Leftrightarrow$$

$$\upsilon_1^2 - \upsilon_o^2 = -2\mu g d \;\Leftrightarrow\; \upsilon_o^2 = \upsilon_1^2 + 2\mu g d \;\Rightarrow\; \upsilon_o = \sqrt{\upsilon_1^2 + 2\mu g d} \;\Rightarrow\; \upsilon_o = \sqrt{90 + 2\cdot 0,5\cdot 10\cdot 1}\,\frac{m}{s} \;\Rightarrow$$

$$\upsilon_o = 10\,\frac{m}{s}.$$

Γ2.

Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του Σ_2 αμέσως μετά την κεντρική ελαστική κρούση, είναι :

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\cdot\upsilon_1 = \frac{2m_1}{m_1 + 2m_1}\cdot\upsilon_1 \;\Rightarrow\; \upsilon_2' = \frac{2}{3}\cdot\upsilon_1 \;\Rightarrow\; \upsilon_2' = \frac{2}{3}\cdot 3\sqrt{10}\,\frac{m}{s} \;\Rightarrow\; \upsilon_2' = 2\sqrt{10}\,\frac{m}{s}.$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το Σ_1 στο Σ_2 κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι :

$$\Pi(\%) = \frac{K_2'}{K_1}\cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}\cdot 100\% = \frac{2m_1}{m_1}\cdot\left(\frac{\upsilon_2'}{\upsilon_1}\right)^2\cdot 100\% = 2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot 100\% \;\Rightarrow\; \Pi(\%) = \frac{800}{9}\%.$$

Γ3.

<u>διαδρομή Α → Β</u>

Λόγω της τριβής ολίσθησης το σώμα έχει σταθερή επιβράδυνση α.

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x (θετική φορά προς τα δεξιά) :

$$\Sigma F_{1(x)} = m_1\alpha \;\Leftrightarrow\; -T_1 = m_1\alpha \xrightarrow{(2)} -\mu m_1 g = m_1\alpha \;\Rightarrow\; \alpha = -\mu g \;\Rightarrow\; \alpha = -5\,\frac{m}{s^2}.$$

Εφαρμόζω την εξίσωση της ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση :

$$\upsilon_1 = \upsilon_o + \alpha(\Delta t_1) \;\Leftrightarrow\; \Delta t_1 = \frac{\upsilon_1 - \upsilon_o}{\alpha} \;\Rightarrow\; \Delta t_1 = \frac{3\sqrt{10} - 10}{-5}\,s \cong -\frac{3\cdot 3,2 - 10}{5}\,s \;\Rightarrow\; \Delta t_1 \cong 0,08\,s.$$

διαδρομή $B \to \Gamma$

Το σώμα έχει σταθερή επιβράδυνση ίδιου μέτρου : $\alpha' = |\alpha| = 5\frac{m}{s^2}$.

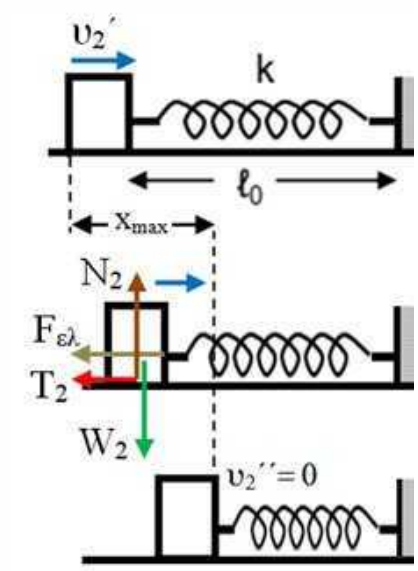
Εφαρμόζω την εξίσωση της ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση :

$$0 = \upsilon_1' + \alpha'(\Delta t_2) \Leftrightarrow \Delta t_2 = -\frac{\upsilon_1'}{\alpha'} \Rightarrow \Delta t_2 = -\frac{\left(-\sqrt{10}\right)}{5}s \cong \frac{3,2}{5}s \Rightarrow \Delta t_2 \cong 0,64\,s.$$

Η συνολική χρονική διάρκεια της κίνησης $A \to B \to \Gamma$ είναι :

$\Delta t_{o\lambda} = \Delta t_1 + \Delta t_2 \cong (0,08 + 0,64)\ s \Rightarrow \Delta t_{o\lambda} \cong 0,72\ s.$

Γ4.



Σώμα Σ_2

Στον άξονα y το σώμα ισορροπεί, άρα ισχύει :

$\Sigma F_{2(y)} = 0 \Leftrightarrow N_2 - W_2 = 0 \Leftrightarrow N_2 = m_2 g.$ (3)

Εφαρμόζω το νόμο της τριβής ολίσθησης :

$$T_2 = \mu N_2 \xrightarrow{(3)} T_2 = \mu m_2 g \Rightarrow T_2 = 5\,N.$$

Έστω x_{max} η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου.

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή από τη θέση της κρούσης μέχρι τη θέση που σταματά στιγμιαία :

$$K_{2,\tau\varepsilon\lambda} - K_{2,\alpha\rho\chi} = W_{T2} + W_{F\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow 0 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = -T_2 x_{max} - \frac{1}{2}kx_{max}^2$$

$$\Leftrightarrow kx_{max}^2 + 2T_2 x_{max} - m_2\upsilon_2'^2 = 0 \Rightarrow 105x_{max}^2 + 10x_{max} - 40 = 0 \quad \text{ή} \quad 21x_{max}^2 + 2x_{max} - 8 = 0.$$

$$\Delta = 4 - 4\cdot 21\cdot(-8) = 676.$$

$$x_{max} = \frac{-2 \pm 26}{2\cdot 21}m \Rightarrow x_{max} = \begin{cases} \frac{-2+26}{42}m = \frac{24}{42}m = \frac{4}{7}m & \text{(δεκτή)} \\ \frac{-2-26}{42}m = -\frac{28}{42}m = -\frac{2}{3}m & \text{(απορρίπτεται)} \end{cases}$$

Επομένως : $x_{max} = \frac{4}{7}m.$

Σχόλιο για το ερώτημα Γ3

Αν το σώμα έκανε ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα $\upsilon_o = 10\frac{m}{s}$, θα διένυε την απόσταση $d = 1\ m$ σε χρονική διάρκεια $\Delta t_1' = \frac{d}{\upsilon_o} = 0,1s$, δηλαδή **θα χρειαζόταν περισσότερο χρόνο από αυτόν που χρειάστηκε για να διανύσει την ίδια απόσταση επιβραδυνόμενο**, πράγμα αδύνατο.

Αυτό οφείλεται στην προσέγγιση : $\sqrt{10} \cong 3,2$.

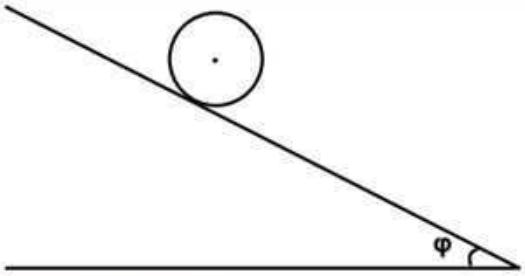
Αν η εκφώνηση έδινε π.χ. ότι : $d = 6,4\ m$ και $|\upsilon_1'| = 2\frac{m}{s}$, τότε θα προέκυπταν οι τιμές :

$\upsilon_1 = 6\frac{m}{s}$, $\upsilon_o = 10\frac{m}{s}$, $\upsilon_2' = 4\frac{m}{s}$, $\Delta t_1 = 0,8\ s$, $\Delta t_2 = 0,4\ s$,

χωρίς να χρειαστεί να γίνουν προσεγγίσεις.

Θέμα Δ

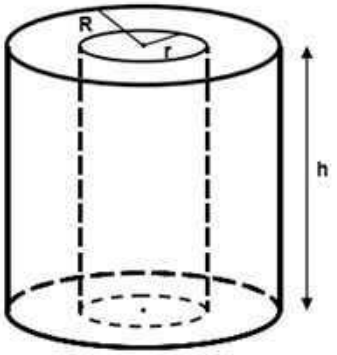
Δίνεται συμπαγής, ομογενής κύλινδρος μάζας M και ακτίνας R. Αφήνουμε τον κύλινδρο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση, υπό την επίδραση της βαρύτητας (με επιτάχυνση της βαρύτητας g), πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ, όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί:



Δ1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου. Ο άξονας του κυλίνδρου διατηρείται οριζόντιος.

Μονάδες 5

Δ2. Από το εσωτερικό αυτού του κυλίνδρου, που έχει ύψος h, αφαιρούμε πλήρως ένα ομοαξονικό κύλινδρο ακτίνας r, όπου r < R, όπως απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:

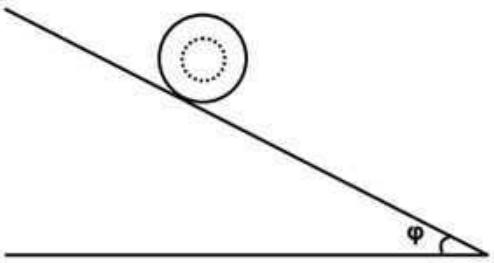


Να αποδείξετε ότι η ροπή αδράνειας του κοίλου κυλίνδρου, ως προς τον άξονα του, που προκύπτει μετά την αφαίρεση του εσωτερικού κυλινδρικού τμήματος, είναι

$$I_{κοιλ} = \frac{1}{2} M R^2 \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)$$

Μονάδες 7

Στη συνέχεια λιπαίνουμε το κυλινδρικό τμήμα που αφαιρέσαμε και το επανατοποθετούμε στη θέση του, ούτως ώστε να εφαρμόζει απόλυτα με τον κοίλο κύλινδρο χωρίς τριβές. Το νέο σύστημα που προκύπτει αφήνεται να κυλίσει χωρίς ολίσθηση, υπό την επίδραση της βαρύτητας (με επιτάχυνση της βαρύτητας g), στο ίδιο κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Δ3. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του συστήματος.

Μονάδες 7

Δ4. Όταν $r=\frac{R}{2}$, να υπολογίσετε, σε κάθε χρονική στιγμή της κύλισης στο κεκλιμένο επίπεδο, το λόγο της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του συστήματος.

Μονάδες 6

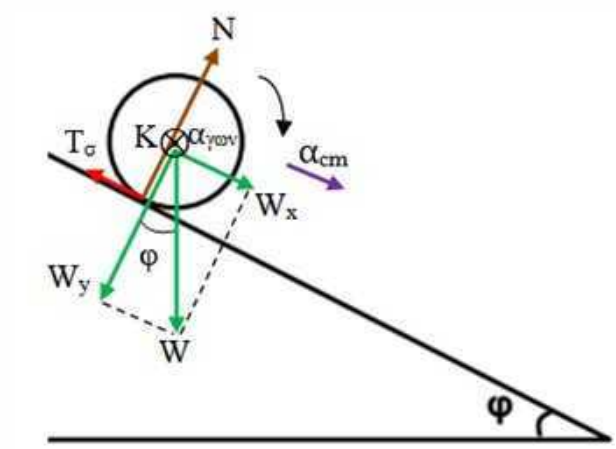
Ο άξονας του συστήματος διατηρείται πάντα οριζόντιος.

Δίνονται : Η ροπή αδράνειας Ι συμπαγούς και ομογενούς κυλίνδρου μάζας Μ και ακτίνας R, ως προς τον άξονα γύρω από τον οποίο στρέφεται: $I=\frac{1}{2}MR^2$

Ο όγκος V ενός συμπαγούς κυλίνδρου ακτίνας R και ύψους h: $V=\pi R^2 h$

Απάντηση

Δ1.



Ο κύλινδρος εκτελεί συγχρόνως μεταφορική κίνηση με επιτάχυνση μέτρου α_{cm} και στροφική κίνηση (γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του) με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu}$.

Αφού ο κύλινδρος δεν ολισθαίνει, ισχύει :

$\alpha_{cm}=R\alpha_{\gamma\omega\nu}$. (1)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης :

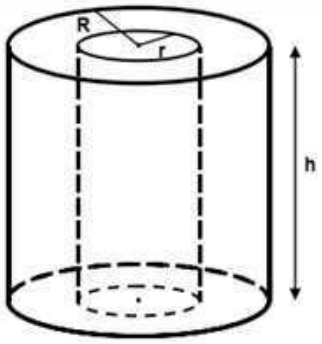
$$\Sigma\tau_K=I\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_\sigma R=\frac{1}{2}MR^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_\sigma=\frac{1}{2}MR\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{(1)} T_\sigma=\frac{1}{2}M\alpha_{cm}. \quad (2)$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x :

$$\Sigma F_x=M\alpha_{cm} \Leftrightarrow W_x-T_\sigma=M\alpha_{cm} \xrightarrow{(2)} Mg\eta\mu\varphi-\frac{1}{2}M\alpha_{cm}=M\alpha_{cm} \Leftrightarrow g\eta\mu\varphi=\frac{3}{2}\alpha_{cm} \Leftrightarrow$$

$$\alpha_{cm}=\frac{2}{3}g\eta\mu\varphi. \quad (3)$$

Δ2.



Έστω $d=\frac{M}{V}$ η πυκνότητα του υλικού του κυλίνδρου.

Ο όγκος του κυλινδρικού τμήματος που αφαιρείται, είναι :

$V'=\pi r^2 h$. (4)

Η μάζα του κυλινδρικού τμήματος που αφαιρείται, είναι :

$$M'=dV' \xrightarrow{(4)} M'=\pi dr^2 h. \quad (5)$$

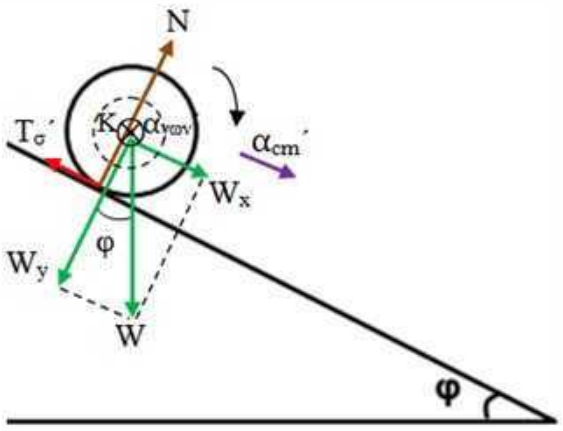
Η ροπή αδράνειας του κυλινδρικού τμήματος που αφαιρείται, δίνεται από τη σχέση :

$$I' = \frac{1}{2}M'r^2 \xrightarrow{(5)} I' = \frac{1}{2}\pi dhr^4 \Rightarrow I' = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{M}{V}\right)hr^4 = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{M}{\pi R^2 h}\right)hr^4 \Rightarrow I' = \frac{Mr^4}{2R^2}. \quad (6)$$

Η ροπή αδράνειας του κοίλου τμήματος που απομένει, είναι :

$$I_{κοιλ} = I - I' \xrightarrow{(6)} I_{κοιλ} = \frac{MR^2}{2} - \frac{Mr^4}{2R^2} \Rightarrow I_{κοιλ} = \frac{MR^2}{2}\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right). \quad (7)$$

Δ3.



Ο κοίλος κύλινδρος εκτελεί συγχρόνως μεταφορική κίνηση με επιτάχυνση μέτρου α_{cm}' και στροφική κίνηση (γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του) με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{γων}'$.

Ο εσωτερικός κύλινδρος ακτίνας r δεν περιστρέφεται, αφού δεν υπάρχει τριβή με το εσωτερικό τοίχωμα του κοίλου κυλίνδρου η οποία να προκαλεί ροπή, άρα εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση με επιτάχυνση μέτρου α_{cm}'.

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για τον κοίλο κύλινδρο :

$$\Sigma\tau_K = I_{κοιλ}\alpha_{γων}' \Leftrightarrow T_σ'R = I_{κοιλ}\alpha_{γων}' \Leftrightarrow T_σ' = \frac{I_{κοιλ}\alpha_{γων}'}{R}. \quad (8)$$

Αφού ο κύλινδρος δεν ολισθαίνει, ισχύει : $\alpha_{cm}' = R\alpha_{γων}' \Leftrightarrow \alpha_{γων}' = \frac{\alpha_{cm}'}{R}$. (9)

Με συνδυασμό των σχέσων (8), (9) προκύπτει :

$$T_σ' = \frac{I_{κοιλ}\alpha_{cm}'}{R^2} \xrightarrow{(7)} T_σ' = \frac{M}{2}\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)\alpha_{cm}'. \quad (10)$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x για το σύστημα των δύο κυλίνδρων :

$$\Sigma F_x' = M\alpha_{cm}' \Leftrightarrow W_x - T_σ' = M\alpha_{cm}' \xrightarrow{(10)} Mg\eta\mu\varphi - \frac{M}{2}\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)\alpha_{cm}' = M\alpha_{cm}' \xrightarrow{x2}$$

$$2g\eta\mu\varphi = \left(3 - \frac{r^4}{R^4}\right)\alpha_{cm}' \Leftrightarrow \alpha_{cm}' = \frac{2g\eta\mu\varphi}{3 - \left(\frac{r}{R}\right)^4}.$$

Δ4.

Αφού ο κοίλος κύλινδρος κυλίεται χωρίς ολίσθηση κατά τη διάρκεια της κίνησης, το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας και το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας σε κάθε χρονική στιγμή, συνδέονται με τη σχέση :

$\upsilon_{cm} = R\omega$. (11)

Όταν $\frac{r}{R}=\frac{1}{2}$, η ροπή αδράνειας του κοίλου κυλίνδρου είναι :

$$I_{κοιλ}=\frac{MR^2}{2}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^4\right]=\frac{MR^2}{2}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^4\right]=\frac{MR^2}{2}\left[1-\frac{1}{16}\right] \Rightarrow I_{κοιλ}=\frac{15}{32}MR^2. \qquad (12)$$

Το πηλίκο της κινητικής ενέργειας του συστήματος λόγω μεταφορικής κίνησης προς την κινητική ενέργεια του κοίλου κυλίνδρου λόγω στροφικής κίνησης (σε κάθε χρονική στιγμή) είναι :

$$\frac{K_{μετ}}{K_{περ}}=\frac{\frac{1}{2}Mυ_{cm}^2}{\frac{1}{2}I_{κοιλ}ω^2} \xrightarrow{(11),\,(12)} \frac{K_{μετ}}{K_{περ}}=\frac{MR^2ω^2}{\frac{15}{32}MR^2ω^2} \Rightarrow \frac{K_{μετ}}{K_{περ}}=\frac{32}{15}.$$

Σχόλιο

Στα ερωτήματα Δ1, Δ3, η διατύπωση : «να υπολογίσετε την επιτάχυνση» δεν έχει νόημα, αφού η εκφώνηση δεν έχει αριθμητικά δεδομένα και επομένως δεν μπορούν να γίνουν υπολογισμοί.

Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «να βρείτε τη σχέση που συνδέει το μέτρο της επιτάχυνσης . . . με τα δεδομένα της εκφώνησης».

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 11 ΙΟΥΝΙΟΥ 2013
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Σε μία απλή αρμονική ταλάντωση η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται δίνεται από τη σχέση $\upsilon = A\omega\eta\mu\omega t$. Τότε η απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση:

α. $x = A\eta\mu\omega t$

β. $x = A\sigma\upsilon\nu\omega t$

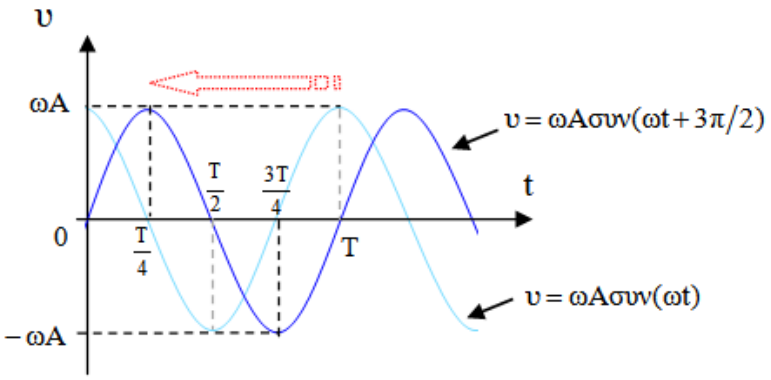
γ. $x = A\eta\mu(\omega t+\pi)$

δ. $x = A\eta\mu(\omega t+\frac{3\pi}{2})$.

Μονάδες 5

Απάντηση

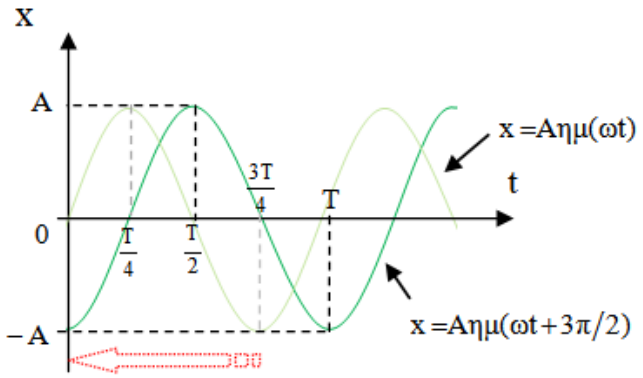
Στην απλή αρμονική ταλάντωση, σε κάθε χρονική στιγμή **η φάση της ταχύτητας είναι μεγαλύτερη από τη φάση της απομάκρυνσης κατά** $\frac{\pi}{2}$.



Αν η εξίσωση της ταχύτητας είχε τη μορφή υ = ωΑημ(ωt), τότε η εξίσωση της απομάκρυνσης θα είχε τη μορφή :

$x = A\eta\mu\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$, δηλαδή **η ταλάντωση θα είχε αρχική φάση** $\varphi_o = -\frac{\pi}{2}$,

γεγονός που δεν έχει φυσικό νόημα.



Η ερώτηση είναι λανθασμένη.

Καμία από τις απαντήσεις που δίνονται δεν είναι σωστή.

Σχόλιο

Ισχύει η τριγωνομετρική ισότητα : $\eta\mu\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)=\eta\mu\left(\omega t+\frac{3\pi}{2}\right)$.

Αν δεχόμασταν σαν σωστή απάντηση το $x=A\eta\mu\left(\omega t+\frac{3\pi}{2}\right)$, τότε την ίδια χρονική στιγμή t η φάση της απομάκρυνσης θα ήταν μεγαλύτερη από τη φάση της ταχύτητας κατά $\frac{3\pi}{2}$, κάτι που δεν μπορεί να ισχύει.

Για να ήταν δεκτή η απάντηση δ, έπρεπε η εξίσωση της ταχύτητας να έχει τη μορφή :

$\boldsymbol{\upsilon=\omega A\eta\mu(\omega t+2\pi)}$, η οποία είναι ισοδύναμη με την εξίσωση $\upsilon=\omega A\sigma\upsilon\nu\left(\omega t+\frac{3\pi}{2}\right)$,

ώστε η διαφορά φάσης μεταξύ τους να είναι : $\varphi_{\upsilon}-\varphi_{x}=\left(\omega t+2\pi\right)-\left(\omega t+\frac{3\pi}{2}\right)=2\pi-\frac{3\pi}{2}=\frac{\pi}{2}$.

Α2. Όταν οδηγούμε τη νύχτα σε βρεγμένο δρόμο, με τα φώτα αναμμένα, η οδήγησή μας είναι

α. ευκολότερη λόγω του φαινομένου της ολικής ανάκλασης του φωτός

β. ευκολότερη λόγω του φαινομένου της διάχυσης του φωτός

γ. δυσκολότερη λόγω του φαινομένου της κατοπτρικής ανάκλασης του φωτός

δ. δυσκολότερη λόγω του φαινομένου της διάχυσης του φωτός.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : γ.

Τη νύχτα, αν ο δρόμος είναι στεγνός, το φως από τους προβολείς του αυτοκινήτου διαχέεται και έτσι ο δρόμος φαίνεται καλά. ***Εάν*** *όμως* ***έχει βρέξει****, το νερό γεμίζει τις λακκούβες και* ***το φως των προβολέων ανακλάται κατοπτρικά πάνω στην επιφάνεια του νερού με αποτέλεσμα να μη φωτίζονται όλα τα σημεία του δρόμου, ο οποίος, στην περίπτωση αυτή δε διακρίνεται καλά****.*

[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 63].

Α3. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση η δύναμη που προκαλεί την απόσβεση είναι της μορφής $F=-bu$, όπου b θετική σταθερά και υ η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται. Το έργο της δύναμης αυτής είναι

α. θετικό, όταν το σώμα κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση

β. πάντα αρνητικό

γ. πάντα θετικό

δ. μηδέν για μια πλήρη ταλάντωση.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η δύναμη απόσβεσης είναι πάντοτε αντίρροπη από την ταχύτητα και τη μετατόπιση του σώματος, άρα το έργο της είναι συνεχώς αρνητικό.

Σωστή απάντηση : β.

Α4. Ιδανικό κύκλωμα **L_1-C** εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση με συχνότητα f_1. Εισάγοντας πυρήνα μαλακού σιδήρου στο πηνίο, παρατηρούμε ότι η συχνότητα της ταλάντωσης γίνεται $f_2 = \frac{f_1}{4}$. Ο συντελεστής αυτεπαγωγής L_2 του πηνίου έγινε

α. $4L_1$

β. $16L_1$

γ. $\frac{L_1}{4}$

δ. $\frac{L_1}{16}$

Μονάδες 5

Απάντηση

Οι συχνότητες ταλάντωσης των δύο κυκλωμάτων δίνονται από τις σχέσεις :

$$f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C}}, \qquad (1)$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C}}. \qquad (2)$$

Ισχύει :

$$f_2 = \frac{1}{4} f_1 \xrightarrow{(1),\,(2)} \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C}} = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C}} \Leftrightarrow \sqrt{L_2 C} = 4\sqrt{L_1 C} \Leftrightarrow L_2 C = 16 L_1 C \Leftrightarrow L_2 = 16 L_1 .$$

Σωστή απάντηση : β.

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη* ***Σωστό****, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη* ***Λάθος****, για τη λανθασμένη.*

α. Τα υποθετικά στερεά που δεν παραμορφώνονται, όταν τους ασκούνται δυνάμεις, λέγονται μηχανικά στερεά.

β. Το ορατό φως παράγεται κατά τις αποδιεγέρσεις πυρήνων στα άτομα και στα μόρια.

γ. Το φαινόμενο της διάθλασης παρατηρείται μόνο στο ορατό φως.

δ. Κατά την κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών, οι οποίες έχουν ίσες μάζες, οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες.

ε. Μονάδα μέτρησης στροφορμής στο SI είναι το 1 $N \cdot m \cdot s$.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 109.

β. Λάθος.

Το ορατό φως παράγεται από την ανακατανομή των ηλεκτρονίων στα άτομα και στα μόρια.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 62.

γ. Λάθος.

Εκτός από το ορατός φως, το φαινόμενο της διάθλασης παρατηρείται και με τις υπόλοιπες ηλεκτρομαγνητικές ακτινοβολίες καθώς και με τα μηχανικά κύματα.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 66.

δ. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 157.

ε. Σωστό.

Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής στο S.I. είναι : $1\mathrm{Kg}\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}} = 1\left(\mathrm{Kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot \mathrm{m}\cdot \mathrm{s} = 1\mathrm{N}\cdot \mathrm{m}\cdot \mathrm{s}.$

ΘΕΜΑ Β

Β1. Απλός αρμονικός ταλαντωτής, ελατήριο-μάζα, με σταθερά ελατηρίου k = 100 N/m και μάζα m = 1 kg εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα διεγέρτη $f = \frac{8}{\pi}$ Hz. Αν η συχνότητα του διεγέρτη αυξηθεί, τότε το πλάτος της ταλάντωσης

i. μειώνεται
ii. αυξάνεται
iii. μένει σταθερό.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Απάντηση

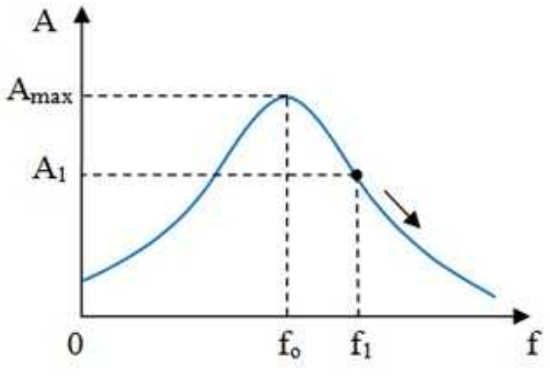
Υποθέτω ότι η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_a = -bυ$) και το σύστημα βρίσκεται κάθε φορά στη μόνιμη κατάσταση.

Η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή είναι :

$$f_o = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{100}{1}}\,Hz \Rightarrow f_o = \frac{5}{\pi}\,Hz.$$

Αρχικά : $f = \frac{8}{\pi}\,Hz \Rightarrow f > f_o$.

Αν αυξηθεί η συχνότητα του διεγέρτη, τότε όπως προκύπτει από το διάγραμμα πλάτους – συχνότητας, το πλάτος της ταλάντωσης θα μειωθεί.



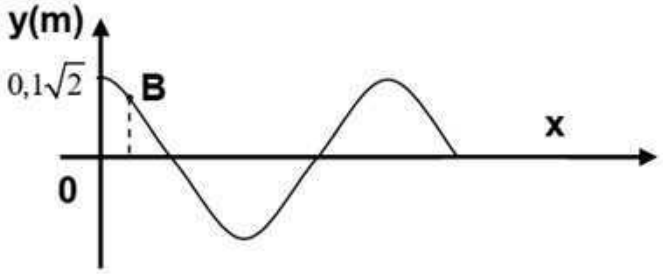
Σωστή απάντηση : i.

Σχόλια

1) Η διατύπωση «απλός αρμονικός ταλαντωτής ελατήριο – **μάζα**» δεν είναι σωστή.
Η μάζα είναι φυσικό μέγεθος και όχι σώμα.
Η σωστή διατύπωση είναι : «απλός αρμονικός ταλαντωτής ελατήριο –**σώμα**».

2) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_a = -bυ$) και το σύστημα βρίσκεται κάθε φορά στη μόνιμη κατάσταση.

B2. Το παρακάτω σχήμα δίνει το στιγμιότυπο στάσιμου κύματος, με περίοδο Τ και μήκος κύματος λ, τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{8}$.



Το σημείο 0 είναι κοιλία που για t = 0s διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα. Το πλάτος της ταλάντωσης σημείου Β με $x_B = \frac{\lambda}{8}$ είναι

i. 0,05 m
ii. 0,1 m
iii. $0,1\sqrt{2}$ m

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Απάντηση

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος έχει τη μορφή ; $y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\eta\mu\left(2\pi\frac{t}{T}\right)$. (1)

Για το σημείο Ο στη θέση x = 0, η σχέση (1) γράφεται : $y_O = 2A\eta\mu\left(2\pi\frac{t}{T}\right)$. (2)

Από το διάγραμμα προκύπτει ότι τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{8}$, η απομάκρυνση του Ο είναι $y_O = 0,1\sqrt{2}\,m$.

Αντικαθιστώντας τις τιμές στη σχέση (2) υπολογίζω το πλάτος Α των κυμάτων που συμβάλλουν :

$$0,1\sqrt{2} = 2A\eta\mu\left(2\pi\frac{\frac{T}{8}}{T}\right) \Leftrightarrow 2A\eta\mu\frac{\pi}{4} = 0,1\sqrt{2} \Leftrightarrow 2A\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,1\sqrt{2} \Leftrightarrow A = 0,1\,m.$$

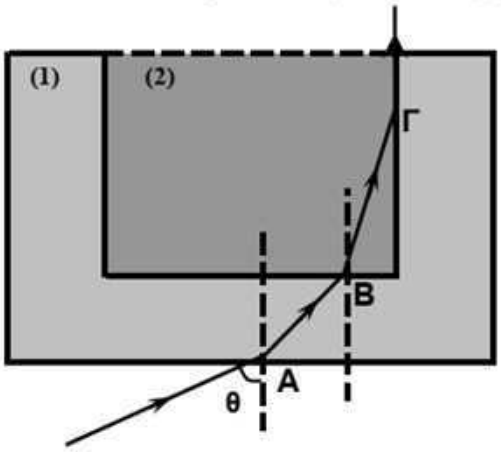
Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Β στη θέση $x_B = \frac{\lambda}{8}$, είναι :

$$|A'_B| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{x_B}{\lambda}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{\frac{\lambda}{8}}{\lambda}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}\right| = 2A\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow |A'_B| = 0,1\sqrt{2}\,m.$$

Σχόλιο : Η διατύπωση : «Το σημείο 0» είναι λανθασμένη.

Η σωστή διατύπωση είναι : «Το σημείο Ο στη θέση x = 0».

B3. Δύο υλικά (1) και (2) με δείκτες διάθλασης n_1 και n_2, αντίστοιχα, με $n_1 < n_2$, τοποθετούνται όπως στο παρακάτω σχήμα:



Μονοχρωματική δέσμη φωτός από τον αέρα εισέρχεται στο υλικό (1) στο σημείο Α με γωνία πρόσπτωσης θ. Μετά από διάθλαση στο σημείο Β, εισέρχεται στο υλικό (2) και συναντά τη διαχωριστική επιφάνεια των δύο υλικών στο σημείο Γ. Αν γνωρίζουμε ότι στη συνέχεια κινείται παράλληλα με τη διαχωριστική επιφάνεια των δύο υλικών, τότε ισχύει:

i. $\eta\mu\theta = \frac{n_1}{n_2}$

ii. $\eta\mu\theta = \sqrt{n_2^2 - n_1^2}$

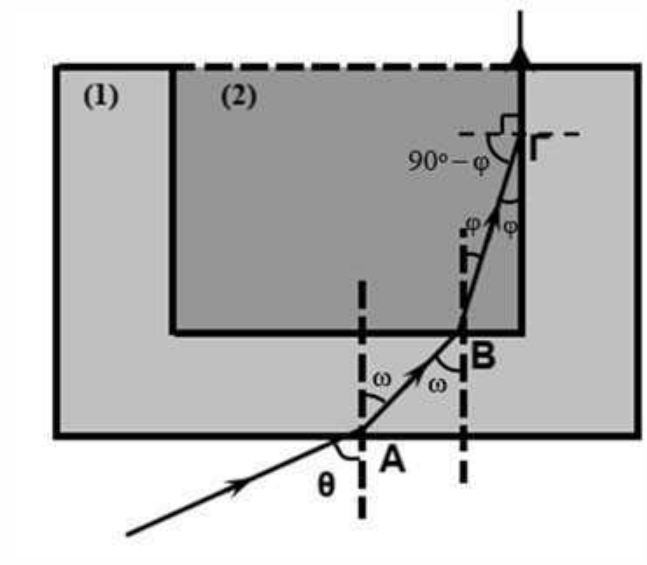
iii. $\eta\mu\theta = 1 - \frac{n_1}{n_2}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

Μονάδες 9

Απάντηση



Εφαρμόζω το νόμο του Snell για κάθε μία από τις τρεις περιπτώσεις διάθλασης της δέσμης.

<u>αέρας → μέσο (1)</u>

$n_\alpha \eta\mu\theta = n_1 \eta\mu\omega \Rightarrow \eta\mu\theta = n_1 \eta\mu\omega.$ (1)

<u>μέσο (1) → μέσο (2)</u>

$n_1 \eta\mu\omega = n_2 \eta\mu\varphi.$ (2)

<u>μέσο (2) → μέσο (1)</u>

$n_2 \eta\mu(90^o - \varphi) = n_1 \eta\mu 90^o \Rightarrow n_1 = n_2 \sigma\upsilon\nu\varphi.$ (3)

Υψώνω στο τετράγωνο τις σχέσεις (2), (3) και τις προσθέτω κατά μέλη :

$$n_1^2 \eta\mu^2\omega + n_1^2 = n_2^2 \left(\eta\mu^2\varphi + \sigma\upsilon\nu^2\varphi\right) \Leftrightarrow n_1^2 \eta\mu^2\omega + n_1^2 = n_2^2 \Leftrightarrow n_1^2 \eta\mu^2\omega = n_2^2 - n_1^2 \xrightarrow{\omega < 90^o}$$

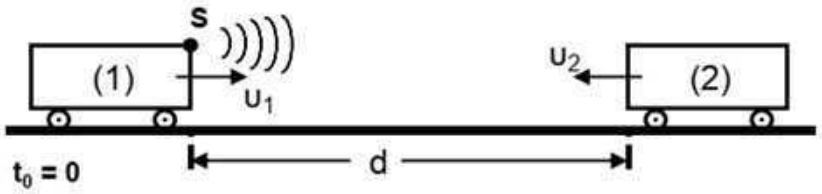
$$n_1 \eta\mu\omega = \sqrt{n_2^2 - n_1^2}. \quad (4)$$

Με συνδυασμό των σχέσεων (1), (4) προκύπτει : $\eta\mu\theta = \sqrt{n_2^2 - n_1^2}$.

Σωστή απάντηση : ii.

ΘΕΜΑ Γ

Σε κινούμενο τρένο (1) με ταχύτητα υ_1 υπάρχει ηχητική πηγή που εκπέμπει ήχο συχνότητας f_s για χρονικό διάστημα Δt_s. Τρένο (2) κινείται με ταχύτητα υ_2 αντίθετης φοράς και τη στιγμή $t_0 = 0$ απέχει από το τρένο (1) απόσταση d. Στο τρένο (1) υπάρχει συσκευή ανίχνευσης των ανακλώμενων στο τρένο (2) ηχητικών κυμάτων. Δίνεται ότι ο ανακλώμενος ήχος στο τρένο (2) έχει την ίδια συχνότητα με τον προσπίπτοντα σε αυτόν ήχο.



Γ1. Αν f_1 είναι η συχνότητα του ήχου που ανιχνεύει η συσκευή, να δείξετε ότι $f_1 = \frac{(\upsilon+\upsilon_2)}{(\upsilon-\upsilon_2)} \cdot \frac{(\upsilon+\upsilon_1)}{(\upsilon-\upsilon_1)} \cdot f_s$.

Μονάδες 7

Δίνονται: ταχύτητα ήχου $\upsilon = 340$ m/s, $f_s = 1900$ Hz, $\upsilon_1 = 20$ m/s, $\upsilon_2 = 20$ m/s, $\Delta t_s = 0,81$ s.

Γ2. Αν τη χρονική στιγμή $t_1 = 6,8$ s η συσκευή αρχίζει να ανιχνεύει τον ανακλώμενο ήχο, να βρεθεί η απόσταση d που είχαν τα τρένα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

Μονάδες 9

Γ3. Ποια χρονική στιγμή t_2 η συσκευή ανίχνευσης των ανακλώμενων κυμάτων σταματά να καταγράφει τον ανακλώμενο ήχο;

Μονάδες 9

Απάντηση

Γ1.

Το τρένο 2 κινείται με ταχύτητα μέτρου υ_2 προς το τρένο 1 – πηγή, το οποίο κινείται προς το τρένο 2 με ταχύτητα μέτρου υ_1.

Ένας παρατηρητής στο τρένο 2 αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας : $f_2 = \frac{\upsilon + \upsilon_2}{\upsilon - \upsilon_1} \cdot f_s$. (1)

Ο ανακλώμενος ήχος έχει συχνότητα $f_2' = f_2 \xrightarrow{(1)} f_2' = \frac{\upsilon + \upsilon_2}{\upsilon - \upsilon_1} \cdot f_s$. (2)

Το τρένο 2 λειτουργεί σαν πηγή ηχητικών κυμάτων συχνότητας f_2'.

Το τρένο 1 κινείται με ταχύτητα μέτρου υ_1 προς το τρένο 2 – πηγή, το οποίο κινείται προς το τρένο 1 με ταχύτητα μέτρου υ_2.

Η συσκευή στο τρένο 1 ανιχνεύει ήχο συχνότητας :

$$f_1 = \frac{\upsilon + \upsilon_1}{\upsilon - \upsilon_2} \cdot f_2' \xrightarrow{(2)} f_1 = \frac{\upsilon + \upsilon_1}{\upsilon - \upsilon_2} \cdot \frac{\upsilon + \upsilon_2}{\upsilon - \upsilon_1} \cdot f_s . \quad (3)$$

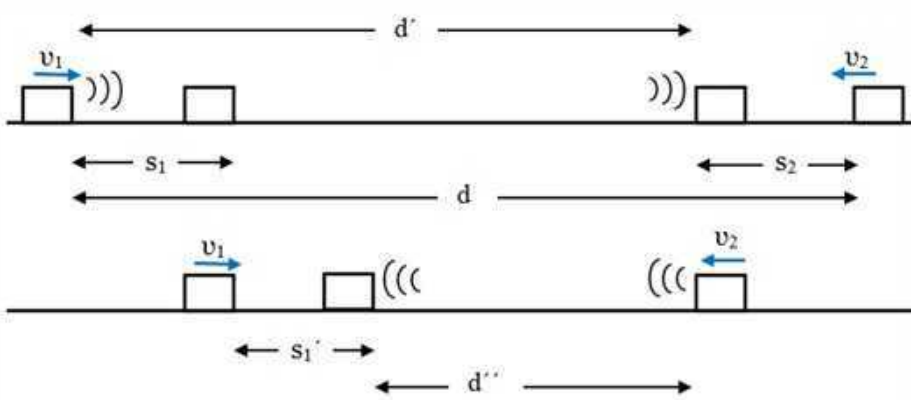
Γ2.

Έστω Δt_3 το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από τη στιγμή που αρχίζει η πηγή να εκπέμπει ήχο μέχρι να φτάσει ο ήχος στο τρένο 2.

Σε αυτό το χρονικό διάστημα τα δύο τρένα έχουν διανύσει αποστάσεις s_1, s_2. Ισχύουν οι σχέσεις :

$s_1 = \upsilon_1(\Delta t_3)$, (4)

$s_2 = \upsilon_2(\Delta t_3)$. (5)



Η απόσταση που διανύει ο ήχος μέχρι να φτάσει στο τρένο 2, είναι :

$d' = d - s_2 \xrightarrow{(5)}$

$d' = d - \upsilon_2(\Delta t_3)$. (6)

Ισχύει : $d' = \upsilon(\Delta t_3) \xrightarrow{(6)} \upsilon(\Delta t_3) = d - \upsilon_2(\Delta t_3) \Leftrightarrow (\upsilon + \upsilon_2)(\Delta t_3) = d$. (7)

Έστω Δt_4 το χρονικό διάστημα που απαιτείται ώστε να φτάσει ο ανακλώμενος ήχος στο τρένο 1.

Σε αυτό το χρονικό διάστημα το τρένο 1 έχει διανύσει απόσταση : $s_1' = \upsilon_1(\Delta t_4)$. (8)

Η απόσταση που διανύει ο ανακλώμενος ήχος μέχρι να φτάσει στο τρένο 1, είναι :

$d'' = d - s_1 - s_2 - s_1' \xrightarrow{(4),\,(5),\,(8)} d'' = d - \upsilon_1(\Delta t_3) - \upsilon_2(\Delta t_3) - \upsilon_1(\Delta t_4)$. (9)

Ισχύει : $d'' = \upsilon(\Delta t_4) \xrightarrow{(9)} \upsilon(\Delta t_4) = d - \upsilon_1(\Delta t_3) - \upsilon_2(\Delta t_3) - \upsilon_1(\Delta t_4) \Leftrightarrow$

$(\upsilon + \upsilon_1)(\Delta t_4) = d - (\upsilon_1 + \upsilon_2)(\Delta t_3) \Leftrightarrow (\upsilon + \upsilon_1)(\Delta t_4) + (\upsilon_1 + \upsilon_2)(\Delta t_3) = d$. (10)

Εξισώνω τα 1α μέλη των σχέσων (7), (10) :

$(\upsilon + \upsilon_2)(\Delta t_3) = (\upsilon + \upsilon_1)(\Delta t_4) + (\upsilon_1 + \upsilon_2)(\Delta t_3) \Leftrightarrow (\upsilon - \upsilon_1)(\Delta t_3) = (\upsilon + \upsilon_1)(\Delta t_4) \Leftrightarrow$

$\Delta t_4 = \dfrac{(\upsilon - \upsilon_1)(\Delta t_3)}{\upsilon + \upsilon_1} \Rightarrow \Delta t_4 = \dfrac{320(\Delta t_3)}{360} \Rightarrow \Delta t_4 = \dfrac{8}{9}(\Delta t_3)$. (11)

Ισχύει :

$\Delta t_3 + \Delta t_4 = \Delta t_1 \xrightarrow{(11)} \Delta t_3 + \dfrac{8}{9}(\Delta t_3) = \Delta t_1 \Leftrightarrow 17(\Delta t_3) = 9(\Delta t_1) \Leftrightarrow \Delta t_3 = \dfrac{9(\Delta t_1)}{17}$.

Αν η πηγή αρχίζει να εκπέμπει ήχο τη χρονική στιγμή $t_o = 0$, τότε : $\Delta t_1 = t_1 = 6{,}8$ s.

Επομένως : $\Delta t_3 = \dfrac{9 \cdot 6{,}8}{17}\text{s} \Rightarrow \Delta t_3 = 3{,}6\,\text{s}$.

(7) $\Rightarrow$ d = 360·3,6 m $\Rightarrow$ d = 1296 m.

Γ3.

Στη χρονική διάρκεια Δt_s η πηγή παράγει N ηχητικά μέγιστα. Ισχύει :

$$f_s = \frac{N}{\Delta t_s} \Leftrightarrow N = f_s\left(\Delta t_s\right). \qquad (12)$$

Η συσκευή καταγράφει N μέγιστα του ανακλώμενου ήχου συχνότητας f_1, για χρονική διάρκεια Δt.

Ισχύει : $$f_1 = \frac{N}{\Delta t} \Leftrightarrow N = f_1\left(\Delta t\right). \qquad (13)$$

Με συνδυασμό των σχέσων (12), (13) προκύπτει :

$$f_1\left(\Delta t\right) = f_s\left(\Delta t_s\right) \xrightarrow{(3)} \frac{\upsilon + \upsilon_1}{\upsilon - \upsilon_2} \cdot \frac{\upsilon + \upsilon_2}{\upsilon - \upsilon_1} \cdot f_s\left(\Delta t\right) = f_s\left(\Delta t_s\right) \Rightarrow \frac{360}{320} \cdot \frac{360}{320}\left(\Delta t\right) = \Delta t_s \Rightarrow \frac{81}{64}\left(\Delta t\right) = \Delta t_s$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{64}{81} \cdot \Delta t_s = \frac{64}{81} \cdot 0,81\,\text{s} \Rightarrow \Delta t = 0,64\,\text{s}.$$

Επομένως, η συσκευή σταματά να καταγράφει ανακλώμενο ήχο τη χρονική στιγμή :

$t_2 = t_1 + \Delta t \Rightarrow t_2 = (6,8 + 0,64)\ \text{s} \Rightarrow t_2 = 7,44\ \text{s}.$

Σχόλια

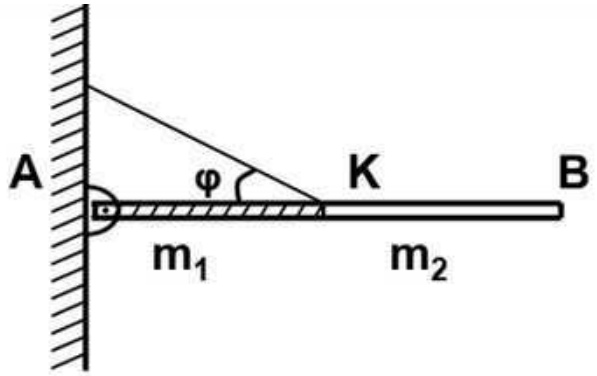
1) Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι **η πηγή αρχίζει να παράγει ήχο τη χρονική στιγμή $t_o = 0$.**
2) Το ερώτημα Γ2 είναι ιδιαίτερα περίπλοκο αφού περιλαμβάνει 3 κινητά (τα δύο τρένα και τον ήχο) και απαιτεί πολλούς συνδυασμούς σχέσεων.

ΘΕΜΑ Δ

Μια ισοπαχής δοκός ΑΒ αποτελείται από δύο ομογενή τμήματα ΑΚ και ΚΒ, μήκους $\frac{L}{2}$ το καθένα, με μάζες $m_1 = 5\, m_2$ και $m_2 = 0{,}5$ kg, αντίστοιχα.

Τα κομμάτια αυτά είναι κολλημένα μεταξύ τους στο σημείο Κ, ώστε να σχηματίζουν τη δοκό ΑΒ μήκους L = 1 m.

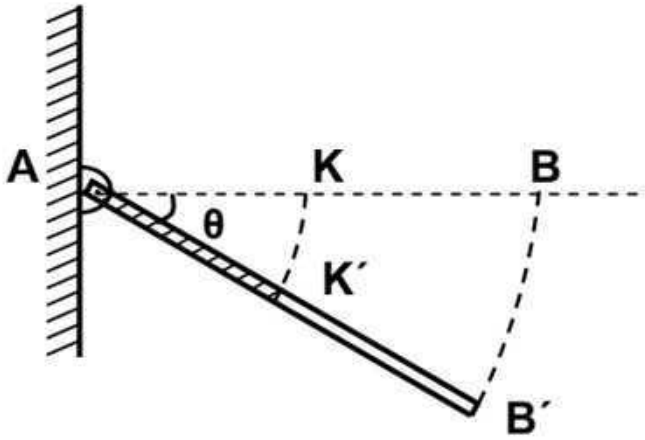
Η δοκός ισορροπεί σε οριζόντια θέση, με το άκρο της Α να στηρίζεται στον τοίχο μέσω άρθρωσης, ενώ το μέσο της Κ συνδέεται με τον τοίχο με σχοινί που σχηματίζει γωνία φ = 30° με τη δοκό.



Δ1. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που δέχεται η δοκός από το σχοινί και την άρθρωση.

Μονάδες 6

Κάποια στιγμή το σχοινί κόβεται και η ράβδος αρχίζει να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το άκρο της Α σε κατακόρυφο επίπεδο.



Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου σε συνάρτηση με τη γωνία θ, που σχηματίζει αυτή με την αρχική της θέση ($0° \le \theta < 90°$).

Μονάδες 7

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του άκρου Β΄ της ράβδου ($u_{B'}$) σε συνάρτηση με τη γωνία θ.

Μονάδες 6

Τη στιγμή που η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία θ = 30°, συγκρούεται πλαστικά με αρχικά ακίνητο σφαιρίδιο αμελητέων διαστάσεων και μάζας $m = m_2$, το οποίο σφηνώνεται στο μέσο Κ΄ της ράβδου.

Δ4. Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση.

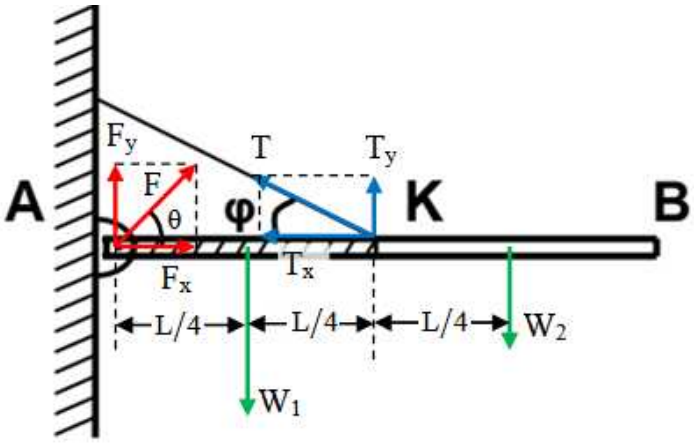
Μονάδες 6

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$,
- ροπή αδράνειας ομογενούς και ισοπαχούς ράβδου μάζας m και μήκους L ως προς άξονα κάθετο στο μέσο της $I = \frac{1}{12}mL^2$,
- $ημ30^o = \frac{1}{2}$, $συν30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Απάντηση

Δ1.



Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα που διέρχεται από το Α και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Leftrightarrow T_y \cdot \frac{L}{2} - W_1 \cdot \frac{L}{4} - W_2 \cdot \frac{3L}{4} = 0 \Leftrightarrow$$

$$T_y = \frac{m_1 g + 3m_2 g}{2} \xrightarrow{m_1 = 5m_2} T_y = \frac{8m_2 g}{2} \Rightarrow$$

$$T_y = 20\,N.$$

Ισχύει : $T_y = T ημφ \Leftrightarrow T = \frac{T_y}{ημφ} \Rightarrow T = \frac{20\,N}{0,5} \Rightarrow T = 40\,N.$

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων σε κάθε άξονα :

$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F_x - T_x = 0 \Leftrightarrow F_x = T συνφ \Rightarrow F_x = 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} N \Rightarrow F_x = 20\sqrt{3}\,N.$$

$$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow F_y + T_y - W_1 - W_2 = 0 \Leftrightarrow F_y = (m_1 + m_2)g - T_y \Rightarrow F_y = 6m_2 g - T_y \Rightarrow$$

$$F_y = 30\,N - 20\,N \Rightarrow F_y = 10\,N.$$

Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο υπολογίζεται με το Πυθαγόρειο θεώρημα :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(20\sqrt{3})^2 + 10^2}\,N = \sqrt{1300}\,N \Rightarrow F = 10\sqrt{13}\,N.$$

Ο φορέας της δύναμης $\vec{F}$ σχηματίζει με τη ράβδο γωνία θ, για την οποία ισχύει :

$$εφθ = \frac{F_y}{F_x} = \frac{10}{20\sqrt{3}} \Rightarrow εφθ = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Δ2.

Εφαρμόζω το θεώρημα Steiner για να υπολογίσω τη ροπή αδράνειας καθενός από τα δύο ομογενή τμήματα της ράβδου, ως προς τον άξονα περιστροφής :

$$I_1 = I_{cm(1)} + m_1\left(\frac{L}{4}\right)^2 = \frac{1}{12}m_1\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \frac{1}{16}m_1L^2 = \frac{4}{48}m_1L^2 \Rightarrow I_1 = \frac{20}{48}m_2L^2. \quad (1)$$

$$I_2 = I_{cm(2)} + m_2\left(\frac{3L}{4}\right)^2 = \frac{1}{12}m_2\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \frac{9}{16}m_2L^2 \Rightarrow I_2 = \frac{28}{48}m_2L^2. \quad (2)$$

$$I_A = I_1 + I_2 \xrightarrow{(1),\,(2)} I_A = \frac{20}{48}m_2L^2 + \frac{28}{48}m_2L^2 \Rightarrow I_A = m_2L^2. \quad (3)$$

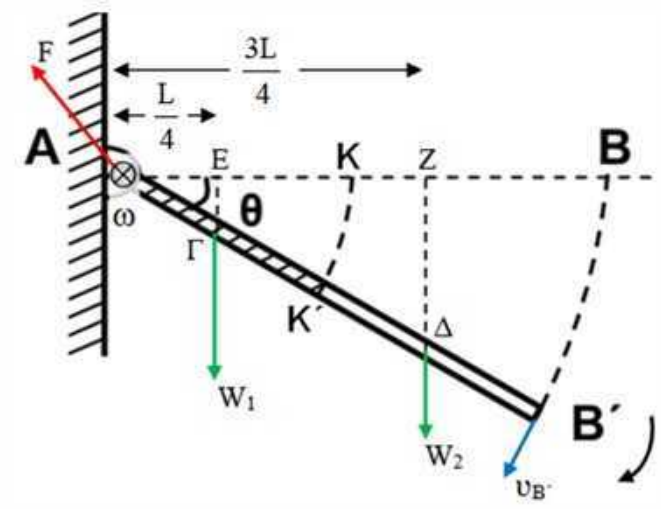
Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης ως προς τον άξονα περιστροφής :

$$\Sigma\tau_{(A)} = I_A\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow W_1(AE) + W_2(AZ) = I_A\alpha_{\gamma\omega\nu}$$

$$\xrightarrow{(3)} m_1g\cdot\frac{L}{4}\cdot\sigma\upsilon\nu\theta + m_2g\cdot\frac{3L}{4}\cdot\sigma\upsilon\nu\theta = m_2L^2\alpha_{\gamma\omega\nu}$$

$$\Rightarrow 8m_2g\sigma\upsilon\nu\theta = 4m_2L\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{2g}{L}\cdot\sigma\upsilon\nu\theta$$

$$\Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 20\sigma\upsilon\nu\theta. \quad (S.I.)$$



Δ3.

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την περιστροφή της ράβδου από την οριζόντια θέση μέχρι τη θέση στην οποία σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια :

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2}I_A\omega^2 - 0 = W_1(E\Gamma) + W_2(Z\Delta) \Leftrightarrow \frac{1}{2}I_A\omega^2 = m_1g\cdot\frac{L}{4}\eta\mu\theta + m_2g\cdot\frac{3L}{4}\eta\mu\theta$$

$$\xrightarrow{(3)} m_2L^2\omega^2 = (m_1 + 3m_2)\cdot\frac{gL}{2}\eta\mu\theta \Leftrightarrow m_2L\omega^2 = 8m_2\cdot\frac{g}{2}\eta\mu\theta \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{4g}{L}\eta\mu\theta \Rightarrow$$

$$\omega = 2\sqrt{\frac{g}{L}\eta\mu\theta}. \quad (4)$$

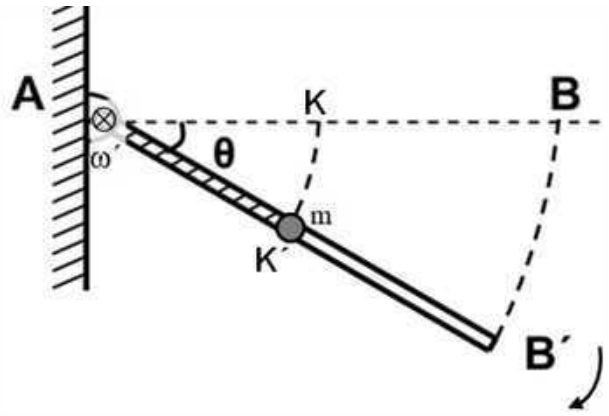
Το άκρο Β΄ της ράβδου κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας L.

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του Β΄ δίνεται από τη σχέση :

$$\upsilon_{B'} = \omega L \xrightarrow{(4)} \upsilon_{B'} = 2\sqrt{gL\eta\mu\theta} \Rightarrow \upsilon_{B'} = 2\sqrt{10\eta\mu\theta}. \quad (S.I.) \quad (5)$$

Δ4.

Η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος – σφαιρίδιο ως προς τον άξονα περιστροφής, είναι :



$$I_{ολ(A)} = I_A + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = m_2L^2 + m_2\frac{L^2}{4} \Rightarrow I_{ολ(A)} = \frac{5}{4}m_2L^2$$

$$\xrightarrow{(3)} I_{ολ(A)} = \frac{5}{4}I_A . \qquad (6)$$

Αφού η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι ασήμαντη, πρακτικά η στροφορμή του συστήματος ράβδος – σφαιρίδιο ως προς τον άξονα περιστροφής δεν μεταβάλλεται κατά τη διάρκειά της.

Θεωρώ θετική τη φορά περιστροφής της ράβδου και εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της στροφορμής :

$$L_{πριν} = L_{μετά} \Leftrightarrow I_A\omega = I_{ολ(A)}\omega' \xrightarrow{(6)} I_A\omega = \frac{5}{4}I_A\omega' \Leftrightarrow \omega = \frac{5}{4}\omega' \Leftrightarrow \omega' = \frac{4}{5}\omega . \qquad (7)$$

Το ποσοστό ελάττωσης της κινητικής ενέργειας του συστήματος ράβδος – σφαιρίδιο λόγω της κρούσης, είναι :

$$Π(\%) = \frac{K_{πριν} - K_{μετά}}{K_{πριν}}\cdot 100\% = \left(1 - \frac{K_{μετά}}{K_{πριν}}\right)\cdot 100\% = \left(1 - \frac{\frac{1}{2}I_{ολ(A)}\omega'^2}{\frac{1}{2}I_A\omega^2}\right)\cdot 100\% = \left[1 - \frac{I_{ολ(A)}}{I_A}\cdot\left(\frac{\omega'}{\omega}\right)^2\right]\cdot 100\%$$

$$\xrightarrow{(6),\,(7)} Π(\%) = \left[1 - \frac{5}{4}\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^2\right]\cdot 100\% = \left[1 - \frac{4}{5}\right]\cdot 100\% \Rightarrow Π(\%) = 20\% .$$

Σχόλια

1) Στα ερωτήματα Δ2, Δ3 οι διατυπώσεις : «**να υπολογίσετε** το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης και το μέτρο της ταχύτητας σε συνάρτηση με τη γωνία θ» είναι άστοχες, αφού η εκφώνηση δεν περιέχει επαρκή αριθμητικά δεδομένα ώστε να γίνουν οι απαραίτητοι υπολογισμοί.
Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «**να εκφράσετε** το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης και το μέτρο της ταχύτητας σε συνάρτηση με τη γωνία θ».
2) Στο ερώτημα Δ4 το δεδομένο θ = 30° είναι περιττό, αφού το ποσοστό δεν εξαρτάται από την τιμή της γωνίας θ (0 < θ < 90°).

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 25 ΜΑΪΟΥ 2012
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Κατά τη διάρκεια μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης

α. έχουμε πάντα συντονισμό

β. η συχνότητα ταλάντωσης δεν εξαρτάται από τη συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης

γ. για δεδομένη συχνότητα του διεγέρτη το πλάτος της ταλάντωσης παραμένει σταθερό

δ. η ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα δεν αντισταθμίζει τις απώλειες.

Μονάδες 5

Απάντηση

Υποθέτω ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)]$ και η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -b\upsilon)$.

Στην περίπτωση αυτή, η συχνότητα της ταλάντωσης είναι πάντοτε ίση με τη συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης : $f = f_\delta$. [β : Λάθος]

Το σύστημα είναι σε συντονισμό μόνο όταν η συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή : $f_\delta = f_o$. [α : Λάθος]

Η ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα μέσω της διεγείρουσας δύναμης είναι ίση με την «απώλεια» ενέργειας λόγω των αποσβέσεων. [δ : Λάθος]

Για ορισμένη τιμή της συχνότητας του διεγέρτη το πλάτος ταλάντωσης είναι σταθερό (αφού η ενέργεια της ταλάντωσης είναι σταθερή).

Σωστή απάντηση : γ).

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)]$ και η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -b\upsilon)$.

Α2. Η ταχύτητα διάδοσης ενός αρμονικού κύματος εξαρτάται από

α. τη συχνότητα του κύματος

β. τις ιδιότητες του μέσου διάδοσης

γ. το πλάτος του κύματος

δ. την ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του μέσου διάδοσης.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η ταχύτητα διάδοσης ενός αρμονικού κύματος εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του μέσου διάδοσης.

[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 45]

Σωστή απάντηση : β.

Α3. Σε κύκλωμα LC που εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις η ολική ενέργεια είναι

α. ανάλογη του φορτίου του πυκνωτή

β. ανάλογη του $\eta\mu^2(\sqrt{LC}t)$

γ. σταθερή

δ. ανάλογη της έντασης του ρεύματος.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η ολική ενέργεια ενός κυκλώματος LC, που εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις, είναι σταθερή :

$$E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{LI^2}{2} = \text{σταθερή} .$$

[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 15]

Σωστή απάντηση : γ.

Α4. Στο φάσμα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας

α. οι ακτίνες Χ έχουν μεγαλύτερο μήκος κύματος από τα ραδιοκύματα και μεγαλύτερη συχνότητα από το υπέρυθρο

β. το ερυθρό φως έχει μεγαλύτερο μήκος κύματος από το πράσινο φως και μεγαλύτερη συχνότητα από τις ακτίνες Χ

γ. τα μικροκύματα έχουν μικρότερο μήκος κύματος από τα ραδιοκύματα και μικρότερη συχνότητα από το υπεριώδες

δ. το πορτοκαλί φως έχει μικρότερο μήκος κύματος από τις ακτίνες Χ και μεγαλύτερη συχνότητα από το υπεριώδες.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Λάθος.

Οι ακτίνες Χ έχουν μικρότερο μήκος κύματος από τα ραδιοκύματα.

β. Λάθος.

Το ερυθρό φως έχει μικρότερη συχνότητα από τις ακτίνες Χ.

γ. Σωστό.

δ. Λάθος.

Το πορτοκαλί φως έχει μεγαλύτερο μήκος κύματος από τις ακτίνες Χ και μικρότερη συχνότητα από το υπεριώδες.

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη* ***Σωστό****, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη* ***Λάθος****, για τη λανθασμένη.*

α. Βασιζόμενοι στο φαινόμενο Doppler μπορούμε να βγάλουμε συμπεράσματα για την ταχύτητα ενός άστρου σε σχέση με τη Γη.

β. Στην περίπτωση των ηλεκτρικών ταλαντώσεων ο κύριος λόγος απόσβεσης είναι η ωμική αντίσταση.

γ. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής μετριέται σε $\mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$.

δ. Σε στερεό σώμα που εκτελεί στροφική κίνηση και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας αυξάνεται, τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης είναι αντίρροπα.

ε. Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσοτέρων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται συμβολή.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Σωστό.

[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ σελίδα 171]

β. Σωστό.

[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ σελίδα 20]

γ. Λάθος.

Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής $\frac{\mathrm{dL}}{\mathrm{dt}}$ έχει μονάδα μέτρησης στο S.I. το $1\frac{\mathrm{Kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$.

δ. Λάθος.

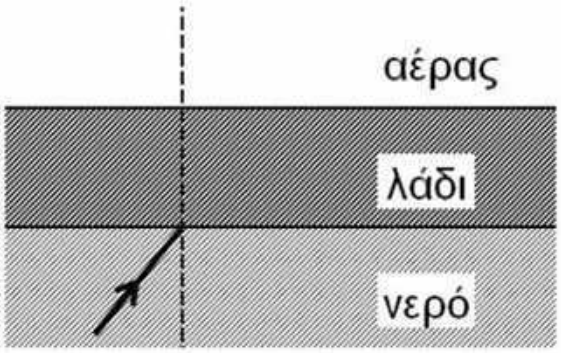
π.χ. αν $\omega > 0$ και $\omega\uparrow$, τότε $\Delta\omega > 0 \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} > 0$, άρα : $\vec{\omega} \uparrow\uparrow \vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$.

ε. Σωστό.

[Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ σελίδα 48]

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ακτίνα μονοχρωματικού φωτός, προερχόμενη από πηγή που βρίσκεται μέσα στο νερό, προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια νερού – αέρα υπό γωνία ίση με την κρίσιμη. Στην επιφάνεια του νερού ρίχνουμε στρώμα λαδιού το οποίο δεν αναμιγνύεται με το νερό, έχει πυκνότητα μικρότερη από το νερό και δείκτη διάθλασης μεγαλύτερο από το δείκτη διάθλασης του νερού.



Τότε η ακτίνα

α. θα εξέλθει στον αέρα

β. θα υποστεί ολική ανάκλαση

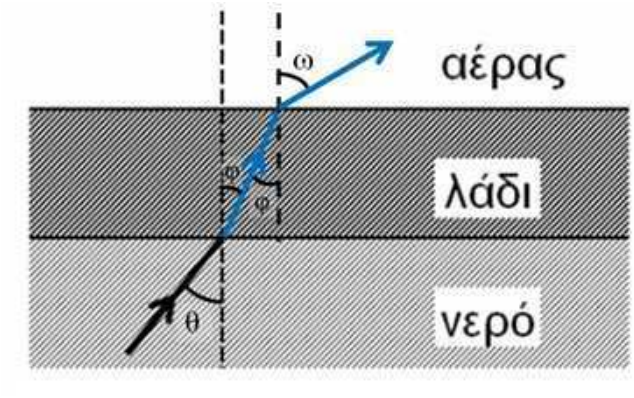
γ. θα κινηθεί παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού – αέρα.

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Απάντηση



Για την κρίσιμη γωνία νερού – αέρα, ισχύει :

$$\eta\mu\theta_c = \frac{n_\alpha}{n_\nu} \Rightarrow \eta\mu\theta_c = \frac{1}{n_\nu}. \qquad (1)$$

Σύμφωνα με την εκφώνηση, για τη γωνία πρόσπτωσης στη διαχωριστική επιφάνεια νερού – λαδιού, ισχύει :

$$\theta = \theta_c \xrightarrow{(1)} \eta\mu\theta = \frac{1}{n_\nu} \Leftrightarrow n_\nu\eta\mu\theta = 1. \qquad (2)$$

Εφαρμόζω το νόμο του Snell για τη διάθλαση από το νερό στο λάδι :

$$n_\nu\eta\mu\theta = n_\lambda\eta\mu\varphi \xrightarrow{(2)} n_\lambda\eta\mu\varphi = 1. \qquad (3)$$

Η γωνία διάθλασης στη διαχωριστική επιφάνεια νερού – λαδιού και η γωνία πρόσπτωσης στη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού – αέρα είναι ίσες (εντός εναλλάξ).

Εφαρμόζω το νόμο του Snell για τη διάθλαση από το λάδι στον αέρα :

$$n_\alpha\eta\mu\omega = n_\lambda\eta\mu\varphi \xrightarrow{(3)} \eta\mu\omega = 1 \Rightarrow \omega = 90^o.$$

Επομένως, η διαθλώμενη ακτίνα θα είναι παράλληλη στη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού – αέρα.

Σωστή απάντηση : γ.

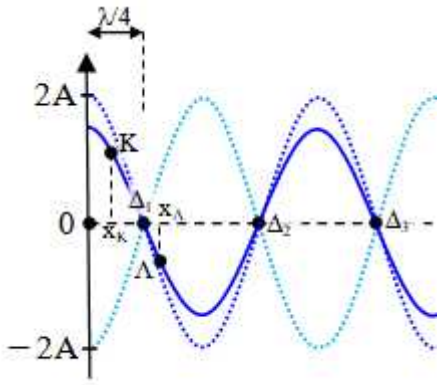
B2. Σε γραμμικό ελαστικό μέσο, κατά μήκος του ημιάξονα Οx, δημιουργείται στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση x=0. Δύο σημεία Κ και Λ του ελαστικού μέσου βρίσκονται αριστερά και δεξιά του πρώτου δεσμού, μετά τη θέση x=0, σε αποστάσεις $\frac{\lambda}{6}$ και $\frac{\lambda}{12}$ από αυτόν αντίστοιχα, όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα. Ο λόγος των μεγίστων ταχυτήτων $\frac{\upsilon_K}{\upsilon_\Lambda}$ των σημείων αυτών είναι:

α. $\sqrt{3}$ **β.** $\frac{1}{3}$ **γ.** 3

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση (μονάδες 2).
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Απάντηση



Ο 1ος δεσμός του στάσιμου βρίσκεται στη θέση : $x_{\Delta 1} = \frac{\lambda}{4}$.

Η θέση ισορροπίας του Κ έχει τετμημένη :

$x_K = \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{6} \Rightarrow x_K = \frac{\lambda}{12}$.

Το πλάτος ταλάντωσης του Κ, είναι :

$$|A'_K| = 2A\left|\text{συν}\left(2\pi\frac{x_K}{\lambda}\right)\right| = 2A\left|\text{συν}\left(2\pi\frac{\frac{\lambda}{12}}{\lambda}\right)\right| = 2A\left|\text{συν}\frac{\pi}{6}\right| = 2A\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |A'_K| = A\sqrt{3}. \quad (1)$$

Η θέση ισορροπίας του Λ έχει τετμημένη : $x_\Lambda = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} \Rightarrow x_K = \frac{\lambda}{3}$.

Το πλάτος ταλάντωσης του Λ, είναι :

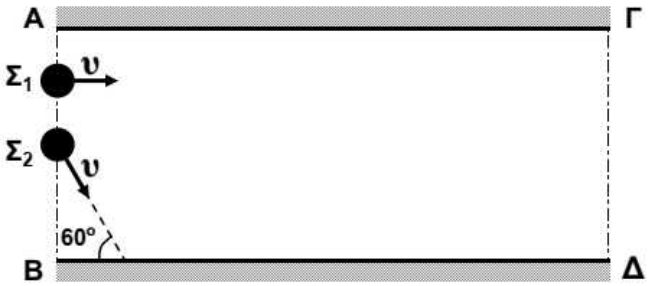
$$|A'_\Lambda| = 2A\left|\text{συν}\left(2\pi\frac{x_\Lambda}{\lambda}\right)\right| = 2A\left|\text{συν}\left(2\pi\frac{\frac{\lambda}{3}}{\lambda}\right)\right| = 2A\left|\text{συν}\frac{2\pi}{3}\right| = 2A\left|-\frac{1}{2}\right| \Rightarrow |A'_\Lambda| = A. \quad (2)$$

Το πηλίκο των μεγίστων ταχυτήτων των σημείων Κ, Λ είναι :

$$\frac{\upsilon_K}{\upsilon_\Lambda} = \frac{\omega|A'_K|}{\omega|A'_\Lambda|} \xrightarrow{(1),\,(2)} \frac{\upsilon_K}{\upsilon_\Lambda} = \frac{A\sqrt{3}}{A} \Rightarrow \frac{\upsilon_K}{\upsilon_\Lambda} = \sqrt{3}.$$

Σωστή απάντηση : α.

Β3. Ανάμεσα σε δύο παράλληλους τοίχους ΑΓ και ΒΔ, υπάρχει λείο οριζόντιο δάπεδο. Τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΓΔ είναι κάθετα στους τοίχους. Σφαίρα Σ_1 κινείται πάνω στο δάπεδο, με σταθερή ταχύτητα, μέτρου υ, παράλληλη στους τοίχους, και καλύπτει τη διαδρομή από το ΑΒ μέχρι το ΓΔ σε χρόνο t_1. Στη συνέχεια δεύτερη σφαίρα Σ_2 που έχει ταχύτητα μέτρου υ συγκρούεται ελαστικά με τον ένα τοίχο υπό γωνία $\varphi=60^o$ και, ύστερα από διαδοχικές ελαστικές κρούσεις με τους τοίχους, καλύπτει τη διαδρομή από το ΑΒ μέχρι το ΓΔ σε χρόνο t_2. Οι σφαίρες εκτελούν μόνο μεταφορική κίνηση.



Τότε θα ισχύει:

α. $t_2= 2t_1$ **β.** $t_2= 4t_1$ **γ.** $t_2= 8t_1$

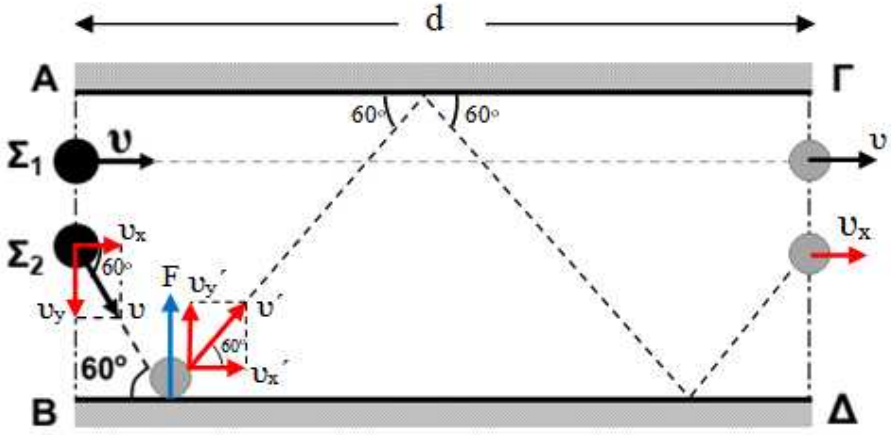
Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

Δίνονται: $\eta\mu 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 60^0 = \frac{1}{2}$.

Μονάδες 9

Απάντηση



➢ Η σφαίρα Σ_1 κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ παράλληλη προς την ΑΓ.

Για τη χρονική διάρκεια t_1 που απαιτείται ώστε να καλύψει την απόσταση d, ισχύει :

$$d = \upsilon t_1 \Leftrightarrow t_1 = \frac{d}{\upsilon}. \quad (1)$$

➢ Η σφαίρα Σ_2 καλύπτει την απόσταση $(A\Gamma) = d$ με τη συνιστώσα ταχύτητα $\vec{\upsilon}_x$ που είναι παράλληλη προς τους τοίχους.

Αφού οι κρούσεις της σφαίρας με τους τοίχους είναι ελαστικές, το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας δεν μεταβάλλεται : $K' = K \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon'^2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon'^2 = \upsilon^2 \Rightarrow \upsilon' = \upsilon.$ (μέτρο)

Η δύναμη $\vec{F}$ που ασκεί ο τοίχος στη διάρκεια της επαφής είναι κάθετη στον τοίχο, άρα δεν επηρεάζει τη συνιστώσα ταχύτητα $\vec{\upsilon}_x$.

Επομένως : $\upsilon_x' = \upsilon_x = \upsilon\sigma\upsilon\nu 60^o \Rightarrow \upsilon_x = \frac{\upsilon}{2}.$ (2)

Για τη χρονική διάρκεια t_2 που απαιτείται ώστε να καλύψει την απόσταση d, ισχύει :

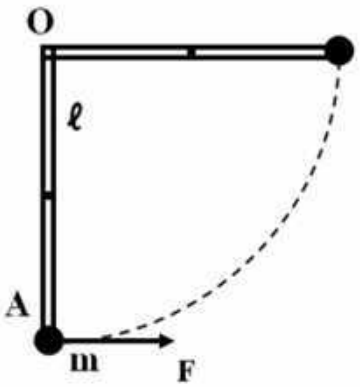
$d = \upsilon_x t_2 \xrightarrow{(2)} d = \frac{\upsilon}{2} t_2 \Leftrightarrow t_2 = \frac{2d}{\upsilon}.$ (3)

Από τη σύγκριση των σχέσεων (1), (3) προκύπτει : $t_2 = 2t_1$.

Σωστή απάντηση : α.

ΘΕΜΑ Γ

Ομογενής και ισοπαχής δοκός (ΟΑ), μάζας M=6 kg και μήκους ℓ=0,3 m, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το ένα άκρο της Ο. Στο άλλο της άκρο Α υπάρχει στερεωμένη μικρή σφαίρα μάζας $m=\frac{M}{2}$.



Γ1. Βρείτε την ροπή αδράνειας του συστήματος δοκού-σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Μονάδες 6

Ασκούμε στο άκρο Α δύναμη, σταθερού μέτρου $F=\frac{120}{\pi}$ N, που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Γ2. Βρείτε το έργο της δύναμης F κατά την περιστροφή του συστήματος μέχρι την οριζόντια θέση της.

Μονάδες 6

Γ3. Βρείτε την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος δοκού-σφαίρας στην οριζόντια θέση.

Μονάδες 6

Επαναφέρουμε το σύστημα δοκού-σφαίρας στην αρχική κατακόρυφη θέση του. Ασκούμε στο άκρο Α δύναμη, σταθερού μέτρου $F'=30\sqrt{3}$ N, που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό.

Γ4. Βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η δοκός με την κατακόρυφο τη στιγμή που η κινητική της ενέργεια γίνεται μέγιστη.

Μονάδες 7

Δίνονται: $g=10\frac{m}{s^2}$, ροπή αδράνειας ομογενούς δοκού μάζας Μ και μήκους ℓ, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτήν $I_{CM}=\frac{1}{12}M\ell^2$, $\eta\mu 60^0=\sigma\upsilon\nu 30^0=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\eta\mu 30^0=\sigma\upsilon\nu 60^0=\frac{1}{2}$.

Απάντηση

Γ1.

Σύμφωνα με το θεώρημα Steiner, η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής είναι :

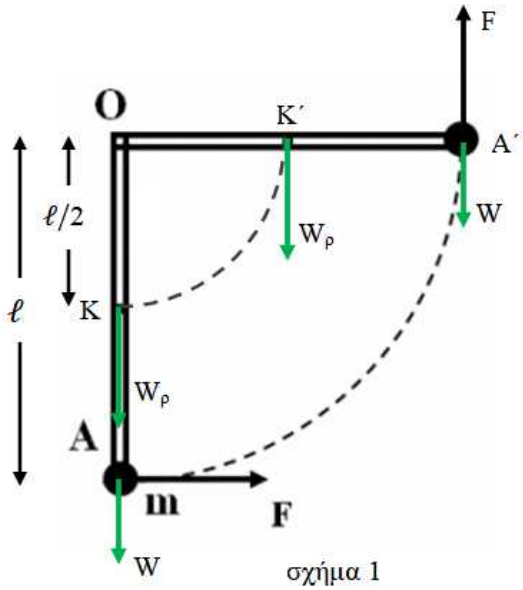
$$I_{\rho(O)} = I_{cm} + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}M\ell^2 + \frac{1}{4}M\ell^2 \;\Rightarrow\; I_{\rho(O)} = \frac{1}{3}M\ell^2 .$$

Η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος – σφαίρα ως προς τον άξονα περιστροφής, είναι :

$$I_{ολ(O)} = I_{\rho(O)} + I_{\sigma(O)} = \frac{1}{3}M\ell^2 + \frac{M}{2}\ell^2 = \frac{5}{6}M\ell^2 \;\Rightarrow\; I_{ολ(O)} = \frac{5}{6}\cdot 6\cdot 0,3^2\ \text{Kgm}^2 \;\Rightarrow\; I_{ολ(O)} = 0,45\,\text{Kgm}^2 .$$

Γ2.

Η δύναμη $\vec{F}$ έχει σταθερό μέτρο και είναι συνεχώς κάθετη στη ράβδο, άρα προκαλεί σταθερή ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής, μέτρου : $\tau_F = F\cdot\ell$. (1)



σχήμα 1

Το έργο της ροπής της δύναμης $\vec{F}$ για περιστροφή της ράβδου κατά γωνία $\theta = \frac{\pi}{2}\,\text{rad}$, είναι :

$$W_F = \tau_F\cdot\theta \xrightarrow{(1)} W_F = F\cdot\ell\cdot\theta \;\Rightarrow\; W_F = \frac{120}{\pi}\cdot 0,3\cdot\frac{\pi}{2}\ \text{J}$$

$$\Rightarrow\; W_F = 18\,\text{J}.$$

Γ3.

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την περιστροφή της ράβδου από την κατακόρυφη στην οριζόντια θέση :

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}I_{ολ(O)}\omega^2 - 0 = W_F - Mg\frac{\ell}{2} - \frac{M}{2}g\ell \;\Leftrightarrow\; \omega^2 = \frac{2\left(W_F - Mg\ell\right)}{I_{ολ(O)}} \;\Rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2\left(W_F - Mg\ell\right)}{I_{ολ(O)}}} \;\Rightarrow\; \omega = \sqrt{\frac{2(18-18)}{0,45}}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} \;\Rightarrow\; \omega = 0\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Γ4.

(Η απάντηση που ακολουθεί βασίζεται στο σκεπτικό της επιτροπής εξετάσεων).

Θεωρώντας τη φορά περιστροφής της ράβδου θετική, όταν η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία φ η αλγεβρική τιμή της συνισταμένης ροπής ως προς το Ο είναι (σχήμα 2) :

$$\Sigma\tau_{(O)} = F'\ell - Mg(BK_1) - mg(\Gamma A_1) = F'\ell - Mg\frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi - \frac{M}{2}g\ell\eta\mu\varphi \;\Leftrightarrow\; \Sigma\tau_{(O)} = F'\ell - Mg\ell\eta\mu\varphi . \qquad (2)$$

Από τη σχέση (2) προκύπτει ότι αρχικά, κατά την περιστροφή της ράβδου, η συνισταμένη ροπή μειώνεται.

Αν σε κάποια θέση μηδενιστεί η ροπή, τότε στη συνέχεια θα αλλάξει φορά και το σύστημα θα επιβραδύνεται.

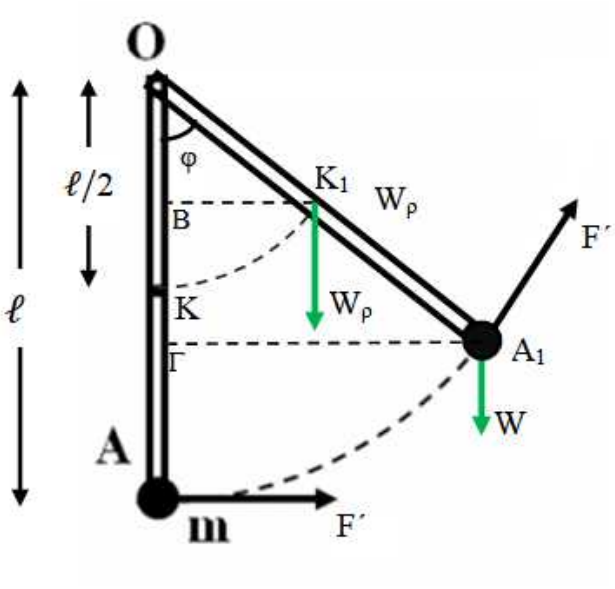
Επομένως, η κινητική ενέργεια του συστήματος θα γίνει μέγιστη στη θέση στην οποία μηδενίζεται η συνισταμένη ροπή.

Έστω ότι στη θέση OA_1 του σχήματος, στην οποία η ράβδος σχηματίζει γωνία φ με την αρχική θέση, η κινητική ενέργεια του συστήματος είναι μέγιστη.

Από τη σχέση (2) προκύπτει :

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \;\Rightarrow\; F'\ell = Mg\ell\eta\mu\varphi \;\Leftrightarrow\; \eta\mu\varphi = \frac{F'}{Mg} \;\Rightarrow$$

$$\eta\mu\varphi = \frac{30\sqrt{3}}{60} = \frac{\sqrt{3}}{2} \;\Rightarrow\; \varphi = 60^o.$$



σχήμα 2

Σχόλια

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την περιστροφή της ράβδου από την αρχική κατακόρυφη θέση μέχρι τη θέση OA_1 , στην οποία έχει τη μέγιστη κινητική ενέργεια (σχήμα 2) :

$$K_{max\,(1)} - 0 = W_{F'} + W_\rho + W_\sigma \;\Rightarrow\; K_{max\,(1)} = F'\ell\cdot\varphi - Mg\frac{\ell}{2}(1-\sigma\upsilon\nu\varphi) - \frac{M}{2}g\ell(1-\sigma\upsilon\nu\varphi) \;\Rightarrow$$

$$K_{max\,(1)} = F'\ell\cdot\varphi - Mg\ell(1-\sigma\upsilon\nu\varphi).$$

Με αντικατάσταση : $K_{max\,(1)} \cong 7{,}3$ J.

Στη συνέχεια εξετάζω το ενδεχόμενο να φτάσει η ράβδος στην κατακόρυφη θέση OA_2 .

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την περιστροφή της ράβδου από την αρχική θέση ΟΑ μέχρι την κατακόρυφη θέση OA_2 (σχήμα 3) :

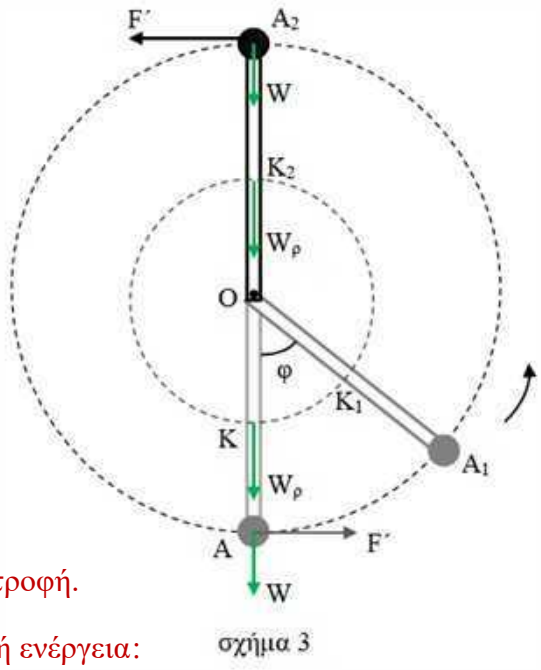
$$K_2 - 0 = F'\ell\cdot\pi - Mg\ell - \frac{M}{2}g(2\ell) \;\Rightarrow\; K_2 = F'\ell\cdot\pi - 2Mg\ell.$$

Με αντικατάσταση, προκύπτει : $K_2 \cong 13$ J.

Επομένως, η ράβδος με το σφαιρίδιο θα εκτελέσουν πλήρη περιστροφή.

Όταν επιστρέψουν στην αρχική θέση, το σύστημα θα έχει κινητική ενέργεια:

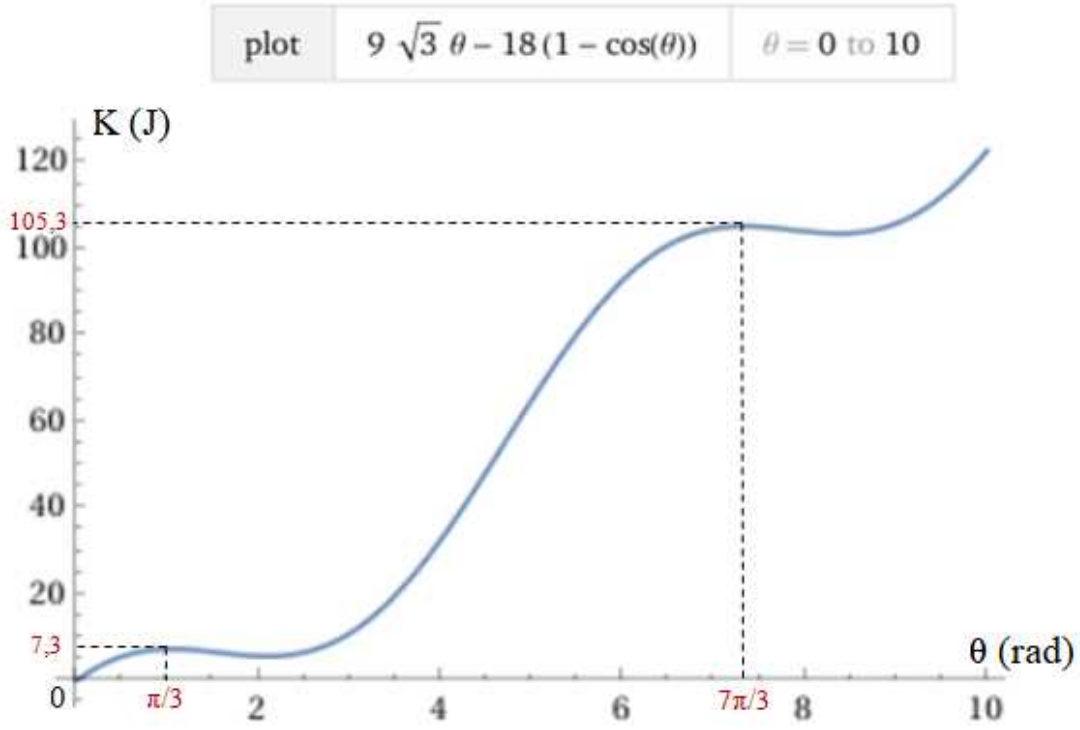
$K = W_{F'} = F'\cdot\ell\cdot 2\pi = 18\pi\sqrt{3}$ J ή $K \cong 98$ J.



σχήμα 3

Όταν η ράβδος επανέλθει στη θέση OA_1 , στην οποία σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^o$ με την κατακόρυφη, η κινητική ενέργεια θα γίνει μέγιστη : $K_{2\,(max)} = K_{1\,(max)} + K \cong 105{,}3$ J.

Δηλαδή, **σε κάθε περιστροφή η κινητική ενέργεια του συστήματος αυξάνεται κατά 98 J (περίπου) και στη θέση που η ράβδος σχηματίζει γωνία φ = 60° με την αρχική, η κινητική ενέργεια θα γίνεται μέγιστη κάθε φορά** (τοπικό μέγιστο), όπως φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος 4.



σχήμα 4

Επομένως, η διατύπωση της εκφώνησης : «Βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η δοκός με την κατακόρυφο τη στιγμή που η κινητική της ενέργεια γίνεται μέγιστη» είναι λανθασμένη.

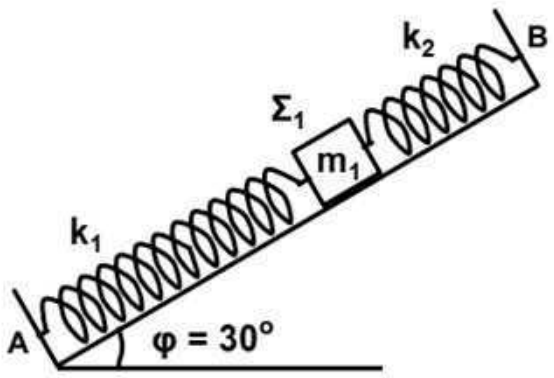
Κάθε φορά που η ράβδος σχηματίζει γωνία $\frac{\pi}{3}$ με τη αρχική κατακόρυφη θέση, η κινητική ενέργεια του συστήματος θα είναι μεγαλύτερη από την προηγούμενη φορά.

Το ερώτημα Γ4 είναι λανθασμένο από επιστημονική άποψη.

Η επιτροπή εξετάσεων το ακύρωσε αρχικά, μετά από ενστάσεις συναδέλφων για την εγκυρότητά του, αλλά στη συνέχεια ζήτησε να βαθμολογηθεί κανονικά γιατί, μετά την ολοκλήρωση της πειραματικής βαθμολόγησης, διαπιστώθηκε ότι οι υποψήφιοι/ες είχαν απαντήσει σύμφωνα με το σκεπτικό της επιτροπής (δηλαδή λανθασμένα) !

ΘΕΜΑ Δ

Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης $\varphi=30^o$. Στα σημεία Α και Β στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1=60$ N/m και $k_2=140$ N/m αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε σώμα Σ_1, μάζας $m_1=2$ kg και το κρατάμε στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα).



Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ αφήνουμε το σώμα Σ_1 ελεύθερο.

Δ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Μονάδες 5

Δ2. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος Σ_1 από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική φορά τη φορά από το Α προς το Β.

Μονάδες 7

Κάποια χρονική στιγμή που το σώμα Σ_1 βρίσκεται στην αρχική του θέση, τοποθετούμε πάνω του (χωρίς αρχική ταχύτητα) ένα άλλο σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων μάζας $m_2=6$ kg. Το σώμα Σ_2 δεν ολισθαίνει πάνω στο σώμα Σ_1 λόγω της τριβής που δέχεται από αυτό. Το σύστημα των δύο σωμάτων κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ3. Να βρείτε τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του σώματος Σ_2.

Μονάδες 6

Δ4. Να βρείτε τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής που πρέπει να υπάρχει μεταξύ των σωμάτων Σ_1 και Σ_2, ώστε το Σ_2 να μην ολισθαίνει σε σχέση με το Σ_1.

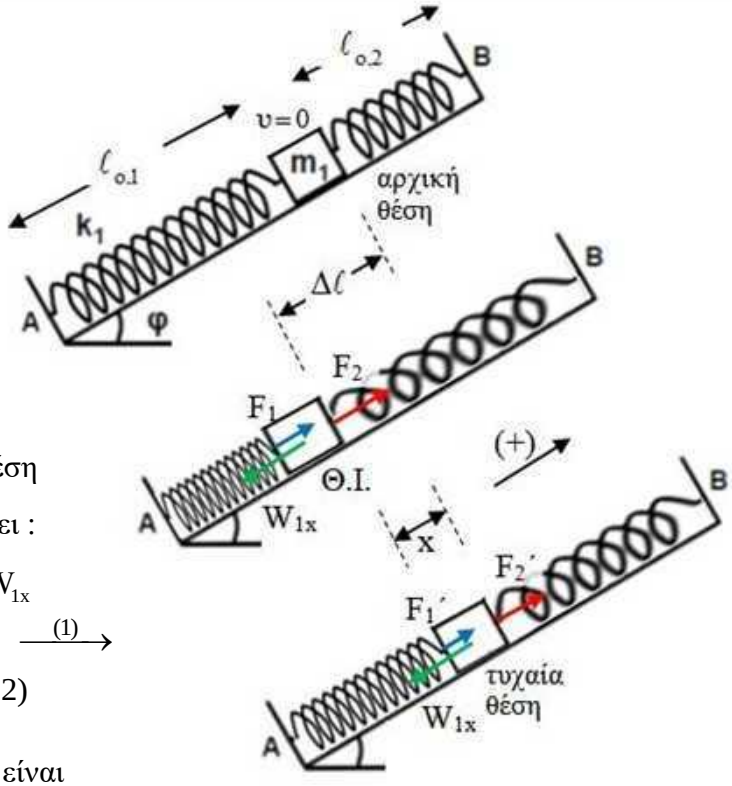
Δίνονται: $\eta\mu 30^0=\frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^0=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $g=10\frac{m}{s^2}$.

Μονάδες 7

Απάντηση

Δ1.

Στη θέση ισορροπίας του Σ_1, το ελατήριο (1) έχει συμπίεση $\Delta\ell$ ενώ το ελατήριο (2) έχει επιμήκυνση $\Delta\ell$.



Ισχύει :

$$\Sigma F_{1x} = 0 \;\Leftrightarrow\; F_1 + F_2 - W_{1x} = 0 \;\Leftrightarrow$$
$$k_1(\Delta\ell) + k_2(\Delta\ell) = m_1 g \eta\mu\varphi. \qquad (1)$$

Σε μία τυχαία θέση, που βρίσκεται πάνω από τη θέση ισορροπίας και απέχει απόσταση x από αυτή, ισχύει :

$$\Sigma F_{1x} = F_1' + F_2' - W_{1x} = k_1(\Delta\ell - x) + k_2(\Delta\ell - x) - W_{1x}$$
$$\Rightarrow\; \Sigma F_{1x} = k_1(\Delta\ell) - k_1 x + k_2(\Delta\ell) - k_2 x - m_1 g \eta\mu\varphi \xrightarrow{(1)}$$
$$\Sigma F_{1x} = -k_1 x - k_2 x \;\Rightarrow\; \Sigma F_{1x} = -(k_1 + k_2)x \,. \qquad (2)$$

Η σχέση (2) έχει τη μορφή $\Sigma F_{1x} = -D\cdot x$, η οποία είναι η αναγκαία συνθήκη ώστε το Σ_1 να εκτελεί ΑΑΤ γύρω από τη θέση ισορροπίας, με σταθερά επαναφοράς $D = k_1 + k_2 = 200 \dfrac{N}{m}$.

Δ2.

$$(1) \;\Rightarrow\; \Delta\ell = \frac{m_1 g \eta\mu\varphi}{k_1 + k_2} \;\Rightarrow\; \Delta\ell = \frac{2\cdot 10 \cdot 0,5}{200} m \;\Rightarrow\; \Delta\ell = \frac{1}{20} m = 5\cdot 10^{-2}\, m.$$

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το Σ_1 είναι ακίνητο στην πάνω ακραία θέση της ΑΑΤ $(x = +A_1)$.

Επομένως, το πλάτος της ΑΑΤ είναι : $A_1 = \Delta\ell = 5\cdot 10^{-2}$ m.

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ υπολογίζεται από τη σχέση :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{D}{m_1}} \;\Rightarrow\; \omega_1 = \sqrt{\frac{200}{2}} \frac{rad}{s} \;\Rightarrow\; \omega_1 = 10 \frac{rad}{s}.$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του Σ_1 έχει τη γενική μορφή : $x_1 = A_1 \eta\mu(\omega_1 t + \varphi_{o,1})$. (3)

Για $t = 0$ και $x_1 = +A_1 \xrightarrow{(3)} A_1 = A_1 \eta\mu\varphi_{o,1} \;\Leftrightarrow\; \eta\mu\varphi_{o,1} = 1 \;\Rightarrow\; \varphi_{o,1} = \dfrac{\pi}{2}$.

Αντικαθιστώντας τις αριθμητικές τιμές στη σχέση (3) προκύπτει η εξίσωση της απομάκρυνσης :

$$x_1 = 5\cdot 10^{-2} \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (S.I.)$$

Δ3.

Με την επίδραση των ελατηρίων, το σύστημα των δύο σωμάτων εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς $D = k_1 + k_2 = 200\frac{N}{m}$ και γωνιακή συχνότητα $\omega = \sqrt{\frac{D}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{200}{8}\frac{rad}{s}} \Rightarrow \omega = 5\frac{rad}{s}$.

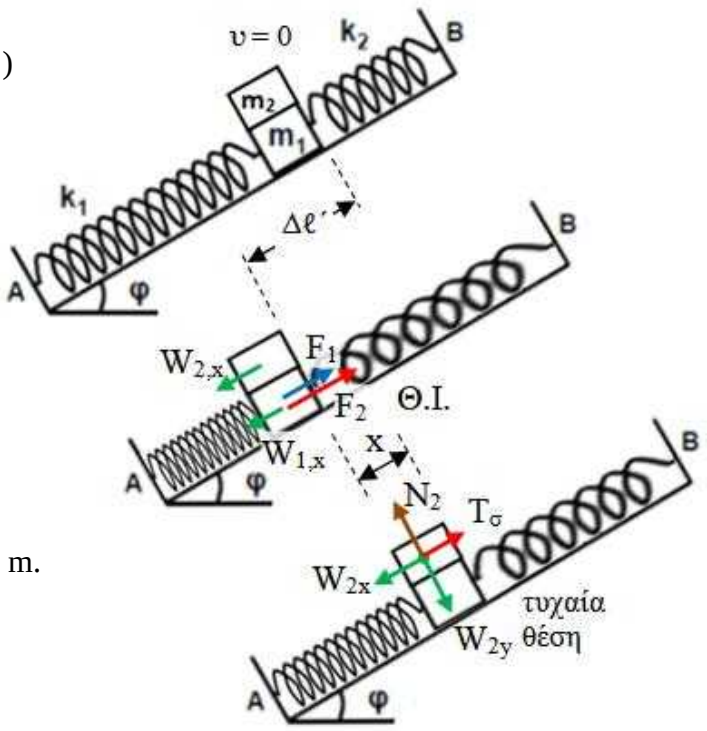
Η σταθερά επαναφοράς της ΑΑΤ του Σ_2 είναι :

$D_2 = m_2\omega^2 \Rightarrow D_2 = 6 \cdot 25\frac{N}{m} \Rightarrow D_2 = 150\frac{N}{m}$.

Δ4.

Στη θέση ισορροπίας του συστήματος το ελατήριο (1) έχει συμπίεση $\Delta\ell'$ ενώ το ελατήριο (2) έχει επιμήκυνση $\Delta\ell'$. Ισχύει :

$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F_1 + F_2 - W_{1x} - W_{2x} = 0 \Leftrightarrow$
$k_1(\Delta\ell') + k_2(\Delta\ell') = m_1 g\eta\mu\varphi + m_2 g\eta\mu\varphi \Leftrightarrow$
$\Delta\ell' = \frac{(m_1 + m_2)g\eta\mu\varphi}{k_1 + k_2} \Rightarrow \Delta\ell' = \frac{40}{200}m = 0,2\,m.$



Τη στιγμή που αφήνεται το σύστημα είναι ακίνητο στην πάνω ακραία θέση της ΑΑΤ (x = + A).

Επομένως, το πλάτος της ΑΑΤ είναι : $A = \Delta\ell' = 0,2$ m.

<u>σώμα Σ_2</u>

Στον άξονα y το Σ_2 ισορροπεί, άρα ισχύει :

$\Sigma F_{2y} = 0 \Leftrightarrow N_2 = W_{2y} \Rightarrow N_2 = m_2 g\sigma\upsilon\nu\varphi.$ (4)

Εφαρμόζω το νόμο της οριακής στατικής τριβής :

$T_{o\rho} = \mu_{o\rho}N_2 \xrightarrow{(4)} T_{o\rho} = \mu_{o\rho}m_2 g\sigma\upsilon\nu\varphi.$ (5)

Η συνισταμένη των δυνάμεων στον άξονα x είναι η δύναμη επαναφοράς για το Σ_2, άρα ισχύει :

$\Sigma F_{2x} = -D_2x \Leftrightarrow T_\sigma - W_{2x} = -D_2x \Leftrightarrow T_\sigma = m_2 g\eta\mu\varphi - m_2\omega^2 x.$ (6)

Στην κατώτερη θέση της τροχιάς (x = – A) το μέτρο της στατικής τριβής είναι μέγιστο :

(6) $\xrightarrow{x=-A}$ $T_{\sigma\,(max)} = m_2 g\eta\mu\varphi + m_2\omega^2 A.$ (7)

Για να μην ολισθαίνει το Σ_2, πρέπει σε κάθε θέση της ΑΑΤ να ισχύει η συνθήκη : $T_\sigma \le T_{o\rho}$.

Όταν $T_\sigma = T_{\sigma\,(max)}$, η συνθήκη γράφεται : $T_{\sigma(max)} \le T_{o\rho}$. (8)

Με συνδυασμό των σχέσεων (5), (7), (8) προκύπτει :

$m_2 g\eta\mu\varphi + m_2\omega^2 A \le \mu_{o\rho}m_2 g\sigma\upsilon\nu\varphi \Leftrightarrow \mu_{o\rho} \ge \frac{g\eta\mu\varphi + \omega^2 A}{g\sigma\upsilon\nu\varphi} \Rightarrow \mu_{o\rho(min)} = \frac{g\eta\mu\varphi + \omega^2 A}{g\sigma\upsilon\nu\varphi}.$

Με αντικατάσταση : $\mu_{o\rho(min)} = \dfrac{10 \cdot 0,5 + 25 \cdot 0,2}{10 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \mu_{o\rho(min)} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 13 ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΟΚΤΩ (8)

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

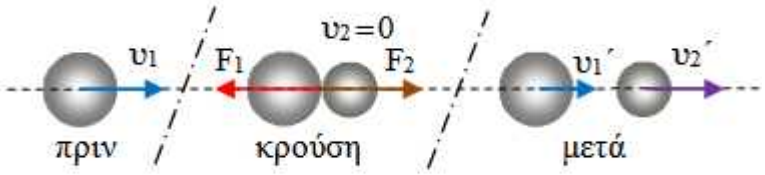
Α1. Σφαίρα, μάζας m_1, κινούμενη με ταχύτητα $\overrightarrow{\upsilon_1}$, συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2. Οι ταχύτητες $\overrightarrow{\upsilon_1'}$ και $\overrightarrow{\upsilon_2'}$ των σφαιρών μετά την κρούση

α. έχουν πάντα την ίδια φορά
β. σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 90°
γ. έχουν πάντα αντίθετη φορά
δ. έχουν πάντα την ίδια διεύθυνση.

Μονάδες 5

Απάντηση

Κατά τη διάρκεια της επαφής αναπτύσσονται μεταξύ των σφαιρών αντίθετες δυνάμεις $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$.



Αφού η κρούση είναι κεντρική, οι δυνάμεις $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ έχουν τη διεύθυνση της διακέντρου των σφαιρών.

Εφαρμόζω τον 2ο νόμο του Newton σε κάθε σφαίρα για τη χρονική διάρκεια Δt της επαφής :

$$\vec{F}_1 = \frac{\Delta\vec{p}_1}{\Delta t} \Leftrightarrow \vec{p}_1' - \vec{p}_1 = \vec{F}_1(\Delta t) \Leftrightarrow \vec{p}_1' = \vec{p}_1 + \vec{F}_1(\Delta t). \qquad (1)$$

$$\vec{F}_2 = \frac{\Delta\vec{p}_2}{\Delta t} \Leftrightarrow \vec{p}_2' - 0 = \vec{F}_2(\Delta t) \Leftrightarrow \vec{p}_2' = \vec{F}_2(\Delta t). \qquad (2)$$

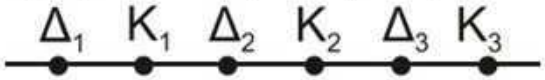
Αφού η $\vec{\upsilon}_1$ έχει τη διεύθυνση της διακέντρου των σφαιρών, από τη σχέση (1) προκύπτει ότι η ορμή $\vec{p}_1'$ της 1ης σφαίρας μετά την κρούση έχει την ίδια διεύθυνση με τη δύναμη $\vec{F}_1$.

Από τη σχέση (2) προκύπτει ότι η ορμή $\vec{p}_2'$ της 2ης σφαίρας μετά την κρούση έχει την ίδια διεύθυνση με τη δύναμη $\vec{F}_2$.

Επομένως, **οι ταχύτητες $\vec{\upsilon}_1'$, $\vec{\upsilon}_2'$ μετά την κρούση έχουν τη διεύθυνση της διακέντρου των σφαιρών**.

Σωστή απάντηση : δ.

Α2. Σε γραμμικό ελαστικό μέσο έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα. Μερικοί διαδοχικοί δεσμοί (Δ_1, Δ_2, Δ_3) και μερικές διαδοχικές κοιλίες (K_1, K_2, K_3) του στάσιμου κύματος φαίνονται στο σχήμα.



Αν λ το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο κύμα, τότε η απόσταση (Δ_1K_2) είναι

α. λ

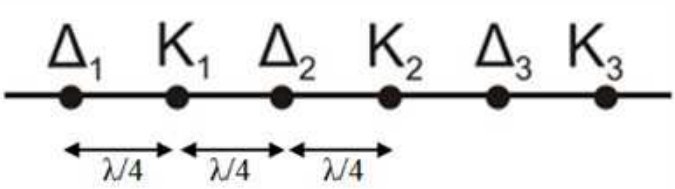
β. $3\frac{\lambda}{4}$

γ. $\frac{\lambda}{2}$

δ. $3\frac{\lambda}{2}$.

Μονάδες 5

Απάντηση



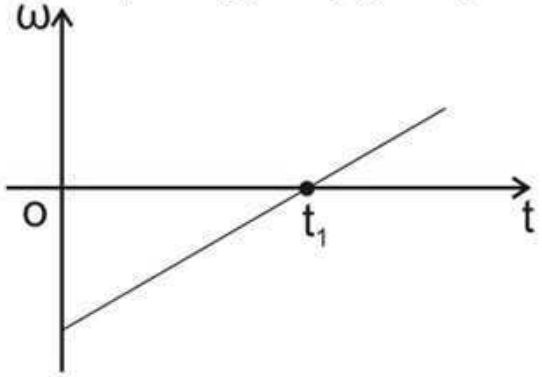
Η απόσταση μεταξύ ενός δεσμού και της πλησιέστερης κοιλίας του στάσιμου είναι ίση με $\frac{\lambda}{4}$.

Επομένως, η απόσταση του δεσμού Δ_1 από τη μεθεπόμενη κοιλία K_2 είναι :

$$(\Delta_1 K_2) = 3\frac{\lambda}{4}.$$

Σωστή απάντηση : β.

Α3. Στερεό σώμα στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Η γωνιακή ταχύτητα (ω) μεταβάλλεται με το χρόνο (t), όπως στο σχήμα:



Η συνισταμένη των ροπών που ασκούνται στο σώμα:

α. είναι μηδέν τη χρονική στιγμή t_1

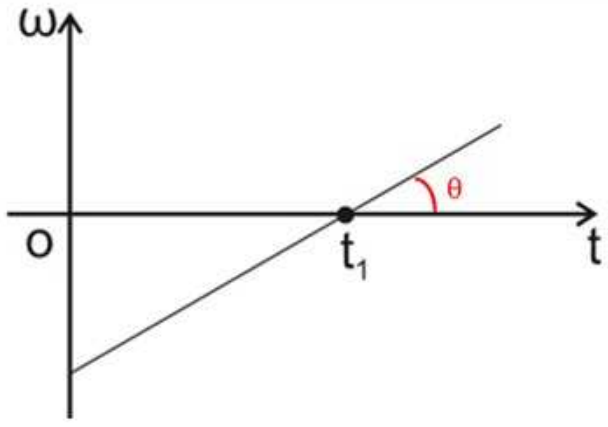
β. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός

γ. είναι σταθερή και ίση με το μηδέν

δ. αυξάνεται με το χρόνο.

Μονάδες 5

Απάντηση



Το διάγραμμα ω – t είναι πλάγια ημιευθεία, άρα έχει σταθερή (μη μηδενική) κλίση.

Επομένως, η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός :

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \varepsilon\varphi\theta = \text{σταθερή}.$$

Σύμφωνα με τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης, η συνισταμένη ροπή είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός :

$\Sigma\tau_{cm} = I_{cm}\,\alpha_{\gamma\omega\nu} = \text{σταθερή}.$

Σωστή απάντηση : β.

Α4. Σε μία φθίνουσα μηχανική ταλάντωση η δύναμη αντίστασης έχει τη μορφή $F_{αντ}=-bυ$. Αρχικά η σταθερά απόσβεσης έχει τιμή b_1. Στη συνέχεια η τιμή της γίνεται b_2 με $b_2>b_1$. Τότε:

α. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδός της παρουσιάζει μικρή μείωση.

β. Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδός της παρουσιάζει μικρή αύξηση.

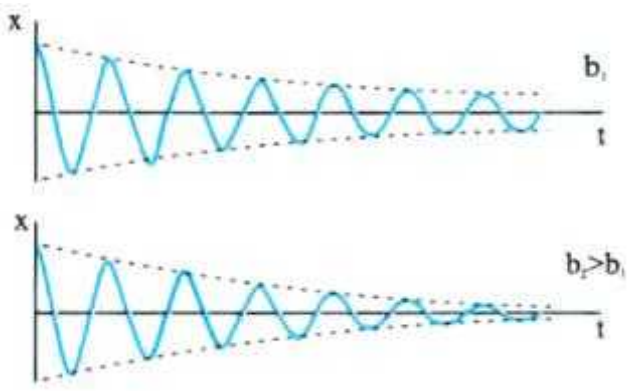
γ. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδός της παρουσιάζει μικρή αύξηση.

δ. Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδός της παρουσιάζει μικρή μείωση.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σε κάθε φθίνουσα μηχανική ταλάντωση στην οποία η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_α = -bυ$), το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο $\left(A = A_o e^{-\Lambda t}\right)$.



Αν αυξηθεί η σταθερά απόσβεσης *b*, τότε το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα και η περίοδος παρουσιάζει μικρή αύξηση.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 19.

Σωστή απάντηση : γ.

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη* ***Σωστό****, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη* ***Λάθος****, για τη λανθασμένη.*

α. Το ρεύμα σε μία κεραία παραγωγής ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων γίνεται μέγιστο, όταν τα φορτία στα άκρα της κεραίας μηδενίζονται.

β. Οι ακτίνες Χ εκπέμπονται σε αντιδράσεις πυρήνων και σε διασπάσεις στοιχειωδών σωματιδίων.

γ. Το πλάτος ενός αρμονικού κύματος εξαρτάται από το μήκος κύματος λ του κύματος αυτού.

δ. Η ροπή αδράνειας ως προς άξονα ενός στερεού έχει τη μικρότερη τιμή της, όταν ο άξονας αυτός διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού.

ε. Μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής είναι και το $1\,N\cdot m$.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 56.

Σχόλιο

«Το ρεύμα» είναι φυσικό φαινόμενο και όχι φυσικό μέγεθος.

Η ένταση του ρεύματος γίνεται μέγιστη όταν τα φορτία στα άκρα της κεραίας μηδενίζονται.

β. Λάθος.

Οι ακτίνες Χ εκπέμπονται όταν ηλεκτρόνια που κινούνται με μεγάλη ταχύτητα προσπίπτουν σε μεταλλικό στόχο.

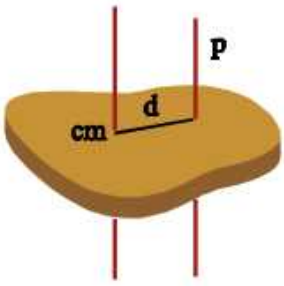
Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 63.

γ. Λάθος.

Το πλάτος ενός αρμονικού κύματος είναι ίσο με το πλάτος ταλάντωσης της πηγής του κύματος και παραμένει σταθερό, εφόσον δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας κατά τη διάδοση του κύματος.

δ. Σωστό.

Από το θεώρημα Steiner $I_p = I_{cm} + Md^2$ προκύπτει ότι $I_{cm} < I_p$, δηλαδή **η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας είναι μικρότερη από τη ροπή αδράνειάς του ως προς κάθε άλλο άξονα που είναι παράλληλος προς αυτόν**.



ε. Σωστό.

Σύμφωνα με τη γενική μορφή του νόμου της στροφικής κίνησης $\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau$, η μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής είναι : $1\frac{Kg\frac{m^2}{s}}{s} = 1\frac{Kg \cdot m}{s^2} \cdot m = 1N \cdot m$.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Αυτοκίνητο με ταχύτητα $\upsilon_A = \frac{\upsilon}{10}$ (όπου υ η ταχύτητα του ήχου ως προς τον ακίνητο αέρα) κινείται ευθύγραμμα προς ακίνητο περιπολικό. Προκειμένου να ελεγχθεί η ταχύτητα του αυτοκινήτου εκπέμπεται από το περιπολικό ηχητικό κύμα συχνότητας f_1. Το κύμα, αφού ανακλαστεί στο αυτοκίνητο, επιστρέφει στο περιπολικό με συχνότητα f_2. Ο λόγος των συχνοτήτων $\frac{f_2}{f_1}$ είναι:

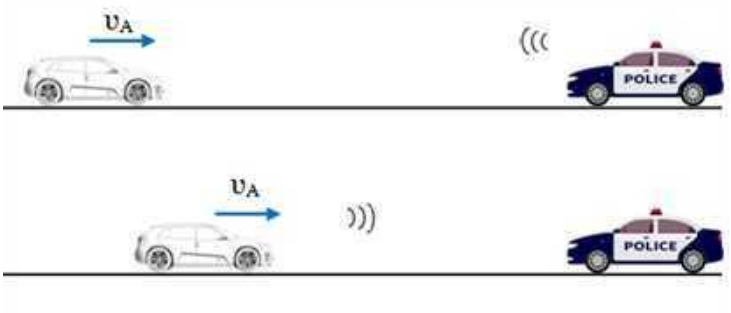
α. $\frac{11}{9}$ **β.** $\frac{11}{10}$ **γ.** $\frac{9}{11}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Απάντηση



Το αυτοκίνητο πλησιάζει το ακίνητο περιπολικό με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ_A.

Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο οδηγός του οχήματος είναι :

$$f_A = \frac{\upsilon + \upsilon_A}{\upsilon} \cdot f_1 = \frac{\upsilon + \frac{\upsilon}{10}}{\upsilon} \cdot f_1 = \frac{\frac{11\upsilon}{10}}{\upsilon} \cdot f_1 \Rightarrow$$

$$f_A = \frac{11}{10} \cdot f_1 . \qquad (1)$$

Ο ανακλώμενος ήχος έχει την ίδια συχνότητα f_A με τον προσπίπτοντα.

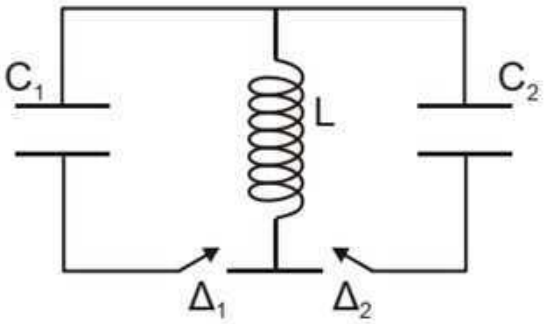
Το αυτοκίνητο συμπεριφέρεται σαν πηγή ήχου συχνότητας f_A, η οποία πλησιάζει το ακίνητο περιπολικό.

Η συσκευή ραντάρ του ακίνητου περιπολικού ανιχνεύει ήχο συχνότητας :

$$f_2 = \frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_A} \cdot f_A \xrightarrow{(1)} f_2 = \frac{\upsilon}{\upsilon - \frac{\upsilon}{10}} \cdot \frac{11}{10} f_1 = \frac{10\upsilon}{9\upsilon} \cdot \frac{11}{10} f_1 \Leftrightarrow f_2 = \frac{11}{9} f_1 \Leftrightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{11}{9}.$$

Σωστή απάντηση : α.

B2. Στο ιδανικό κύκλωμα L-C του σχήματος έχουμε αρχικά τους διακόπτες Δ_1 και Δ_2 ανοικτούς. Οι πυκνωτές χωρητικότητας C_1 και C_2 έχουν φορτιστεί μέσω πηγών συνεχούς τάσης με φορτία $Q_1=Q_2=Q$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ο διακόπτης Δ_1 κλείνει, οπότε στο κύκλωμα L-C_1 έχουμε αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{7T_1}{4}$, όπου T_1 η περίοδος της ταλάντωσης του κυκλώματος L-C_1, ο διακόπτης Δ_1 ανοίγει και ταυτόχρονα κλείνει ο διακόπτης Δ_2. Δίνεται ότι $C_2 = 2C_1$.



Το μέγιστο φορτίο που θα αποκτήσει ο πυκνωτής χωρητικότητας C_2 κατά τη διάρκεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος L-C_2 είναι:

α. $\frac{3Q}{2}$ **β.** $\frac{Q}{\sqrt{3}}$ **γ.** $\sqrt{3}Q$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Απάντηση

κύκλωμα LC_1

Η ενέργεια της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση : $E_1 = \frac{Q^2}{2C_1}$.

Η ένταση του ρεύματος στο πηνίο έχει εξίσωση : $i_1 = -I_1 \eta\mu\left(2\pi\frac{t}{T_1}\right)$.

Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{7T_1}{4}$, η ένταση του ρεύματος έχει τιμή :

$$i_1 = -I_1 \eta\mu\left(2\pi\frac{\frac{7T_1}{4}}{T_1}\right) = -I_1 \eta\mu\left(\frac{7\pi}{2}\right) = -I_1 \eta\mu\left(2\pi+\frac{3\pi}{2}\right) = -I_1 \eta\mu\left(\frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow i_1 = I_1 .$$

Την ίδια στιγμή, η ενέργεια μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι :

$$U_{B(1)} = \frac{1}{2}LI_1^2 = \frac{Q_1^2}{2C_1} \Rightarrow U_{B(1)} = \frac{Q^2}{2C_1}. \qquad (1)$$

κύκλωμα LC_2

Αρχικά, ο πυκνωτής έχει ενέργεια $U_{E(2)} = \frac{Q^2}{2C_2}$.

Εφόσον δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας κατά το άνοιγμα του διακόπτη Δ_1 και το κλείσιμο του διακόπτη Δ_2, η ολική ενέργεια του κυκλώματος LC_2 είναι :

$$E_2 = U_{B(1)} + U_{E(2)} = \frac{Q^2}{2C_1} + \frac{Q^2}{2C_2} \xrightarrow{C_2 = 2C_1} E_2 = \frac{Q^2}{2C_1} + \frac{Q^2}{4C_1} \Rightarrow E_2 = \frac{3Q^2}{4C_1}. \qquad (2)$$

Από τη σχέση της μέγιστης ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή C_2, προκύπτει :

$$U_{E2(max)} = E_2 \xrightarrow{(2)} \frac{Q_{2(max)}^2}{2C_2} = \frac{3Q^2}{4C_1} \xrightarrow{C_2 = 2C_1} \frac{Q_{2(max)}^2}{2 \cdot 2C_1} = \frac{3Q^2}{4C_1} \Rightarrow Q_{2(max)}^2 = 3Q^2 \Rightarrow Q_{2(max)} = Q\sqrt{3}.$$

Εναλλακτική απάντηση

κύκλωμα LC_1

Η ενέργεια της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση : $E_1 = \frac{Q^2}{2C_1}$. (I)

Το ηλεκτρικό φορτίο του πυκνωτή περιγράφεται από την εξίσωση : $q_1 = Q\text{συν}\left(2\pi\frac{t}{T_1}\right)$.

Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{7T_1}{4}$, το φορτίο έχει τιμή :

$$q_1 = Q\text{συν}\left(2\pi\frac{\frac{7T_1}{4}}{T_1}\right) = Q\text{συν}\left(\frac{7\pi}{2}\right) = Q\left(\text{συν}\frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow q_1 = 0. \qquad (II)$$

Την ίδια στιγμή, η ενέργεια μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι :

$$U_{B(1)} = E_1 - U_{E(1)} = \frac{Q^2}{2C_1} - \frac{q_1^2}{2C_1} \xrightarrow{(II)} U_{B(1)} = \frac{Q^2}{2C_1}. \qquad (III)$$

κύκλωμα LC_2

Αρχικά, ο πυκνωτής έχει ενέργεια $U_{E(2)} = \frac{Q^2}{2C_2}$.

Εφόσον δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας κατά το άνοιγμα του διακόπτη Δ_1 και το κλείσιμο του διακόπτη Δ_2 , η ολική ενέργεια του κυκλώματος LC_2 είναι :

$$E_2 = U_{B(1)} + U_{E(2)} \xrightarrow{(III)} E_2 = \frac{Q^2}{2C_1} + \frac{Q^2}{2C_2} \xrightarrow{C_2 = 2C_1} E_2 = \frac{Q^2}{2C_1} + \frac{Q^2}{4C_1} \Rightarrow E_2 = \frac{3Q^2}{4C_1}. \qquad (IV)$$

Ισχύει :

$$U_{E2(max)} = E_2 \xrightarrow{(IV)} \frac{Q^2_{2(max)}}{2C_2} = \frac{3Q^2}{4C_1} \xrightarrow{C_2 = 2C_1} \frac{Q^2_{2(max)}}{2 \cdot 2C_1} = \frac{3Q^2}{4C_1} \Rightarrow Q^2_{2(max)} = 3Q^2 \Rightarrow Q_{2(max)} = Q\sqrt{3}.$$

Σωστή απάντηση : γ.

Σχόλιο

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι **κατά το άνοιγμα του διακόπτη Δ_1 και το κλείσιμο του διακόπτη Δ_2 δεν παρατηρείται σπινθήρας, άρα δεν υπάρχει απώλεια ενέργειας.**

Β3. Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και στην ίδια διεύθυνση. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις σχέσεις:

$$y_1=A\eta\mu(\omega t+\frac{\pi}{3}), \qquad y_2=\sqrt{3}A\eta\mu(\omega t-\frac{\pi}{6}).$$

Αν E_1, E_2, $E_{ολ}$ είναι οι ενέργειες ταλάντωσης για την πρώτη, για τη δεύτερη και για τη συνισταμένη ταλάντωση, τότε ισχύει:

α. $E_{ολ} = E_1-E_2$ **β.** $E_{ολ} = E_1+E_2$ **γ.** $E_{ολ}^2 = E_1^2 + E_2^2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

Μονάδες 9

Απάντηση

Η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο ταλαντώσεων είναι : $\varphi = \varphi_{o,2} - \varphi_{o,1} = -\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$.

Το πλάτος Α της σύνθετης ταλάντωσης και τα πλάτη A_1 , A_2 των δύο ΑΑΤ συνδέονται με τη σχέση :

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\varphi = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\left(-\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow A^2 = A_1^2 + A_2^2 . \qquad (1)$$

Η ενέργεια Ε της σύνθετης ταλάντωσης και οι ενέργειες E_1 , E_2 των δύο ΑΑΤ δίνονται από τις σχέσεις :

$$E = \frac{1}{2}DA^2 , \quad E_1 = \frac{1}{2}DA_1^2 , \quad E_2 = \frac{1}{2}DA_2^2 ,$$

όπου $D = m\omega^2$ η σταθερά επαναφοράς κάθε ταλάντωσης.

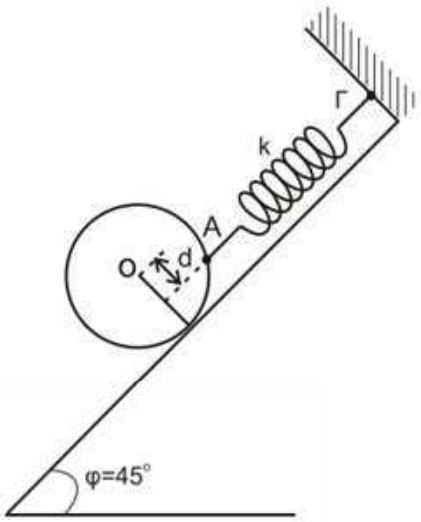
Πολλαπλασιάζω τους όρους της σχέσης (1) επί $\frac{1}{2}D$:

$$\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}DA_1^2 + \frac{1}{2}DA_2^2 \Rightarrow E = E_1 + E_2 .$$

Σωστή απάντηση : β.

ΘΕΜΑ Γ

Συμπαγής ομογενής δίσκος, μάζας $M=2\sqrt{2}$ kg και ακτίνας R=0,1 m, είναι προσδεδεμένος σε ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k=100 N/m στο σημείο Α και ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο, που σχηματίζει γωνία $\varphi=45^o$ με το οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα. Το ελατήριο είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο και ο άξονας του ελατηρίου απέχει απόσταση $d=\frac{R}{2}$ από το κέντρο (Ο) του δίσκου. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο σημείο Γ.



Γ1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.

Μονάδες 6

Κάποια στιγμή το ελατήριο κόβεται στο σημείο Α και ο δίσκος αμέσως κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει, κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.

Γ3. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε τη στροφορμή του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, όταν το κέντρο μάζας του έχει μετακινηθεί κατά διάστημα $s=0,3\sqrt{2}$ m στη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου.

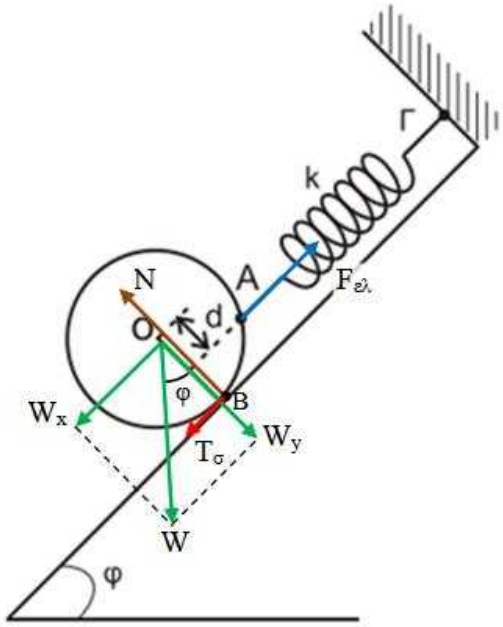
Μονάδες 7

Δίνονται: η ροπή αδράνειας ομογενούς συμπαγούς δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται κάθετα από το κέντρο του $I=\frac{1}{2}MR^2$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, $\eta\mu 45^o=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Απάντηση

Γ1.

Το ελατήριο είναι επιμηκυμένο, άρα η δύναμη $\vec{F}_{ελ}$ που ασκεί στο δίσκο έχει φορά προς τα πάνω.



Αναλύω το βάρος του δίσκου σε συνιστώσες $\vec{W}_x$, $\vec{W}_y$.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς το Β :

$$\Sigma\tau_{(B)} = 0 \Leftrightarrow W_x R - F_{ελ} d = 0 \Rightarrow Mg\eta\mu\varphi R = F_{ελ}\frac{R}{2} \Rightarrow$$

$$F_{ελ} = 2Mg\eta\mu\varphi \Rightarrow F_{ελ} = 2\cdot 2\sqrt{2}\cdot 10\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\,N \Rightarrow F_{ελ} = 40\,N.$$

Από το νόμο του Hooke υπολογίζω την επιμήκυνση $\Delta\ell$ του ελατηρίου :

$$F_{ελ} = k(\Delta\ell) \Leftrightarrow \Delta\ell = \frac{F_{ελ}}{k} \Rightarrow \Delta\ell = \frac{40}{100}\,m \Rightarrow \Delta\ell = 0,4\,m.$$

Γ2.

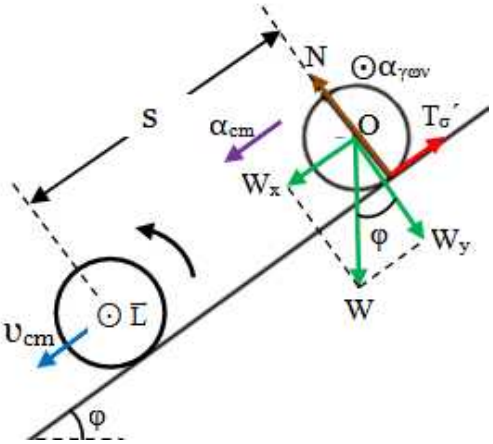
Η ροπή της $\vec{F}_{ελ}$ τείνει να στρέψει το δίσκο (ως προς το Ο) αντίθετα από τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, άρα η στατική τριβή $\vec{T}_σ$ έχει φορά προς τα κάτω ώστε να προκαλεί αντίθετη ροπή.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων στον άξονα x :

$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F_{ελ} - W_x - T_σ = 0 \Leftrightarrow T_σ = F_{ελ} - W_x \Rightarrow T_σ = 40\,N - 20\,N \Rightarrow T_σ = 20\,N\,.$$

Γ3.

Από τη στιγμή που αποσυνδέεται το ελατήριο, η στατική τριβή έχει διαφορετικό μέτρο $T_σ΄$ και φορά προς τα πάνω ώστε να δημιουργεί ροπή η οποία προκαλεί την περιστροφή του δίσκου αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού.



Ο δίσκος εκτελεί μεταφορική κίνηση με επιτάχυνση μέτρου $α_{cm}$ και στροφική κίνηση με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $α_{γων}$.

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης :

$$\Sigma\tau_{(O)} = I\alpha_{γων} \Leftrightarrow T_σ΄R = \frac{1}{2}MR^2\alpha_{γων} \Leftrightarrow T_σ΄ = \frac{1}{2}MR\alpha_{γων}\,. \qquad (1)$$

Αφού ο δίσκος κυλίεται χωρίς ολίσθηση, ισχύει : $α_{cm} = Rα_{γων}$. (2)

Με συνδυασμό των σχέσεων (1), (2) προκύπτει : $T_σ΄ = \frac{1}{2}Mα_{cm}$. (3)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x :

$$\Sigma F_x = M\alpha_{cm} \Leftrightarrow W_x - T_\sigma' = M\alpha_{cm} \xrightarrow{(3)} Mg\eta\mu\varphi - \frac{M}{2}\alpha_{cm} = M\alpha_{cm} \Leftrightarrow Mg\eta\mu\varphi = \frac{3}{2}M\alpha_{cm}$$

$$\Leftrightarrow \alpha_{cm} = \frac{2g\eta\mu\varphi}{3} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2\cdot 10\cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{3}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{10\sqrt{2}}{3}\frac{m}{s^2}.$$

Γ4.

Το κέντρο μάζας του δίσκου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_o = 0$).

Από την εξίσωση του διαστήματος που έχει διανύσει μέχρι τη χρονική στιγμή t, προκύπτει :

$$s = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 \Leftrightarrow t^2 = \frac{2s}{\alpha_{cm}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{\alpha_{cm}}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\cdot 0,3\sqrt{2}}{\frac{10\sqrt{2}}{3}}}s = \sqrt{2\cdot 0,09}\,s \Rightarrow t = 0,3\sqrt{2}\,s.$$

Από τη σχέση (2) υπολογίζω το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του τροχού :

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\frac{10\sqrt{2}}{3}}{0,1}\frac{rad}{s^2} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{100\sqrt{2}}{3}\frac{rad}{s^2}.$$

Τη χρονική στιγμή $t = 0,3\sqrt{2}\,s$, η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου έχει μέτρο :

$$\omega = \alpha_{\gamma\omega\nu}t \Rightarrow \omega = \frac{100\sqrt{2}}{3}\cdot 0,3\sqrt{2}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 20\frac{rad}{s}.$$

Το μέτρο της στροφορμής του δίσκου την ίδια χρονική στιγμή, είναι :

$$L = I\omega = \frac{1}{2}MR^2\omega \Rightarrow L = \frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{2}\cdot 0,1^2\cdot 20\,Kg\frac{m^2}{s} \Rightarrow L = 0,2\sqrt{2}\,Kg\frac{m^2}{s}.$$

Το διάνυσμα της στροφορμής $\vec{L}$ έχει τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής και φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.

Σχόλια

1) Η διατύπωση : «Το ελατήριο είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο» είναι άστοχη.

Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος στην κεκλιμένη επιφάνεια και απέχει απόσταση $d = \frac{R}{2}$ από το κέντρο Ο του δίσκου.

2) Στο ερώτημα Γ4 δεν διευκρινίζει η εκφώνηση αν ζητείται μόνο το μέτρο της στροφορμής ή και η κατεύθυνσή της.

ΘΕΜΑ Δ

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα μάζας $m_1=m=1kg$, κινούμενη με ταχύτητα $\upsilon=\frac{4}{3}$ m/s, συγκρούεται ελαστικά αλλά όχι κεντρικά με δεύτερη όμοια σφαίρα μάζας $m_2=m$, που είναι αρχικά ακίνητη. Μετά την κρούση οι σφαίρες έχουν ταχύτητες μέτρων υ_1 και $\upsilon_2=\frac{\upsilon_1}{\sqrt{3}}$, αντίστοιχα.

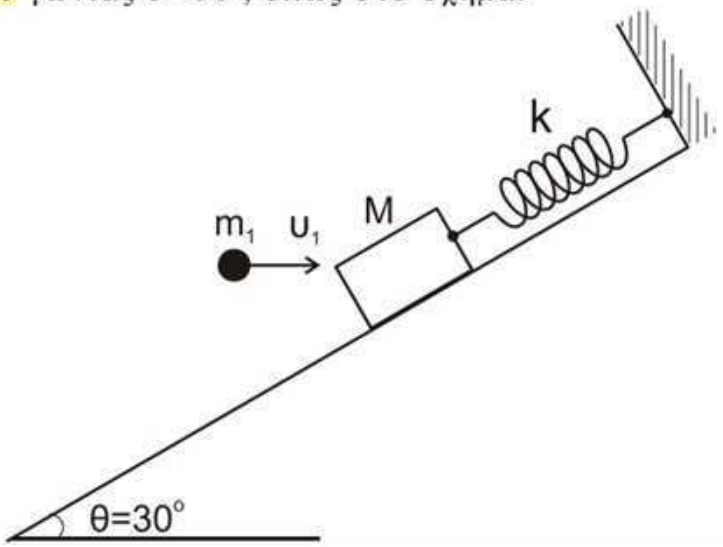
Δ1. Να βρείτε τη γωνία φ που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας $\overline{\upsilon_2}$ με το διάνυσμα της ταχύτητας $\overline{\upsilon_1}$.

Μονάδες 8

Δ2. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων υ_1 και υ_2.

Μονάδες 4

Σώμα μάζας M=3m ισορροπεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς k=100 N/m, που βρίσκεται κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας $\theta=30^o$, όπως στο σχήμα.



Η σφαίρα, μάζας m_1, κινούμενη οριζόντια με την ταχύτητα $\overline{\upsilon_1}$, σφηνώνεται στο σώμα M.

Δ3. Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων (M,m_1) κατά την κρούση.

Μονάδες 6

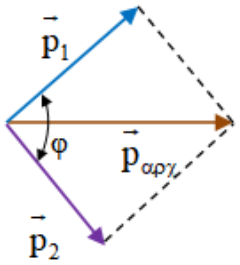
Δ4. Δεδομένου ότι το συσσωμάτωμα (M,m_1) μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, να βρείτε το πλάτος Α της ταλάντωσης αυτής.

Μονάδες 7

Δίνονται: η επιτάχυνση βαρύτητας $g=10$ m/s^2, $\eta\mu 30^o=\frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^o=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Απάντηση

Δ1.



Κατά τη διάρκεια της κρούσης η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή.

Άρα ισχύει : $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$.

Αφού η κρούση είναι ελαστική, ισχύει :

$$K_{αρχ} = K_1 + K_2 \Leftrightarrow \frac{mυ^2}{2} = \frac{mυ_1^2}{2} + \frac{mυ_2^2}{2} \Leftrightarrow m^2υ^2 = m^2υ_1^2 + m^2υ_2^2 \Leftrightarrow p^2 = p_1^2 + p_2^2 . \quad (1)$$

Στο παραλληλόγραμμο των ορμών, ισχύει : $p^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2συνφ$. (2)

Με συνδυασμό των σχέσεων (1), (2) προκύπτει :

$$p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2συνφ = p_1^2 + p_2^2 \Rightarrow 2p_1p_2συνφ = 0 \Rightarrow συνφ = 0 \Rightarrow φ = \frac{π}{2}.$$

Δ2.

$$(1) \Rightarrow m^2υ^2 = m^2υ_1^2 + m^2υ_2^2 \Leftrightarrow υ^2 = υ_1^2 + υ_2^2 \xrightarrow{υ_1 = υ_2\sqrt{3}} υ^2 = 3υ_2^2 + υ_2^2 \Leftrightarrow υ^2 = 4υ_2^2 \Rightarrow$$

$$υ = 2υ_2 \Rightarrow υ_2 = \frac{υ}{2} \Rightarrow υ_2 = \frac{2}{3}\frac{m}{s}.$$

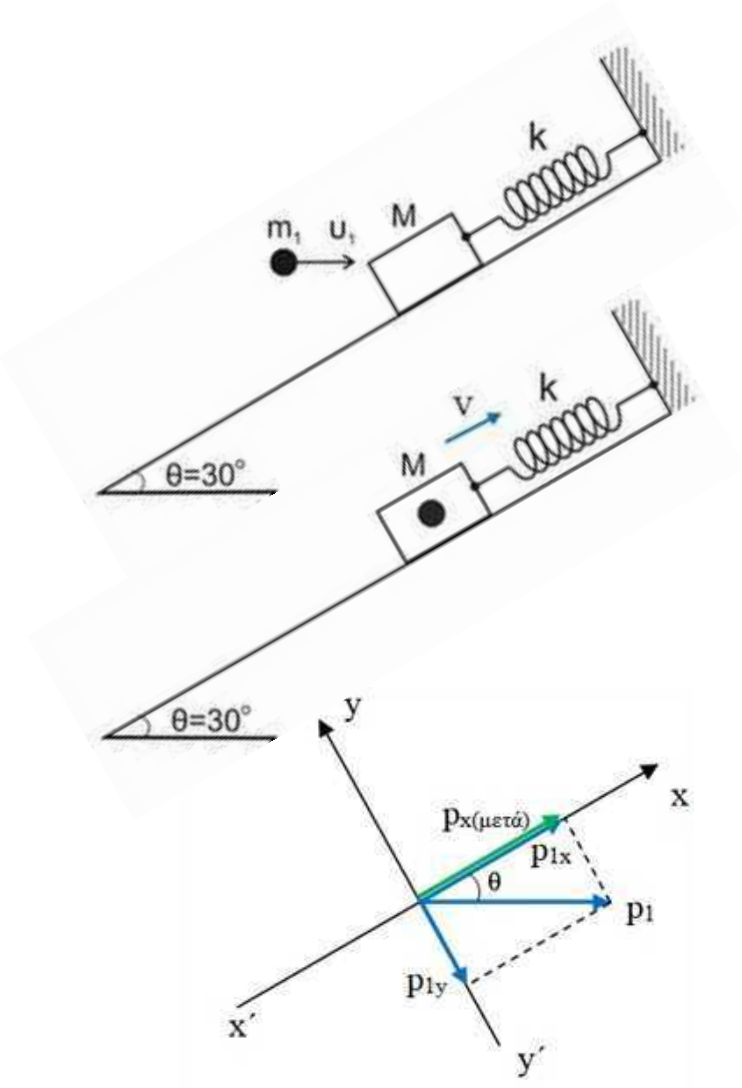
$$υ_1 = υ_2\sqrt{3} \Rightarrow υ_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{m}{s}.$$

Δ3.

Υποθέτω ότι το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο.

Η ταχύτητα $\vec{V}$ του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι παράλληλη στη κεκλιμένη επιφάνεια.

Σχεδιάζω τις ορμές των σωμάτων ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση και τις αναλύω σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy, ώστε ο άξονας x να είναι παράλληλος στην κεκλιμένη επιφάνεια.



Αφού η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι ασήμαντη, πρακτικά η ορμή του συστήματος στον άξονα x είναι σταθερή.

Ορίζω θετική φορά προς τα πάνω και εφαρμόζω την ΑΔΟ στον άξονα x΄x (αλγεβρικά) :

$$p_{ολ,x(πριν)} = p_{ολ,x(μετά)} \Leftrightarrow p_{1x} = p_{ολ,x(μετά)} \Leftrightarrow mυ_1συνθ = 4mV \Leftrightarrow V = \frac{υ_1συνθ}{4} \Rightarrow$$

$$V = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{4}\frac{m}{s} \Rightarrow V = \frac{1}{4}\frac{m}{s}.$$

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος λόγω της κρούσης, είναι :

$$ΔK = K_{μετά} - K_{πριν} = \frac{1}{2}\cdot 4m\cdot V^2 - \frac{1}{2}mυ_1^2 = \left(\frac{1}{2}\cdot 4\cdot\frac{1}{16} - \frac{1}{2}\cdot 1\cdot\frac{4}{3}\right)J \Rightarrow ΔK = -\frac{13}{24}J.$$

Δ4.

Στη θέση ισορροπίας του σώματος,
το ελατήριο έχει επιμήκυνση Δℓ. Ισχύει :

$$ΣF_x = 0 \Leftrightarrow F_{ελ} - W_x = 0 \xrightarrow{M=3m}$$
$$k(Δℓ) = 3mgημφ. \quad (3)$$

Στη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος το ελατήριο έχει επιμήκυνση Δℓ + d. Ισχύει :

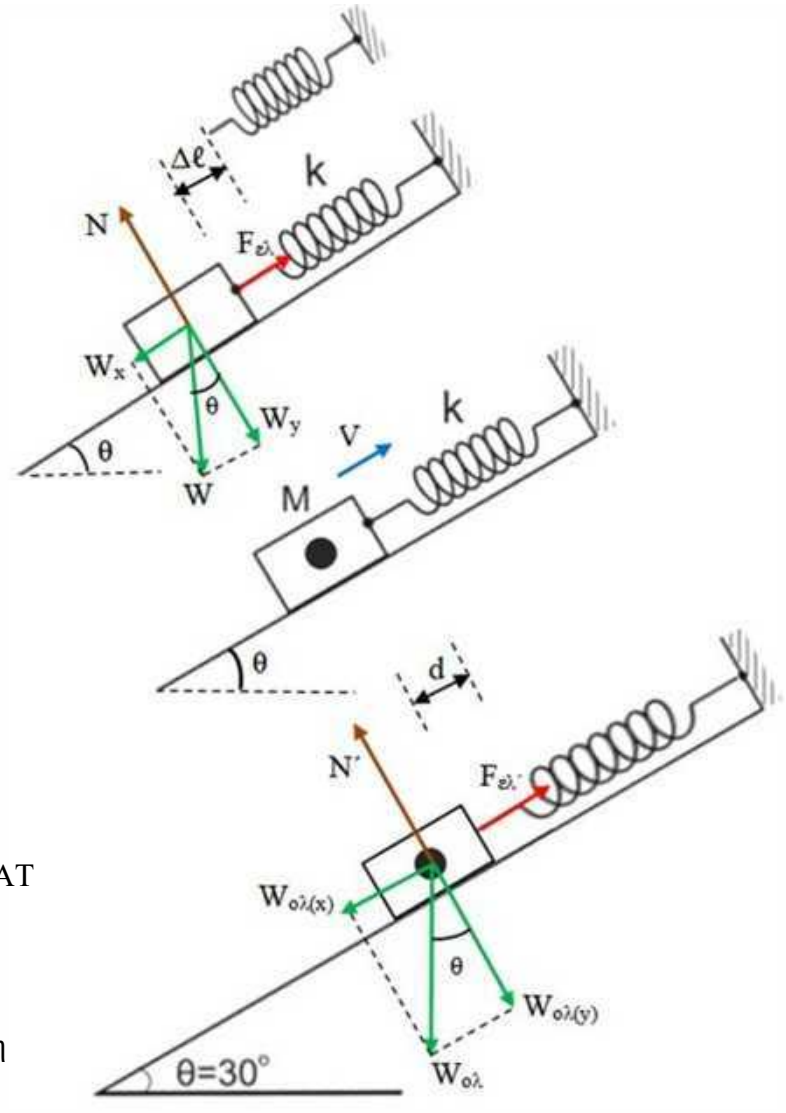
$$ΣF_x' = 0 \Leftrightarrow F_{ελ}' - W_{ολ(x)} = 0 \Leftrightarrow$$
$$k(Δℓ + d) = 4mgημφ. \quad (4)$$

Αφαιρώ κατά μέλη τις σχέσεις (4), (3) :

$$kd = mgημφ \Leftrightarrow d = \frac{mgημφ}{k} \Rightarrow$$

$$d = \frac{1\cdot 10\cdot 0,5}{100}m \Rightarrow d = 5\cdot 10^{-2}\,m.$$

Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί ΑΑΤ πλάτους Α, με σταθερά επαναφοράς D = k.
Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει ταχύτητα μέτρου V και απέχει από τη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ απόσταση d.



Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ :

$$E_τ = K + U_τ \Leftrightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(M+m)V^2 + \frac{1}{2}kd^2 \Leftrightarrow A^2 = \frac{(M+m)V^2 + kd^2}{k} \Rightarrow$$

$$A = \sqrt{\frac{4\cdot\frac{1}{4^2} + 100\cdot 25\cdot 10^{-4}}{100}}\,m = \sqrt{50\cdot 10^{-4}}\,m \Rightarrow A = 5\sqrt{2}\cdot 10^{-2}\,m.$$

Σχόλια

1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι :

α) το ελατήριο είναι ιδανικό.

β) το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο.

2) Η διατύπωση « . . . ελατηρίου . . . που βρίσκεται κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου» είναι ασαφής.

Το σώμα μάζας M = 3m **βρίσκεται πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο** γωνίας $\theta = 30^o$ και ισορροπεί **δεμένο στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου** σταθεράς k = 100 N/m. **Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο και ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος στην κεκλιμένη επιφάνεια**.

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2011
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, όπου η δύναμη που αντιτίθεται στη κίνηση είναι της μορφής $F_{αντ}=-bυ$, όπου b θετική σταθερά και υ η ταχύτητα του ταλαντωτή,

α. όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης η περίοδος μειώνεται.

β. το πλάτος διατηρείται σταθερό.

γ. η σταθερά απόσβεσης εξαρτάται από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που κινείται.

δ. η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

Μονάδες 5

Απάντηση

Όταν αυξάνεται η τιμή της σταθεράς απόσβεσης τότε αυξάνεται λίγο και η περίοδος της ταλάντωσης.

[α: Λάθος]

Σε κάθε φθίνουσα ταλάντωση, η ενέργεια ταλάντωσης μειώνεται λόγω των αποσβέσεων με αποτέλεσμα να μειώνεται και το πλάτος της ταλάντωσης. [β, δ : Λάθος]

Η τιμή της σταθεράς απόσβεσης b εξαρτάται από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που ταλαντώνεται (καθώς και από τις ιδιότητες του μέσου στο οποίο γίνεται η ταλάντωση).

Σωστή απάντηση : γ.

Α2. Σε αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$, το διάνυσμα έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι $\vec{E}$ και το διάνυσμα έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι $\vec{B}$. Θα ισχύει:

α. $\vec{E} \perp \vec{B},\ \vec{E} \perp \vec{\upsilon},\ \vec{B} \parallel \vec{\upsilon}$.

β. $\vec{E} \perp \vec{B},\ \vec{E} \perp \vec{\upsilon},\ \vec{B} \perp \vec{\upsilon}$.

γ. $\vec{E} \parallel \vec{B},\ \vec{E} \perp \vec{\upsilon},\ \vec{B} \perp \vec{\upsilon}$.

δ. $\vec{E} \parallel \vec{B},\ \vec{E} \parallel \vec{\upsilon},\ \vec{B} \parallel \vec{\upsilon}$.

Μονάδες 5

Απάντηση

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα είναι εγκάρσια.

Σε κάθε ηλεκτρομαγνητικό κύμα τα διανύσματα της έντασης $\vec{E}$ του ηλεκτρικού πεδίου και της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετα μεταξύ τους $\left(\vec{E} \perp \vec{B}\right)$ και είναι κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος, άρα και στην ταχύτητα διάδοσης $\vec{\upsilon}$ $\left(\vec{E} \perp \vec{\upsilon},\ \vec{B} \perp \vec{\upsilon}\right)$.

Σωστή απάντηση : β.

Α3. Μονοχρωματική ακτινοβολία προσπίπτει πλάγια στη διαχωριστική επιφάνεια γυαλιού και αέρα προερχόμενη από το γυαλί. Κατά ένα μέρος ανακλάται και κατά ένα μέρος διαθλάται. Τότε :

α. η γωνία ανάκλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης.

β. το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στον αέρα μειώνεται.

γ. η γωνία διάθλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης.

δ. η προσπίπτουσα, η διαθλώμενη και η ανακλώμενη ακτίνα δεν βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Λάθος.

Σύμφωνα με το νόμο της ανάκλασης, η γωνία ανάκλασης είναι ίση με τη γωνία πρόσπτωσης : $\theta_\alpha = \theta_\pi$.

β. Λάθος.

Τα μήκη κύματος της ακτινοβολίας στα δύο υλικά συνδέονται με τη σχέση :

$$\left.\begin{array}{l} \lambda_\alpha = \dfrac{\lambda_o}{n_\alpha} \\ \lambda_\gamma = \dfrac{\lambda_o}{n_\gamma} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\lambda_\alpha}{\lambda_\gamma} = \frac{n_\gamma}{n_\alpha} \Leftrightarrow \lambda_\alpha = \lambda_\gamma \cdot \frac{n_\gamma}{n_\alpha},$$

όπου n_γ, n_α οι δείκτες διάθλασης του γυαλιού και του αέρα αντίστοιχα.

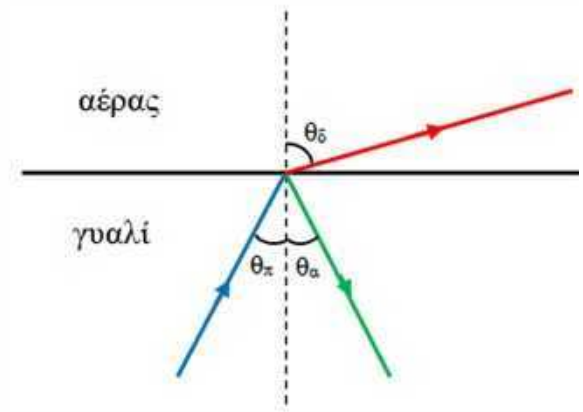
Αφού $n_\gamma > n_\alpha \Rightarrow \lambda_\alpha > \lambda_\gamma$.

γ. Σωστό.

Εφαρμόζω το νόμο του Snell :

$$n_\gamma \eta\mu\theta_\pi = n_\alpha \eta\mu\theta_\delta \Leftrightarrow \eta\mu\theta_\delta = \frac{n_\gamma}{n_\alpha}\eta\mu\theta_\pi \xrightarrow{n_\gamma > n_\alpha}$$

$$\eta\mu\theta_\delta > \eta\mu\theta_\pi \xrightarrow{\theta < 90^o} \theta_\delta > \theta_\pi .$$



δ. Λάθος.

Η προσπίπτουσα, η ανακλώμενη και η διαθλώμενη ακτίνα βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο που είναι κάθετο στη διαχωριστική επιφάνεια.

Α4. Μία ηχητική πηγή πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα προς έναν ακίνητο παρατηρητή και εκπέμπει ήχο συχνότητας f_s και μήκους κύματος λ. Τότε ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται τον ήχο

α. με συχνότητα μικρότερη της f_s.

β. με συχνότητα ίση με την f_s.

γ. με μήκος κύματος μικρότερο του λ.

δ. με μήκος κύματος ίσο με το λ.

Μονάδες 5

Απάντηση

Όταν η πηγή πλησιάζει τον ακίνητο παρατηρητή, αυτός αντιλαμβάνεται ήχο μεγαλύτερης συχνότητας :

$$f_A = \frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_s} \cdot f_s \;\; \Rightarrow \;\; f_A > f_s \, .$$

[**α, β** : Λάθος].

Το μήκος κύματος που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής δίνεται από τη σχέση :

$\lambda_A = \lambda - \upsilon_s T \;\; \Rightarrow \;\; \lambda_A < \lambda$.

γ : Σωστό.

δ : Λάθος.

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη* ***Σωστό****, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη* ***Λάθος****, για τη λανθασμένη.*

α. Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται τόσο στα στερεά όσο και στα υγρά και τα αέρια.
β. Στις ηλεκτρικές ταλαντώσεις το φορτίο του πυκνωτή παραμένει σταθερό.
γ. Ορισμένοι ραδιενεργοί πυρήνες εκπέμπουν ακτίνες γ.
δ. Η ροπή αδράνειας είναι διανυσματικό μέγεθος.
ε. Στα στάσιμα κύματα μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 45.

β. Λάθος.

Στη διάρκεια της αμείωτης ηλεκτρικής ταλάντωσης, το φορτίο του πυκνωτή μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο : $q = Q\sigma\upsilon\nu(\omega t)$.

γ. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 63.

δ. Λάθος.

Η ροπή αδράνειας ενός στερεού ως προς άξονα εκφράζει την αδράνεια του στερεού κατά την περιστροφή γύρω από τον άξονα και είναι μονόμετρο μέγεθος.

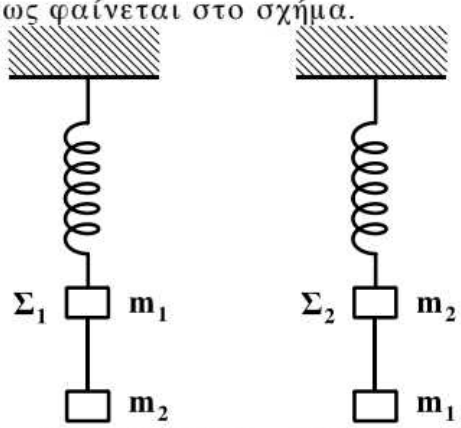
ε. Λάθος.

Στα στάσιμα κύματα υπάρχουν σημεία που είναι συνεχώς ακίνητα (δεσμοί), άρα δεν μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο στο άλλο.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 54.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δύο όμοια ιδανικά ελατήρια κρέμονται από δύο ακλόνητα σημεία. Στα κάτω άκρα των ελατηρίων δένονται σώματα Σ_1 μάζας m_1 και Σ_2 μάζας m_2. Κάτω από το σώμα Σ_1 δένουμε μέσω αβαρούς νήματος άλλο σώμα μάζας m_2, ενώ κάτω από το Σ_2 σώμα μάζας m_1 ($m_1 \neq m_2$), όπως φαίνεται στο σχήμα.



Αρχικά τα σώματα είναι ακίνητα. Κάποια στιγμή κόβουμε τα νήματα και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αρχίζουν να ταλαντώνονται. Αν η ενέργεια της ταλάντωσης του Σ_1 είναι E_1 και του Σ_2 είναι E_2, τότε:

α. $\frac{E_1}{E_2}=\frac{m_2}{m_1}$ **β.** $\frac{E_1}{E_2}=\frac{m_2^2}{m_1^2}$ **γ.** $\frac{E_1}{E_2}=1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

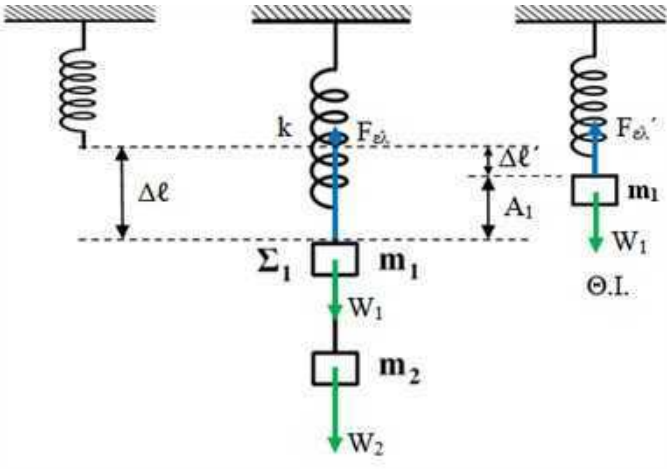
Μονάδες 8

Απάντηση

Στη θέση ισορροπίας του συστήματος το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell$. Ισχύει :

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} - W_1 - W_2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$k(\Delta\ell) = (m_1+m_2)g \Leftrightarrow \Delta\ell = \frac{(m_1+m_2)g}{k}. \quad (1)$$



Στη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ του Σ_1 το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell'$. Ισχύει :

$$\Sigma F_1 = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda}' - W_1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$k(\Delta\ell') = m_1 g \Leftrightarrow \Delta\ell' = \frac{m_1 g}{k}. \quad (2)$$

Πριν κοπεί το νήμα το Σ_1 ήταν ακίνητο, άρα η αρχική του θέση είναι η κάτω ακραία θέση της ΑΑΤ.

Επομένως το πλάτος της ΑΑΤ του Σ_1 είναι :

$$A_1 = \Delta\ell - \Delta\ell' \xrightarrow{(1),\,(2)} A_1 = \frac{(m_1+m_2)g}{k} - \frac{m_1 g}{k} \Rightarrow A_1 = \frac{m_2 g}{k}. \qquad (3)$$

Με την ίδια διαδικασία, προκύπτει το πλάτος της ΑΑΤ του Σ_2 : $A_2 = \frac{m_1 g}{k}$. (4)

Αφού τα ελατήρια είναι όμοια, τα σώματα εκτελούν ΑΑΤ με την ίδια σταθερά επαναφοράς :

$D_1 = D_2 = k$.

Το πηλίκο των ενεργειών ταλάντωσης των σωμάτων Σ_1 , Σ_2 είναι :

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2}kA_1^2}{\frac{1}{2}kA_2^2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} \xrightarrow{(3),\,(4)} \frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{m_2^2 g^2}{k^2}}{\frac{m_1^2 g^2}{k^2}} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}.$$

Σωστή απάντηση : β.

B2. Ηχητική πηγή εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας f. Με μια δεύτερη ηχητική πηγή δημιουργούμε ταυτόχρονα ήχο, τη συχνότητα του οποίου μεταβάλλουμε. Σε αυτήν τη διαδικασία δημιουργούνται διακροτήματα ίδιας συχνότητας για δύο διαφορετικές συχνότητες f_1, f_2 της δεύτερης πηγής.

Η τιμή της f είναι:

α. $\frac{f_1+f_2}{2}$ **β.** $\frac{f_1 f_2}{f_1+f_2}$ **γ.** $\frac{f_2-f_1}{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

Μονάδες 8

Απάντηση

<u>1η περίπτωση</u>

Η 2η πηγή εκπέμπει ήχο συχνότητας f_1 .

Η συχνότητα των διακροτημάτων δίνεται από τη σχέση : $f_{\delta\,(1)} = |f - f_1|$. (1)

<u>2η περίπτωση</u>

Η 2η πηγή εκπέμπει ήχο συχνότητας f_2 .

Η συχνότητα των διακροτημάτων δίνεται από τη σχέση : $f_{\delta\,(2)} = |f - f_2|$. (2)

Ισχύει :

$$f_{\delta(1)} = f_{\delta(2)} \xrightarrow{(1),\,(2)} |f - f_1| = |f - f_2| \Rightarrow \begin{cases} f - f_1 = f - f_2 \Leftrightarrow f_1 = f_2, \text{ άτοπο.} \\ f - f_1 = -f + f_2 \Leftrightarrow 2f = f_1 + f_2 \Leftrightarrow f = \frac{f_1+f_2}{2}. \end{cases}$$

Σωστή απάντηση : α.

<u>Σχόλιο</u>

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι : $f_2 > f_1$, διαφορετικά δεν έχει νόημα η απάντηση γ.

B3. Δύο σώματα, το Α με μάζα m_1 και το Β με μάζα m_2, είναι διαρκώς σε επαφή και κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την ίδια ταχύτητα υ. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά με σώμα Γ μάζας $4m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο.



Μετά την κρούση το Α σταματά, ενώ το Β κολλάει στο Γ και το συσσωμάτωμα αυτό κινείται με ταχύτητα υ/3. Τότε θα ισχύει:

α. $\frac{m_1}{m_2}=2$ **β.** $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{2}$ **γ.** $\frac{m_1}{m_2}=1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7)

Μονάδες 9

Απάντηση

Ορίζω θετική φορά προς τα δεξιά και εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση (αλγεβρικά) :

$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow (m_1+m_2)\upsilon + 4m_1\cdot 0 = m_1\cdot 0 + (m_2+4m_1)\frac{\upsilon}{3} \Leftrightarrow 3m_1+3m_2 = m_2+4m_1 \Leftrightarrow$$

$$m_1 = 2m_2 \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2}=2.$$

Σωστή απάντηση : α.

ΘΕΜΑ Γ

Στην επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί, βρίσκονται δύο σύγχρονες σημειακές πηγές Π_1 και Π_2, που δημιουργούν στην επιφάνεια του υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα ίσου πλάτους. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας τους και κινούμενες προς την ίδια κατεύθυνση, την οποία θεωρούμε θετική. Η χρονική εξίσωση της ταλάντωσης ενός σημείου Μ, που βρίσκεται στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$, μετά τη συμβολή των κυμάτων δίνεται στο SI από τη σχέση:

$$y_M=0,2\eta\mu 2\pi(5t-10).$$

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι $\upsilon=2$ m/s. Έστω Ο το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ και $d=1$m η απόσταση μεταξύ των πηγών.

Να βρείτε:

Γ1. Την απόσταση $M\Pi_1$.

Μονάδες 5

Γ2. Τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Ο και Μ.

Μονάδες 6

Γ3. Πόσα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

Μονάδες 7

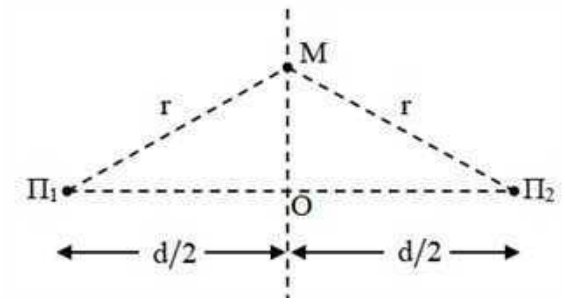
Γ4. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου Μ σε συνάρτηση με τον χρόνο t για $0 \le t \le 2,5$ s.

Να χρησιμοποιήσετε το μιλιμετρέ χαρτί στο τέλος του τετραδίου.

Μονάδες 7

Απάντηση

Γ1.



Αφού το σημείο Μ βρίσκεται στη μεσοκάθετο του $\Pi_1\Pi_2$, απέχει την ίδια απόσταση r από τις δύο πηγές.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του Μ λόγω της συμβολής των κυμάτων από τις δύο πηγές, είναι :

$$y_M = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{r-r}{2\lambda}\right)\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r+r}{2\lambda}\right) \Rightarrow y_M = 2A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right). \quad (1)$$

Αντιστοιχίζοντας τα μεγέθη της εξίσωσης (1) με της δοθείσας εξίσωσης, προκύπτουν οι τιμές :

$2A = 0,2\text{ m} \Rightarrow A = 0,1\text{ m},$

$$\frac{1}{T} = 5\,s^{-1} \Leftrightarrow T = \frac{1}{5}s = 0,2\,s,$$

$$\frac{r}{\lambda} = 10 \Leftrightarrow r = 10\lambda. \quad (2)$$

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής : $\upsilon = \frac{\lambda}{T} \Leftrightarrow \lambda = \upsilon T \Rightarrow \lambda = 2 \cdot 0,2\,m \Rightarrow \lambda = 0,4\,m.$

(2) $\Rightarrow$ $(M\Pi_1) = r = 4$ m.

Γ2.

Το μέσο Ο του $\Pi_1\Pi_2$ ταλαντώνεται με πλάτος 2Α.

Η απομάκρυνση του σημείου Ο δίνεται από την εξίσωση :

$$y_O = 2A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d}{2\lambda}\right) \Rightarrow y_O = 0,2\eta\mu 2\pi(5t - 1,25).\ (S.I.). \qquad (3)$$

Η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων Ο, Μ είναι :

$$\Delta\varphi = \varphi_O - \varphi_M = 2\pi(5t - 1,25)\,rad - 2\pi(5t - 10)\,rad = 2\pi(10 - 1,25) \Rightarrow \Delta\varphi = 17,5\pi\,rad.$$

Εναλλακτική απάντηση

Τα κύματα από τις δύο πηγές φτάνουν στο Ο τη χρονική στιγμή :

$$t_O = \frac{\frac{d}{2}}{\upsilon} = \frac{d}{2\upsilon} \Rightarrow t_O = \frac{1}{2 \cdot 2}\,s \Rightarrow t_O = 0,25\,s.$$

Η ταλάντωση του Μ ξεκινά τη χρονική στιγμή : $t_M = \frac{r}{\upsilon} \Rightarrow t_M = \frac{4}{2}\,s \Rightarrow t_M = 2\,s.$

Η διαφορά φάσης των σημείων Ο, Μ είναι :

$$\Delta\varphi = \varphi_O - \varphi_M = \omega t_O - \omega t_M = \frac{2\pi}{T}(t_O - t_M) \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{0,2}(2 - 0,25)\,rad \Rightarrow \Delta\varphi = 17,5\pi\,rad.$$

Σχόλιο

Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_O = 0,25$ s δεν έχουν φτάσει κύματα σε κανένα από τα δύο σημεία, άρα :

$\varphi_O = \varphi_M = 0 \Rightarrow \Delta\varphi = 0.$

Στη χρονική διάρκεια $0,25\ s \le t < 2\ s$ ταλαντώνεται μόνο το σημείο Ο, άρα η διαφορά φάσης είναι :

$\Delta\varphi = \varphi_O - 0 = 2\pi(5t - 1,25).$ (S.I.)

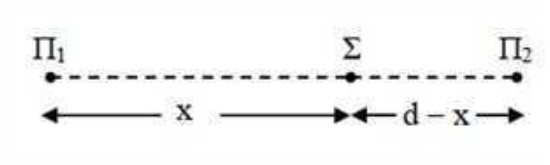
Για $t \ge 2$ s έχουν συμβάλλει τα κύματα και στο σημείο Μ, άρα η διαφορά φάσης είναι :

$$\Delta\varphi = \varphi_O - \varphi_M = 2\pi(5t - 1,25) - 2\pi(5t - 10) \Rightarrow \Delta\varphi = 17,5\pi\,rad.$$

Επομένως, η εκφώνηση έπρεπε να έχει την εξής διατύπωση : «Να βρείτε τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Ο και Μ, **μετά τη συμβολή των κυμάτων και στα δύο σημεία**».

Γ3.

Έστω ένα σημείο Σ του $\Pi_1\Pi_2$ που ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος (σημείο ενισχυτικής συμβολής) και απέχει απόσταση x από την πηγή Π_1.



Για το σημείο Σ ισχύει :

$$x-(d-x)=(2\kappa+1)\frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow 2x-d=(2\kappa+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow x=(2\kappa+1)\cdot 0,1+0,5 \Rightarrow x=(0,2\kappa+0,6)\,m.$$

Η απόσταση x κάθε σημείου ενισχυτικής συμβολής από την πηγή Π_1 ικανοποιεί τη διπλή ανισότητα :

$$0\le x\le d \Rightarrow 0\le 0,2\kappa+0,6\le 1 \Leftrightarrow -0,6\le 0,2\kappa\le 0,4 \Leftrightarrow -3\le\kappa\le 2.$$

Οι ακέραιες τιμές του κ είναι : $\kappa = -3, -2, -1, 0, 1, 2.$ [5 τιμές]

Επομένως, 5 σημεία του $\Pi_1\Pi_2$ ταλαντώνονται με το μέγιστο πλάτος 2Α.

Γ4.

Η ταλάντωση του Μ ξεκινά τη χρονική στιγμή $t_M=\frac{r}{\upsilon} \Rightarrow t_M=\frac{4}{2}s \Rightarrow t_M=2\,s$ κατά την οποία φτάνουν στο Μ κύματα από τις δύο πηγές.

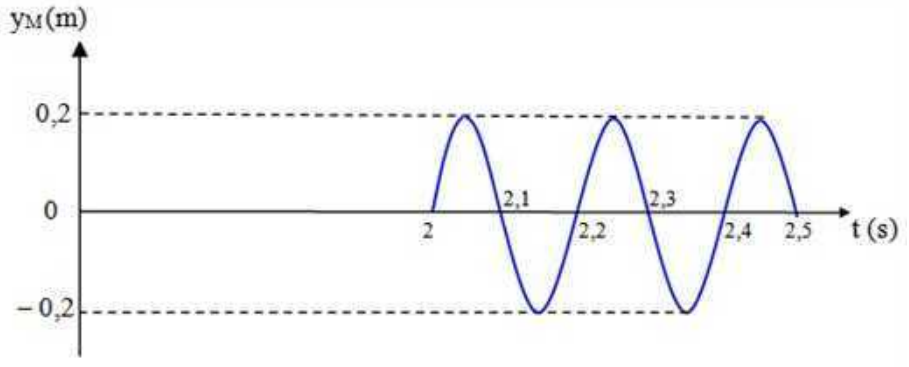
Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_M = 2$ s το σημείο Μ είναι ακίνητο στη θέση ισορροπίας, άρα : $y_M = 0$.

Για $t \ge 2$ s , η απομάκρυνση του Μ δίνεται από την εξίσωση : $y_M = 0,2\eta\mu 2\pi(5t - 10)$. (S.I.)

Στο χρονικό διάστημα $\Delta t = 2,5\text{ s} - 2\text{ s} = 0,5\text{ s}$ το σημείο Μ εκτελεί $N=\frac{\Delta t}{T}=\frac{0,5}{0,2}=2,5$ ταλαντώσεις.

Για $t = 2,5$ s $\Rightarrow$ $y_M = 0,2\eta\mu 2\pi(12,5 - 10) = 0,2\eta\mu 5\pi \Rightarrow y_M = 0$.

Το διάγραμμα της σχέσης $y_M = f(t)$ φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



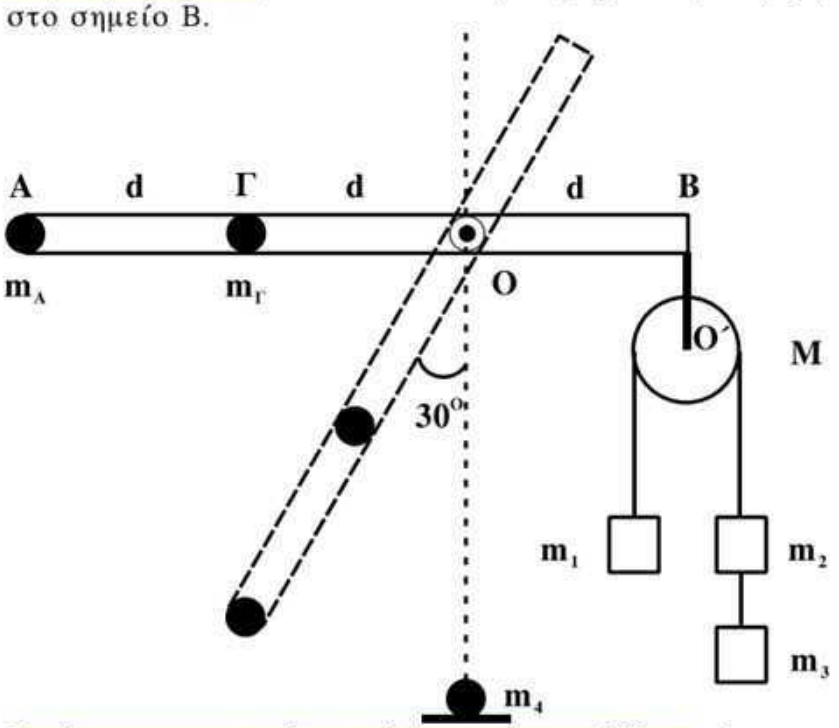
ΘΕΜΑ Δ

Αβαρής ράβδος μήκους 3d (d=1m) μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το Ο. Στο άκρο Α που βρίσκεται σε απόσταση 2d από το Ο υπάρχει σημειακή μάζα m_A=1 kg και στο σημείο Γ, που βρίσκεται σε απόσταση d από το Ο έχουμε επίσης σημειακή μάζα $m_Γ$=6 kg. Στο άλλο άκρο της ράβδου, στο σημείο Β, είναι αναρτημένη τροχαλία μάζας M=4 kg από την οποία κρέμονται οι μάζες m_1=2 kg, m_2=m_3=1 kg. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα Ο΄.

Δ1. Αποδείξτε ότι το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο στην οριζόντια θέση.

Μονάδες 4

Κόβουμε το Ο΄Β, που συνδέει την τροχαλία με τη ράβδο στο σημείο Β.



Δ2. Βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου, όταν αυτή σχηματίζει γωνία 30° με την κατακόρυφο.

Μονάδες 7

Όταν η σημειακή μάζα m_A φτάνει στο κατώτατο σημείο, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητη σημειακή μάζα m_4=5 kg.

Δ3. Βρείτε τη γραμμική ταχύτητα του σημείου Α αμέσως μετά τη κρούση.

Μονάδες 6

Στην αρχική διάταξη, όταν η τροχαλία με τα σώματα είναι δεμένη στο Β, κόβουμε το νήμα που συνδέει μεταξύ τους τα σώματα m_2 και m_3 και αντικαθιστούμε την m_A με μάζα m.

Δ4. Πόση πρέπει να είναι η μάζα m, ώστε η ράβδος να διατηρήσει την ισορροπία της κατά τη διάρκεια περιστροφής της τροχαλίας;

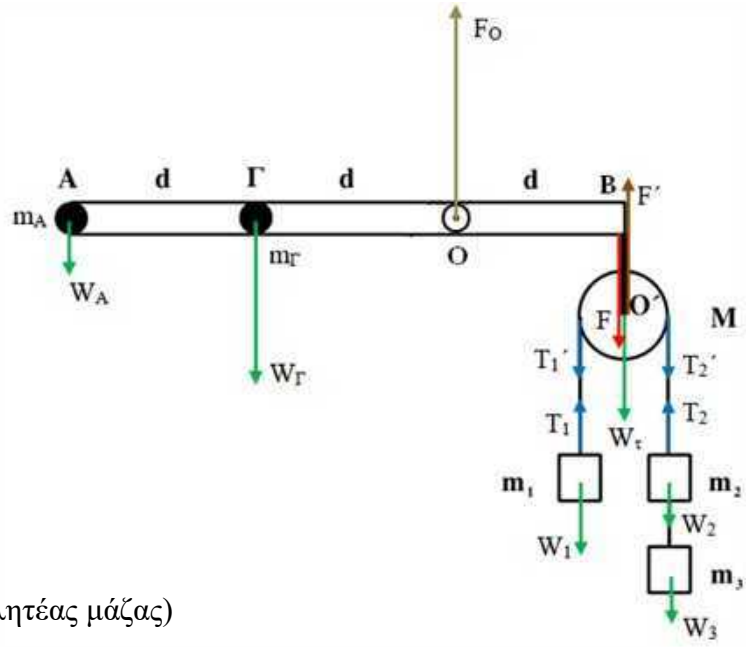
Μονάδες 8

Τα νήματα είναι αβαρή, τριβές στους άξονες δεν υπάρχουν και το νήμα δεν ολισθαίνει στη τροχαλία.

Δίνεται: $g=10\ m/s^2$, $ημ30°=1/2$, ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της $I=MR^2/2$.

Απάντηση

Δ1.



Υποθέτω ότι τη στιγμή που ελευθερώνεται το σύστημα, η ράβδος είναι οριζόντια και η τροχαλία δεν περιστρέφεται.

Σ1

$\Sigma F_1 = 0 \Leftrightarrow T_1 = m_1 g \Rightarrow T_1 = 20\ N.$

Σ2

$\Sigma F_2 = 0 \Leftrightarrow T_2 = (m_2 + m_3)g \Rightarrow T_2 = 20\ N.$

Τροχαλία

$T_1' = T_1 = 20\ N,\ T_2' = T_2 = 20\ N.$ (νήματα αμελητέας μάζας)

Υποθέτω ότι το άκρο Β της ράβδου και το κέντρο Ο΄ της τροχαλίας συνδέονται με νήμα αμελητέας μάζας.

Από την ισορροπία των δυνάμεων που ασκούνται στην τροχαλία, προκύπτει :

$\Sigma F = 0 \Rightarrow F' = W_\tau + T_1' + T_2' \Rightarrow F' = 80\ N.$

Ράβδος

Η ράβδος δέχεται από το αβαρές νήμα δύναμη μέτρου $F = F' = 80\ N.$

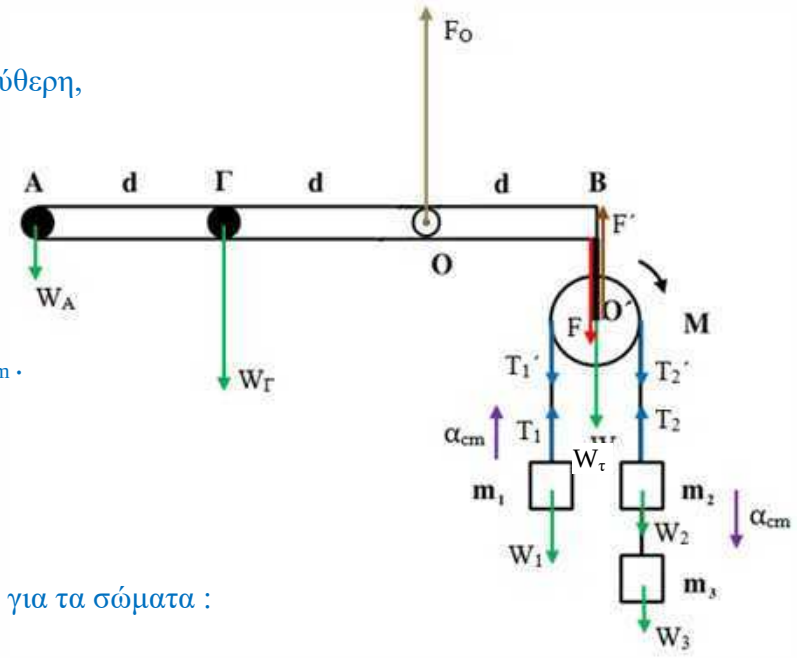
Τη στιγμή που αφήνεται η ράβδος είναι οριζόντια.

Υπολογίζω τη συνολική ροπή των δυνάμεων ως προς το Ο :

$$\Sigma\tau_{(O)} = m_A g(2d) + m_\Gamma gd - Fd = (10\cdot 2 + 60\cdot 1 - 80\cdot 1)\,Nm \Rightarrow \Sigma\tau_{(O)} = 0.$$

Επομένως, η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση.

Αναλυτική απάντηση



➢ Έστω ότι, από τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη, η τροχαλία περιστρέφεται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ και τα σώματα κινούνται κατακόρυφα, (το Σ_1 προς τα πάνω και τα Σ_2 , Σ_3 προς τα κάτω) με επιτάχυνση μέτρου α_{cm} .

Αφού το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας, ισχύει :

$\alpha_{cm} = R\alpha_{\gamma\omega\nu}$. (I)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για τα σώματα :

$\Sigma F_1 = m_1\alpha_{cm} \Rightarrow T_1 - W_1 = m_1\alpha_{cm}$. (II)

$\Sigma F_{2,3} = (m_2 + m_3)\,\alpha_{cm} \Rightarrow W_2 + W_3 - T_2 = (m_2 + m_3)\,\alpha_{cm}$. (III)

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης για την τροχαλία :

$$\Sigma\tau_{(O')} = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_2'R - T_1'R = \frac{1}{2}MR^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_2' - T_1' = \frac{1}{2}MR\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{(I)} T_2' - T_1' = \frac{M}{2}\alpha_{cm}. \quad (IV)$$

Αφού οι μάζες των νημάτων είναι ασήμαντες, άρα : $T_1' = T_1$, $T_2' = T_2$.

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (II), (III), (IV) :

$$T_1 - W_1 + W_2 + W_3 - T_2 + T_2' - T_1' = m_1\alpha_{cm} + (m_2 + m_3)\alpha_{cm} + \frac{1}{2}M\alpha_{cm} \Leftrightarrow$$

$$(m_2 + m_3 - m_1)g = \left(m_1 + m_2 + m_3 + \frac{M}{2}\right)\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{(1+1-2)\cdot 10}{2+1+1+2}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_{cm} = 0}.$$

(I) $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\alpha_{\gamma\omega\nu} = 0}$.

Επομένως, τα σώματα Σ_1 , Σ_2 , Σ_3 είναι ακίνητα (ως προς το κέντρο της τροχαλίας) **και η τροχαλία δεν περιστρέφεται.**

(I) $\Rightarrow$ $T_1 = m_1g = 20$ N $\Rightarrow$ $T_1' = 20$ N.

(II) $\Rightarrow$ $T_2 = (m_2 + m_3)g = 20$ N $\Rightarrow$ $T_2' = 20$ N.

➢ Έστω τώρα ότι, τη στιγμή που αφήνονται ελεύθερα, το σύστημα τροχαλία – σώματα Σ_1 , Σ_2 , Σ_3 τείνει να κινηθεί προς τα κάτω με (μεταβαλλόμενη) επιτάχυνση μέτρου α και η ράβδος τείνει να στραφεί κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού με (μεταβαλλόμενη) γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu}'$.

Τη στιγμή που η ράβδος είναι οριζόντια, ισχύει : $\alpha = \alpha_{\gamma\omega\nu}'\,d$. (V)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για την τροχαλία :

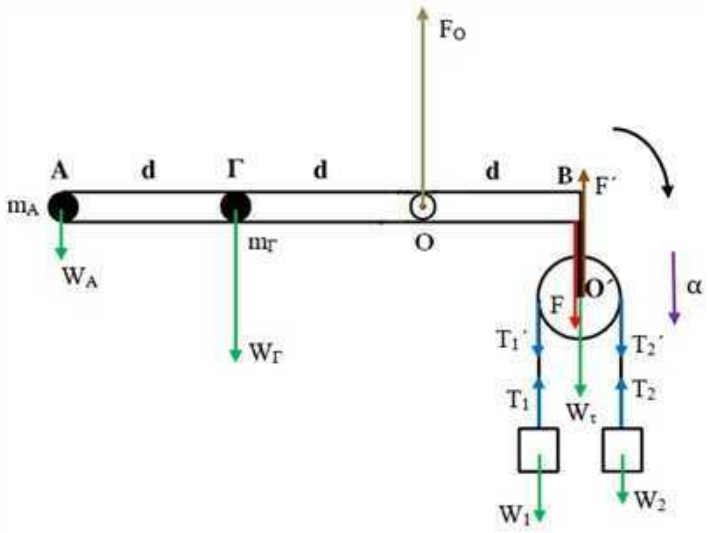
$\Sigma F_\tau = M\alpha \Leftrightarrow Mg + T_1' + T_2' - F' = M\alpha \xrightarrow{(V)} 80 - F' = 4\alpha_{\gamma\omega\nu}'$. (VI)

Η ράβδος δέχεται από το αβαρές νήμα δύναμη μέτρου $F = F'$. (VII)

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης για τη ράβδο :

$\Sigma\tau_{(O')} = I_O\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow Fd - m_A g(2d) - m_\Gamma gd = I_O\alpha_{\gamma\omega\nu}'$

$\xrightarrow{(VII)} F' - 80 = 10\alpha_{\gamma\omega\nu}'$. (VIII)



Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (VII), (VIII) :

$F' - 80 + 80 - F' = 10\alpha_{\gamma\omega\nu}' - 4\alpha_{\gamma\omega\nu}' \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu}' = 0$.

Επομένως, η ράβδος δεν θα περιστραφεί αλλά θα ισορροπεί οριζόντια.

Δ2.

Η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος – σφαίρες ως προς τον άξονα περιστροφής, είναι :

$$I_O = m_A(2d)^2 + m_\Gamma d^2 = \left(1\cdot 2^2 + 6\cdot 1^2\right)\text{Kgm}^2 = 10\,\text{Kgm}^2.$$

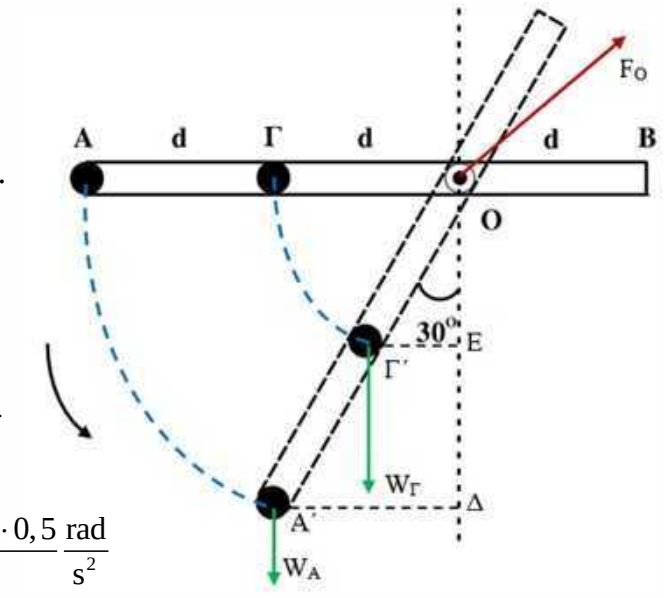
Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης ως προς τον άξονα περιστροφής, για τη στιγμή που η ράβδος σχηματίζει γωνία 30° με την κατακόρυφη :

$\Sigma\tau_{(O)} = I_O\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow W_A(A'\Delta) + W_\Gamma(\Gamma'E) = I_O\alpha_{\gamma\omega\nu}' \Leftrightarrow$

$m_A g(2d)\eta\mu 30^o + m_\Gamma gd\eta\mu 30^o = I_O\alpha_{\gamma\omega\nu}' \Leftrightarrow$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu}' = \frac{(2m_A + m_\Gamma)gd\eta\mu 30^o}{I_O} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu}' = \frac{(2+6)\cdot 10\cdot 1\cdot 0,5}{10}\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu}' = 4\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}.$$



Το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου έχει τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής (κάθετη στο επίπεδο του σχήματος) και φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.

Δ3.

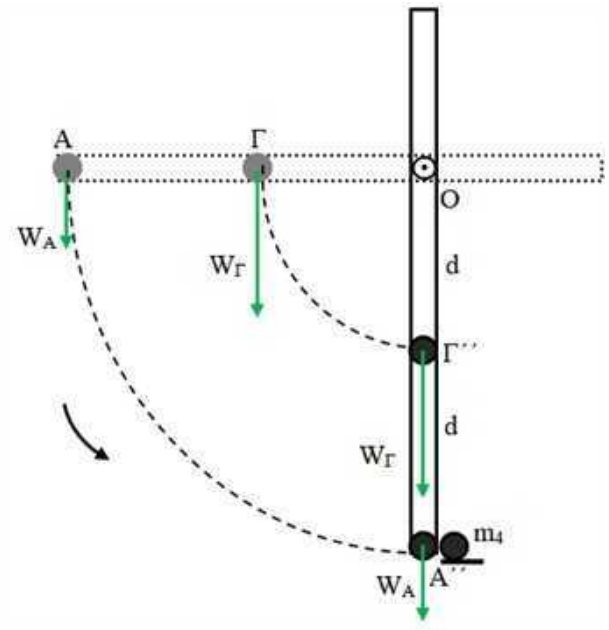
Έστω ότι τη στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη έχει γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω.

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την περιστροφή του συστήματος από την οριζόντια στην κατακόρυφη θέση :

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2}I_O\omega^2 - 0 = m_A g(2d) + m_\Gamma gd \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{2(2m_A + m_\Gamma)gd}{I_O} \Rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2\cdot(2m_A + m_\Gamma)gd}{I_O}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2\cdot(2\cdot 1+6)\cdot 10\cdot 1}{10}}\frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = 4\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Κατά τη διάρκεια της κρούσης, η συνισταμένη των εξωτερικών ροπών που ασκούνται στο σύστημα ράβδος – σφαιρίδια είναι μηδενική, άρα η στροφορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή.



Θεωρώντας θετική τη φορά περιστροφής της ράβδου, εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της στροφορμής :

$$L_{πριν} = L_{μετά} \Leftrightarrow I_O\omega = \left[I_O + m_4(2d)^2\right]\omega' \Leftrightarrow$$

$$\omega' = \frac{I_O\omega}{I_O + 4m_4d^2} \Rightarrow \omega' = \frac{10\cdot 4}{10 + 4\cdot 5\cdot 1^2}\frac{rad}{s} \Rightarrow$$

$$\omega' = \frac{4}{3}\frac{rad}{s}.$$

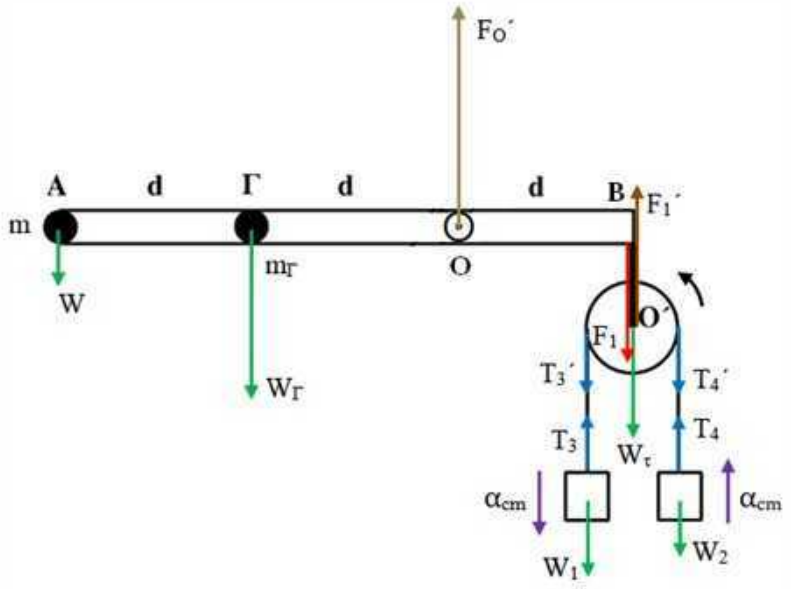
Το σημείο Α κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας $r = 2d$.

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του Α αμέσως μετά την κρούση υπολογίζεται από τη σχέση :

$$\upsilon_A' = \omega'(2d) \Rightarrow \upsilon_A' = \frac{4}{3}\cdot 2\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_A' = \frac{8}{3}\frac{m}{s}.$$

Δ4.

Αφού $W_1 > W_2$, το Σ_1 κινείται προς τα κάτω και το Σ_2 προς τα πάνω με επιτάχυνση μέτρου α_{cm}, ενώ η τροχαλία περιστρέφεται αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{γων}$.



Αφού το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας, ισχύει : $\alpha_{cm} = R\alpha_{γων}$. (1)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για τα σώματα :

$\Sigma F_1 = m_1\alpha_{cm} \Rightarrow W_1 - T_3 = m_1\alpha_{cm}$. (2)

$\Sigma F_2 = m_2\alpha_{cm} \Rightarrow T_4 - W_2 = m_2\alpha_{cm}$. (3)

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης για την τροχαλία :

$$\Sigma\tau_{(O')} = I\alpha_{γων} \Rightarrow T_3'R - T_4'R = \frac{1}{2}MR^2\alpha_{γων} \Rightarrow T_3' - T_4' = \frac{1}{2}MR\alpha_{γων} \xrightarrow{(1)} T_3' - T_4' = \frac{1}{2}M\alpha_{cm}. \quad (4)$$

Αφού οι μάζες των νημάτων είναι ασήμαντες, άρα : $T_3' = T_3$, $T_4' = T_4$.

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (2), (3), (4) :

$$W_1 - T_3 + T_4 - W_2 + T_3' - T_4' = m_1\alpha_{cm} + m_2\alpha_{cm} + \frac{1}{2}M\alpha_{cm} \Leftrightarrow$$

$$(m_1 - m_2)g = \left(m_1 + m_2 + \frac{M}{2}\right)\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{(2-1)\cdot 10}{2+1+2}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha_{cm} = 2\frac{m}{s^2}.$$

(2) $\Rightarrow$ $T_3 = m_1(g - \alpha_{cm}) = 2\cdot(10 - 2)\ N \Rightarrow T_3 = 16\ N.$

(3) $\Rightarrow$ $T_4 = m_2(g + \alpha_{cm}) = 1\cdot(10 + 2)\ N \Rightarrow T_4 = 12\ N.$

Από την ισορροπία των δυνάμεων για την τροχαλία, προκύπτει :

$\Sigma F_\tau = 0 \Leftrightarrow F_1' = W_\tau + T_3' + T_4' \Rightarrow F_1' = (40 + 16 + 12)\ N \Rightarrow F_1' = 68\ N.$

Αφού η μάζα του νήματος που συνδέει τη ράβδο με την τροχαλία είναι ασήμαντη, άρα η δύναμη που ασκεί το νήμα στη ράβδο έχει μέτρο :

$F_1 = F_1' = 68\ N.$

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής της ράβδου :

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Leftrightarrow mg(2d) + m_\Gamma gd - F_1 d = 0 \Leftrightarrow 2mg = F_1 - m_\Gamma g \Leftrightarrow m = \frac{F_1 - m_\Gamma g}{2g} \Rightarrow$$

$$m = \frac{68 - 60}{20}Kg \Rightarrow m = 0,4\,Kg.$$

Σχόλια

1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι **αρχικά η ράβδος συγκρατείται οριζόντια, η τροχαλία εμποδίζεται να περιστραφεί και κάποια στιγμή αφήνονται ελεύθερα ταυτόχρονα**.

2) Στο ερώτημα Δ1**,** για να δοθεί μία απλή απάντηση πρέπει να αρχικά να δεχθούμε ότι η τροχαλία δεν περιστρέφεται.

Είναι ιδιαίτερα δύσκολο να δοθεί αναλυτική απάντηση (όπως αυτή που παρουσιάζω) από τους υποψήφιους, στον περιορισμένο χρόνο της εξέτασης.

Η εκφώνηση στο Δ1 έπρεπε να έχει διαφορετική διατύπωση, όπως π.χ. «Αν η τροχαλία δεν περιστρέφεται, να αποδείξετε ότι η ράβδος ισορροπεί οριζόντια», ώστε να απαιτεί μία απλούστερη απάντηση.

* Η ενδεικτική απάντηση της επιτροπής εξετάσεων στο Δ1 ήταν (περίπου) η εξής :

$\tau_{W1} = m_1 gR = 20R\ Nm, \qquad \tau_{W2,3} = (m_2 + m_3)gR = 20R\ Nm.$

Αφού $\tau_{W1} = \tau_{W2,3}$, η τροχαλία δεν περιστρέφεται.

Ισορροπία σωμάτων $\Sigma_1 - \Sigma_2 - \Sigma_3 -$ τροχαλίας : $\Sigma F = 0 \Rightarrow F' = (M + m_1 + m_2 + m_3)g = 80\ N.$

Ράβδος : $F = F' = 80$ N.

$$\Sigma\tau_{(O)} = m_A g(2d) + m_\Gamma gd - Fd = (10\cdot 2 + 60\cdot 1 - 80\cdot 1)\,\text{Nm} \;\Rightarrow\; \Sigma\tau_{(O)} = 0.$$

Όμως, η απάντηση αυτή έχει δύο βασικά λάθη :

i) Τα βάρη $\overrightarrow{W}_1$, $\overrightarrow{W}_2$, $\overrightarrow{W}_3$ δεν ασκούνται στην τροχαλία αλλά στα σώματα Σ_1, Σ_2, Σ_3.

Οι δυνάμεις που προκαλούν ροπή στην τροχαλία είναι οι T_1', T_2' και όχι τα βάρη των σωμάτων.

ii) Έχει γίνει η παραδοχή (σιωπηρά) ότι τα σώματα ισορροπούν, με αποτέλεσμα να ισχύουν οι ισότητες : $T_1 = m_1 g$, $T_2 = (m_2 + m_3)g$.

3) Οι διατυπώσεις : «σημειακή μάζα, κρέμονται οι μάζες, αντικαθιστούμε την m_A με μάζα m» είναι λανθασμένες.

Η μάζα είναι φυσικό μέγεθος και όχι σώμα.

4) Η εκφώνηση αναφέρει ότι : « . . . στο σημείο Β είναι αναρτημένη τροχαλία, . . . κόβουμε το Ο΄Β . . . » χωρίς να διευκρινίζει τι είναι αυτό που συνδέει το κέντρο Ο΄ της τροχαλίας με το σημείο Β της ράβδου.

5) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η τροχαλία έχει ακτίνα R.

6) Στο ερώτημα Δ2 δεν διευκρινίζεται αν ζητείται μόνο το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης ή και η κατεύθυνσή της.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 8 ΙΟΥΝΙΟΥ 2011
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Η σύνθετη ταλάντωση ενός σώματος προκύπτει από δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας στην ίδια διεύθυνση. Το σώμα, σε σχέση με τις αρχικές ταλαντώσεις, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με

α. ίδια διεύθυνση και ίδια συχνότητα.
β. διαφορετική διεύθυνση και ίδια συχνότητα.
γ. ίδια διεύθυνση και διαφορετική συχνότητα.
δ. διαφορετική διεύθυνση και διαφορετική συχνότητα.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : α.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 26.

Α 2. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα

α. είναι εγκάρσια.

β. είναι διαμήκη.

γ. δεν υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.

δ. έχουν την ίδια ταχύτητα σε οποιοδήποτε υλικό μέσο.

Μονάδες 5

Απάντηση

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα είναι εγκάρσια : τα διανύσματα της έντασης $\vec{E}$ του ηλεκτρικού πεδίου και της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

[α : Σωστό, β : Λάθος]

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, όπως και τα μηχανικά κύματα, υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.

[γ : Λάθος]

Η ταχύτητα διάδοσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, όπως και των μηχανικών κυμάτων, εξαρτάται από το μέσο διάδοσης. [δ : Λάθος]

Α3. Σε μία πλαστική κρούση

α. δε διατηρείται η ορμή.

β. η τελική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι μεγαλύτερη της αρχικής.

γ. η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.

δ. η αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι μεγαλύτερη της τελικής.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Λάθος (υπό προϋποθέσεις).

Σε κάθε κρούση, η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή (έστω και προσεγγιστικά) :

$$\Delta\vec{p}_{ολ} = \left(\Sigma\vec{F}_{εξ}\right)(\Delta t) \xrightarrow{\Delta t \cong 0} \Delta\vec{p}_{ολ} \cong 0 \Rightarrow \vec{p}_{ολ} \cong \text{σταθερή}.$$

β. Λάθος.

γ. Λάθος.

δ. Σωστό.

Κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης, ένα ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας μετατρέπεται σε άλλες μορφές ενέργειας (π.χ. θερμική ενέργεια).

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας :

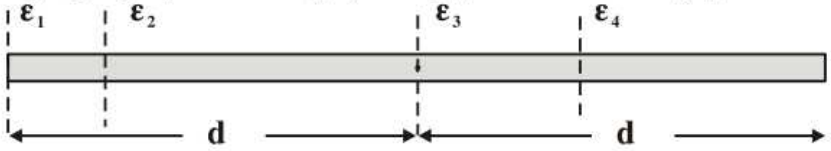
$$K_{ολ\,(πριν)} = K_{ολ\,(μετά)} + E_{απ} \Rightarrow K_{ολ\,(πριν)} > K_{ολ\,(μετά)}.$$

Σχόλιο

Στο ερώτημα **α** η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : «δεν διατηρείται **η ορμή του συστήματος**».

Η ορμή κάθε σώματος δεν διατηρείται.

Α4. Η λεπτή ομογενής ράβδος του σχήματος έχει ροπή αδράνειας I_1, I_2, I_3, I_4 ως προς τους παράλληλους άξονες ε_1, ε_2, ε_3, ε_4 αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η μικρότερη ροπή αδράνειας είναι η

α. I_1.

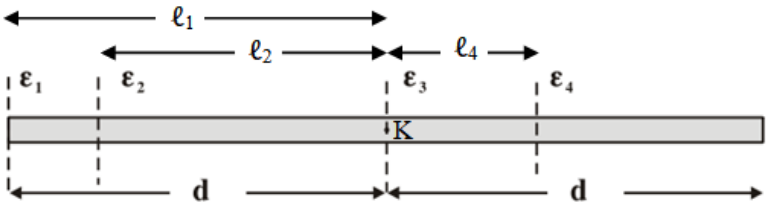
β. I_2.

γ. I_3.

δ. I_4.

Μονάδες 5

Απάντηση



Το κέντρο μάζας της λεπτής ομογενούς ράβδου είναι το μέσο της Κ.

Εφαρμόζω το θεώρημα Steiner, για κάθε έναν από τους 4 παράλληλους άξονες.

$(\varepsilon_1): \quad I_1 = I_{cm} + m\ell_1^2. \qquad (1)$

$(\varepsilon_2): \quad I_2 = I_{cm} + m\ell_2^2. \qquad (2)$

$(\varepsilon_3): \quad I_3 = I_{cm}. \quad (\ell_3 = 0) \qquad (3)$

$(\varepsilon_4): \quad I_4 = I_{cm} + m\ell_4^2. \qquad (4)$

Αφού $\ell_3 < \ell_4 < \ell_2 < \ell_1 \xrightarrow{(1),(2),(3),(4)} I_3 < I_4 < I_2 < I_1$.

Σωστή απάντηση : γ.

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη* ***Σωστό****, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη* ***Λάθος****, για τη λανθασμένη.*

α. Η ενέργεια ταλάντωσης στην απλή αρμονική ταλάντωση μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο.

β. Σε μία εξαναγκασμένη ταλάντωση ο διεγέρτης επιβάλλει στην ταλάντωση τη συχνότητά του.

γ. Το κέντρο μάζας ενός σώματος μπορεί να βρίσκεται και έξω από το σώμα.

δ. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος αυξάνεται συνεχώς.

ε. Η ορμή ενός μονωμένου συστήματος σωμάτων δεν διατηρείται κατά τη διάρκεια μιας ανελαστικής κρούσης.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Λάθος.

Στην απλή αρμονική ταλάντωση η (ολική) ενέργεια της ταλάντωσης είναι σταθερή :

$$E_\tau = \frac{1}{2} DA^2 = \text{σταθερή} .$$

β. Σωστό.

Στην εξαναγκασμένη ταλάντωση το σύστημα ταλαντώνεται με τη συχνότητα f_δ του διεγέρτη και όχι με την ιδιοσυχνότητά του f_o .

γ. Σωστό.

π.χ. το κέντρο μάζας ενός λεπτού ομογενούς δακτυλίου ή ενός λεπτού ομογενούς σφαιρικού φλοιού είναι το κέντρο του, που δεν είναι σημείο του στερεού.

δ. Λάθος.

Σύμφωνα με τη γενική μορφή του νόμου της στροφικής κίνησης, όταν η συνολική εξωτερική ροπή του συστήματος είναι μηδενική τότε η στροφορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή :

$$\Sigma\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}_\sigma}{dt} = 0 \;\Rightarrow\; d\vec{L}_\sigma = 0 \;\Rightarrow\; \vec{L}_\sigma = \text{σταθερή} .$$

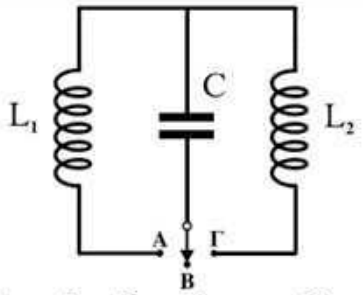
ε. Λάθος.

Αφού το σύστημα είναι μονωμένο, η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδενική άρα η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή :

$$\Delta\vec{p}_{ολ} = \left(\Sigma\vec{F}_{εξ}\right)\left(\Delta t\right) \xrightarrow{\Sigma\vec{F}_{εξ} = 0} \Delta\vec{p}_{ολ} = 0 \Rightarrow \vec{p}_{ολ} = \text{σταθερή}.$$

ΘΕΜΑ Β

Β1. Στο κύκλωμα του σχήματος ο πυκνωτής είναι φορτισμένος και ο διακόπτης βρίσκεται στη θέση Β.



Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο διακόπτης τίθεται στη θέση Α και αρχίζει να εκτελείται ηλεκτρική ταλάντωση με περίοδο Τ. Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{5T}{8}$ ο διακόπτης μεταφέρεται στη θέση Γ. Αν $I_{max,1}$ είναι το μέγιστο ρεύμα στο κύκλωμα L_1C και $I_{max,2}$ το μέγιστο ρεύμα στο κύκλωμα L_2C, τότε:

α. $\frac{I_{max,1}}{I_{max,2}} = \sqrt{2}$, **β.** $\frac{I_{max,1}}{I_{max,2}} = \sqrt{3}$, **γ.** $\frac{I_{max,1}}{I_{max,2}} = 2$.

Δίνεται $L_1 = L_2$ και ότι ο διακόπτης μεταφέρεται από τη μία θέση στην άλλη ακαριαία και χωρίς να δημιουργηθεί σπινθήρας

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (μονάδες 6)

Μονάδες 8

Απάντηση

κύκλωμα L_1C

Η ένταση του ρεύματος στο πηνίο έχει εξίσωση : $i_1 = -I_1 \eta\mu\left(2\pi\frac{t}{T}\right)$.

Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{5T}{8}$, η ένταση του ρεύματος έχει τιμή :

$$i_1 = -I_1 \eta\mu\left(2\pi\frac{\frac{5T}{8}}{T}\right) = -I_1 \eta\mu\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -I_1\left(-\eta\mu\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow i_1 = \frac{I_1\sqrt{2}}{2}. \quad (1)$$

Την ίδια στιγμή, η ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι :

$$U_{E(1)} = E_1 - U_{B(1)} = \frac{1}{2}LI_1^2 - \frac{1}{2}Li_1^2 \xrightarrow{(1)} U_{E(1)} = \frac{1}{2}L\left(I_1^2 - \frac{I_1^2}{2}\right) \Rightarrow U_{E(1)} = \frac{1}{4}LI_1^2. \quad (2)$$

κύκλωμα L_2C

Εφόσον δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας κατά τη μεταφορά του διακόπτη από τη θέση Α στη θέση Γ, η ολική ενέργεια του κυκλώματος L_2C είναι :

$$E_2 = U_{E(1)} \xrightarrow{(2)} \frac{1}{2}LI_2^2 = \frac{1}{4}LI_1^2 \Leftrightarrow I_2^2 = \frac{I_1^2}{2} \Leftrightarrow I_2 = \frac{I_1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{I_1}{I_2} = \sqrt{2}.$$

Σωστή απάντηση : α.

Εναλλακτική απάντηση

κύκλωμα L_1C

Η ενέργεια της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση : $E_1 = \frac{Q^2}{2C}$. (I)

Το ηλεκτρικό φορτίο του πυκνωτή περιγράφεται από την εξίσωση : $q = Q\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{t}{T}\right)$.

Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{5T}{8}$, το φορτίο έχει τιμή :

$$q_1 = Q\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{\frac{5T}{8}}{T}\right) = Q\sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi}{4}\right) = Q\left(-\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow q_1 = -\frac{Q\sqrt{2}}{2}. \quad \text{(II)}$$

Την ίδια στιγμή, η ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι :

$$U_{E(1)} = \frac{q_1^2}{2C} \xrightarrow{(II)} U_{E(1)} = \frac{\frac{Q^2}{2}}{2C} \Rightarrow U_{E(1)} = \frac{Q^2}{4C}. \quad \text{(III)}$$

κύκλωμα L_2C

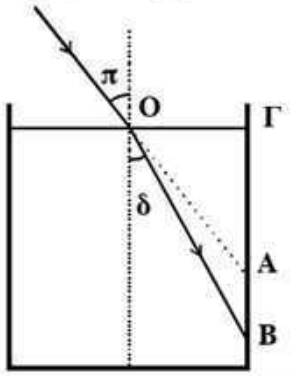
Εφόσον δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας κατά τη μεταφορά του διακόπτη από τη θέση Α στη θέση Γ, η ολική ενέργεια του κυκλώματος L_2C είναι :

$$E_2 = U_{E(1)} \xrightarrow{(III)} E_2 = \frac{Q^2}{4C}. \quad \text{(IV)}$$

$$\text{(I), (IV)} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 2 \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2}LI_1^2}{\frac{1}{2}LI_2^2} = 2 \Leftrightarrow \frac{I_1^2}{I_2^2} = 2 \Leftrightarrow \frac{I_1}{I_2} = \sqrt{2}.$$

Σωστή απάντηση : α.

B2. Μονοχρωματική ακτίνα φωτός πέφτει στη διαχωριστική επιφάνεια υγρού και αέρα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η γωνία πρόσπτωσης είναι π, η γωνία διάθλασης είναι δ, το μήκος στην προέκταση της προσπίπτουσας ακτίνας μέχρι το κατακόρυφο τοίχωμα του δοχείου είναι ΟΑ και το μήκος στη διεύθυνση της διαθλώμενης ακτίνας μέχρι το τοίχωμα του δοχείου είναι ΟΒ. Αν η γωνία πρόσπτωσης π αυξάνεται, τότε ο λόγος $\frac{\text{ΟΒ}}{\text{ΟΑ}}$:

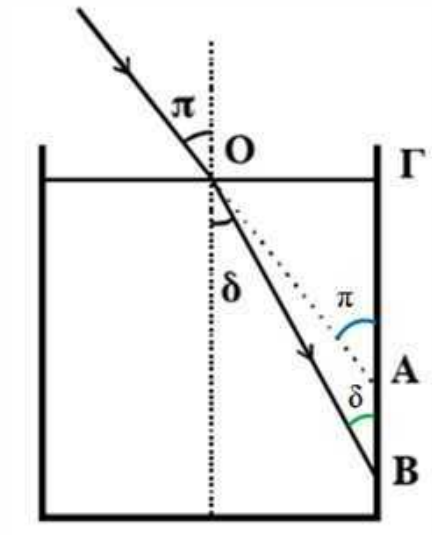
α. αυξάνεται, **β.** μειώνεται, **γ.** παραμένει σταθερός.
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (μονάδες 6)

Μονάδες 8

Απάντηση

Από το σχήμα προκύπτει ότι :



$\text{ΟΑΓ} = \pi$ (εντός, εκτός και επί τα αυτά γωνίες)

$\text{ΟΒΓ} = \delta$ (εντός εναλλάξ γωνίες)

Στο τρίγωνο ΟΑΓ ισχύει :

$$\eta\mu\pi = \frac{(\text{ΟΓ})}{(\text{ΟΑ})} \ . \qquad (1)$$

Στο τρίγωνο ΟΒΓ ισχύει :

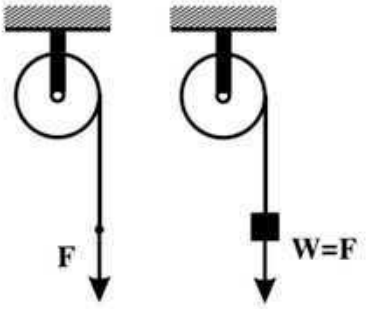
$$\eta\mu\delta = \frac{(\text{ΟΓ})}{(\text{ΟΒ})} \ . \qquad (2)$$

Εφαρμόζω το νόμο του Snell :

$$n_\alpha \eta\mu\pi = n_\upsilon \eta\mu\delta \xrightarrow{(1),\,(2)} \frac{(\text{ΟΓ})}{(\text{ΟΑ})} = n_\upsilon \cdot \frac{(\text{ΟΓ})}{(\text{ΟΒ})} \Rightarrow \frac{(\text{ΟΒ})}{(\text{ΟΑ})} = n_\upsilon = \text{σταθερό.}$$

Σωστή απάντηση : γ.

B3. Τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της. Γύρω από την τροχαλία είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα.



Όταν στο ελεύθερο άκρο του νήματος ασκούμε κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα κάτω μέτρου F, η τροχαλία αποκτά γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu,1}$ ενώ, όταν κρεμάμε στο ελεύθερο άκρο του νήματος σώμα βάρους w = F η τροχαλία αποκτά γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu,2}$. Ισχύει:

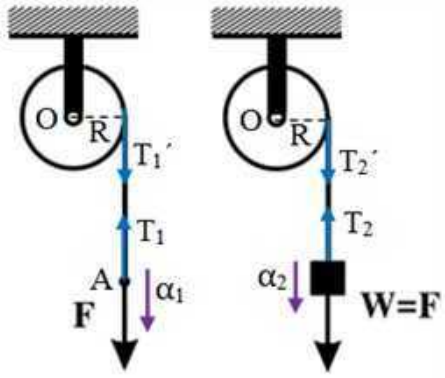
α. $\alpha_{\gamma\omega\nu,1} = \alpha_{\gamma\omega\nu,2}$, **β.** $\alpha_{\gamma\omega\nu,1} > \alpha_{\gamma\omega\nu,2}$, **γ.** $\alpha_{\gamma\omega\nu,1} < \alpha_{\gamma\omega\nu,2}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (μονάδες 7)

Μονάδες 9

Απάντηση



<u>1η περίπτωση</u>

Έστω α_1 το μέτρο της γραμμικής επιτάχυνσης ενός σημείου του νήματος.

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για το άκρο Α του νήματος :

$$\Sigma F_A = m_A\alpha_1 \xrightarrow{m_A=0} F - T_1 = 0 \Leftrightarrow F = T_1. \qquad (1)$$

Η μάζα του νήματος είναι ασήμαντη, άρα :

$$T_1' = T_1 \xrightarrow{(1)} T_1' = F. \qquad (2)$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για την τροχαλία :

$$\Sigma\tau_{(O)} = I\alpha_{\gamma\omega\nu(1)} \Rightarrow T_1'R = I\alpha_{\gamma\omega\nu(1)} \xrightarrow{(2)} FR = I\alpha_{\gamma\omega\nu(1)} \Leftrightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu(1)} = \frac{FR}{I}. \qquad (3)$$

<u>2η περίπτωση</u>

Έστω α_2 το μέτρο της γραμμικής επιτάχυνσης ενός σημείου του νήματος. Ισχύει : $\alpha_2 = R\alpha_{\gamma\omega\nu(2)}$. (4)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για το σώμα :

$$\Sigma F_2 = m\alpha_2 \Rightarrow W - T_2 = m\alpha_2 \xrightarrow{(4)} W - T_2 = mR\alpha_{\gamma\omega\nu(2)}. \qquad (5)$$

Η μάζα του νήματος είναι ασήμαντη, άρα : $T_2' = T_2$. (6)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για την τροχαλία :

$$\Sigma\tau_{(O)}' = I\alpha_{\gamma\omega\nu(2)} \Leftrightarrow T_2'R = I\alpha_{\gamma\omega\nu(2)} \xrightarrow{(6)} T_2 = \frac{I\alpha_{\gamma\omega\nu(2)}}{R}. \quad (7)$$

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (5), (7) :

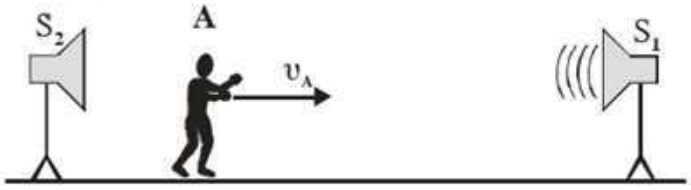
$$W - T_2 + T_2 = \frac{I\alpha_{\gamma\omega\nu(2)}}{R} + mR\alpha_{\gamma\omega\nu(2)} \Leftrightarrow W = \left(\frac{I + mR^2}{R}\right)\alpha_{\gamma\omega\nu(2)} \xrightarrow{W=F} \alpha_{\gamma\omega\nu(2)} = \frac{FR}{I + mR^2}. \quad (8)$$

Από τη σύγκριση των σχέσεων (3), (8) προκύπτει : $\alpha_{\gamma\omega\nu(1)} > \alpha_{\gamma\omega\nu(2)}$.

Σωστή απάντηση : β.

ΘΕΜΑ Γ

Παρατηρητής Α κινείται με σταθερή ταχύτητα υ_A μεταξύ δύο ακίνητων ηχητικών πηγών S_1 και S_2, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Η πηγή S_2 αρχικά δεν εκπέμπει ήχο, ενώ η πηγή S_1 εκπέμπει ήχο με συχνότητα $f_1 = 100$ Hz.

Γ1. Υπολογίστε την ταχύτητα υ_A με την οποία πρέπει να κινείται ο παρατηρητής, ώστε να ακούει ήχο με συχνότητα $f_A = 100{,}5$ Hz.

Μονάδες 6

Κάποια στιγμή ενεργοποιείται και η δεύτερη ηχητική πηγή S_2,η οποία εκπέμπει ήχο συχνότητας $f_2 = 100$ Hz.

Γ2. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα Δt_1 μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου που ακούει ο κινούμενος παρατηρητής.

Μονάδες 6

Η συχνότητα της ηχητικής πηγής S_2 μεταβάλλεται σε $f'_2 = 100{,}5$ Hz, ενώ ο παρατηρητής Α σταματάει να κινείται.

Γ3. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα Δt_2 μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου που ακούει ο ακίνητος παρατηρητής.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε το πλήθος των ταλαντώσεων τις οποίες εκτελεί το τύμπανο του αυτιού του παρατηρητή Α μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου που ακούει.

Μονάδες 7

Θεωρούμε ότι οι εντάσεις των ήχων των δύο πηγών είναι ίσες και δεν μεταβάλλονται με την απόσταση.

Δίνεται: ταχύτητα διάδοσης ήχου στον αέρα $\upsilon_{ηχ} = 340$ m/s.

Απάντηση

Γ1.

Η συχνότητα f_A του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής όταν πλησιάζει με ταχύτητα μέτρου υ_A την ακίνητη πηγή S_1, δίνεται από τη σχέση : $f_A = \dfrac{\upsilon + \upsilon_A}{\upsilon} \cdot f_1$.

Επομένως :

$$\frac{\upsilon+\upsilon_A}{\upsilon}=\frac{f_A}{f_1} \Leftrightarrow \upsilon_A=\upsilon\cdot\left(\frac{f_A}{f_1}-1\right) \Rightarrow \upsilon_A=340\cdot\left(\frac{100,5}{100}-1\right)\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_A=1,7\frac{m}{s}.$$

Γ2.

Ο παρατηρητής απομακρύνεται από την ακίνητη πηγή S_2, άρα αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας :

$$f_A'=\frac{\upsilon-\upsilon_A}{\upsilon}\cdot f_2 \Rightarrow f_A'=\frac{340-1,7}{340}\cdot 1,7\,Hz \Rightarrow f_A'=99,5\,Hz.$$

Στο αυτί του παρατηρητή φτάνουν συγχρόνως δύο ήχοι με συχνότητες $f_A = 100,5$ Hz και $f_A' = 99,5$ Hz.

Το τύμπανο του αυτιού εκτελεί σύνθετη ταλάντωση μεταβαλλόμενου πλάτους, δηλαδή προκύπτει διακρότημα.

Το χρονικό διάστημα Δt_1 μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου (περίοδος του διακροτήματος) που ακούει ο παρατηρητής, δίνεται από τη σχέση :

$$\Delta t_1=T_{\delta(1)}=\frac{1}{f_A-f_A'} \Rightarrow \Delta t_1=\frac{1}{100,5-99,5}s \Rightarrow \Delta t_1=1s.$$

Γ3.

Στο αυτί του παρατηρητή φτάνουν συγχρόνως δύο ήχοι με συχνότητες $f_1 = 100$ Hz και $f_2' = 100,5$ Hz.

Το τύμπανο του αυτιού εκτελεί σύνθετη ταλάντωση μεταβαλλόμενου πλάτους, οπότε προκύπτει διακρότημα.

Το χρονικό διάστημα Δt_2 μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου (περίοδος του διακροτήματος) που ακούει ο παρατηρητής δίνεται από τη σχέση :

$$\Delta t_2=T_{\delta(2)}=\frac{1}{f_2'-f_1} \Rightarrow \Delta t_2=\frac{1}{100,5-100}s \Rightarrow \Delta t_2=2s.$$

Γ4.

Η συχνότητα της σύνθετης ταλάντωσης που εκτελεί το τύμπανο του αυτιού του παρατηρητή, δίνεται από τη σχέση :

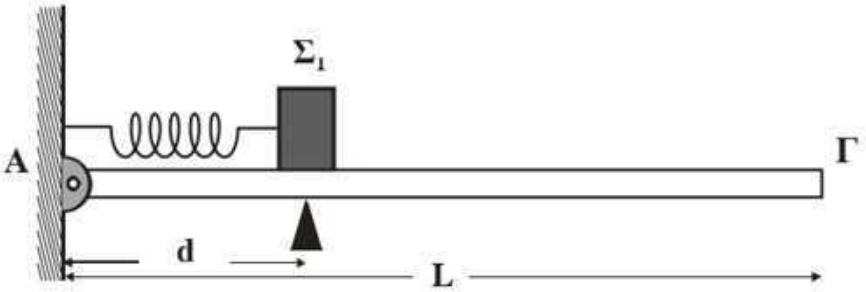
$$f=\frac{f_1+f_2'}{2} \Rightarrow f=\frac{100+100,5}{2}Hz \Rightarrow f=100,25\,Hz.$$

Ο αριθμός N των ταλαντώσεων που εκτελεί το τύμπανο του αυτιού στη χρονική διάρκεια Δt_2, είναι :

$$f=\frac{N}{\Delta t_2} \Leftrightarrow N=f(\Delta t_2) \Rightarrow N=100,25\cdot 2 \Rightarrow N=200,5\,\text{ταλαντώσεις}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Λεία οριζόντια σανίδα μήκους L = 3m και μάζας M = 0,4 Kg αρθρώνεται στο άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο. Σε απόσταση d = 1m από τον τοίχο, η σανίδα στηρίζεται ώστε να διατηρείται οριζόντια. Ιδανικό αβαρές ελατήριο σταθεράς K = 100 N/m συνδέεται με το ένα άκρο του στον τοίχο και το άλλο σε σώμα Σ_1 μάζας m_1 = 1 Kg. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, ο άξονάς του είναι οριζόντιος και διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος Σ_1.



Το κέντρο μάζας του σώματος Σ_1 βρίσκεται σε απόσταση d από τον τοίχο. Στη συνέχεια, ασκούμε στο σώμα Σ_1 σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F = 40 N με κατεύθυνση προς το άλλο άκρο Γ της σανίδας. Όταν το σώμα Σ_1 διανύσει απόσταση s = 5 cm, η δύναμη παύει να ασκείται στο σώμα και, στη συνέχεια, το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ1. Να υπολογίσετε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ_1.

Μονάδες 5

Δ2. Να εκφράσετε το μέτρο της δύναμης F_A που δέχεται η σανίδα από τον τοίχο σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος Σ_1 και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση. **Για το σχεδιασμό της γραφικής παράστασης να χρησιμοποιηθεί χαρτί μιλιμετρέ.**

Μονάδες 7

Κατά μήκος της σανίδας από το άκρο Γ κινείται σώμα Σ_2 μάζας m_2 = 1 Kg με ταχύτητα $\upsilon_2 = 2\sqrt{3}$ m/s. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, όταν η απομάκρυνση του σώματος Σ_1 είναι x_1, όπου $x_1 \geq 0$. Το σώμα Σ_1 μετά την κρούση ταλαντώνεται με το μέγιστο δυνατό πλάτος.

Δ3. Να βρείτε την απομάκρυνση x_1.

Μονάδες 6

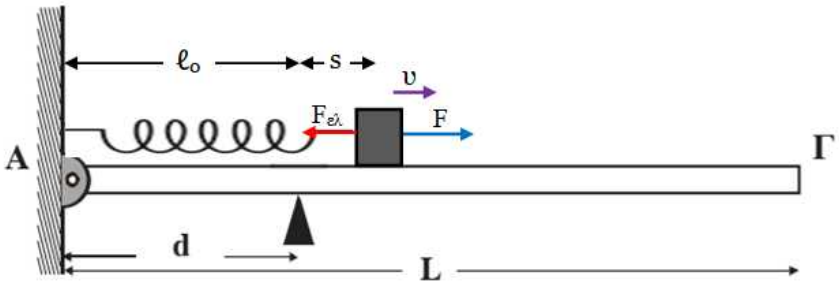
Δ4. Να βρείτε μετά από πόσο χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης τα δύο σώματα θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά.

Μονάδες 7

Θεωρούμε θετική τη φορά της απομάκρυνσης προς το Γ. Τριβές στην άρθρωση και στο υποστήριγμα δεν υπάρχουν.
Δίνεται: επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 m/s^2$.

Απάντηση

Δ1.



Στη διάρκεια της μετατόπισης του σώματος η δύναμη $\vec{F}$ παράγει έργο :

$W_F = F \cdot s = (40\ N)(5 \cdot 10^{-2} m) = 2\ J.$

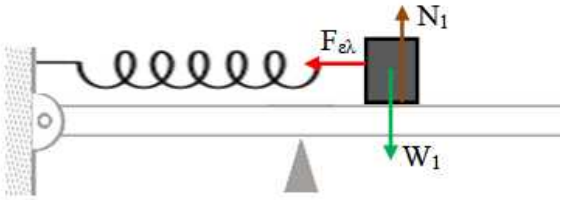
Μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$ μεταφέρεται ενέργεια στο σύστημα ελατήριο – σώμα, με αποτέλεσμα στη συνέχεια το σώμα να εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς $D = k$. Η ενέργεια της ΑΑΤ είναι : $E_\tau = W_F = 2\ J.$

Από τη σχέση της ενέργειας ταλάντωσης υπολογίζω το πλάτος της :

$$E_\tau = \frac{1}{2} k A^2 \Leftrightarrow A^2 = \frac{2E_\tau}{k} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2E_\tau}{k}} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{100}}\, m \Rightarrow A = 0,2\, m.$$

Δ2.

<u>Σώμα Σ1</u>

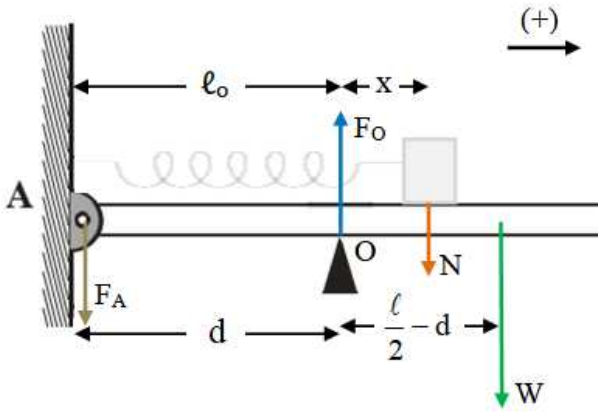


Η ράβδος ασκεί στο σώμα κάθετη δύναμη $\vec{N}_1$.

Στον άξονα y το σώμα ισορροπεί, άρα ισχύει :

$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow N_1 = W_1 = m_1 g \Rightarrow N_1 = 10\ N.$

<u>Ράβδος</u>



Σύμφωνα με το αξίωμα δράσης – αντίδρασης, το σώμα ασκεί στη ράβδο αντίθετη δύναμη $\vec{N}$, μέτρου :

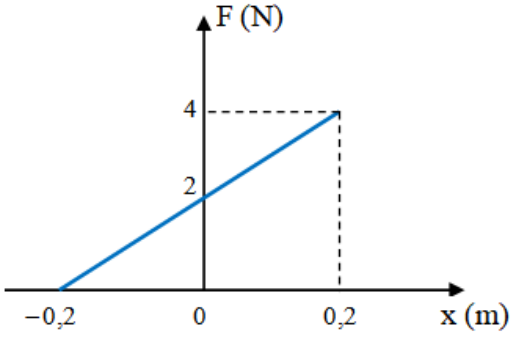
$N = N_1 = 10\ N.$

Η δύναμη $\vec{F}_A$ που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο πρέπει να έχει φορά προς τα κάτω, ώστε να δημιουργεί αντίθετη ροπή ως προς το Ο από τις δυνάμεις $\vec{N}$, $\vec{W}$.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα που διέρχεται από το στήριγμα στο Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Leftrightarrow F_A d - Mg\left(\frac{\ell}{2} - d\right) - N \cdot x = 0 \Rightarrow$$

$$F_A \cdot 1 = 4 \cdot (1,5 - 1) + 10x \Rightarrow \boxed{F_A = 10x + 2}\ \ (S.I.)$$



Για $x = -0,2\ m \Rightarrow F_A = 0.$

Για $x = 0 \Rightarrow F_A = 2\ N.$

Για $x = 0,2\ m \Rightarrow F_A = 4\ N.$

Το διάγραμμα της σχέσης $F_A = 10x + 2$ (S.I.), για $-0,2\ m \le x \le 0,2\ m$, φαίνεται στο σχήμα.

Δ3.

Αφού η κρούση είναι κεντρική και ελαστική και τα σώματα έχουν ίσες μάζες, θα ανταλλάξουν ταχύτητες.

Επομένως, η ταχύτητα του Σ_1 αμέσως μετά την κρούση θα έχει μέτρο : $\upsilon_1' = \upsilon_2 = 2\sqrt{3}\,\frac{m}{s}$,

με φορά προς τα αριστερά, δηλαδή αλγεβρική τιμή : $\upsilon_1' = -2\sqrt{3}\,\frac{m}{s}$.

Η ενέργεια τη ταλάντωσης του Σ_1 αμέσως μετά την κρούση, είναι : $E_\tau' = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2$. (1)

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι η ενέργεια της ταλάντωσης είναι μέγιστη (άρα και το πλάτος της Α΄ είναι μέγιστο) όταν η κρούση συμβεί στη θέση : $x_1 = +A = +0{,}2\ m$.

Δ4.

Πριν την κρούση το Σ_1 βρίσκεται στην ακραία θέση $x_1 = +A$, άρα : $\upsilon_1 = 0$.

Αφού τα σώματα ανταλλάσουν ταχύτητες : $\upsilon_2' = \upsilon_1 = 0$.

Επομένως, το Σ_2 μετά την κρούση είναι ακίνητο στη θέση $x_1 = +0{,}2\ m$.

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ υπολογίζω το πλάτος ταλάντωσης του Σ_1 μετά την κρούση :

$$E_\tau' = \frac{1}{2}kA^2 + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}kA^2 + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 \Leftrightarrow A'^2 = \frac{kA^2 + m_1\upsilon_1'^2}{k} \Rightarrow$$

$$A' = \sqrt{\frac{kA^2 + m_1\upsilon_1'^2}{k}} \Rightarrow A' = \sqrt{\frac{100\cdot 0{,}04 + 1\cdot 4\cdot 3}{100}}\,m = \sqrt{\frac{16}{100}}\,m \Rightarrow A' = 0{,}4\,m.$$

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης, είναι :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{100}{1}}\,\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 10\,\frac{rad}{s}.$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του Σ_1 έχει τη γενική μορφή : $x = A'\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$. (2)

Θεωρώ σαν χρονική στιγμή $t = 0$ τη στιγμή της κρούσης.

$$\text{Για } t = 0 \text{ και } x = 0{,}2\ m \xrightarrow{(2)} 0{,}2 = 0{,}4\eta\mu\varphi_o \Rightarrow \eta\mu\varphi_o = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_o = \frac{\pi}{6} \\ \text{ή} \\ \varphi_o = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

Η εξίσωση της ταχύτητας του Σ_1 είναι :

$$\upsilon = \omega A'\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o) \Rightarrow \upsilon = 4\sigma\upsilon\nu(10t + \varphi_o). \ (S.I.)$$

$$\text{Για } t = 0 \Rightarrow \upsilon = 4\sigma\upsilon\nu\varphi_o. \ (S.I.) \quad (3)$$

Αν $\varphi_o = \frac{\pi}{6} \xrightarrow{(3)} \upsilon = 4\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}\frac{m}{s} > 0$, απορρίπτεται.

Αν $\varphi_o = \frac{5\pi}{6} \xrightarrow{(3)} \upsilon = 4\sigma\upsilon\nu\frac{5\pi}{6}\frac{m}{s} < 0$, δεκτή.

Άρα : $\varphi_o = \frac{5\pi}{6}$.

Επομένως, η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι : $x = 0,4\eta\mu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right)$. (S.I.) (4)

Έστω ότι τη χρονική στιγμή t_1 το Σ_1 θα επανέλθει στη θέση $x_1 = 0,2$ m.

$$(4) \Rightarrow 0,2 = 0,4\eta\mu\left(10t_1 + \frac{5\pi}{6}\right) \Rightarrow \eta\mu\left(10t_1 + \frac{5\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow 10t_1 + \frac{5\pi}{6} = \begin{cases} 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} & (5) \\ \text{ή} & \\ 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} & (6) \end{cases}$$

$\kappa = 0 \xrightarrow{(5)} 10t_1 + \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t_1 < 0$, απορρίπτεται.

$\kappa = 0 \xrightarrow{(6)} 10t_1 + \frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow t_1 = 0$, απορρίπτεται.

$\kappa = 1 \xrightarrow{(5)} 10t_1 + \frac{5\pi}{6} = 2\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow 10t_1 = 2\pi - \frac{2\pi}{3} \Rightarrow 10t_1 = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{2\pi}{15}$s.

Αφού το Σ_2 είναι ακίνητο στη θέση $x_1 = +0,2$ m, επομένως, τα σώματα θα συγκρουστούν για 2η φορά τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{2\pi}{15}$s.

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΤΕΤΑΡΤΗ 26 ΜΑΪΟΥ 2010
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας του σώματος, με την πάροδο του χρόνου

α. η περίοδος μειώνεται.

β. η περίοδος είναι σταθερή.

γ. το πλάτος διατηρείται σταθερό.

δ. η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

Μονάδες 5

Απάντηση

Όταν η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_α = - bυ$) τότε η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης είναι σταθερή ενώ η ενέργεια και το πλάτος ταλάντωσης μειώνονται με την πάροδο του χρόνου.

Σωστή απάντηση : β.

Α2. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα

α. διαδίδονται σε όλα τα υλικά με την ίδια ταχύτητα.

β. έχουν στο κενό την ίδια συχνότητα.

γ. διαδίδονται στο κενό με την ίδια ταχύτητα.

δ. είναι διαμήκη.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η ταχύτητα διάδοσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων εξαρτάται από το μέσο διάδοσης.

Η συχνότητα των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων διαφέρει ανάλογα με το είδος τους και εξαρτάται από την πηγή τους.

Όλες οι ηλεκτρομαγνητικές ακτινοβολίες διαδίδονται στο κενό με την ίδια ταχύτητα $c \cong 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$.

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα είναι εγκάρσια.

Σωστή απάντηση : γ.

Α3. Μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών στάσιμου κύματος τα σημεία του ελαστικού μέσου

α. έχουν το ίδιο πλάτος ταλάντωσης.

β. έχουν την ίδια φάση.

γ. έχουν την ίδια ταχύτητα ταλάντωσης.

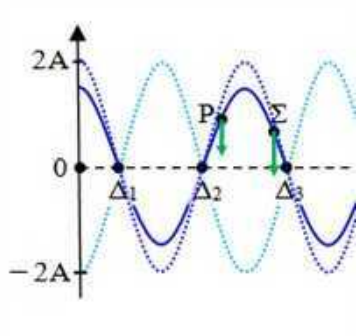
δ. είναι ακίνητα.

Μονάδες 5

Απάντηση

Τα σημεία που βρίσκονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών ενός στάσιμου κύματος έχουν την ίδια φάση (διέρχονται συγχρόνως από τη θέση ισορροπίας κινούμενα προς την ίδια φορά και φτάνουν συγχρόνως στις αντίστοιχες ακραίες θέσεις τους).

Το πλάτος και η ταχύτητα ταλάντωσης εξαρτώνται από τη θέση κάθε σημείου.



Σωστή απάντηση : β.

Α4. Διακρότημα δημιουργείται κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων οι οποίες πραγματοποιούνται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, όταν οι δύο ταλαντώσεις έχουν

α. ίσα πλάτη και ίσες συχνότητες.

β. άνισα πλάτη και ίσες συχνότητες.

γ. ίσα πλάτη και παραπλήσιες συχνότητες.

δ. ίσα πλάτη και συχνότητες εκ των οποίων η μια είναι πολλαπλάσια της άλλης.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : γ.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 27.

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη* ***Σωστό****, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη* ***Λάθος****, για τη λανθασμένη.*

α. Ο δείκτης διάθλασης ενός υλικού δεν εξαρτάται από την ταχύτητα του φωτός στο υλικό αυτό.

β. Στα άκρα της χορδής μιας κιθάρας δημιουργούνται πάντα κοιλίες στάσιμου κύματος.

γ. Το φαινόμενο του συντονισμού παρατηρείται μόνο σε εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.

δ. Οι ακτίνες Χ έχουν μικρότερες συχνότητες από τις συχνότητες των ραδιοκυμάτων.

ε. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο.

Μονάδες 5

Απάντηση

α.

I) Σύμφωνα με τον ορισμό, ο δείκτης διάθλασης n ενός οπτικού υλικού είναι καθορισμένος.

Η ταχύτητα διάδοσης του φωτός στο υλικό εξαρτάται από τον δείκτη διάθλασης του υλικού : $\upsilon = \frac{c}{n}$

(δηλαδή ο δείκτης διάθλασης του υλικού καθορίζει την ταχύτητα του φωτός στο υλικό και όχι το αντίστροφο).

Επομένως, η απάντηση είναι **Σωστή**.

II) Για μία μονοχρωματική ακτινοβολία που διαδίδεται σε ένα οπτικό υλικό, ο δείκτης διάθλασης n του υλικού και η ταχύτητα διάδοσης υ της ακτινοβολίας στο υλικό εξαρτώνται από τη συχνότητα f της ακτινοβολίας (ή το μήκος κύματος λ_o στο κενό) [διασκεδασμός].

Άρα, έμμεσα ο δείκτης διάθλασης του υλικού εξαρτάται από την ταχύτητα διάδοσης της ακτινοβολίας στο υλικό.

Επομένως, η απάντηση είναι **Λάθος**.

Σχόλιο

Το φαινόμενο του διασκεδασμού δεν περιλαμβάνονταν στη διδακτέα ύλη της Φυσικής κατεύθυνσης.

Προφανώς, όποια απάντηση και αν έδωσαν οι υποψήφιοι/ες έπρεπε να θεωρηθεί δεκτή.

β. Λάθος.

Τα άκρα της χορδής μιας κιθάρας είναι στερεωμένα, άρα παραμένουν ακίνητα.

Δηλαδή, τα άκρα της χορδής είναι δεσμοί του στάσιμου κύματος.

γ. Σωστό.

Στο φαινόμενο του συντονισμού η συχνότητα ταλάντωσης f (η συχνότητα του διεγέρτη) είναι (περίπου) ίση με την ιδιοσυχνότητα f_o του ταλαντωτή, με αποτέλεσμα το πλάτος ταλάντωσης να είναι μέγιστο. Αυτό συμβαίνει μόνο στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.

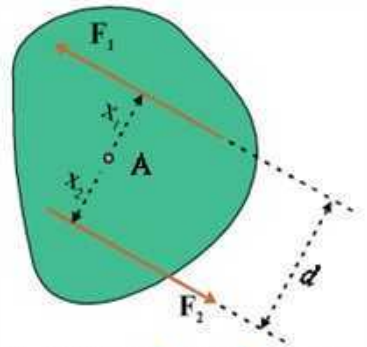
δ. Λάθος.

Οι ακτίνες Χ έχουν μικρότερο μήκος κύματος από τα ραδιοκύματα και μεγαλύτερη συχνότητα από αυτά.

ε. Σωστό (υπό προϋποθέσεις)

Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου των δυνάμεων.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 114.



Οι δυνάμεις F_1 και F_2 αποτελούν ζεύγος. Η ροπή τους είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.
Σχήμα 4-12.

Σχόλιο

Η ερώτηση έπρεπε να είχε την εξής διατύπωση : «Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου των δυνάμεων».

ΘΕΜΑ Β

Β1. Στην ελεύθερη επιφάνεια ενός υγρού δύο σύγχρονες πηγές αρμονικών κυμάτων εκτελούν κατακόρυφες ταλαντώσεις με συχνότητα f και δημιουργούν εγκάρσια κύματα ίδιου πλάτους Α. Ένα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού ταλαντώνεται εξ αιτίας της συμβολής των δύο κυμάτων με πλάτος 2Α. Αν οι δύο πηγές εκτελέσουν ταλάντωση με συχνότητα 2f και με το ίδιο πλάτος Α, τότε το σημείο Σ θα

α. ταλαντωθεί με πλάτος 2Α.
β. ταλαντωθεί με πλάτος 4Α.
γ. παραμένει ακίνητο.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Απάντηση

1η περίπτωση

Από την εξίσωση της κυματικής, προκύπτει : $\lambda = \dfrac{\upsilon}{f}$. (1)

Αφού το πλάτος ταλάντωσης του Σ είναι 2Α, το Σ είναι σημείο ενισχυτικής συμβολής.

Για τις αποστάσεις r_1 , r_2 του Σ από τις πηγές ισχύει : $r_1 - r_2 = \kappa\cdot\lambda$. (2) $[\kappa = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots]$

2η περίπτωση

$f' = 2f$.

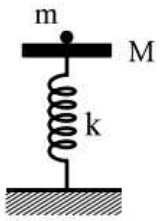
Από την εξίσωση της κυματικής, προκύπτει : $\lambda' = \dfrac{\upsilon}{f'} = \dfrac{\upsilon}{2f} \xrightarrow{(1)} \lambda' = \dfrac{\lambda}{2}$. (3)

Μετά τον διπλασιασμό της συχνότητας, το πλάτος ταλάντωσης του Σ είναι :

$$|A'_{\Sigma}| = 2A\left|\text{συν}2\pi\frac{r_1 - r_2}{2\lambda'}\right| \xrightarrow{(2),\,(3)} |A'_{\Sigma}| = 2A\left|\text{συν}2\pi\frac{\kappa\cdot\lambda}{2\frac{\lambda}{2}}\right| = 2A\,|\text{συν}(2\kappa\pi)| \Rightarrow |A'_{\Sigma}| = 2A.$$

Σωστή απάντηση : α.

B2. Δίσκος μάζας M είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, και ισορροπεί (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο έδαφος.



Στο δίσκο τοποθετούμε χωρίς αρχική ταχύτητα σώμα μάζας m. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι:

α. $\frac{1}{2}\frac{m^2g^2}{k}$

β. $\frac{1}{2}\frac{M^2g^2}{k}$

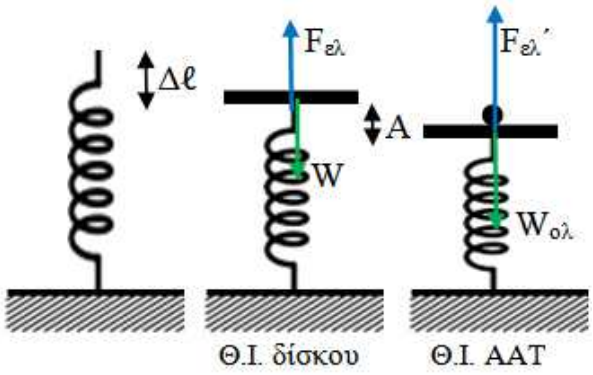
γ. $\frac{1}{2}\frac{(m+M)^2}{k}g^2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Απάντηση



Στη θέση ισορροπίας του δίσκου το ελατήριο έχει συμπίεση Δℓ. Ισχύει :

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F_{ελ} - W = 0 \Leftrightarrow k(\Delta\ell) = Mg \Leftrightarrow \Delta\ell = \frac{Mg}{k}. \quad (1)$$

Στη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ το ελατήριο έχει συμπίεση Δℓ΄. Ισχύει :

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F_{ελ}' - W_{ολ} = 0 \Leftrightarrow k(\Delta\ell') = (M+m)g \Leftrightarrow \Delta\ell' = \frac{(M+m)g}{k}. \quad (2)$$

Τη στιγμή που αφήνουμε το σώμα πάνω στο δίσκο το σύστημα είναι ακίνητο, άρα η αρχική θέση ισορροπίας του δίσκου είναι η πάνω ακραία θέση της ΑΑΤ που εκτελεί το σύστημα στη συνέχεια.

Επομένως, το πλάτος της ΑΑΤ είναι :

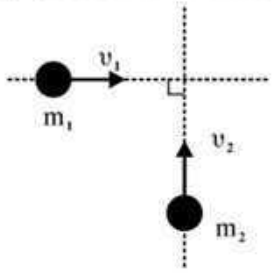
$$A = \Delta\ell' - \Delta\ell \xrightarrow{(1),\,(2)} A = \frac{(M+m)g}{k} - \frac{Mg}{k} \Rightarrow A = \frac{mg}{k}. \quad (3)$$

Η ενέργεια της ΑΑΤ δίνεται από τη σχέση :

$$E_τ = \frac{1}{2}kA^2 \xrightarrow{(3)} E_τ = \frac{1}{2}k\cdot\frac{m^2g^2}{k^2} \Rightarrow E_τ = \frac{m^2g^2}{2k}.$$

Σωστή απάντηση : α.

B3. Δύο σώματα με μάζες $m_1=2$ kg και $m_2=3$ kg κινούνται χωρίς τριβές στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και σε κάθετες διευθύνσεις με ταχύτητες $\upsilon_1=4$ m/s και $\upsilon_2=2$ m/s (όπως στο σχήμα) και συγκρούονται πλαστικά.



Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι:

α. 5 J
β. 10 J
γ. 20 J

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

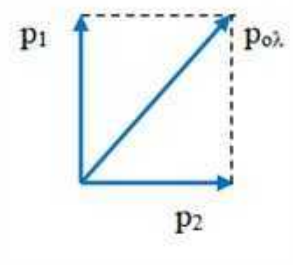
Μονάδες 9

Απάντηση

Υπολογίζω τα μέτρα των ορμών των σωμάτων πριν την κρούση :

$$p_1 = m_1\upsilon_1 = (2\,\text{Kg})\left(4\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)=8\,\text{Kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$p_2 = m_2\upsilon_2 = (3\,\text{Kg})\left(2\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)=6\,\text{Kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



Το μέτρο της ορμής του συστήματος υπολογίζεται με το Πυθαγόρειο θεώρημα :

$$p_{\text{ολ}} = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = \sqrt{8^2 + 6^2}\ \text{Kg}\frac{\text{m}}{\text{s}} = 10\,\text{Kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή κατά τη διάρκεια της κρούσης, άρα : $p_{\text{ολ}}{}' = p_{\text{ολ}} = 10\,\text{Kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

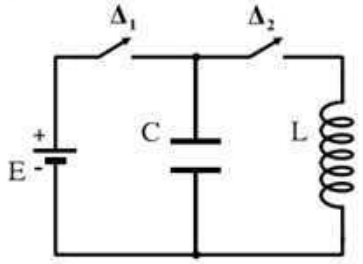
Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι :

$$K_{\text{ολ}}{}' = \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 = \frac{(m_1+m_2)^2V^2}{2(m_1+m_2)} = \frac{p_{\text{ολ}}{}'^2}{2(m_1+m_2)} \Rightarrow K_{\text{ολ}}{}' = \frac{10^2}{2\cdot 5}\text{J} \Rightarrow K_{\text{ολ}}{}' = 10\,\text{J}.$$

Σωστή απάντηση : β.

ΘΕΜΑ Γ

Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται: πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης E=5 V μηδενικής εσωτερικής αντίστασης, πυκνωτής χωρητικότητας $C=8\cdot10^{-6}$ F, πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής $L=2\cdot10^{-2}$ H. Αρχικά ο διακόπτης Δ_1 είναι κλειστός και ο διακόπτης Δ_2 ανοιχτός.



Γ1. Να υπολογίσετε το φορτίο Q του πυκνωτή.

Μονάδες 6

Ανοίγουμε το διακόπτη Δ_1 και τη χρονική στιγμή t=0 κλείνουμε το διακόπτη Δ_2. Το κύκλωμα LC αρχίζει να εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

Γ2. Να υπολογίσετε την περίοδο των ηλεκτρικών ταλαντώσεων.

Μονάδες 6

Γ3. Να γράψετε την εξίσωση σε συνάρτηση με το χρόνο για την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε το ηλεκτρικό φορτίο του πυκνωτή τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο είναι τριπλάσια από την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή.

Μονάδες 7

Απάντηση

Γ1.

Αφού φορτιστεί ο πυκνωτής, η τάση μεταξύ των οπλισμών του είναι : $V_{C\,(max)} = E = 5$ V.

Το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή είναι : $Q = CV_{C\,(max)} = (8\cdot10^{-6}\text{ F})(5\text{ V}) \Rightarrow Q = 4\cdot10^{-5}$ C.

Γ2.

Η περίοδος των αμείωτων ηλεκτρικών ταλαντώσεων υπολογίζεται από τη σχέση :

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{2\cdot10^{-2}\cdot8\cdot10^{-6}}\text{ s} = 2\pi\sqrt{16\cdot10^{-8}}\text{ s} \Rightarrow T = 8\pi\cdot10^{-4}\text{ s}.$$

Γ3.

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8\pi \cdot 10^{-4}\,s} = \frac{10^4}{4}\frac{rad}{s} \;\Rightarrow\; \omega = 2,5 \cdot 10^3 \frac{rad}{s}.$$

Τη χρονική στιγμή t = 0 που ξεκινά η ηλεκτρική ταλάντωση, ο πυκνωτής έχει φορτίο : $q = Q$.

Επομένως, το φορτίο του πυκνωτή περιγράφεται από την εξίσωση $q = Q\sigma\upsilon\nu\omega t$.

Η εξίσωση της έντασης του ρεύματος έχει τη μορφή : $i = -I\eta\mu\omega t$.

Το πλάτος της έντασης του ρεύματος υπολογίζεται από τη σχέση :

$$I = \omega Q \;\Rightarrow\; I = \left(2,5 \cdot 10^3 \frac{rad}{s}\right)\left(4 \cdot 10^{-5}\,C\right) \;\Rightarrow\; I = 0,1A.$$

Αντικαθιστώντας τις αριθμητικές τιμές προκύπτει η εξίσωση : $i = -0,1\eta\mu(2500t)$. (S.I.)

Γ4.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας για μία χρονική στιγμή που ο πυκνωτής έχει μέγιστο φορτίο και για μία χρονική στιγμή που ισχύει η σχέση $U_B = 3U_E$:

$$E = U_B + U_E \xrightarrow{U_B = 3U_E} E = 3U_E + U_E \Leftrightarrow E = 4U_E \Leftrightarrow \frac{Q^2}{2C} = 4 \cdot \frac{q^2}{2C} \Leftrightarrow Q^2 = 4q^2 \Leftrightarrow$$

$$q^2 = \frac{Q^2}{4} \Leftrightarrow q = \pm\frac{Q}{2} \;\Rightarrow\; q = \pm 2 \cdot 10^{-5}\,C.$$

Τη χρονική στιγμή που ισχύει $U_B = 3U_E$, το ηλεκτρικό φορτίο του πυκνωτή είναι : $|q| = 2 \cdot 10^{-5}\,C$.

ΘΕΜΑ Δ

Θέλουμε να μετρήσουμε πειραματικά την άγνωστη ροπή αδράνειας δίσκου μάζας m=2 kg και ακτίνας r=1 m. Για το σκοπό αυτό αφήνουμε τον δίσκο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ=30° ξεκινώντας από την ηρεμία. Διαπιστώνουμε ότι ο δίσκος διανύει την απόσταση x=2 m σε χρόνο t=1 s.

Δ1. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

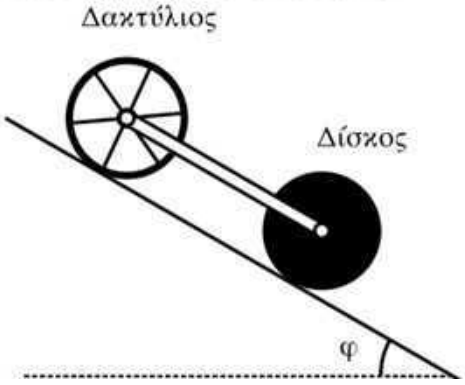
Μονάδες 7

Δ2. Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου αφήνονται να κυλίσουν ταυτόχρονα δίσκος και δακτύλιος ίδιας μάζας M και ίδιας ακτίνας R. Η ροπή αδράνειας του δίσκου είναι $I_1=\frac{1}{2}MR^2$ και του δακτυλίου $I_2=MR^2$ ως προς τους άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας τους και είναι κάθετοι στα επίπεδά τους.

Να υπολογίσετε ποιο από τα σώματα κινείται με τη μεγαλύτερη επιτάχυνση.

Μονάδες 4

Συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τα κέντρα μάζας των δύο στερεών, όπως φαίνεται και στο σχήμα, με ράβδο αμελητέας μάζας, η οποία δεν εμποδίζει την περιστροφή τους και δεν ασκεί τριβές. Το σύστημα κυλίεται στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.



Δ3. Να υπολογίσετε το λόγο των κινητικών ενεργειών K_1/K_2 όπου K_1 η κινητική ενέργεια του δίσκου και K_2 η κινητική ενέργεια του δακτυλίου.

Μονάδες 6

Δ4. Αν η μάζα κάθε στερεού είναι M=1,4 kg, να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκεί η ράβδος σε κάθε σώμα.

Μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και σχεδιάστε τις πιο πάνω δυνάμεις.

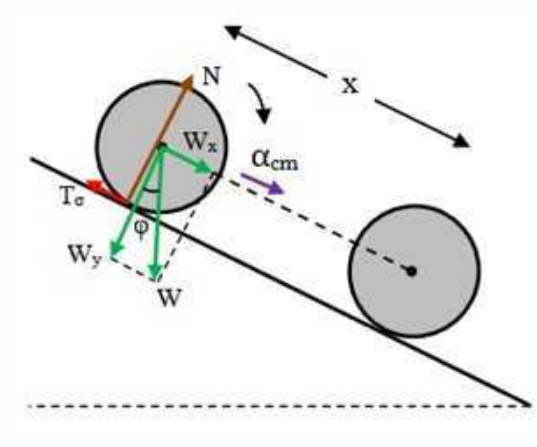
Να μην χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ που βρίσκεται στο τέλος του τετραδίου.

Δίνεται: $g=10\ m/s^2$, $\eta\mu 30^\circ=\frac{1}{2}$

Μονάδες 8

Απάντηση

Δ1.



Το κέντρο μάζας του δίσκου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου α_{cm}.

Ισχύει :

$$x = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 \Leftrightarrow \alpha_{cm} = \frac{2x}{t^2} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2\cdot 2\,m}{1s^2} \Rightarrow \alpha_{cm} = 4\frac{m}{s^2}.$$

Ο δίσκος εκτελεί ταυτόχρονα μεταφορική κίνηση με επιτάχυνση μέτρου α_{cm} και στροφική κίνηση με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu}$.

Αφού η κύλιση γίνεται χωρίς ολίσθηση, ισχύει : $\alpha_{cm} = r\,\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_{cm}}{r}$. (1)

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης, ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο του δίσκου και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :

$$\Sigma\tau_{(K)} = I_K\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_\sigma r = I_K\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{(1)} T_\sigma = \frac{I_K\alpha_{cm}}{r^2}. \quad (2)$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x΄x :

$$\Sigma F_x = m\alpha_{cm} \Leftrightarrow W_x - T_\sigma = m\alpha_{cm} \xrightarrow{(2)} mg\eta\mu\varphi - \frac{I_K\alpha_{cm}}{r^2} = m\alpha_{cm}. \quad (3)$$

Επομένως :

$$I_K\frac{\alpha_{cm}}{r^2} = mg\eta\mu\varphi - m\alpha_{cm} \Leftrightarrow I_K = \frac{mr^2\left(g\eta\mu\varphi - \alpha_{cm}\right)}{\alpha_{cm}} \Rightarrow I_K = \frac{2\cdot 1^2\cdot\left(10\cdot 0,5 - 4\right)}{4}Kgm^2 \Rightarrow$$

$$I_K = 0,5\,Kgm^2.$$

Δ2.

Σύμφωνα με τη σχέση (3), για το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας κάθε σώματος ισχύει :

$$Mg\eta\mu\varphi = \left(\frac{I_K}{R^2} + M\right)\alpha_{cm}. \quad (4)$$

Εφαρμόζω τη σχέση (4) για κάθε σώμα, αντικαθιστώντας τον τύπο της ροπής αδράνειας.

<u>δίσκος</u>

$$Mg\eta\mu\varphi = \left(\frac{\frac{1}{2}MR^2}{R^2} + M\right)\alpha_1 \Leftrightarrow g\eta\mu\varphi = \frac{3}{2}\alpha_1 \Leftrightarrow \alpha_1 = \frac{2}{3}g\eta\mu\varphi \Rightarrow \alpha_1 = \frac{10}{3}\frac{m}{s^2}\left(\cong 3,3\frac{m}{s^2}\right).$$

δακτύλιος

$$Mg\eta\mu\varphi = \left(\frac{MR^2}{R^2} + M\right)\alpha_2 \;\Leftrightarrow\; g\eta\mu\varphi = 2\alpha_2 \;\Leftrightarrow\; \alpha_2 = \frac{1}{2}g\eta\mu\varphi \;\Rightarrow\; \alpha_2 = 2,5\frac{m}{s^2}.$$

Επομένως : $\alpha_1 > \alpha_2$.

Δ3.

Αφού τα κέντρα μάζας των δύο στερεών έχουν συνδεθεί με ράβδο αμελητέας μάζας, κινούνται με την ίδια επιτάχυνση μέτρου α_{cm} , άρα κάθε χρονική στιγμή έχουν ίσες ταχύτητες : $\upsilon_{cm,1} = \upsilon_{cm,2} = \upsilon_{cm}$.

Ο δίσκος και ο δακτύλιος έχουν ίσες ακτίνες, άρα σε κάθε χρονική στιγμή έχουν ίσες γωνιακές ταχύτητες :

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega = \frac{\upsilon_{cm}}{R}. \qquad (5)$$

Οι κινητικές ενέργειες των δύο στερεών σε μία τυχαία χρονική στιγμή, δίνονται από τις σχέσεις :

$$K_1 = \frac{1}{2}M\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_1\omega^2 = \frac{1}{2}M\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}MR^2\omega^2 \xrightarrow{(5)} K_1 = \frac{1}{2}M\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{4}M\upsilon_{cm}^2 \Rightarrow K_1 = \frac{3}{4}M\upsilon_{cm}^2 .$$

$$K_2 = \frac{1}{2}M\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_2\omega^2 = \frac{1}{2}M\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}MR^2\omega^2 \xrightarrow{(5)} K_2 = \frac{1}{2}M\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}M\upsilon_{cm}^2 \Rightarrow K_2 = M\upsilon_{cm}^2 .$$

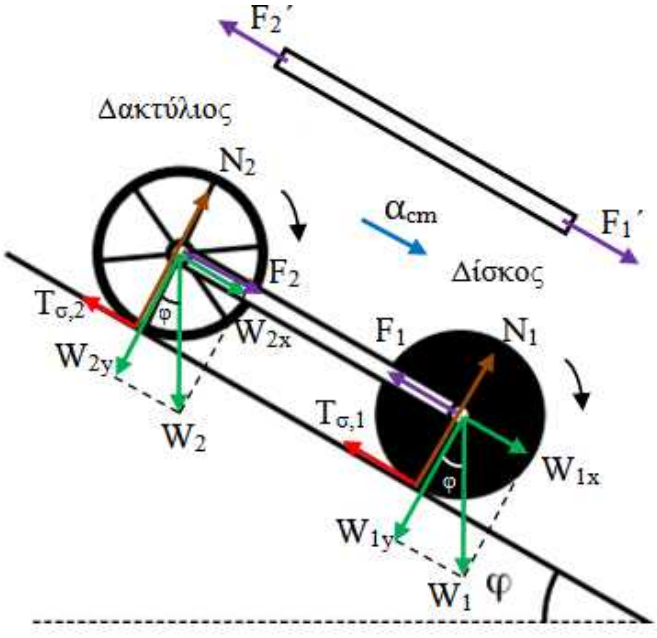
Αφού αρχίσουν να κινούνται τα σώματα, το πηλίκο των κινητικών ενεργειών τους, είναι :

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{3}{4}M\upsilon_{cm}^2}{M\upsilon_{cm}^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{3}{4}.$$

Δ4.

Όταν ο δίσκος και ο δακτύλιος κινούνται ανεξάρτητα στο ίδιο κεκλιμένο επίπεδο, για τα μέτρα των επιταχύνσεων ισχύει : $\alpha_1 > \alpha_2$.

Όταν τα κέντρα μάζας των δύο στερεών έχουν συνδεθεί με ράβδο αμελητέας μάζας (παράλληλη στην κεκλιμένη επιφάνεια), ο δίσκος τείνει να κινηθεί πιο γρήγορα από τον δακτύλιο με αποτέλεσμα να του ασκεί ελκτική δύναμη $\vec{F}_2$ (με φορά προς τα κάτω), ενώ ο δακτύλιος τείνει να κινηθεί πιο αργά από το δίσκο με αποτέλεσμα να του ασκεί ελκτική δύναμη $\vec{F}_1$ (με φορά προς τα πάνω).



Στη ράβδο ασκούνται οι αντιδράσεις $\vec{F}_1'$, $\vec{F}_2'$ των δυνάμεων $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$.

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για τη ράβδο :

$$\Sigma F_\rho = m_\rho \alpha_{cm} \Rightarrow F_1' - F_2' = m_\rho \alpha_{cm} \xrightarrow{m_\rho = 0} F_1' = F_2'. \quad (6)$$

Αφού $F_1 = F_1'$ και $F_2 = F_2' \xrightarrow{(6)} F_1 = F_2$. (7)

Ο δίσκος και ο δακτύλιος εκτελούν ταυτόχρονα μεταφορική κίνηση με επιτάχυνση μέτρου α_{cm} και στροφική κίνηση με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{γων}$.

Αφού η κύλιση γίνεται χωρίς ολίσθηση, ισχύει : $\alpha_{cm} = R\alpha_{γων} \Leftrightarrow \alpha_{γων} = \frac{\alpha_{cm}}{R}$. (8)

<u>δίσκος</u>

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης, ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο του δίσκου και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :

$$\Sigma\tau_{(K1)} = I_1\alpha_{γων} \Leftrightarrow T_{\sigma,1}R = \frac{1}{2}MR^2\alpha_{γων} \xrightarrow{(8)} T_{\sigma,1} = \frac{M}{2}\alpha_{cm}. \quad (9)$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x΄x :

$$\Sigma F_{1,x} = M\alpha_{cm} \Leftrightarrow W_{1x} - F_1 - T_{\sigma,1} = M\alpha_{cm} \xrightarrow{(9)} Mg\eta\mu\varphi - F_1 - \frac{M}{2}\alpha_{cm} = M\alpha_{cm} \Leftrightarrow$$

$$Mg\eta\mu\varphi - F_1 = \frac{3M}{2}\alpha_{cm}. \quad (10)$$

<u>δακτύλιος</u>

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης, ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο του δακτυλίου και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :

$$\Sigma\tau_{(K2)} = I_2\alpha_{γων} \Leftrightarrow T_{\sigma,2}R = MR^2\alpha_{γων} \xrightarrow{(8)} T_{\sigma,2} = M\alpha_{cm}. \quad (11)$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x΄x :

$$\Sigma F_{2,x} = M\alpha_{cm} \Leftrightarrow W_{2x} + F_2 - T_{\sigma,2} = M\alpha_{cm} \xrightarrow{(11)} Mg\eta\mu\varphi + F_2 - M\alpha_{cm} = M\alpha_{cm} \Leftrightarrow$$

$$Mg\eta\mu\varphi + F_2 = 2M\alpha_{cm}. \quad (12)$$

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (10), (12) :

$$Mg\eta\mu\varphi - F_1 + Mg\eta\mu\varphi + F_2 = \frac{3M}{2}\alpha_{cm} + 2M\alpha_{cm} \xrightarrow{F_1 = F_2} 2Mg\eta\mu\varphi = \frac{7M}{2}\alpha_{cm} \Leftrightarrow$$

$$\alpha_{cm} = \frac{4g\eta\mu\varphi}{7} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{4}{7}\cdot 10 \cdot 0,5\frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{20}{7}\frac{m}{s^2}.$$

$$(12) \Rightarrow F_2 = 2M\alpha_{cm} - Mg\eta\mu\varphi \Rightarrow F_2 = \left(2\cdot 1,4\cdot\frac{20}{7} - 1,4\cdot 10\cdot 0,5\right)N \Rightarrow F_2 = 1N.$$

$(7) \Rightarrow F_1 = 1$ N.

Σχόλια

1) Στο ερώτημα Δ2, η διατύπωση : «Να υπολογίσετε ποιο από τα δύο σώματα κινείται με τη μεγαλύτερη επιτάχυνση» δεν έχει νόημα.

Μία καλύτερη διατύπωση του ερωτήματος Δ2 είναι : «Να υπολογίσετε τα μέτρα των επιταχύνσεων των κέντρων μάζας των δύο σωμάτων» ή «Να συγκρίνετε τα μέτρα των επιταχύνσεων των κέντρων μάζας των δύο σωμάτων».

2) Στο ερώτημα Δ3 η εκφώνηση έπρεπε να ζητά το πηλίκο των κινητικών ενεργειών των δύο στερεών σε κάθε χρονική στιγμή, αφού έχουν αρχίσει να κινούνται.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 9 ΙΟΥΛΙΟΥ 2010
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Όταν μια μικρή σφαίρα προσπίπτει πλάγια σε κατακόρυφο τοίχο και συγκρούεται με αυτόν ελαστικά, τότε

α. η κινητική ενέργεια της σφαίρας πριν την κρούση είναι μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια που έχει μετά την κρούση.

β. η ορμή της σφαίρας δεν μεταβάλλεται κατά την κρούση.

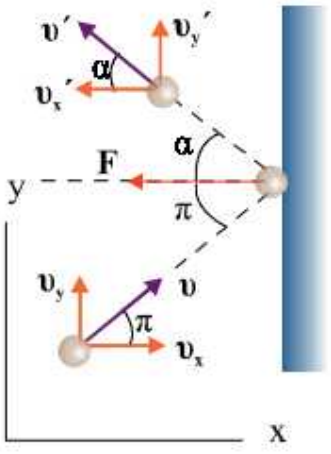
γ. η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.

δ. η δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα έχει την ίδια διεύθυνση με την αρχική ταχύτητα της σφαίρας.

Μονάδες 5

Απάντηση

Κατά τη διάρκεια της κρούσης η σφαίρα δέχεται δύναμη $\vec{F}$ από τον τοίχο (κάθετη προς αυτόν) με αποτέλεσμα τη **μεταβολή της ορμής της σφαίρας** : $\vec{p}' \neq \vec{p}$.



Η κρούση της σφαίρας με τον τοίχο είναι ελαστική, άρα η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή. Ισχύει :

$$K_{ολ(μετά)} = K_{ολ(πριν)} \Leftrightarrow K_\tau + K' = K. \quad (1)$$

Αφού η μάζα του τοίχου είναι τεράστια (ο τοίχος είναι στερεωμένος στο έδαφος, άρα η μάζα Μ του τοίχου θεωρείται ίση με τη μάζα της Γης), η κινητική ενέργεια του τοίχου μετά την κρούση είναι (πρακτικά) μηδενική : $K_\tau \cong 0$.

Από τη σχέση (1) προκύπτει :

$$K' \cong K \Leftrightarrow \frac{p'^2}{2m} \cong \frac{p^2}{2m} \Leftrightarrow p' \cong p \Leftrightarrow \upsilon' \cong \upsilon.$$

Επομένως, το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας πριν και μετά την ελαστική κρούση με τον τοίχο είναι (πρακτικά) ίδιο άρα και **η κινητική ενέργεια της σφαίρας πριν και μετά την ελαστική κρούση με τον τοίχο είναι** (πρακτικά) **ίδια**.

Αφού μεταβάλλεται η ορμή της σφαίρας, άρα **μεταβάλλεται** και **η ταχύτητά της** : $\vec{\upsilon}' \neq \vec{\upsilon}$.

Αναλύω τις ταχύτητες της σφαίρας σε άξονες x (κάθετο στον τοίχο) και y (παράλληλο στον τοίχο).

Αφού η δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα είναι κάθετη στον τοίχο και η ώθηση του βάρους στη διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα $\left(mg(\Delta t) \cong 0\right)$, η συνιστώσα $\vec{\upsilon}_y$ δεν μεταβάλλεται, άρα : $\upsilon_y' = \upsilon_y$.

Για τις γωνίες π, α που σχηματίζουν οι ταχύτητες $\vec{\upsilon}'$, $\vec{\upsilon}$ με την κάθετη στον τοίχο, ισχύουν οι σχέσεις :

$$\eta\mu\pi = \frac{\upsilon_y}{\upsilon},$$

$$\eta\mu\alpha = \frac{\upsilon_y'}{\upsilon'}.$$

Αφού $\upsilon_y' \cong \upsilon_y$, $\upsilon' \cong \upsilon$ άρα : $\eta\mu\pi \cong \eta\mu\alpha \Rightarrow \pi \cong \alpha$, δηλαδή **η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση** (προσεγγιστικά) **με τη γωνία ανάκλασης.**

Σωστή απάντηση : γ.

Παρατήρηση

Η απόδειξη των ισοτήτων $\upsilon_y' \cong \upsilon_y$ και $\pi \cong \alpha$, βασίστηκε στην υπόθεση ότι η δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα είναι κάθετη προς τον τοίχο.

Στη γενικότερη περίπτωση που υπάρχει συνιστώσα της δύναμης παράλληλη προς τον τοίχο (τριβή $\vec{T}$), το μέτρο της είναι πολύ μικρότερο από το μέτρο της κάθετης συνιστώσας $\vec{F}$ ($T \ll F$).

Αφού και η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι πολύ μικρή ($\Delta t \cong 0$) η ώθηση της τριβής είναι πρακτικά ασήμαντη [$T(\Delta t) \cong 0$], άρα η συνιστώσα της ορμής $\vec{p}_y$ που είναι παράλληλη προς τον τοίχο είναι πρακτικά σταθερή.

Επομένως, καταλήγουμε πάλι στα ίδια συμπεράσματα.

Α2. Ένα ιδανικό κύκλωμα πηνίου-πυκνωτή εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση. Η ολική ενέργεια του κυκλώματος

α. παραμένει συνεχώς σταθερή.

β. μειώνεται στα χρονικά διαστήματα στα οποία φορτίζεται ο πυκνωτής.

γ. είναι μικρότερη από την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή.

δ. είναι περιοδική συνάρτηση του χρόνου.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η ολική ενέργεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης ενός ιδανικού κυκλώματος LC παραμένει σταθερή :

$$E_{ολ} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} LI^2 = \text{σταθερή} .$$

Σωστή απάντηση : α.

Α3. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος ως προς άξονα περιστροφής

α. είναι διανυσματικό μέγεθος.

β. έχει μονάδα μέτρησης το 1N·m, στο S.I.

γ. δεν εξαρτάται από την θέση του άξονα περιστροφής.

δ. εκφράζει την αδράνεια του σώματος στην περιστροφική κίνηση.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι μονόμετρο μέγεθος, με μονάδα μέτρησης το 1 Kgm^2 και εξαρτάται από τη θέση του άξονα περιστροφής : $I = \sum_{i=1}^{i=n} m_i r_i^2$,

όπου r_i οι αποστάσεις των στοιχειωδών μαζών m_i του στερεού από τον άξονα περιστροφής .

Σύμφωνα με το νόμο της στροφικής κίνησης, για ορισμένη τιμή της συνολικής ροπής Στ, το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του στερεού είναι αντιστρόφως ανάλογο με τη ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής : $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\Sigma\tau}{I}$. Δηλαδή, όσο μεγαλύτερη είναι η ροπή αδράνειας του στερεού τόσο πιο δύσκολο είναι να μεταβληθεί η γωνιακή ταχύτητά του.

Επομένως, η ροπή αδράνειας του στερεού εκφράζει την αδράνειά του στη στροφική κίνηση.

Σωστή απάντηση : δ.

Α4. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας συχνότητας, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο στην ίδια διεύθυνση και έχουν διαφορά φάσης 180°, το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι

α. $A_1 + A_2$

β. $\sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

γ. $|A_1 - A_2|$

δ. $\sqrt{|A_1^2 - A_2^2|}$

όπου A_1 και A_2 είναι τα πλάτη των αρχικών ταλαντώσεων.

Μονάδες 5

Απάντηση

Όταν οι δύο ΑΑΤ έχουν ίσες συχνότητες, εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης δίνεται (γενικά) από τη σχέση :

$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\text{συν}\varphi}$, όπου φ η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο ΑΑΤ.

Όταν $\varphi = 180^o$, η σχέση γράφεται :

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\text{συν}180^o} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2(-1)} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2} = \sqrt{(A_1 - A_2)^2} \Rightarrow$$
$$A = |A_1 - A_2|.$$

Σωστή απάντηση : γ.

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη* ***Σωστό****, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη* ***Λάθος****, για τη λανθασμένη.*

α. Κατά την ελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών ελαττώνεται η κινητική ενέργεια του συστήματος των σφαιρών.

β. Όταν ένας αστέρας συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας, η γωνιακή ταχύτητά του λόγω ιδιοπεριστροφής αυξάνεται.

γ. Όταν σε μια ελαστική χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα, τότε όλα τα σημεία της χορδής διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους.

δ. Οι ακτίνες γ έχουν μήκος κύματος της τάξεως των μερικών mm.

ε. Ένας λόγος για τον οποίο χάνει ενέργεια ένα κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC είναι ότι εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Λάθος.

Κατά τη διάρκεια της ελαστικής κρούσης, η μηχανική ενέργεια του συστήματος είναι σταθερή.

Κατά τη διάρκεια της επαφής οι θέσεις των σωμάτων είναι (περίπου) ίδιες άρα η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι σταθερή.

Επομένως και η κινητική ενέργεια του συστήματος δεν μεταβάλλεται.

β. Σωστό.

Όταν ο αστέρας συρρικνώνεται η μάζα του συγκεντρώνεται πιο κοντά στο κέντρο μάζας, με αποτέλεσμα να μειωθεί η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του.

Οι φορείς των βαρυτικών δυνάμεων που ασκούνται στον αστέρα από τα γειτονικά του ουράνια σώματα διέρχονται από το κέντρο μάζας του και δεν προκαλούν ροπή, άρα η στροφορμή του αστέρα λόγω της ιδιοπεριστροφής παραμένει σταθερή. Επομένως :

$$L = L' \Leftrightarrow I\omega = I'\omega' \Leftrightarrow \omega' = \frac{I}{I'}\cdot\omega \xrightarrow{I > I'} \omega' > \omega.$$

γ. Σωστό (υπό προϋποθέσεις)

Όταν σε μία ελαστική χορδή έχει σχηματιστεί στάσιμο κύμα, ορισμένα σημεία της χορδής (δεσμοί) παραμένουν ακίνητα στη θέση ισορροπίας τους.

Όλα τα υπόλοιπα σημεία που ταλαντώνονται διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους.

Σχόλιο :

Η ερώτηση έπρεπε να έχει την εξής διατύπωση : «Όταν σε μία ελαστική χορδή έχει σχηματιστεί στάσιμο κύμα, **όλα τα σημεία της χορδής που ταλαντώνονται** διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους».

δ. Λάθος.

Οι ακτίνες Χ (ή ακτίνες Röntgen) *είναι ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία με μήκη κύματος από* 10^{-8} m *έως* 10^{-13} m *περίπου.*

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 63.

ε. Σωστό.

Σε ένα κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC τα ηλεκτρικά φορτισμένα σωματίδια επιταχύνονται, με αποτέλεσμα να εκπέμπονται ηλεκτρομαγνητικά κύματα.

Επομένως, μεταφέρεται ενέργεια από το κύκλωμα προς το περιβάλλον.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Οι παρακάτω εξισώσεις περιγράφουν ένα μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό και ένα μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο αντίστοιχα

$E = 3\cdot10^{2}\,\eta\mu 2\pi(8\cdot10^{11}t - 4\cdot10^{3}x)$ (S.I.)

$B = 10^{-6}\,\eta\mu 2\pi(8\cdot10^{11}t - 4\cdot10^{3}x)$ (S.I.)

Οι εξισώσεις αυτές

α. μπορεί να περιγράφουν ένα ηλεκτρομαγνητικό (Η/Μ) κύμα που διαδίδεται στο κενό.

β. μπορεί να περιγράφουν ένα Η/Μ κύμα που διαδίδεται σε ένα υλικό.

γ. δεν μπορεί να περιγράφουν ένα Η/Μ κύμα.

Δίνεται η ταχύτητα του φωτός στο κενό $c = 3\cdot10^{8}$ m/s.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Απάντηση

Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου και η ένταση του μαγνητικού πεδίου ενός αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x, περιγράφονται από τις εξισώσεις :

$$E = E_{max}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right), \qquad B = B_{max}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right).$$

Από τη σύγκριση των προηγούμενων εξισώσεων με τις εξισώσεις της εκφώνησης, προκύπτουν οι τιμές :

$$E_{max} = 3\cdot10^{2}\,\frac{N}{C},\ B_{max} = 10^{-6}\,T\left(\frac{N}{A\cdot m}\right),\ f = \frac{1}{T} = 8\cdot10^{11}\,Hz,\ \frac{1}{\lambda} = 4\cdot10^{3}\,m^{-1} \Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{4}\cdot10^{-3}\,m.$$

Υπολογίζω το πηλίκο των μεγίστων εντάσεων του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου :

$$\frac{E_{max}}{B_{max}} = \frac{3\cdot10^{2}\,\frac{N}{C}}{10^{-6}\,\frac{N}{A\cdot m}} = 3\cdot10^{8}\,\frac{A\cdot m}{A\cdot s} \Rightarrow \frac{E_{max}}{B_{max}} = 3\cdot10^{8}\,\frac{m}{s} = c. \quad (c:\ \text{η ταχύτητα του φωτός στο κενό})$$

Υπολογίζω το γινόμενο λ·f :

$$\lambda\cdot f = \left(\frac{1}{4}\cdot10^{-3}\,m\right)\left(8\cdot10^{11}\,s^{-1}\right) \Rightarrow \lambda\cdot f = 2\cdot10^{8}\,\frac{m}{s} \neq c.$$

Αφού $\frac{E_{max}}{B_{max}} = c$ και $\lambda\cdot f \neq c$, άρα οι δοθείσες εξισώσεις δεν μπορεί να περιγράφουν ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα.

Σωστή απάντηση : γ.

B2. Μια ηχητική πηγή εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας και κινείται με σταθερή ταχύτητα. Στην ευθεία που κινείται η πηγή βρίσκεται ακίνητος παρατηρητής. Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής όταν τον έχει προσπεράσει είναι κατά 30% μικρότερη από τη συχνότητα που αντιλαμβανόταν, όταν τον πλησίαζε η πηγή. Αν η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι υ, τότε η ταχύτητα της πηγής είναι

α. $\frac{2\upsilon}{17}$, **β.** $\frac{3\upsilon}{17}$, **γ.** $\frac{4\upsilon}{17}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Απάντηση

Έστω ότι το μέτρο της ταχύτητας της πηγής είναι υ_s.

Όταν η πηγή πλησιάζει τον ακίνητο παρατηρητή, αυτός αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας :

$$f_A = \frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_s} \cdot f_s . \qquad (1)$$

Όταν η πηγή απομακρύνεται από τον ακίνητο παρατηρητή, αυτός αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας :

$$f_A' = \frac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_s} \cdot f_s . \qquad (2)$$

Ισχύει :

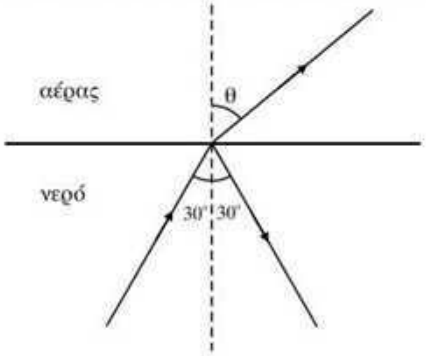
$$f_A' = f_A - \frac{30}{100} \cdot f_A \Leftrightarrow f_A' = 0,7 f_A \xrightarrow{(1),\,(2)} \frac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_s} \cdot f_s = 0,7 \cdot \frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_s} \cdot f_s \Leftrightarrow$$

$$\upsilon - \upsilon_s = 0,7(\upsilon + \upsilon_s) \Leftrightarrow \upsilon - \upsilon_s = 0,7\upsilon + 0,7\upsilon_s \Leftrightarrow \upsilon - 0,7\upsilon = 0,7\upsilon_s + \upsilon_s \Leftrightarrow$$

$$0,3\upsilon = 1,7\upsilon_s \Leftrightarrow \upsilon_s = \frac{3}{17}\upsilon \cdot$$

Σωστή απάντηση : β.

B3. Μονοχρωματική ακτίνα φωτός διαδίδεται στο νερό και προσπίπτει στην ελεύθερη επιφάνειά του με γωνία 30°. Η ακτίνα εξέρχεται στον αέρα, όπως φαίνεται στο σχήμα



Αν υ είναι η ταχύτητα του φωτός στο νερό και c στον αέρα, τότε ισχύει

α. $\upsilon < \frac{c}{2}$, **β.** $\upsilon = \frac{c}{2}$, **γ.** $\upsilon > \frac{c}{2}$

Δίνεται ότι $\eta\mu 30^o = 1/2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

Μονάδες 9

Απάντηση

Ο δείκτης διάθλασης του νερού ορίζεται με τη σχέση : $n = \frac{c}{\upsilon}$. (1)

Εφαρμόζω το νόμο του Snell για τη διάδοση του φωτός από το νερό στον αέρα :

$$n \cdot \eta\mu 30^o = n_\alpha \cdot \eta\mu\theta \xrightarrow{n_\alpha = 1} n \cdot \frac{1}{2} = \eta\mu\theta \xrightarrow{(1)} \eta\mu\theta = \frac{c}{2\upsilon}. \quad (2)$$

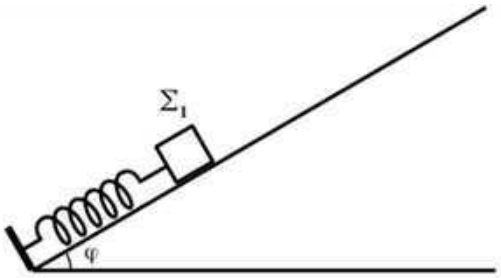
Από το σχήμα φαίνεται ότι : $\theta < 90^o$.

Επομένως :

$$\eta\mu\theta < \eta\mu 90^o \Rightarrow \eta\mu\theta < 1 \xrightarrow{(2)} \frac{c}{2\upsilon} < 1 \Rightarrow \upsilon > \frac{c}{2}.$$

ΘΕΜΑ Γ

Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1kg$ ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\varphi = 30^o$. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στην άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $K = 100N/m$ το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Εκτρέπουμε το σώμα Σ_1 κατά $d_1 = 0,1m$ από τη θέση ισορροπίας του κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και το αφήνουμε ελεύθερο.

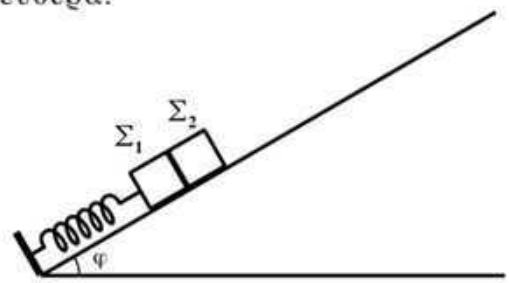
Γ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Μονάδες 5

Γ2. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1.

Μονάδες 5

Μετακινούμε το σώμα Σ_1 προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου μέχρι το ελατήριο να συμπιεστεί από το φυσικό του μήκος κατά $\Delta\ell = 0,3m$. Τοποθετούμε ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1kg$ στο κεκλιμένο επίπεδο, ώστε να είναι σε επαφή με το σώμα Σ_1, και ύστερα αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα.



Γ3. Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς του σώματος Σ_2 κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε σε πόση απόσταση από τη θέση που αφήσαμε ελεύθερα τα σώματα χάνεται η επαφή μεταξύ τους.

Μονάδες 9

Δίνονται: $\eta\mu 30^o = 1/2$, $g = 10m/s^2$

Απάντηση

Γ1.

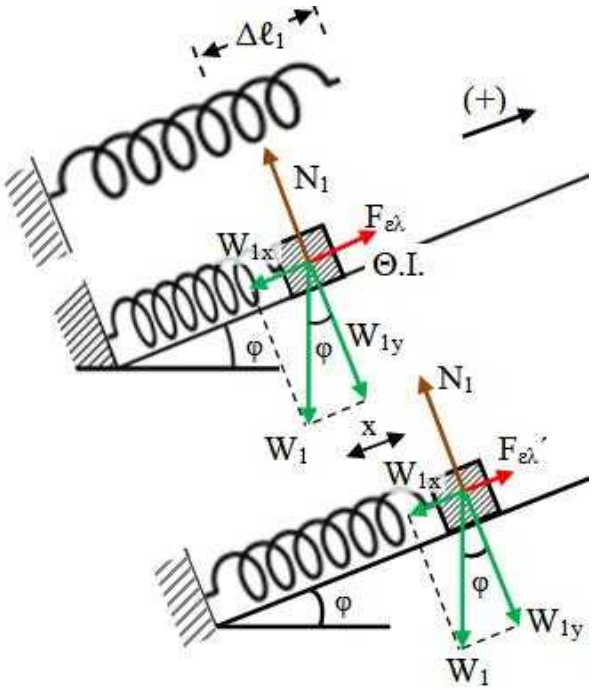
Στη θέση ισορροπίας του Σ_1 το ελατήριο έχει συμπίεση $\Delta\ell_1$. Ισχύει :

$$\Sigma F_{1x} = 0 \;\Leftrightarrow\; F_{\varepsilon\lambda} - W_{1x} = 0 \;\Leftrightarrow\; k(\Delta\ell_1) = m_1 g. \qquad (1)$$

Σε μία τυχαία θέση που βρίσκεται πάνω από τη θέση ισορροπίας και απέχει απόσταση x από αυτή ($x < \Delta\ell$), το ελατήριο έχει συμπίεση $(\Delta\ell - x)$. Ισχύει :

$$\Sigma F_{1x} = F_{\varepsilon\lambda}' - W_{1x} = k(\Delta\ell_1 - x) - m_1 g = k(\Delta\ell_1) - k\cdot x - m_1 g$$
$$\xrightarrow{(1)} \Sigma F_{1x} = -k\cdot x. \qquad (2)$$

Η σχέση (2) έχει τη μορφή $\Sigma F_x = -D\cdot x$, η οποία είναι η αναγκαία συνθήκη ώστε το σώμα να εκτελεί ΑΑΤ. Επομένως, με τη επίδραση του ελατηρίου, το σώμα εκτελεί ΑΑΤ γύρω από τη θέση ισορροπίας του.



Γ2.

Τη στιγμή που το αφήνουμε ελεύθερο, το σώμα είναι ακίνητο άρα βρίσκεται σε μία ακραία θέση της ταλάντωσης. Η απόστασή του από τη θέση ισορροπίας είναι ίση με το πλάτος της ταλάντωσης. Επομένως, το πλάτος της ΑΑΤ είναι :

$A = d_1 = 0{,}1$ m.

Σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Newton, το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής είναι :

$$\left|\frac{dp_1}{dt}\right| = |\Sigma F_x| = k\cdot|x|.$$

Επομένως, το μέγιστο μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής είναι :

$$\left|\frac{dp_1}{dt}\right|_{max} = k\cdot A = \left(100\,\frac{N}{m}\right)(0{,}1\,m) = 10\,N.$$

Γ3.

Με την επίδραση του ελατηρίου, το σύστημα των σωμάτων $\Sigma_1 - \Sigma_2$ εκτελεί ΑΑΤ με γωνιακή συχνότητα :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{100}{2}}\,\frac{rad}{s} \;\Rightarrow\; \omega = 5\sqrt{2}\,\frac{rad}{s}.$$

Η σταθερά επαναφοράς της ΑΑΤ του Σ_2 είναι : $D_2 = m_2\omega^2 \;\Rightarrow\; D_2 = 50\,\frac{N}{m}$.

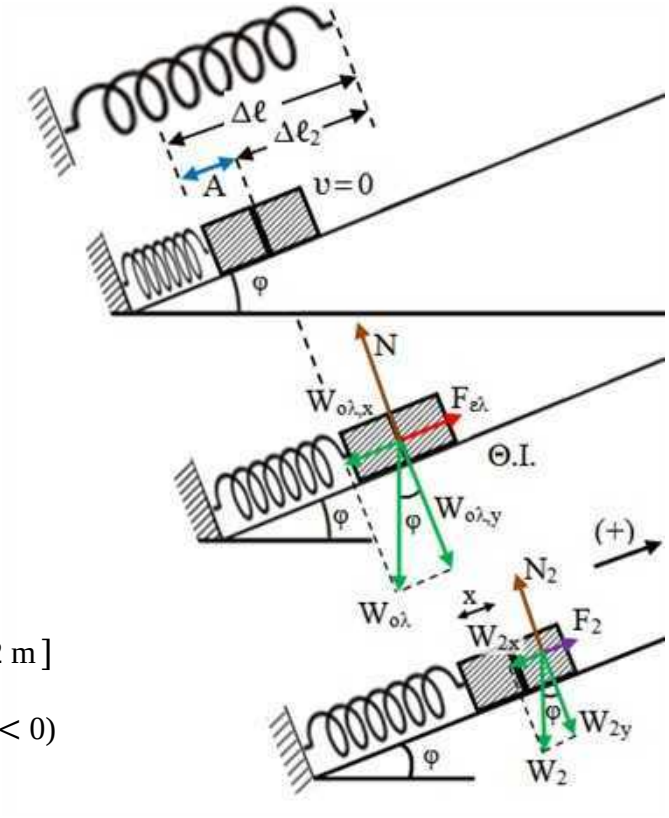
Γ4.

Από τη στιγμή που αφήνονται ελεύθερα και μέχρι να αποχωριστούν, τα σώματα εκτελούν ΑΑΤ με την επίδραση του ελατηρίου.

Στη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ το ελατήριο έχει συμπίεση $\Delta\ell_2$. Ισχύει :

$$\Sigma F_{ολ,x} = 0 \Leftrightarrow F_{ελ} - W_{ολ,x} = 0 \Leftrightarrow k(\Delta\ell_2) = (m_1 + m_2)g\eta\mu\varphi \Leftrightarrow \Delta\ell_2 = \frac{(m_1 + m_2)g\eta\mu\varphi}{k} \Rightarrow$$

$$\Delta\ell_2 = \frac{2 \cdot 10 \cdot 0,5}{100}\,m \Rightarrow \Delta\ell_2 = 0,1m.$$



Η θέση από την οποία αφήνονται τα σώματα είναι η κάτω ακραία θέση της ΑΑΤ.

Το πλάτος της ΑΑΤ είναι : $A = \Delta\ell - \Delta\ell_2 \Rightarrow$

$A = (0,3 - 0,1)m \Rightarrow A = 0,2\ m.$

Μέχρι να αποσπαστεί το Σ_2, το Σ_1 του ασκεί δύναμη επαφής $\vec{F}_2$, παράλληλη προς την επιφάνεια.

Για τις δυνάμεις που ασκούνται στο Σ_2 στη διεύθυνση της κίνησης, ισχύει :

$\Sigma F_2 = -D_2 \cdot x \Leftrightarrow F_2 - W_{2x} = -D_2 \cdot x \Leftrightarrow$

$F_2 = m_2 g\eta\mu\varphi - D_2 \cdot x.$ (3) $[-0,2\ m \le x \le 0,2\ m]$

Όταν το Σ_2 βρίσκεται κάτω από τη θέση ισορροπίας ($x < 0$) τότε $F_2 > 0$ (σε κάθε θέση), άρα δεν χάνεται η επαφή.

Έστω ότι η επαφή των σωμάτων χάνεται σε κάποια θέση πάνω από τη θέση ισορροπίας, σε απόσταση x_1 από αυτή. Στη θέση αυτή είναι : $F_2 = 0$.

Για $F_2 = 0$ και $x = x_1 \xrightarrow{(3)} D_2 x_1 = m_2 g\eta\mu\varphi \Leftrightarrow x_1 = \frac{m_2 g\eta\mu\varphi}{D_2} \Rightarrow x_1 = \frac{5}{50}\,m = 0,1m.$

Η απόσταση της θέσης που χάνεται η επαφή από τη θέση που αφήνονται ελεύθερα τα σώματα, είναι :

$d = A + x_1 \Rightarrow d = (0,2 + 0,1)\ m \Rightarrow d = 0,3\ m.$

Παρατήρηση

Αφού $d = \Delta\ell$, άρα η επαφή χάνεται στη θέση στην οποία το ελατήριο αποκτά το φυσικό του μήκος.

ΘΕΜΑ Δ

Λεπτή ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους ℓ και μάζας M μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο χωρίς τριβές, ο οποίος διέρχεται από το σημείο Ο της ράβδου. Η απόσταση του σημείου Ο από το Α είναι $\frac{\ell}{4}$. Στο άκρο Α της ράβδου στερεώνεται σημειακή μάζα m, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και δέχεται από τον άξονα δύναμη μέτρου F = 20N.

Δ1. Να υπολογιστούν οι μάζες m και M.

Μονάδες 5

Στη συνέχεια τοποθετούμε τον άξονα περιστροφής της ράβδου στο άκρο Γ, ώστε να παραμένει οριζόντιος και κάθετος στη ράβδο, και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να περιστραφεί από την οριζόντια θέση. Να υπολογίσετε:

Δ2. το μήκος ℓ της ράβδου, αν τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη έχει γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 3,75 rad/s^2$.

Μονάδες 7

Δ3. το λόγο της κινητικής ενέργειας της μάζας m προς τη συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος, κατά τη διάρκεια της περιστροφής του συστήματος των δύο σωμάτων.

Μονάδες 5

Δ4. το μέτρο της στροφορμής του συστήματος των δύο σωμάτων, όταν η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία φ ως προς την οριζόντια διεύθυνση τέτοια, ώστε ημφ = 0,3.

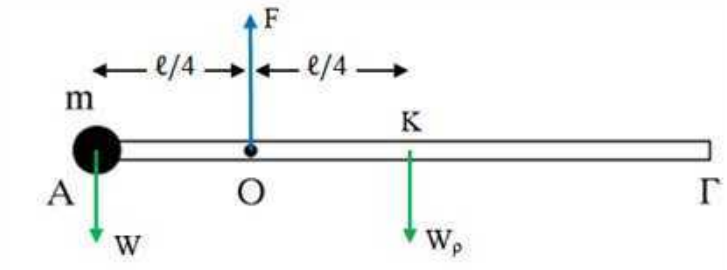
Μονάδες 8

Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 m/s^2$, ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα κάθετο στη ράβδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{12} M\ell^2$.

Απάντηση

Δ1.

Αφού η ράβδος είναι ομογενής, το κέντρο μάζας της είναι το μέσο της Κ και η απόσταση του φορέα του βάρους από τον άξονα περιστροφής είναι ℓ/4.



Αφού η ράβδος ισορροπεί και οι δύο δυνάμεις $\overrightarrow{W}$, $\overrightarrow{W}_\rho$ είναι κατακόρυφες, άρα και η δύναμη $\vec{F}$ θα είναι κατακόρυφη.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς το μέσο Κ της ράβδου :

$$\Sigma\tau_{(K)}=0 \Leftrightarrow W\frac{\ell}{2}-F\frac{\ell}{4}=0 \Leftrightarrow mg\frac{\ell}{2}=F\frac{\ell}{4} \Leftrightarrow mg=\frac{F}{2} \Leftrightarrow m=\frac{F}{2g} \Rightarrow$$

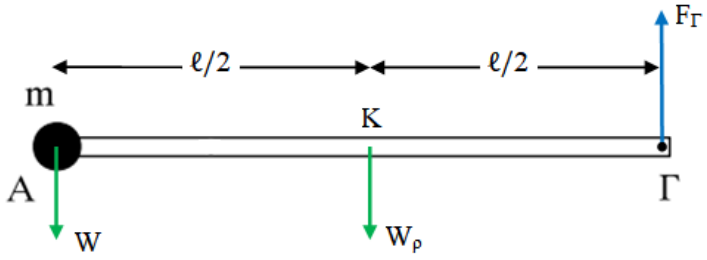
$$m=\frac{20}{2\cdot 10}Kg \Rightarrow m=1Kg.$$

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων :

$$\Sigma F=0 \Leftrightarrow F-W-W_\rho=0 \Leftrightarrow F-mg=Mg \Leftrightarrow M=\frac{F}{g}-m \Rightarrow M=\left(\frac{20}{10}-1\right)Kg \Rightarrow M=1Kg.$$

Δ2.

Εφαρμόζω το θεώρημα Steiner ώστε να υπολογίσω τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα που διέρχεται από Γ :



$$I_{\rho(\Gamma)}=I_{cm}+M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2=\frac{1}{12}M\ell^2+\frac{1}{4}M\ell^2 \Rightarrow$$

$$I_{\rho(\Gamma)}=\frac{1}{3}M\ell^2. \qquad (1)$$

Η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος – σφαιρίδιο ως προς τον άξονα περιστροφής, είναι :

$$I_{ολ(\Gamma)}=I_{\rho(\Gamma)}+I_{\sigma(\Gamma)} \xrightarrow{(1)} I_{ολ(\Gamma)}=\frac{1}{3}M\ell^2+m\ell^2 \Rightarrow I_{ολ(\Gamma)}=\left(\frac{M}{3}+m\right)\ell^2. \qquad (2)$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης ως προς τον άξονα περιστροφής, για τη χρονική στιγμή που η ράβδος αφήνεται από την οριζόντια θέση :

$$\Sigma\tau_{(\Gamma)}=I_{ολ(\Gamma)}\alpha_{γων} \xrightarrow{(2)} mg\ell+Mg\frac{\ell}{2}=\left(\frac{M}{3}+m\right)\ell^2\alpha_{γων} \Leftrightarrow \frac{(2m+M)g}{2}=\frac{(M+3m)\alpha_{γων}}{3}\cdot\ell \Leftrightarrow$$

$$\ell=\frac{3(2m+M)g}{2(M+3m)\alpha_{γων}} \Rightarrow \ell=\frac{3\cdot(2+1)\cdot 10}{2\cdot(1+3)\cdot 3,75}m \Rightarrow \ell=3m.$$

Δ3.

Κάποια χρονική στιγμή που το σύστημα έχει γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω, η κινητική ενέργεια του σφαιριδίου και η κινητική ενέργεια του συστήματος λόγω της περιστροφής δίνονται από τις σχέσεις :

$$K_\sigma=\frac{1}{2}I_{\sigma(\Gamma)}\omega^2 \Rightarrow K_\sigma=\frac{1}{2}m\ell^2\omega^2.$$

$$K_{ολ}=\frac{1}{2}I_{ολ(\Gamma)}\omega^2 \Rightarrow K_{ολ}=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{M+3m}{3}\right)\ell^2\omega^2.$$

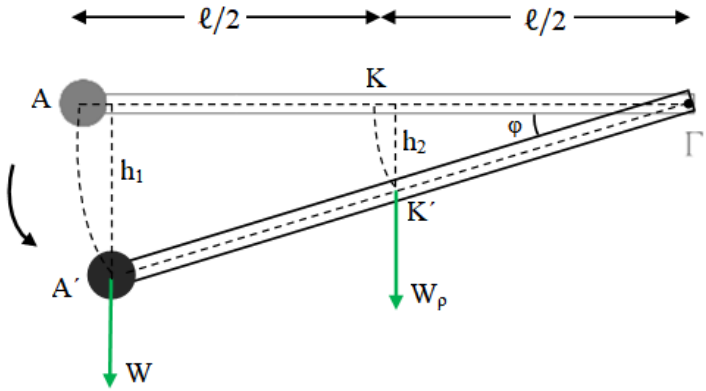
Το πηλίκο των κινητικών ενεργειών την ίδια χρονική στιγμή, είναι :

$$\frac{K_\sigma}{K_{ολ}} = \frac{\frac{1}{2}m\ell^2\omega^2}{\frac{1}{2}\left(\frac{M+3m}{3}\right)\ell^2\omega^2} \Rightarrow \frac{K_\sigma}{K_{ολ}} = \frac{3m}{M+3m} \Rightarrow \frac{K_\sigma}{K_{ολ}} = \frac{3}{4}.$$

Δ4.

$$(2) \Rightarrow I_{ολ(Γ)} = \left(\frac{1}{3}+1\right)\cdot 3^2\ Kgm^2 = \frac{4}{3}\cdot 9\,Kgm^2 = 12\,Kgm^2.$$

Από τη στιγμή που αφήνεται η ράβδος μέχρι να στραφεί κατά γωνία φ, το σφαιρίδιο μετακινείται κατακόρυφα κατά $h_1 = \ell ημφ$ ενώ το μέσο της ράβδου κατά $h_2 = \frac{\ell}{2}ημφ$.



Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την περιστροφή του συστήματος ράβδος – σφαιρίδιο κατά γωνία φ :

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2}I_{ολ(Γ)}\omega^2 - 0 = mgh_1 + Mgh_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}I_{ολ(Γ)}\omega^2 = mg\ell ημφ + Mg\frac{\ell}{2}ημφ \Leftrightarrow$$

$$\omega^2 = \frac{(2m+M)g\ell ημφ}{I_{ολ(Γ)}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{(2+1)\cdot 10\cdot 3\cdot 0,3}{12}}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 1,5\frac{rad}{s}.$$

Στη θέση αυτή, το μέτρο της στροφορμής του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής είναι :

$$L_{ολ(Γ)} = I_{ολ(Γ)}\omega \Rightarrow L_{ολ(Γ)} = \left(12\,Kgm^2\right)\cdot\left(1,5\frac{rad}{s}\right) \Rightarrow L_{ολ(Γ)} = 18\frac{Kgm^2}{s}.$$

Σχόλιο

Οι διατυπώσεις «. . . στερεώνεται σημειακή μάζα m . . .», «. . . της κινητικής ενέργειας της μάζας m . . .» δεν είναι σωστές.

Η μάζα είναι φυσικό μέγεθος και όχι σώμα.

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΔΕΥΤΕΡΑ 25 ΜΑΪΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις **1-4** *και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

1. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο.

α. η ενέργεια του ταλαντωτή είναι συνεχώς σταθερή.

β. η συχνότητα αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου.

γ. ο λόγος δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός.

δ. το πλάτος μειώνεται γραμμικά με τον χρόνο.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σε κάθε φθίνουσα ταλάντωση **η ενέργεια του ταλαντωτή μειώνεται** με το χρόνο (εξαιτίας των αποσβέσεων) με αποτέλεσμα να μειώνεται και το πλάτος της ταλάντωσης.

Αφού το πλάτος της φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο ($A = A_o e^{-\Lambda t}$), η δύναμη αντίστασης (αλγεβρική τιμή) είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_\alpha = -bu$) άρα **η περίοδος και η συχνότητα της ταλάντωσης είναι σταθερές.**

Όταν το πλάτος της φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο ($A = A_o e^{-\Lambda t}$), **το πηλίκο δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση είναι σταθερό** :

$$\frac{A_o}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \ldots = \frac{A_N}{A_{N+!}} = \text{σταθερό.}$$

Απόδειξη

$$\left.\begin{array}{l} \text{Για } t = N\cdot T \;\Rightarrow\; A_N = A_o e^{-\Lambda NT} \\ \text{Για } t = (N+1)\cdot T \;\Rightarrow\; A_{N+1} = A_o e^{-\Lambda (N+1)T} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{A_N}{A_{N+1}} = \frac{A_o e^{-\Lambda NT}}{A_o e^{-\Lambda (N+1)T}} = e^{\Lambda T} = \text{σταθερό.}$$

Σχόλιο

Η απάντηση στο ερώτημα δ είναι προφανώς λανθασμένη και άστοχη.

Αφού το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο δεν μπορεί να μειώνεται και γραμμικά με το χρόνο.

2. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση η απομάκρυνση και η επιτάχυνση την ίδια χρονική στιγμή

α. έχουν πάντα αντίθετο πρόσημο.

β. έχουν πάντα το ίδιο πρόσημο.

γ. θα έχουν το ίδιο ή αντίθετο πρόσημο ανάλογα με την αρχική φάση της απλής αρμονικής ταλάντωσης.

δ. μερικές φορές έχουν το ίδιο και άλλες φορές έχουν αντίθετο πρόσημο.

Μονάδες 5

Απάντηση

Στην απλή αρμονική ταλάντωση, η αλγεβρική τιμή της απομάκρυνσης και της επιτάχυνσης δίνονται από τις εξισώσεις :

$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$ (1)

$\alpha = -\omega^2 A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$ (2)

Από το συνδυασμό των εξισώσεων (1), (2) προκύπτει η σχέση : $\alpha = -\omega^2 x$. (3)

Σύμφωνα με τη σχέση (3), **η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης και της απομάκρυνσης την ίδια στιγμή έχουν πάντοτε αντίθετο πρόσημο** (δηλαδή τα διανύσματα της επιτάχυνσης και της απομάκρυνσης έχουν πάντοτε αντίθετες φορές).

Σωστή απάντηση : α.

3. Σε στάσιμο κύμα δύο σημεία του ελαστικού μέσου βρίσκονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών. Τότε τα σημεία αυτά έχουν

α. διαφορά φάσης π.

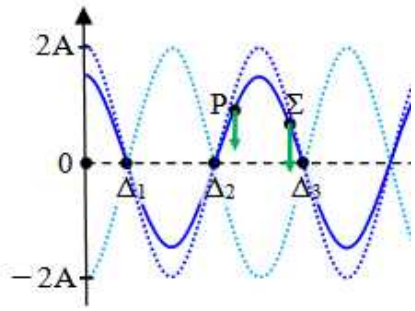
β. την ίδια φάση.

γ. διαφορά φάσης που εξαρτάται από την απόστασή τους.

δ. διαφορά φάσης $\frac{\pi}{2}$.

Μονάδες 5

Απάντηση



Τα σημεία του ελαστικού μέσου που βρίσκονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών του στάσιμου κύματος **έχουν πάντοτε την ίδια φάση** (διέρχονται συγχρόνως από τη θέση ισορροπίας κινούμενα προς την ίδια φορά και φτάνουν συγχρόνως στις αντίστοιχες ακραίες θέσεις της ταλάντωσής τους).

Σωστή απάντηση : β.

4. Η περίοδος ταλάντωσης ενός ιδανικού κυκλώματος ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC είναι Τ. Διατηρώντας το ίδιο πηνίο, αλλάζουμε τον πυκνωτή χωρητικότητας C_1 με άλλον πυκνωτή χωρητικότητας $C_2=4C_1$. Τότε η περίοδος ταλάντωσης του νέου κυκλώματος θα είναι ίση με :

α. $\frac{T}{2}$. **β.** 3Τ. **γ.** 2Τ. **δ.** $\frac{T}{4}$.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η περίοδος ταλάντωσης του αρχικού κυκλώματος LC_1 δίνεται από τη σχέση : $T = 2\pi\sqrt{LC_1}$. (1)

Η περίοδος ταλάντωσης του νέου κυκλώματος LC_2 δίνεται από τη σχέση :

$$T' = 2\pi\sqrt{LC_2} = 2\pi\sqrt{L\cdot 4C_1} = 2\cdot\left(2\pi\sqrt{LC_1}\right) \xrightarrow{(1)} T' = 2T.$$

Σωστή απάντηση : γ.

5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη* ***Σωστό****, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη* ***Λάθος****, για τη λανθασμένη.*

α. Κατά την είσοδο μονοχρωματικής ακτίνας φωτός από τον αέρα στο νερό είναι δυνατόν να επιτευχθεί ολική ανάκλαση.

β. Όταν ένας παρατηρητής πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα μια ακίνητη ηχητική πηγή, τότε ακούει ήχο μικρότερης συχνότητας (βαρύτερο) από αυτόν που παράγει η πηγή.

γ. Στα στάσιμα κύματα, τα σημεία που παρουσιάζουν μέγιστο πλάτος ταλάντωσης ονομάζονται κοιλίες.

δ. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση, η συχνότητα της ταλάντωσης ισούται με τη συχνότητα του διεγέρτη.

ε. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος δεν εξαρτάται από τον άξονα περιστροφής του σώματος.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Λάθος.

Ολική ανάκλαση μπορεί να συμβεί όταν η ακτίνα διαδίδεται από ένα οπτικά πυκνότερο σε ένα οπτικά αραιότερο υλικό (π.χ. από το νερό στον αέρα) :

$$n_1 \eta\mu\theta_c = n_2 \eta\mu 90^o \;\Leftrightarrow\; \eta\mu\theta_c = \frac{n_2}{n_1}. \qquad (1)$$

Όμως : $\eta\mu\theta_c < 1 \xrightarrow{(1)} \frac{n_2}{n_1} < 1 \;\Leftrightarrow\; n_2 < n_1$.

β. Λάθος.

Όταν ο παρατηρητής πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ_A την ακίνητη ηχητική πηγή, ακούει ήχο μεγαλύτερης συχνότητας από αυτόν που παράγει η πηγή :

$$f_A = \frac{\upsilon + \upsilon_A}{\upsilon} \cdot f_s \;\Rightarrow\; f_A > f_s .$$

γ. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 52.

δ. Σωστό.

Σε μία εξαναγκασμένη ταλάντωση στην οποία η διεγείρουσα δύναμη είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)$] και η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_\alpha = -b\upsilon$), η συχνότητα της ταλάντωσης είναι ίση με τη συχνότητα του διεγέρτη : $f = f_\delta$.

Σχόλιο

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι η διεγείρουσα δύναμη είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_{\delta} = F_{max}$συν$(2\pi f_{\delta} t)$] και η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_{\alpha} = -$ bυ).

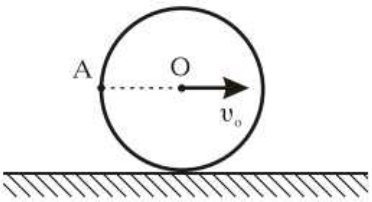
ε. Λάθος.

Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος εξαρτάται από τις αποστάσεις των στοιχειωδών μαζών του στερεού από τον άξονα περιστροφής $\left(I = \sum_{i=1}^{i=N} m_i r_i^2 \right)$, επομένως εξαρτάται από τη θέση του άξονα περιστροφής.

ΘΕΜΑ 2ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Ο δίσκος του σχήματος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου του Ο είναι υ_o. Το σημείο Α βρίσκεται στην περιφέρεια του δίσκου και το ΑΟ είναι οριζόντιο.



Η ταχύτητα του σημείου Α έχει μέτρο

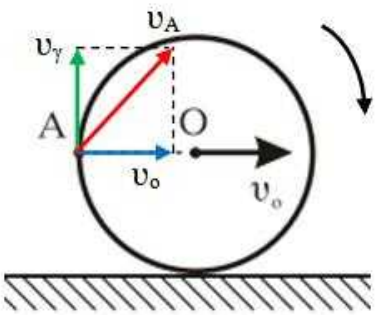
α. $\upsilon_A=2\,\upsilon_o$ **β.** $\upsilon_A=\sqrt{2}\upsilon_o$ **γ.** $\upsilon_A=\upsilon_o$

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Απάντηση



Κατά τη διάρκεια της κύλισης του δίσκου κάθε σημείο της περιφέρειας έχει δύο συνιστώσες ταχύτητες :

1) την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_o$ του κέντρου μάζας λόγω της μεταφορικής κίνησης,

2) τη γραμμική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_\gamma$ λόγω της περιστροφής γύρω από τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο του δίσκου και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

Αφού ο δίσκος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, ισχύει η σχέση : $\upsilon_o = \upsilon_\gamma = \omega R$.

Για το σημείο Α τα διανύσματα των ταχυτήτων είναι κάθετα μεταξύ τους : $\vec{\upsilon}_o \perp \vec{\upsilon}_\gamma$.

Επομένως, το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_A$ υπολογίζεται με το Πυθαγόρειο θεώρημα :

$$\upsilon_A = \sqrt{\upsilon_o^2 + \upsilon_\gamma^2} \xrightarrow{\upsilon_o=\upsilon_\gamma} \upsilon_A = \sqrt{\upsilon_o^2 + \upsilon_o^2} = \sqrt{2\upsilon_o^2} \Rightarrow \upsilon_A = \upsilon_o\sqrt{2}.$$

Σωστή απάντηση : β.

2. Σώμα μάζας m_A κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου υ_A και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_B=2m_A$. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων, η οποία παρατηρήθηκε κατά την κρούση, είναι:

α. $\Delta K=-\frac{m_A\upsilon_A^2}{6}$. **β.** $\Delta K=-\frac{m_A\upsilon_A^2}{3}$. **γ.** $\Delta K=-\frac{2m_A\upsilon_A^2}{3}$.

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Απάντηση

Το σύστημα των δύο σωμάτων είναι μονωμένο άρα η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή.

Ορίζω σαν θετική τη φορά της $\vec{\upsilon}_A$ και εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής (αλγεβρικά) :

$$p_{ολ(μετά)} = p_{ολ(πριν)} \Rightarrow (m_A + 2m_A)V = m_A\upsilon_A \Leftrightarrow 3m_AV = m_A\upsilon_A \Leftrightarrow V = \frac{\upsilon_A}{3}. \quad (1)$$

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος λόγω της κρούσης, είναι :

$$\Delta K = K_{μετά} - K_{πριν} = \frac{1}{2}(m_A + 2m_A)V^2 - \frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2 \xrightarrow{(1)} \Delta K = \frac{1}{2}(3m_A)\frac{\upsilon_A^2}{9} - \frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2 \Rightarrow$$

$$\Delta K = \frac{m_A\upsilon_A^2}{6} - \frac{m_A\upsilon_A^2}{2} = \frac{m_A\upsilon_A^2 - 3m_A\upsilon_A^2}{6} \Rightarrow \Delta K = -\frac{m_A\upsilon_A^2}{3}.$$

Σωστή απάντηση : β.

3. Υλικό σημείο Σ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α και κυκλικής συχνότητας ω. Η μέγιστη τιμή του μέτρου της ταχύτητάς του είναι $υ_o$ και του μέτρου της επιτάχυνσής του είναι $α_o$. Αν x, υ, α είναι τα μέτρα της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του Σ αντίστοιχα, τότε σε κάθε χρονική στιγμή ισχύει:

α. $υ^2=ω(A^2-x^2)$. **β.** $x^2=ω^2(α_o^2-α^2)$. **γ.** $α^2=ω^2(υ_o^2-υ^2)$.

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Από τις χρονικές εξισώσεις των μεγεθών x, υ, α προκύπτουν οι σχέσεις :

$$x = Aημ(ωt+φ_o) \Leftrightarrow ημ(ωt+φ_o)=\frac{x}{A}. \quad (1)$$

$$υ = υ_o συν(ωt+φ_o) \Leftrightarrow συν(ωt+φ_o)=\frac{υ}{υ_o}. \quad (2)$$

$$α = -α_o ημ(ωt+φ_o) \Leftrightarrow ημ(ωt+φ_o)=-\frac{α}{α_o}. \quad (3)$$

Ισχύει : $ημ^2(ωt+φ_0)+συν^2(ωt+φ_o)=1 \xrightarrow{(1),(2)} \frac{x^2}{A^2}+\frac{υ^2}{υ_o^2}=1 \xrightarrow{υ_o=ωA} \frac{x^2}{A^2}+\frac{υ^2}{ω^2A^2}=1$

$\Leftrightarrow \quad ω^2x^2+υ^2=ω^2A^2 \quad \Leftrightarrow \quad υ^2=ω^2(A^2-x^2)$.

[α, β : Λάθος]

Όμοια : $ημ^2(ωt+φ_o)+συν^2(ωt+φ_o)=1 \xrightarrow{(2),(3)} \frac{α^2}{α_o^2}+\frac{υ^2}{υ_o^2}=1 \xrightarrow{α_o=ωυ_o} \frac{α^2}{ω^2υ_o^2}+\frac{υ^2}{υ_o^2}=1$

$\Leftrightarrow \quad α^2+ω^2υ^2=ω^2υ_o^2 \quad \Leftrightarrow \quad α^2=ω^2υ_o^2-ω^2υ^2 \quad \Leftrightarrow \quad α^2=ω^2\left(υ_o^2-υ^2\right)$.

Σωστή απάντηση : γ.

Σχόλια

1) Ο όρος «κυκλική συχνότητα» έχει αντικατασταθεί με τον όρο «γωνιακή συχνότητα».

2) Οι μέγιστες τιμές του μέτρου της ταχύτητας και της επιτάχυνσης συμβολίζονται $υ_{max}$, $α_{max}$ αντίστοιχα και όχι $υ_o$, $α_o$.

ΘΕΜΑ 3ο

Η εξίσωση ενός γραμμικού αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του άξονα x΄x είναι:

$$y=0,4\eta\mu 2\pi(2t-0,5x) \quad (S.I.)$$

Να βρείτε:

α. Το μήκος κύματος λ και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος υ.

Μονάδες 6

β. Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου.

Μονάδες 6

γ. Τη διαφορά φάσης που παρουσιάζουν την ίδια χρονική στιγμή δύο σημεία του ελαστικού μέσου, τα οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση ίση με 1,5 m.

Μονάδες 6

δ. Για τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{11}{8}$ s να βρείτε την εξίσωση που περιγράφει το στιγμιότυπο του κύματος, και στη συνέχεια να το σχεδιάσετε.

(Το στιγμιότυπο του κύματος να σχεδιαστεί με στυλό ή μολύβι στο μιλιμετρέ).

Μονάδες 7

Απάντηση

α.

Η εξίσωση ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x έχει τη μορφή : $y = A\eta\mu 2\pi\left(f\cdot t-\frac{x}{\lambda}\right)$. (1)

Από τη σύγκριση της δοθείσας εξίσωσης με την εξίσωση (1), προκύπτουν οι τιμές :

$A = 0,4\ \text{m}, \quad f = 2\ \text{Hz}, \quad \frac{1}{\lambda} = 0,5\,\text{m}^{-1} \Rightarrow \lambda = 2\,\text{m}.$

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής :

$$\upsilon = \lambda f \Rightarrow \upsilon = (2\,\text{m})\left(2\,\text{s}^{-1}\right) \Rightarrow \upsilon = 4\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

β.

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης των σημείων του μέσου είναι :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi\cdot 2\,\text{Hz} \Rightarrow \omega = 4\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων του μέσου υπολογίζεται από τη σχέση :

$$\upsilon_{max} = \omega A \;\Rightarrow\; \upsilon_{max} = \left(4\pi \frac{rad}{s}\right)(0,4\,m) \;\Rightarrow\; \upsilon_{max} = 1,6\pi \frac{m}{s}.$$

γ.

Θεωρώ δύο σημεία Κ, Λ στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος, με τετμημένες $x_\Lambda > x_K$, των οποίων οι θέσεις ισορροπίας απέχουν απόσταση $d = x_\Lambda - x_K = 1,5$ m.

Από τη στιγμή που έχει διαδοθεί το κύμα στα δύο σημεία, οι φάσεις των σημείων δίνονται από τις σχέσεις :

$\varphi_K = 2\pi(2t - 0,5x_K)$, (S.I.) $\qquad$ $\varphi_\Lambda = 2\pi(2t - 0,5x_\Lambda)$, (S.I.)

Η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Κ, Λ είναι :

$\Delta\varphi = \varphi_K - \varphi_\Lambda = 2\pi(2t - 0,5x_K) - 2\pi(2t - 0,5x_\Lambda) = 2\pi(0,5x_\Lambda - 0,5x_K) \;\Rightarrow\; \Delta\varphi = \pi(x_\Lambda - x_K) \;\Rightarrow$

$\Delta\varphi = \pi d \;\Rightarrow\; \Delta\varphi = 1,5\pi$ rad.

δ.

Από την εξίσωση του κύματος $y = 0,4\eta\mu 2\pi(2t - 0,5x)$, προκύπτει η εξίσωση του στιγμιότυπου τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{11}{8}$s :

$$y = 0,4\eta\mu 2\pi(2\cdot\frac{11}{8} - 0,5x) \;\Rightarrow\; y = 0,4\eta\mu 2\pi\left(\frac{11}{4} - 0,5x\right). \text{ (S.I.)} \qquad (2)$$

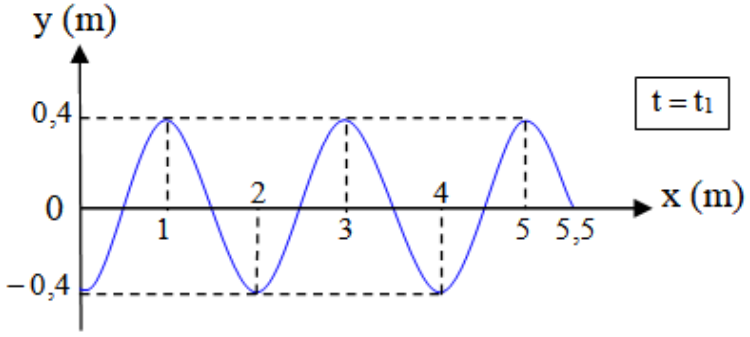
$$\text{Για } x = 0 \xrightarrow{(2)} y_O = 0,4\eta\mu\frac{11\pi}{2} = 0,4\eta\mu\left(4\pi + \frac{3\pi}{2}\right) = 0,4\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2}\right) \;\Rightarrow\; y_O = -0,4\,m.$$

Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{11}{8}$s το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση :

$$x_1 = \upsilon t_1 = \left(4\frac{m}{s}\right)\left(\frac{11}{8}s\right) \;\Rightarrow\; x_1 = 5,5\,m.$$

Ισχύει : $\frac{x_1}{\lambda} = \frac{5,5\,m}{2\,m} = 2,75 \;\Rightarrow\; x_1 = 2\lambda + \frac{3\lambda}{4}$.

Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{11}{8}$s απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



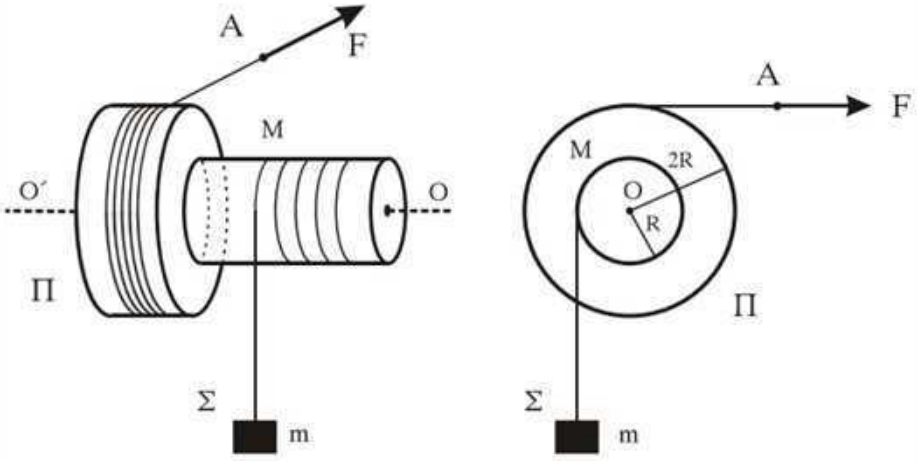
Σχόλια

1) Η αρχή της εκφώνησης έπρεπε να έχει τη διατύπωση : «Η εξίσωση ενός **εγκάρσιου** αρμονικού κύματος . . . ».

2) Στο ερώτημα γ, η εκφώνηση έπρεπε να ζητά **τη διαφορά φάσης δύο σημείων του μέσου των οποίων οι θέσεις ισορροπίας απέχουν απόσταση 1,5 m, αφού έχει διαδοθεί το κύμα στα δύο σημεία**.

ΘΕΜΑ 4ο

Στερεό Π μάζας M=10 kg αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και 2R, όπου R=0,2 m όπως στο σχήμα. Η ροπή αδράνειας του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I=MR^2$. Το στερεό Π περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα Ο΄Ο, που συμπίπτει με τον άξονά του. Το σώμα Σ μάζας m=20 kg κρέμεται από το ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας R. Γύρω από το τμήμα του στερεού Π με ακτίνα 2R είναι τυλιγμένο πολλές φορές νήμα, στο ελεύθερο άκρο Α του οποίου μπορεί να ασκείται οριζόντια δύναμη F.



α. Να βρείτε το μέτρο της αρχικής δύναμης F_o που ασκείται στο ελεύθερο άκρο Α του νήματος, ώστε το σύστημα που εικονίζεται στο σχήμα να παραμένει ακίνητο.

Μονάδες 3

Τη χρονική στιγμή $t_o=0$ που το σύστημα του σχήματος είναι ακίνητο, αυξάνουμε τη δύναμη ακαριαία έτσι ώστε να γίνει F=115 N.

β. Να βρείτε την επιτάχυνση του σώματος Σ.

Μονάδες 5

Για τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ έχει ανέλθει κατά h=2 m, να βρείτε:

γ. Το μέτρο της στροφορμής του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Μονάδες 6

δ. Τη μετατόπιση του σημείου Α από την αρχική του θέση.

Μονάδες 6

ε. Το ποσοστό του έργου της δύναμης F που μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια του στερεού Π κατά τη μετατόπιση του σώματος Σ κατά h.

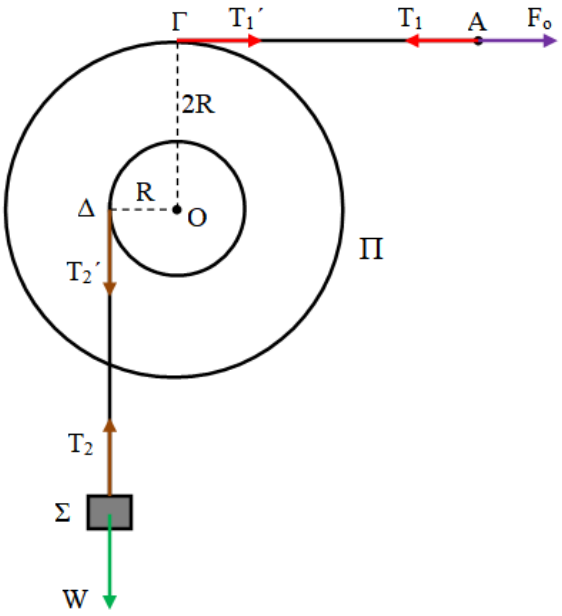
Μονάδες 5

Δίνεται $g=10\ m/s^2$.

Το συνολικό μήκος κάθε νήματος παραμένει σταθερό.

Απάντηση

α.



Όταν στο άκρο Α του οριζόντιου νήματος ασκείται οριζόντια δύναμη μέτρου F_o, το σύστημα ισορροπεί.

Η τάση του οριζόντιου νήματος στο Α έχει μέτρο

$T_1 = F_o$. (1) (δράση – αντίδραση)

Αφού η μάζα του οριζόντιου νήματος είναι ασήμαντη, η δύναμη που ασκεί το νήμα στο σημείο Γ έχει μέτρο :

$T_1' = T_1 \xrightarrow{(1)} T_1' = F_o$. (2)

Το σώμα Σ ισορροπεί, άρα ισχύει :

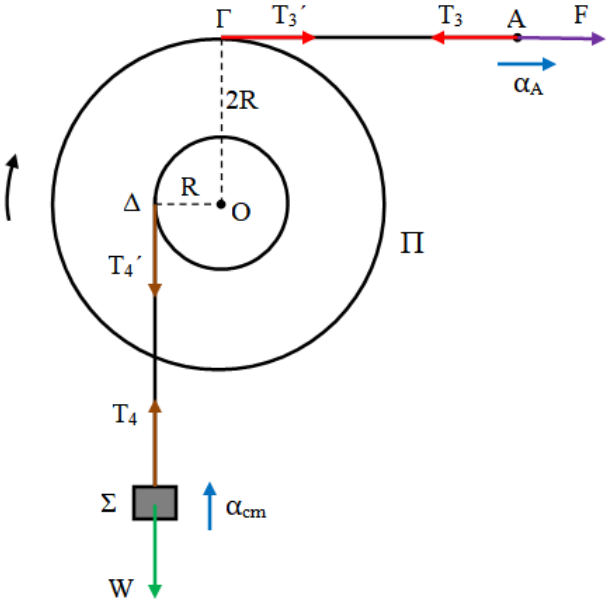
$\Sigma F_1 = 0 \Leftrightarrow T_2 - W = 0 \Rightarrow T_2 = mg$. (3)

Αφού η μάζα του κατακόρυφου νήματος είναι ασήμαντη, η δύναμη που ασκεί το νήμα στο στερεό έχει μέτρο : $T_2' = T_2 \xrightarrow{(3)} T_2' = mg$. (4)

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής του στερεού :

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Leftrightarrow T_2'R - T_1'(2R) = 0 \Leftrightarrow T_2' = 2T_1' \xrightarrow{(2),\,(4)} mg = 2F_o \Leftrightarrow F_o = \frac{mg}{2} \Rightarrow F_o = 100\,N.$$

Δ2.



Αυξάνοντας το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, το άκρο Α του οριζόντιου νήματος κινείται με επιτάχυνση μέτρου α_A προς τα δεξιά, το στερεό περιστρέφεται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ και το σώμα κινείται προς τα πάνω με επιτάχυνση μέτρου α_{cm}.

Αφού το κατακόρυφο νήμα τυλίγεται στην περιφέρεια του κυλίνδρου ακτίνας R χωρίς να ολισθαίνει, ισχύει :

$\alpha_{cm} = R\alpha_{\gamma\omega\nu}$. (5)

Για τα μέτρα των τάσεων των νημάτων ισχύουν οι σχέσεις :

$T_3' = T_3 = F$. (6)

$T_4' = T_4$. (7)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για το στερεό :

$\Sigma\tau_{(O)} = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_3'(2R) - T_4'R = MR^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{(6),\,(7)} 2F - T_4 = MR\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{(5)}$

$2F - T_4 = M\alpha_{cm}$. (8)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για το σώμα :

$\Sigma F_1 = m\alpha_{cm} \Leftrightarrow T_4 - mg = m\alpha_{cm}$. (9)

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (8), (9) :

$$2F - T_4 + T_4 - mg = M\alpha_{cm} + m\alpha_{cm} \Leftrightarrow 2F - mg = (M+m)\alpha_{cm} \Leftrightarrow \alpha_{cm} = \frac{2F - mg}{M+m} \Rightarrow$$

$$\alpha_{cm} = \frac{2\cdot 115 - 20\cdot 10}{10+20}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha_{cm} = 1\frac{m}{s^2}.$$

γ.

Το σώμα Σ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_o = 0$).

Μέχρι τη χρονική στιγμή t έχει διανύσει απόσταση h. Ισχύει :

$$h = \frac{1}{2}\alpha_{cn}t^2 \Leftrightarrow t^2 = \frac{2h}{\alpha_{cn}} \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{\alpha_{cn}}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\cdot 2}{1}}s \Rightarrow t = 2s.$$

Από τη σχέση (5) υπολογίζω το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του στερεού :

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{1\frac{m}{s^2}}{0,2\,m} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 5\frac{rad}{s^2}.$$

Τη χρονική στιγμή $t = 2$ s το στερεό έχει γωνιακή ταχύτητα μέτρου :

$$\omega = \alpha_{\gamma\omega\nu}t \Rightarrow \omega = \left(5\frac{rad}{s^2}\right)(2s) \Rightarrow \omega = 10\frac{rad}{s}.$$

Την ίδια χρονική στιγμή, το μέτρο της στροφορμής του στερεού είναι :

$$L = I\omega = MR^2\omega \Rightarrow L = 10\cdot 0,2^2\cdot 10\frac{Kgm^2}{s} \Rightarrow L = 4\frac{Kgm^2}{s}.$$

δ.

Το άκρο Α του οριζόντιου νήματος έχει επιτάχυνση ίσου μέτρου με το σημείο επαφής Γ του νήματος στην περιφέρεια του στερεού. Αφού το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει, ισχύει :

$$\alpha_A = \alpha_\Gamma = \alpha_{\gamma\omega\nu}(2R) \Rightarrow \alpha_A = 2\cdot\left(5\frac{rad}{s^2}\right)(0,2\,m) \Rightarrow \alpha_A = 2\frac{m}{s^2}.$$

Το σημείο Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_o = 0$).

Το μέτρο της μετατόπισης του Α μέχρι τη χρονική στιγμή t είναι :

$$\Delta x_A = \frac{1}{2}\alpha_A t^2 \Rightarrow \Delta x_A = \frac{1}{2}\left(2\frac{m}{s^2}\right)\left(4s^2\right) \Rightarrow \Delta x_A = 4\,m.$$

ε.

Μέχρι τη χρονική στιγμή $t = 2\ s$, η δύναμη $\vec{F}$ παράγει έργο :

$W_F = F(\Delta x) = (115\ N)(4\ m) \Rightarrow W_F = 460\ J.$

Τη χρονική στιγμή $t = 2\ s$, το στερεό έχει κινητική ενέργεια :

$$K_\Sigma = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} MR^2\omega^2 \Rightarrow K_\Sigma = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,04 \cdot 100\,J \Rightarrow K_\Sigma = 20\,J.$$

Το ποσοστό του έργου της δύναμης $\vec{F}$ που μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια του στερεού μέχρι τη χρονική στιγμή $t = 2\ s.$ είναι :

$$\Pi(\%) = \frac{K_\Sigma}{W_F} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi(\%) = \frac{20}{460} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi(\%) = \frac{100}{23}\% \quad \text{ή} \quad \Pi(\%) \cong 4,35\%.$$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 11 ΙΟΥΛΙΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)

ΘΕΜΑ 1ο

*Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις ακόλουθες ημιτελείς προτάσεις, **1-4**, και δίπλα της το γράμμα που αντιστοιχεί στο σωστό συμπλήρωμά της.*

1. Η ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών:

α. είναι πάντα μη κεντρική.

β. είναι πάντα πλαστική.

γ. είναι πάντα κεντρική.

δ. είναι κρούση, στην οποία πάντα μέρος της κινητικής ενέργειας των δύο σφαιρών μετατρέπεται σε θερμότητα.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : δ.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 156.

2. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα:
   α. είναι εγκάρσια και διαμήκη.
   β. είναι μόνο εγκάρσια.
   γ. είναι μόνο διαμήκη.
   δ. είναι μόνο στάσιμα.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : β.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 57.

3. Ραδιοφωνικός δέκτης περιέχει ιδανικό κύκλωμα LC για την επιλογή σταθμών. Ένας ραδιοφωνικός σταθμός εκπέμπει σε συχνότητα μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα του ιδανικού κυκλώματος LC. Για να συντονιστεί ο δέκτης με τον σταθμό πρέπει:

α. να αυξήσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή.

β. να μειώσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή.

γ. να μειώσουμε τον συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου.

δ. να μειώσουμε τον συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου και τη χωρητικότητα του πυκνωτή.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η ιδιοσυχνότητα ενός κυκλώματος LC δίνεται από τη σχέση : $f_o = \frac{1}{T_o} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. (1)

Αφού η συχνότητα εκπομπής του σταθμού είναι $f < f_o$, για να συντονιστεί ο δέκτης με το σταθμό ($f = f_o'$) πρέπει να μειωθεί η τιμή της f_o.

Επομένως, **πρέπει να αυξηθεί η τιμή** του συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου ή **της χωρητικότητας του πυκνωτή**.

Σωστή απάντηση : α.

4. Στη χορδή μιας κιθάρας, της οποίας τα άκρα είναι σταθερά στερεωμένα, δημιουργείται στάσιμο κύμα. Το μήκος της χορδής είναι ίσο με L. Τέσσερα (4) συνολικά σημεία (μαζί με τα άκρα) παραμένουν συνεχώς ακίνητα. Αν λ είναι το μήκος κύματος των κυμάτων από τη συμβολή των οποίων προήλθε το στάσιμο κύμα, τότε:

α. $L = 3\lambda$

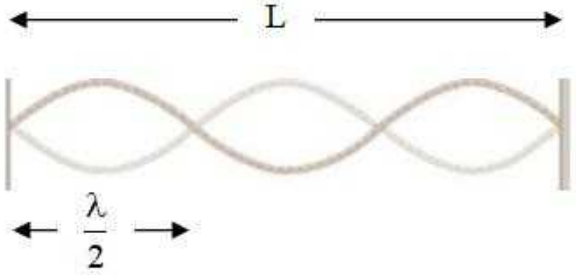
β. $L = 2\lambda$

γ. $L = \frac{3\lambda}{2}$

δ. $L = \frac{2\lambda}{3}$

Μονάδες 5

Απάντηση



Τα άκρα της χορδής είναι σταθερά στερεωμένα, άρα είναι δεσμοί του στάσιμου.

Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών είναι ίση με $\frac{\lambda}{2}$.

Επομένως, το μήκος της χορδής είναι : $L = 3 \cdot \frac{\lambda}{2}$.

Σωστή απάντηση : γ.

5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α. Η ροπή αδράνειας είναι διανυσματικό μέγεθος.

β. Σε μια πλαστική κρούση διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων.

γ. Η μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής στο σύστημα SI είναι το 1 kg m^2/s^2.

δ. Η ενέργεια ταλάντωσης ιδανικού κυκλώματος LC είναι ίση με $\frac{1}{2}Q^2C$, όπου Q το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή και C η χωρητικότητα του πυκνωτή.

ε. Η συχνότητα του διακροτήματος είναι μεγαλύτερη από κάθε μια από τις συχνότητες των δύο ταλαντώσεων που δημιουργούν το διακρότημα.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Λάθος.

β. Λάθος.

Σε κάθε πλαστική (ανελαστική) κρούση, η μηχανική ενέργεια του συστήματος μειώνεται.

γ. Σωστό.

Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής $\frac{dL}{dt}$ έχει μονάδα μέτρησης : $1\frac{\frac{Kgm^2}{s}}{s} = 1\frac{Kgm^2}{s^2}$.

δ. Λάθος.

Η ενέργεια ταλάντωσης ενός ιδανικού κυκλώματος LC είναι ίση με τη μέγιστη ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή : $E = U_{E(max)} = \frac{Q^2}{2C}$.

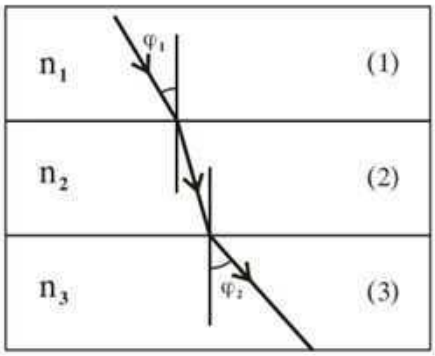
ε. Λάθος.

Η συχνότητα του διακροτήματος είναι ίση με την απόλυτη τιμή της διαφοράς των συχνοτήτων των δύο ταλαντώσεων : $f_\delta = |f_1 - f_2|$.

π.χ. αν $f_1 > f_2$, τότε : $f_\delta = f_1 - f_2 < f_1$.

ΘΕΜΑ 2ο

1. Λεπτή μονοχρωματική δέσμη φωτός διασχίζει διαδοχικά τα οπτικά μέσα (1), (2), (3), με δείκτες διάθλασης n_1, n_2, n_3 αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Αν $\varphi_2 > \varphi_1$, τότε :

α. $n_1 = n_3$ **β.** $n_1 < n_3$ **γ.** $n_1 > n_3$

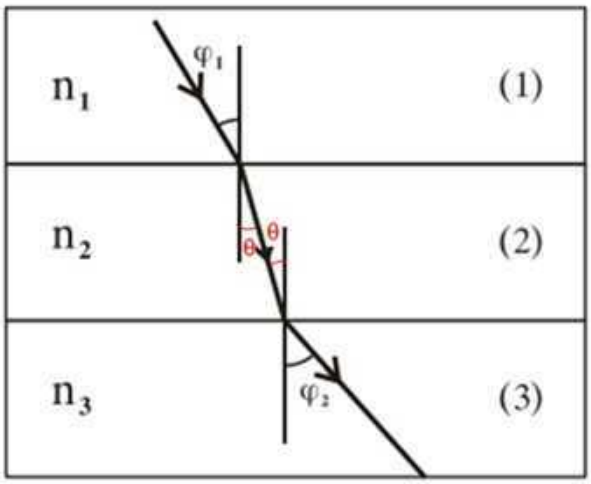
Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Απάντηση



Εφαρμόζω το νόμο του Snell για τη διάδοση της ακτινοβολίας από το μέσο (1) στο (2) :

$n_1 \eta\mu\varphi_1 = n_2 \eta\mu\theta$. (1)

Εφαρμόζω το νόμο του Snell για τη διάδοση της ακτινοβολίας από το μέσο (2) στο (3) :

$n_3 \eta\mu\varphi_2 = n_2 \eta\mu\theta$. (2)

Εξισώνω τα 1α μέλη των σχέσεων (1), (2) :

$$n_1 \eta\mu\varphi_1 = n_3 \eta\mu\varphi_2 \Leftrightarrow n_1 = n_3 \frac{\eta\mu\varphi_2}{\eta\mu\varphi_1}. \quad (3)$$

Αφού $\varphi_1 < \varphi_2 < 90^o \Rightarrow \eta\mu\varphi_1 < \eta\mu\varphi_2 \xrightarrow{(3)} n_1 > n_3$.

Σωστή απάντηση : γ.

2. Ηχητική πηγή S εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας f_S. Όταν η πηγή πλησιάζει με ταχύτητα μέτρου u ακίνητο παρατηρητή Α, κινούμενη στην ευθεία «πηγής-παρατηρητή», ο παρατηρητής Α αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας f_1. Όταν ο παρατηρητής Α, κινούμενος με ταχύτητα μέτρου u, πλησιάζει την ακίνητη πηγή S, κινούμενος στην ευθεία «πηγής-παρατηρητή», αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας f_2. Τότε είναι :

α. $f_1 > f_2$ **β.** $f_1 = f_2$ **γ.** $f_1 < f_2$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Απάντηση

Έστω υ το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης του ήχου στον αέρα.

Όταν η πηγή πλησιάζει τον ακίνητο παρατηρητή με ταχύτητα μέτρου u, αυτός αντιλαμβάνεται ήχο

συχνότητας : $f_1 = \frac{\upsilon}{\upsilon - u} \cdot f_s$. (1)

Όταν ο παρατηρητής πλησιάζει την ακίνητη πηγή με ταχύτητα μέτρου u, αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας:

$f_2 = \frac{\upsilon + u}{\upsilon} \cdot f_s$. (2)

Διαιρώ κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) :

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{\upsilon}{\upsilon - u} \cdot f_s}{\frac{\upsilon + u}{\upsilon} \cdot f_s} \Leftrightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{\upsilon^2}{\upsilon^2 - u^2} > 1 \Rightarrow f_1 > f_2 .$$

Σωστή απάντηση : α.

3. Χορεύτρια στρέφεται, χωρίς τριβές, έχοντας ανοιχτά τα δυο της χέρια με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω. Η χορεύτρια συμπτύσσοντας τα χέρια της αυξάνει το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της, σε $\frac{5}{2}\omega$. Ο λόγος της αρχικής προς την τελική ροπή αδράνειας της χορεύτριας, ως προς τον άξονα περιστροφής της, είναι:

α. 1 **β.** $\frac{5}{2}$ **γ.** $\frac{2}{5}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση



Το βάρος της χορεύτριας και η κάθετη δύναμη από το δάπεδο δεν προκαλούν ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής, άρα η συνισταμένη των εξωτερικών ροπών που ασκούνται στη χορεύρια είναι μηδενική.

Θεωρώντας θετική την αρχική στροφορμή, εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της στροφορμής :

$$L_{αρχ} = L_{τελ} \Leftrightarrow I_{αρχ}\omega = I_{τελ}\frac{5}{2}\omega \Leftrightarrow I_{αρχ} = \frac{5}{2}I_{τελ} \Leftrightarrow \frac{I_{αρχ}}{I_{τελ}} = \frac{5}{2}.$$

ΘΕΜΑ 3ο

Υλικό σημείο Σ εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, οι οποίες γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις εξισώσεις :

$$x_1=A\eta\mu\omega t \text{ και } x_2=A\eta\mu(\omega t+\frac{\pi}{3}),$$

με A = 4 cm και ω = 10 rad/s.

α. Να υπολογισθεί το πλάτος $A_{ολ}$ της συνισταμένης απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το Σ.

Μονάδες 6

β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που εκτελεί το Σ.

Μονάδες 6

γ. Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του Σ και να υπολογισθεί η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{15}$ s μετά από τη στιγμή t=0.

Μονάδες 6

δ. Να υπολογισθεί ο λόγος της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{120}$ s.

Δίνονται: $\eta\mu\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\eta\mu\frac{\pi}{4}=\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\eta\mu\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$, $\eta\mu A+\eta\mu B = 2\sigma\upsilon\nu\frac{A-B}{2}\eta\mu\frac{A+B}{2}$

Μονάδες 7

Απάντηση

α.

Η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο ταλαντώσεων είναι : $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{3}$.

Το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης υπολογίζεται από τη σχέση :

$$A_{ολ} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\varphi} = \sqrt{A^2 + A^2 + 2A^2\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}} = \sqrt{2A^2 + 2A^2\cdot\frac{1}{2}} \Rightarrow A_{ολ} = A\sqrt{3} \Rightarrow$$

$A_{ολ} = 4\sqrt{3}\,\text{cm}$ ή $A_{ολ} = 4\sqrt{3}\cdot 10^{-2}\,\text{m}$.

β.

Η συνισταμένη ταλάντωση και η 1η ταλάντωση παρουσιάζουν διαφορά φάσης θ, για την οποία ισχύει :

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{A_2\eta\mu\varphi}{A_1 + A_2\sigma\upsilon\nu\varphi} = \frac{A\eta\mu\frac{\pi}{3}}{A + A\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}} = \frac{A\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{A + A\cdot\frac{1}{2}} = \frac{A\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3A}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}.$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης της σύνθετης ταλάντωσης έχει τη μορφή : $x = A_{o\lambda}\eta\mu(\omega t + \theta)$.

Αντικαθιστώντας τις τιμές των μεγεθών, προκύπτει η εξίσωση :

$$x = 4\sqrt{3}\cdot 10^{-2}\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right). \quad (S.I.) \qquad (1)$$

γ.

Η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης έχει τη μορφή : $\upsilon = \omega A_{o\lambda}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \theta)$.

Αντικαθιστώντας τις τιμές των μεγεθών προκύπτει η εξίσωση :

$$\upsilon = 0,4\sqrt{3}\,\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right). \quad (S.I.) \qquad (2)$$

$$\text{Για} \quad t = \frac{\pi}{15}s \xrightarrow{(2)} \upsilon = 0,4\sqrt{3}\,\sigma\upsilon\nu\left(10\cdot\frac{\pi}{15} + \frac{\pi}{6}\right)\frac{m}{s} = 0,4\sqrt{3}\,\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right)\frac{m}{s} = 0,4\sqrt{3}\,\sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi}{6}\right)\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \upsilon = 0,4\sqrt{3}\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon = -0,6\frac{m}{s}.$$

δ.

Τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{120}s$:

$$(1) \Rightarrow x = 4\sqrt{3}\cdot 10^{-2}\eta\mu\left(10\cdot\frac{\pi}{120} + \frac{\pi}{6}\right)m = 4\sqrt{3}\cdot 10^{-2}\eta\mu\left(\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6}\right)m = 4\sqrt{3}\cdot 10^{-2}\eta\mu\left(\frac{\pi}{4}\right)m \Rightarrow$$

$$x = 4\sqrt{3}\cdot 10^{-2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}m \Rightarrow x = 2\sqrt{6}\cdot 10^{-2}\,m.$$

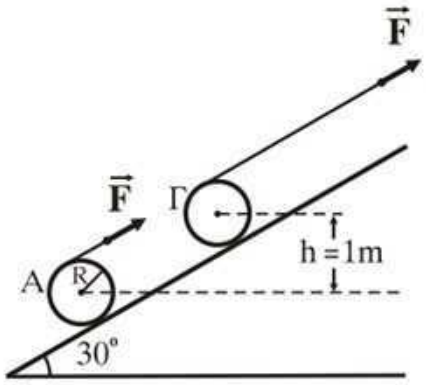
$$(2) \Rightarrow \upsilon = 0,4\sqrt{3}\,\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{4}\right)\frac{m}{s} = 0,4\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon = 0,2\sqrt{6}\frac{m}{s}.$$

Την ίδια χρονική στιγμή, το πηλίκο της κινητικής προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι :

$$\frac{K}{U_\tau} = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon^2}{\frac{1}{2}m\omega^2x^2} = \left(\frac{\upsilon}{\omega x}\right)^2 \Rightarrow \frac{K}{U_\tau} = \left(\frac{0,2\sqrt{6}}{10\cdot 2\sqrt{6}\cdot 10^{-2}}\right)^2 \Rightarrow \frac{K}{U_\tau} = 1.$$

ΘΕΜΑ 4ο

Στην επιφάνεια ενός ομογενούς κυλίνδρου μάζας M = 40 kg και ακτίνας R = 0,2 m, έχουμε τυλίξει λεπτό σχοινί αμελητέας μάζας, το ελεύθερο άκρο του οποίου έλκεται με σταθερή δύναμη F παράλληλη προς την επιφάνεια κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως 30°, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το σχοινί ξετυλίγεται χωρίς ολίσθηση, περιστρέφοντας ταυτόχρονα τον κύλινδρο. Ο κύλινδρος κυλίεται πάνω στην επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου χωρίς ολίσθηση.

α. Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης F, ώστε ο κύλινδρος να ανεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα.

Μονάδες 5

Αν αρχικά ο κύλινδρος είναι ακίνητος με το κέντρο μάζας του στη θέση A και στο ελεύθερο άκρο του σχοινιού ασκηθεί σταθερή δύναμη F = 130N, όπως στο σχήμα:

β. Να υπολογισθεί η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

Μονάδες 6

γ. Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του όταν το κέντρο μάζας του περνάει από τη θέση Γ του σχήματος, η οποία βρίσκεται h = 1m ψηλότερα από τη θέση A.

Μονάδες 7

δ. Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης F κατά τη μετακίνηση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου από τη θέση A στη θέση Γ και να δείξετε ότι αυτό ισούται με τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του κυλίνδρου κατά τη μετακίνηση αυτή.

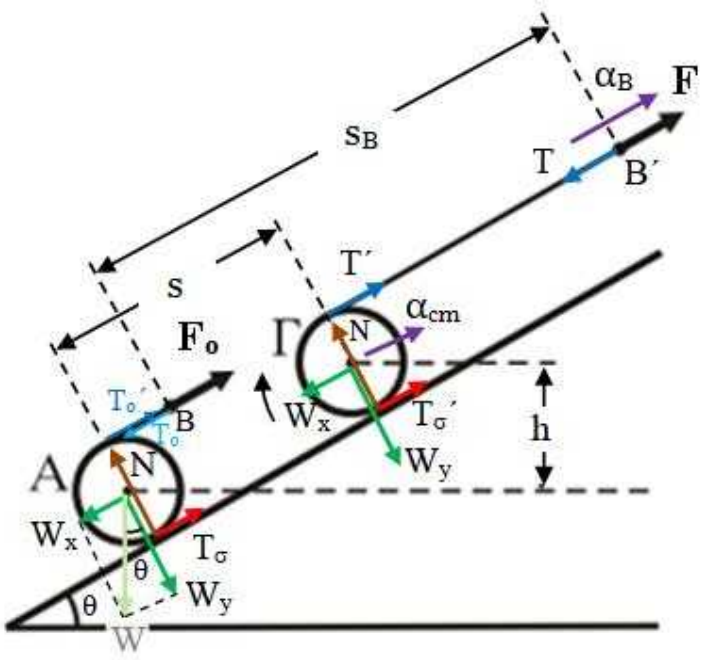
Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 m/s^2$, ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I = \frac{MR^2}{2}$, $\eta\mu 30^o = \frac{1}{2}$.

Μονάδες 7

Απάντηση

α.

Όταν η δύναμη έχει μέτρο F_o, το κέντρο μάζας του κυλίνδρου εκτελεί μεταφορική κίνηση με σταθερή ταχύτητα και ο κύλινδρος περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.



Η τάση του νήματος στο άκρο του Β έχει μέτρο : $T_o = F_o$ (1) (δράση – αντίδραση).

Αφού η μάζα του νήματος είναι ασήμαντη, οι δυνάμεις που ασκεί το νήμα έχουν ίσα μέτρα :

$$T_o' = T_o \xrightarrow{(1)} T_o' = F_o. \quad (2)$$

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής :

$$\Sigma\tau_{(K)} = 0 \Leftrightarrow T_o' \cdot R - T_\sigma \cdot R = 0 \Leftrightarrow T_o' = T_\sigma. \quad (3)$$

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων στον άξονα x΄x :

$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow T_o' + T_\sigma - W_x = 0. \quad (4)$$

Με συνδυασμό των σχέσων (3), (4) προκύπτει :

$$2T_o' - W_x = 0 \xrightarrow{(2)} 2F_o = Mg\eta\mu\varphi \Leftrightarrow F_o = \frac{Mg\eta\mu\varphi}{2} \Rightarrow F_o = \frac{40 \cdot 10 \cdot 0,5}{2}\,N \Rightarrow F_o = 100\,N.$$

β.

Το κέντρο μάζας του κυλίνδρου εκτελεί μεταφορική κίνηση με σταθερή επιτάχυνση μέτρου α_{cm}, ενώ ο κύλινδρος περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu}$.

Αφού η κύλιση γίνεται χωρίς ολίσθηση και το νήμα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου, ισχύει:

$\alpha_{cm} = R\alpha_{\gamma\omega\nu}$. (5)

Η τάση του νήματος στο άκρο του Β έχει μέτρο : $T = F$ (6) (δράση – αντίδραση).

Αφού η μάζα του νήματος είναι ασήμαντη, οι δυνάμεις που ασκεί το νήμα έχουν ίσα μέτρα :

$$T' = T \xrightarrow{(6)} T' = F. \quad (7)$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης ως προς τον άξονα περιστροφής :

$$\Sigma\tau_{(K)} = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T' \cdot R - T_\sigma' \cdot R = \frac{1}{2}MR^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T' - T_\sigma' = \frac{1}{2}MR\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{(5)}$$

$$T' - T_\sigma' = \frac{1}{2}M\alpha_{cm}. \quad (8)$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x΄x :

$\Sigma F_x = m\alpha_{cm} \Leftrightarrow T' + T_\sigma' - W_x = M\alpha_{cm}$. (9)

Με συνδυασμό των σχέσων (8), (9) προκύπτει :

$$2T' - W_x = \frac{3}{2}M\alpha_{cm} \xrightarrow{(7)} \alpha_{cm} = \frac{2\cdot(2F - Mg\eta\mu\varphi)}{3M} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2\cdot(2\cdot 130 - 40\cdot 10\cdot 0,5)}{3\cdot 40}\frac{m}{s^2} \Rightarrow$$

$$\alpha_{cm} = 1\frac{m}{s^2}.$$

γ.

Όταν το κέντρο μάζας του κυλίνδρου έχει ανέβει κατακόρυφα h = 1 m, έχει διανύσει διάστημα s.

Ισχύει :

$$\eta\mu\varphi = \frac{h}{s} \Leftrightarrow s = \frac{h}{\eta\mu\varphi} \Rightarrow s = \frac{1m}{0,5} \Rightarrow s = 2\,m.$$

Το κέντρο μάζας του κυλίνδρου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_o = 0$).

Έστω t η χρονική διάρκεια στην οποία διανύει το διάστημα s. Ισχύει :

$$s = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 \Leftrightarrow t^2 = \frac{2s}{\alpha_{cm}} \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{\alpha_{cm}}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\cdot 2}{1}}s \Rightarrow t = 2\,s.$$

Τη χρονική στιγμή t = 2 s, το κέντρο μάζας του κυλίνδρου έχει ταχύτητα μέτρου :

$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm}t \Rightarrow \upsilon_{cm} = \left(1\frac{m}{s^2}\right)(2s) \Rightarrow \upsilon_{cm} = 2\frac{m}{s}.$$

Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t = 2 s, είναι :

$$\omega = \frac{\upsilon_{cm}}{R} \Rightarrow \omega = \frac{2\frac{m}{s}}{0,2\,m} \Rightarrow \omega = 10\frac{rad}{s}.$$

Την ίδια χρονική στιγμή, ο κύλινδρος έχει στροφορμή μέτρου :

$$L = I\omega = \frac{1}{2}MR^2\omega \Rightarrow L = \frac{1}{2}\cdot 40\cdot 0,2^2\cdot 10\frac{Kgm^2}{s} \Rightarrow L = 8\frac{Kgm^2}{s}.$$

δ.

Η επιτάχυνση του άκρου Β του νήματος έχει ίσο μέτρο με την επιτάχυνση του σημείου του κυλίνδρου που απέχει απόσταση 2R από την επιφάνεια : $\alpha_B = 2R\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{(5)} \alpha_B = 2\alpha_{cm}$.

Επομένως, στη χρονική διάρκεια t = 2 s το σημείο Β διανύει διπλάσια απόσταση από το κέντρο μάζας : $s_B = 2s = 4$ m.

Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ είναι : $W_F = F\cdot s_B = (130\ N)(4m) \Rightarrow W_F = 520$ J.

Η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας κατά τη διαδρομή του κέντρου μάζας από το Α στο Γ, είναι :

$$\Delta E_{\mu} = E_{\mu(\Gamma)} - E_{\mu(A)} = \left(K_{\Gamma} + U_{\Gamma}\right) - \left(K_{A} + U_{A}\right) = K_{\Gamma} + \left(U_{\Gamma} - U_{A}\right) = \frac{1}{2} M\upsilon_{cm}^{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} MR^{2}\omega^{2} + Mgh$$

$$\xrightarrow{R\omega = \upsilon_{cm}} \Delta E_{\mu} = \frac{3}{4} M\upsilon_{cm}^{2} + Mgh \Rightarrow \Delta E_{\mu} = \left(\frac{3}{4} \cdot 40 \cdot 2^{2} + 40 \cdot 10 \cdot 1\right) J \Rightarrow \Delta E_{\mu} = 520\,J .$$

Επομένως : $W_F = \Delta E_{\mu}$.

Παρατήρηση

Η ισότητα $W_F = \Delta E_{\mu}$ προκύπτει άμεσα από την αρχή διατήρησης της ενέργειας και δεν χρειάζεται να «αποδειχθεί» :

$$W_F + E_{\mu(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu(\tau\epsilon\lambda)} \Leftrightarrow W_F = E_{\mu(\tau\epsilon\lambda)} - E_{\mu(\alpha\rho\chi)} \Leftrightarrow W_F = \Delta E_{\mu} .$$

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 29 ΜΑΪΟΥ 2008
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις **1-4** *και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

1. Τα δύο άκρα του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος, με βάση τα μήκη κύματός των, είναι:

α. η ιώδης και η ερυθρή ακτινοβολία.

β. η υπεριώδης και η υπέρυθρη ακτινοβολία.

γ. οι ακτίνες **x** και οι ακτίνες **γ**.

δ. οι ακτίνες **γ** και τα ραδιοφωνικά κύματα.

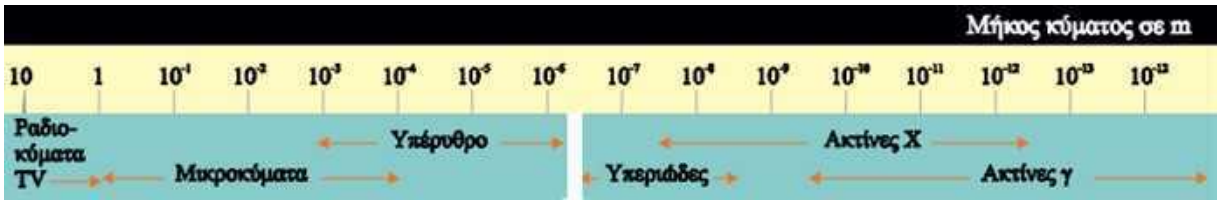
Μονάδες 5

Απάντηση

Οι ακτίνες γ έχουν μήκη κύματος από 10^{-14} m έως 10^{-10} m.

Τα ραδιοκύματα έχουν μήκη κύματος από 10^{-2} m έως 10^{5} m.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδες 61,63.



Σωστή απάντηση : δ.

2. Η κρούση στην οποία διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων, ονομάζεται:

α. ελαστική

β. ανελαστική

γ. πλαστική

δ. έκκεντρη

Μονάδες 5

Απάντηση

Στην ελαστική κρούση η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή.

Οι θέσεις των σωμάτων ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση είναι (περίπου) ίδιες άρα η δυναμική ενέργεια του συστήματος δεν μεταβάλλεται.

Επομένως, στην ελαστική κρούση η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή.

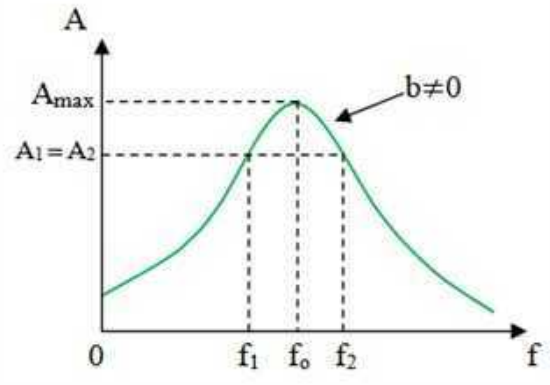
Σωστή απάντηση : α.

3. Ένας αρμονικός ταλαντωτής εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Όταν η συχνότητα του διεγέρτη παίρνει τις τιμές f_1=5Hz και f_2=10Hz, το πλάτος της ταλάντωσης είναι το ίδιο. Θα έχουμε μεγαλύτερο πλάτος ταλάντωσης, όταν η συχνότητα του διεγέρτη πάρει την τιμή:

α. 2Hz **β.** 4Hz **γ.** 8Hz **δ.** 12Hz

Μονάδες 5

Απάντηση



Υποθέτω ότι η διεγείρουσα δύναμη είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}συν(2\pi f_\delta t)]$, η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -bυ)$ και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.

Σύμφωνα με την εκφώνηση, για τις συχνότητες $f_1 = 5$ Hz και $f_2 = 10$ Hz το πλάτος ταλάντωσης είναι ίδιο.

Με βάση το διάγραμμα πλάτους – συχνότητας προκύπτει ότι με συχνότητες f του διεγέρτη για τις οποίες ισχύει η ανισότητα $f_1 < f < f_2$, το πλάτος είναι μεγαλύτερο.

Άρα, για f = 8 Hz το πλάτος θα είναι μεγαλύτερο.

Σωστή απάντηση : γ.

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η διεγείρουσα δύναμη είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}συν(2\pi f_\delta t)]$, η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -bυ)$ και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.

4. Στην απλή αρμονική ταλάντωση, το ταλαντούμενο σώμα έχει μέγιστη ταχύτητα:

α. στις ακραίες θέσεις της τροχιάς του.

β. όταν η επιτάχυνση είναι μέγιστη.

γ. όταν η δύναμη επαναφοράς είναι μέγιστη.

δ. όταν η δυναμική του ενέργεια είναι μηδέν.

Μονάδες 5

Απάντηση

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ :

$$K + U_\tau = E_\tau \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \Leftrightarrow \upsilon^2 = \omega^2 A^2 - \omega^2 x^2 \Rightarrow |\upsilon| = \omega\sqrt{A^2 - x^2}. \quad (1)$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι **το μέτρο της ταχύτητας γίνεται μέγιστο** $\left(|\upsilon| = \upsilon_{max} = \omega A\right)$ **όταν x = 0**.

[α: Λάθος]

Από τη σχέση επιτάχυνσης – απομάκρυνσης $\alpha = -\omega^2 x$, προκύπτει ότι : αν $x = 0$ τότε $\alpha = 0$.

[β : Λάθος]

Από τη σχέση δύναμης επαναφοράς – απομάκρυνσης $F = -m\omega^2 x$, προκύπτει ότι : αν $x = 0$ τότε $F = 0$.

[γ : Λάθος]

Όταν $x = 0$, η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι : $U_\tau = \frac{1}{2}Dx^2 = 0$.

Σωστή απάντηση : δ.

5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη* ***Σωστό****, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη* ***Λάθος****, για τη λανθασμένη.*

α. Ένα κατεργασμένο διαμάντι (με πολλές έδρες), που περιβάλλεται από αέρα, λαμποκοπά στο φως επειδή έχει μεγάλη κρίσιμη γωνία.

β. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού δεν εξαρτάται από τη θέση του άξονα περιστροφής του.

γ. Το διάγραμμα της συνάρτησης $y=A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\sigma\tau\alpha\theta.\right)$ είναι στιγμιότυπο κύματος.

δ. Ένα εγκάρσιο μηχανικό κύμα είναι αδύνατο να διαδίδεται στα αέρια.

ε. Η Γη έχει στροφορμή λόγω της κίνησής της γύρω από τον Ήλιο.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Λάθος.

Για την κρίσιμη γωνία διαμαντιού – αέρα ισχύει η σχέση : $\eta\mu\theta_c = \frac{1}{n_\delta}$, όπου n_δ ο δείκτης διάθλασης του διαμαντιού.

Επειδή **ο δείκτης διάθλασης του διαμαντιού έχει μεγάλη τιμή** ($n_\delta \cong 2,4$), **το διαμάντι έχει μικρή κρίσιμη γωνία** με αποτέλεσμα το μεγαλύτερο μέρος του φωτός που εισέρχεται στο διαμάντι να υφίσταται ολική ανάκλαση στις έδρες του.

β. Λάθος.

Η ροπή αδράνειας ενός στερεού ορίζεται από τη σχέση : $I = \sum_{i=1}^{i=N} m_i r_i^2$, όπου m_i οι μάζες των στοιχειωδών τμημάτων του στερεού και r_i οι αποστάσεις τους από τον άξονα περιστροφής.

Επομένως, η ροπή αδράνειας του στερεού εξαρτάται από τη θέση του άξονα περιστροφής.

γ. Λάθος.

Ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x, έχει εξίσωση :

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right).$$

Για ένα ορισμένο σημείο του άξονα x ($x = x_1$), η σχέση γίνεται :

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x_1}{\lambda}\right) \quad \text{ή} \quad y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\sigma\tau\alpha\theta.\right).$$

Η σχέση αυτή περιγράφει πως μεταβάλλεται η απομάκρυνση y ενός σημείου του μέσου σε συνάρτηση με το χρόνο, δηλαδή **είναι η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης ενός σημείου του μέσου**.

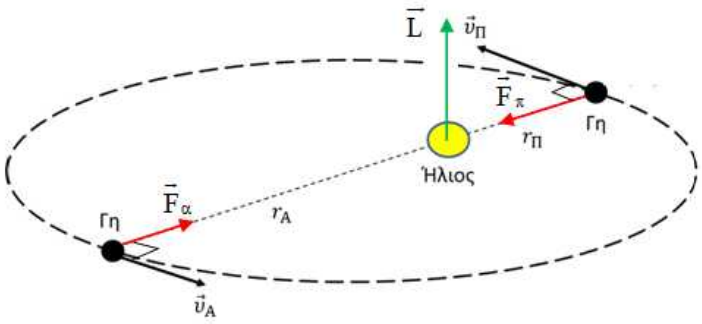
Το στιγμιότυπο του κύματος είναι το διάγραμμα της σχέσης $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$, για μία ορισμένη χρονική στιγμή $t = t_1$, δηλαδή το διάγραμμα της σχέσης : $y = A\eta\mu 2\pi\left(\sigma\tau\alpha\theta. - \frac{x}{\lambda}\right)$.

δ. Σωστό.

Τα εγκάρσια μηχανικά κύματα διαδίδονται μόνο στα στερεά σώματα.

ε. Σωστό.

Η τροχιακή στροφορμή $\vec{L}$ λόγω της περιφοράς της Γης γύρω από τον Ήλιο έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς και φορά που καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού.



ΘΕΜΑ 2ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Η εξίσωση που περιγράφει το ηλεκτρικό πεδίο ενός αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται σε υλικό μέσο με δείκτη διάθλασης n είναι: $E=100\eta\mu 2\pi(12\cdot 10^{12}t-6\cdot 10^{4}x)$ (όλα τα μεγέθη στο S.I.).

Αν η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι $c=3\cdot 10^{8}$ m/s, ο δείκτης διάθλασης του υλικού είναι:

α. 1,2 **β.** 1,5 **γ.** 2

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 3

Απάντηση

Για ένα αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x,

η εξίσωση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου έχει τη μορφή : $E = E_{max}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$. (1)

Αντιστοιχίζοντας τα μεγέθη της εξίσωσης (1) με τις τιμές των μεγεθών της δοθείσας εξίσωσης, προκύπτουν :

$$E_{max}=100\frac{N}{C},\quad f=\frac{1}{T}=12\cdot 10^{12}\,Hz,\quad \frac{1}{\lambda}=6\cdot 10^{4}\,m^{-1}\ \Leftrightarrow\ \lambda=\frac{1}{6}\cdot 10^{-4}\,m.$$

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής για το μέσο διάδοσης :

$$\upsilon=\lambda f\ \Rightarrow\ \upsilon=\left(\frac{1}{6}\cdot 10^{-4}\,m\right)\left(12\cdot 10^{12}\,s^{-1}\right)\ \Rightarrow\ \upsilon=2\cdot 10^{8}\frac{m}{s}.$$

Ο δείκτης διάθλασης του υλικού έχει τιμή :

$$n=\frac{c}{\upsilon}\ \Rightarrow\ n=\frac{3\cdot 10^{8}}{2\cdot 10^{8}}\ \Rightarrow\ n=1,5.$$

Σωστή απάντηση : β.

2. Σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων αν κάποια χρονική στιγμή ισχύει $q=\frac{Q}{3}$, όπου q το στιγμιαίο ηλεκτρικό φορτίο και Q η μέγιστη τιμή του ηλεκτρικού φορτίου στον πυκνωτή, τότε ο λόγος της ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου προς την ενέργεια μαγνητικού πεδίου $\left(\frac{U_E}{U_B}\right)$ είναι:

α. $\frac{1}{8}$ **β.** $\frac{1}{3}$ **γ.** 3

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

Απάντηση

Τη χρονική στιγμή t, η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι :

$$U_E=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{1}{2}\frac{\left(\frac{Q}{3}\right)^2}{C}=\frac{1}{2}\frac{\frac{Q^2}{9}}{C} \Rightarrow U_E=\frac{Q^2}{18C}. \quad (1)$$

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας για τη χρονική στιγμή t :

$$U_B+U_E=E \Leftrightarrow U_B=E-U_E \xrightarrow{(1)} U_B=\frac{Q^2}{2C}-\frac{Q^2}{18C}=\frac{9Q^2-Q^2}{18C} \Rightarrow U_B=\frac{8Q^2}{18C}. \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει ότι : $U_B=8U_E$.

Επομένως : $\frac{U_E}{U_B}=\frac{1}{8}$.

3. Ένα σώμα μετέχει σε δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος και γωνιακές ταχύτητες, που διαφέρουν πολύ λίγο. Οι εξισώσεις των δύο ταλαντώσεων είναι:

$x_1=0,2\eta\mu(998\,\pi t)$, $x_2=0,2\eta\mu(1002\,\pi t)$ (όλα τα μεγέθη στο S.I.). Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους της ιδιόμορφης ταλάντωσης (διακροτήματος) του σώματος είναι:

α. 2s **β.** 1s **γ.** 0,5s

Μονάδες 6

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Η εξίσωση της απομάκρυνσης μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης (χωρίς αρχική φάση), έχει τη μορφή : $x = A\eta\mu(\omega t)$.

Συγκρίνοντας την παραπάνω εξίσωση με τις δοθείσες εξισώσεις, προκύπτουν οι τιμές των γωνιακών συχνοτήτων των δύο ταλαντώσεων :

$$\omega_1 = 998\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad \omega_2 = 1002\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Υπολογίζω τις τιμές των συχνοτήτων των δύο ταλαντώσεων :

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{998\pi}{2\pi}\text{Hz} = 499\,\text{Hz}, \quad f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = \frac{1002\pi}{2\pi}\text{Hz} = 501\,\text{Hz}.$$

Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους της σύνθετης ταλάντωσης είναι η περίοδος του διακροτήματος :

$$T_\delta = \frac{1}{f_2 - f_1} \Rightarrow T_\delta = \frac{1}{501-499}\text{s} \Rightarrow T_\delta = 0,5\text{s}.$$

Σωστή απάντηση : γ.

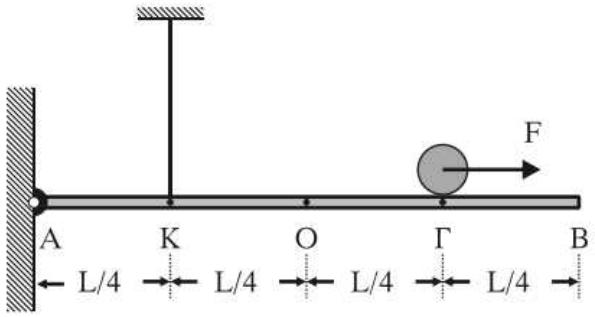
Σχόλιο

Η εκφώνηση ταυτίζει τη σύνθετη ταλάντωση του σώματος με το διακρότημα.

Το διακρότημα είναι η περιοδική αυξομείωση του πλάτους της σύνθετης ταλάντωσης και όχι η ίδια η σύνθετη ταλάντωση.

ΘΕΜΑ 3ο

Ομογενής και ισοπαχής ράβδος μήκους L=4m και μάζας M=2kg ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Σε σημείο Κ της ράβδου έχει προσδεθεί το ένα άκρο κατακόρυφου αβαρούς νήματος σταθερού μήκους, με το επάνω άκρο του συνδεδεμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Στο σημείο Γ ισορροπεί ομογενής σφαίρα μάζας m=2,5kg και ακτίνας r=0,2m.

Δίνονται $AK=\frac{L}{4}$, $A\Gamma=\frac{3L}{4}$

α. Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στη ράβδο.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή t=0 ασκείται στο κέντρο μάζας της σφαίρας με κατάλληλο τρόπο, σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=7N, με φορά προς το άκρο Β. Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

β. Να υπολογισθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της σφαίρας κατά την κίνησή της.

Μονάδες 6

γ. Να υπολογισθεί το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο Β.

Μονάδες 6

δ. Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο Β.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας μάζας m ως προς το κέντρο μάζας της $I=\frac{2}{5}mr^2$ και g=10 m/s^2.

Μονάδες 7

Απάντηση

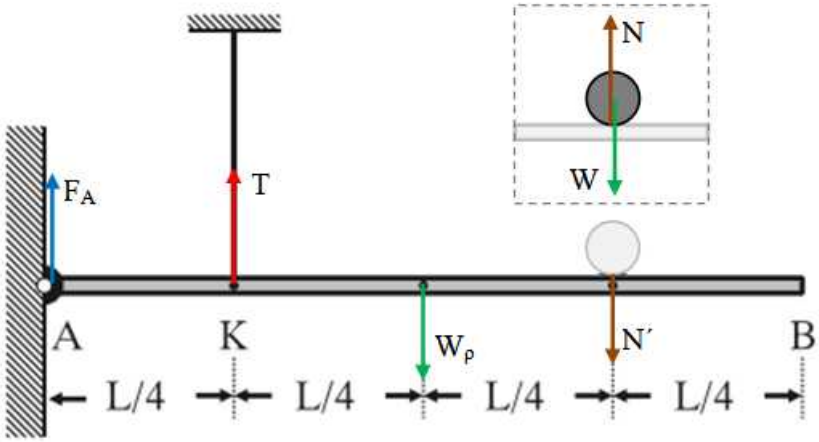
α.

Στη σφαίρα ασκούνται δύο δυνάμεις : το βάρος $\vec{W}$ και η δύναμη $\vec{N}$ από τη ράβδο.

Αφού η σφαίρα ισορροπεί, ισχύει : $\Sigma F_\sigma = 0 \Leftrightarrow N = W = mg \Rightarrow N = 25$ N.

Σύμφωνα με το αξίωμα δράσης – αντίδρασης η σφαίρα ασκεί στη ράβδο αντίθετη δύναμη $\vec{N}'$, μέτρου :

$N' = N = 25\ N.$



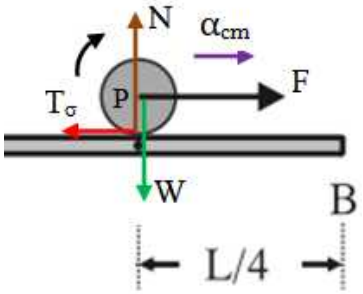
Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα που διέρχεται από το άκρο Α της ράβδου και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \ \Leftrightarrow\ T\cdot\frac{\ell}{4} - W_\rho\cdot\frac{\ell}{2} - N'\cdot\frac{3\ell}{4} = 0 \ \Leftrightarrow\ T = 2Mg + 3N' \ \Rightarrow\ T = (2\cdot 20 + 3\cdot 25)\,N = 115\,N.$$

β.

Η σφαίρα εκτελεί μεταφορική κίνηση με επιτάχυνση μέτρου α_{cm} και στροφική κίνηση με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{γων}$.

Αφού η κύλιση γίνεται χωρίς ολίσθηση, ισχύει : $\alpha_{cm} = r\,\alpha_{γων}$. (1)



Κατά τη διάρκεια της κύλισης, η επιφάνεια της δοκού ασκεί στη σφαίρα δύναμη στατικής τριβής $\vec{T}_\sigma$ με φορά προς τα αριστερά, ώστε να προκαλεί ροπή η οποία στρέφει τη σφαίρα κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο Ρ της σφαίρας και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος :

$$\Sigma\tau_{(P)} = I\alpha_{γων} \ \Leftrightarrow\ T_\sigma r = \frac{2}{5}mr^2\alpha_{γων} \ \Leftrightarrow\ T_\sigma = \frac{2}{5}mr\alpha_{γων} \xrightarrow{(1)} T_\sigma = \frac{2}{5}m\alpha_{cm}. \qquad (2)$$

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x : $\Sigma F_x = m\alpha_{cm} \ \Leftrightarrow\ F - T_\sigma = m\alpha_{cm}$. (3)

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (2), (3) :

$$F - T_\sigma + T_\sigma = m\alpha_{cm} + \frac{2}{5}m\alpha_{cm} \ \Leftrightarrow\ F = \frac{7}{5}m\alpha_{cm} \ \Leftrightarrow\ \alpha_{cm} = \frac{5F}{7m} \ \Rightarrow\ \alpha_{cm} = \frac{5\cdot 7}{7\cdot 2,5}\frac{m}{s^2} \ \Rightarrow\ \alpha_{cm} = 2\frac{m}{s^2}.$$

γ.

Το κέντρο της σφαίρας εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_o = 0$).

Μέχρι να φτάσει στο Β, το κέντρο της σφαίρας διανύει απόσταση $\frac{\ell}{4}$. Ισχύει :

$$\frac{\ell}{4} = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 \ \Leftrightarrow\ t^2 = \frac{\ell}{2\alpha_{cm}} \ \Leftrightarrow\ t = \sqrt{\frac{\ell}{2\alpha_{cm}}} \ \Rightarrow\ t = \sqrt{\frac{4}{2\cdot 2}}\,s \ \Rightarrow\ t = 1s.$$

Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου της σφαίρας τη στιγμή που φτάνει στο Β, είναι :

$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm} t \;\Rightarrow\; \upsilon_{cm} = \left(2\frac{m}{s^2}\right)(1s) \;\Rightarrow\; \upsilon_{cm} = 2\frac{m}{s}.$$

δ.

Αφού η κύλιση γίνεται χωρίς ολίσθηση, το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας τη στιγμή που φτάνει στο Β, είναι :

$$\omega = \frac{\upsilon_{cm}}{r} \;\Rightarrow\; \omega = \frac{2\,ms^{-1}}{0,2\,m} \;\Rightarrow\; \omega = 10\frac{rad}{s}.$$

Το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας (ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο της) την ίδια χρονική στιγμή, είναι :

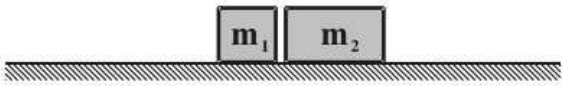
$$L = I\omega = \frac{2}{5}mr^2\omega \;\Rightarrow\; L = \frac{2}{5}\cdot 2,5\cdot 0,2^2\cdot 10\frac{Kgm^2}{s} \;\Rightarrow\; L = 0,4\frac{Kgm^2}{s}.$$

Σχόλιο

Αφού η εκφώνηση ζητά το μέτρο της στροφορμής L της σφαίρας, για το μήκος της ράβδου έπρεπε να χρησιμοποιεί το σύμβολο ℓ και όχι το L.

ΘΕΜΑ 4ο

Σώμα μάζας m_1 κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1=15m/s$ κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.



Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας m_1 κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1'=9m/s$.

α. Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών m_1/m_2 .

Μονάδες 6

β. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

γ. Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας m_2 λόγω της κρούσης.

Μονάδες 6

δ. Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι $\mu=0,1$. Δίνεται $g=10m/s^2$.

Μονάδες 7

Απάντηση

α.

Με θετική τη φορά της $\vec{\upsilon}_1$, η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του Σ_1 αμέσως μετά την κρούση, είναι :

$$\upsilon_1' = -9\frac{m}{s}.$$

Ισχύει :

$$\upsilon_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\cdot\upsilon_1 \Rightarrow -9=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\cdot 15 \Rightarrow -3m_1-3m_2=5m_1-5m_2 \Rightarrow 2m_2=8m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{4}.$$

β.

Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του Σ_2 αμέσως μετά την κρούση, είναι :

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\cdot\upsilon_1 \xrightarrow{m_2=4m_1} \upsilon_2' = \frac{2m_1}{5m_1}\cdot 15\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_2' = 6\,\frac{m}{s}.$$

γ.

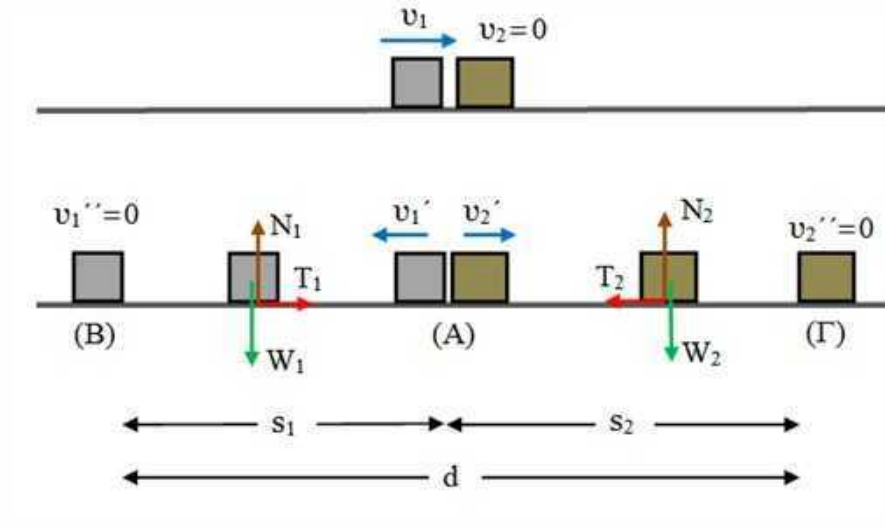
Αφού η κρούση είναι ελαστική, η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή. Επομένως :

$$K_1 + K_2 = K_1' + K_2' \xrightarrow{K_2=0} K_1 - K_1' = K_2' \Leftrightarrow |\Delta K_1| = K_2'.$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του Σ_1 που μεταβιβάστηκε στο Σ_2 λόγω της κρούσης, είναι :

$$\Pi(\%) = \frac{K_2'}{K_1}\cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}\cdot 100\% = \frac{4m_1\upsilon_2'^2}{m_1\upsilon_1^2}\cdot 100\% = 4\cdot\frac{36}{225}\cdot 100\% \Rightarrow \Pi(\%) = 64\%.$$

δ.



<u>Σώμα Σ_1</u>

Στον άξονα y το σώμα ισορροπεί,

άρα ισχύει : $\Sigma F_{1y} = 0 \Leftrightarrow$

$N_1 = W_1 = m_1 g.$ (1)

Από το νόμο της τριβής ολίσθησης :

$$T_1 = \mu N_1 \xrightarrow{(1)} T_1 = \mu m_1 g. \quad (2)$$

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή του Σ_1 από το σημείο Α (αμέσως μετά την κρούση) μέχρι το Β (όπου σταματά) :

$$K_1'' - K_1' = W_{T1} \Leftrightarrow 0 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 = -T_1 s_1 \xrightarrow{(2)} \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 = \mu m_1 g s_1 \Leftrightarrow s_1 = \frac{\upsilon_1'^2}{2\mu g} \Rightarrow$$

$$s_1 = \frac{81}{2\cdot 0{,}1\cdot 10}\,m \Rightarrow s_1 = 40{,}5\,m.$$

<u>Σώμα Σ_2</u>

Στον άξονα y το σώμα ισορροπεί, άρα ισχύει : $\Sigma F_{2y} = 0 \Leftrightarrow N_2 = W_2 = m_2 g.$ (3)

Από το νόμο της τριβής ολίσθησης : $T_2 = \mu N_2 \xrightarrow{(3)} T_2 = \mu m_2 g.$ (4)

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή του Σ_2 από το σημείο Α (αμέσως μετά την κρούση) μέχρι το Γ (όπου σταματά) :

$$K_2'' - K_2' = W_{T2} \Leftrightarrow 0 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = -T_2 s_2 \xrightarrow{(4)} \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = \mu m_2 g s_2 \Leftrightarrow s_2 = \frac{\upsilon_2'^2}{2\mu g} \Rightarrow$$

$$s_2 = \frac{36}{2\cdot 0{,}1\cdot 10}\,m \Rightarrow s_2 = 18\,m.$$

Η απόσταση των σωμάτων αφού έχουν σταματήσει, είναι :

$d = s_1 + s_2 \Rightarrow d = 40{,}5\ m + 18\ m \Rightarrow d = 58{,}5\ m$.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 7 ΙΟΥΛΙΟΥ 2008
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις ακόλουθες ημιτελείς προτάσεις ***1-4*** *και, δίπλα του, το γράμμα που αντιστοιχεί στο σωστό συμπλήρωμά της.*

1. Στη στροφική κίνηση το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των ροπών των δυνάμεων, που ασκούνται στο σώμα είναι

α. ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας περιστροφής του σώματος.

β. ίσο με τη μεταβολή της στροφορμής του σώματος.

γ. πάντα θετικό.

δ. αντιστρόφως ανάλογο της συνολικής δύναμης που ασκείται στο σώμα.

Μονάδες 5

Απάντηση

Στη στροφική κίνηση, το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας παίρνει τη μορφή :

$$\Sigma W = \frac{1}{2} I\omega_2^2 - \frac{1}{2} I\omega_1^2 .$$

Επομένως, το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των ροπών των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας περιστροφής του σώματος.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 129.

Σωστή απάντηση : α.

2. Τα ραντάρ χρησιμοποιούν

α. υπεριώδη ακτινοβολία.

β. μικροκύματα.

γ. ακτίνες **X**.

δ. ακτίνες γ.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : β.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 61.

3. Η κίνηση που προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων

α. είναι ανεξάρτητη από τις συχνότητες των επιμέρους αρμονικών ταλαντώσεων.

β. είναι ανεξάρτητη από τη διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων.

γ. είναι ανεξάρτητη από τις διευθύνσεις των δύο αρμονικών ταλαντώσεων.

δ. εξαρτάται από τα πλάτη των δύο αρμονικών ταλαντώσεων.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η κίνηση *που προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων* είναι, γενικά, πολύπλοκη.

Η διεύθυνση, η συχνότητα, το πλάτος και η φάση της εξαρτώνται από τα αντίστοιχα

χαρακτηριστικά των επί μέρους ταλαντώσεων.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 25.

Σωστή απάντηση : δ.

4. Σε κάθε κρούση

α. η συνολική ορμή του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων διατηρείται.

β. η συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.

γ. η μηχανική ενέργεια κάθε σώματος παραμένει σταθερή.

δ. η ορμή κάθε σώματος διατηρείται σταθερή.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σε κάθε κρούση μεταβάλλεται η ορμή και η μηχανική ενέργεια κάθε σώματος. [γ, δ : Λάθος]

Η κινητική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων δεν μεταβάλλεται μόνο κατά τη διάρκεια της ελαστικής κρούσης. [β : Λάθος]

Επειδή η χρονική διάρκεια μιας κρούσης είναι πολύ μικρή ($\Delta t \to 0$), η ώθηση των εξωτερικών δυνάμεων (αν υπάρχουν) είναι ασήμαντη άρα η ορμή του συστήματος είναι (πρακτικά) σταθερή :

$$\Delta\vec{p}_{ολ} = \left(\Sigma\vec{F}_{εξ}\right)(\Delta t) \xrightarrow{\Delta t \cong 0} \Delta\vec{p}_{ολ} \cong 0 \Rightarrow \vec{p}_{ολ} \cong \text{σταθερή} .$$

Σωστή απάντηση : α.

5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α. Κατά την ανάκλαση η προσπίπτουσα ακτίνα, η ανακλώμενη και η κάθετη στην επιφάνεια στο σημείο πρόσπτωσης βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

β. Η ροπή αδράνειας εκφράζει στη μεταφορική κίνηση ό,τι εκφράζει η μάζα στη στροφική κίνηση.

γ. Η συχνότητα του ήχου της σειρήνας του τρένου, την οποία αντιλαμβάνεται ο μηχανοδηγός, είναι σε όλη τη διάρκεια της κίνησης σταθερή.

δ. Κατά τη διάδοση ενός κύματος μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο, όχι όμως ορμή και ύλη.

ε. Σε ένα κύκλωμα LC η συχνότητα των ηλεκτρικών ταλαντώσεών του είναι ανάλογη της χωρητικότητας C του πυκνωτή.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Σωστό.

(Η πρόταση είναι τμήμα του νόμου της ανάκλασης).

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 64.

β. Λάθος.

Η ροπή αδράνειας ορίζεται μόνο για τη στροφική κίνηση και εκφράζει το μέτρο της αδράνειας του σώματος ως προς τον άξονα περιατροφής.

γ. Σωστό.

Αν η ταχύτητα του τρένου ως προς τον αέρα έχει μέτρο u τότε, εφόσον ο μηχανοδηγός είναι ακίνητος ως προς το τρένο, κινείται προς την ίδια κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου u.

Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται είναι ίση με τη συχνότητα του ήχου που παράγει η σειρήνα του τρένου :

$$f_A = \frac{\upsilon - u}{\upsilon - u} \cdot f_s \;\; \Rightarrow \;\; f_A = f_s .$$

δ. Λάθος.

Κατά τη διάδοση ενός μηχανικού κύματος σε ένα ελαστικό μέσο, τα σημεία του μέσου που βρίσκονται στη διεύθυνση διάδοσης αρχίζουν διαδοχικά να εκτελούν ταλάντωση γύρω από τις θέσεις ισορροπίας τους, χωρίς να μεταφέρονται προς την κατεύθυνση διάδοσης του κύματος.

Επομένως **κατά τη διάδοση του κύματος μεταφέρεται ενέργεια και ορμή από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο, όχι όμως και ύλη**.

ε. Λάθος.

Η συχνότητα ταλάντωσης ενός κυκλώματος LC δίνεται από τη σχέση $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, δηλαδή είναι αντιστρόφως ανάλογη με την τετραγωνική ρίζα της χωρητικότητας C του πυκνωτή.

ΘΕΜΑ 2ο

1. Πηγή ηχητικών κυμάτων κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon_s = \frac{\upsilon}{10}$, όπου υ το μέτρο της ταχύτητας του ήχου στον αέρα. Ακίνητος παρατηρητής βρίσκεται στην ευθεία κίνησης της πηγής. Όταν η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή, αυτός αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας f_1, και όταν η πηγή απομακρύνεται απ' αυτόν, ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας f_2.

Ο λόγος $\frac{f_1}{f_2}$ ισούται με

α. $\frac{9}{11}$. **β.** $\frac{11}{10}$. **γ.** $\frac{11}{9}$.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Απάντηση

Όταν η πηγή πλησιάζει τον ακίνητο παρατηρητή με ταχύτητα μέτρου υ_s, αυτός αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας :

$$f_1 = \frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_s} \cdot f_s \Rightarrow f_1 = \frac{\upsilon}{\upsilon - \frac{\upsilon}{10}} \cdot f_s = \frac{\upsilon}{\frac{9\upsilon}{10}} \cdot f_s \Rightarrow f_1 = \frac{10}{9} \cdot f_s . \quad (1)$$

Όταν η πηγή απομακρύνεται από τον ακίνητο παρατηρητή με ταχύτητα μέτρου υ_s, αυτός αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας :

$$f_2 = \frac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_s} \cdot f_s \Rightarrow f_2 = \frac{\upsilon}{\upsilon + \frac{\upsilon}{10}} \cdot f_s = \frac{\upsilon}{\frac{11\upsilon}{10}} \cdot f_s \Rightarrow f_2 = \frac{10}{11} \cdot f_s . \quad (2)$$

Διαιρώ κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) :

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{10}{9} \cdot f_s}{\frac{10}{11} \cdot f_s} \Leftrightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{11}{9}.$$

Σωστή απάντηση : γ.

2. Σε ένα ακίνητο ρολόι που βρίσκεται σε κανονική λειτουργία, ο λόγος της στροφορμής του λεπτοδείκτη (L_1) προς την στροφορμή του ωροδείκτη (L_2), ως προς τον κοινό άξονα περιστροφής τους, είναι $\frac{L_1}{L_2} = \lambda$, όπου λ θετική σταθερά.

Ο λόγος των κινητικών ενεργειών τους $\frac{K_1}{K_2}$ αντίστοιχα είναι

α. 6λ. **β.** 12λ. **γ.** 24λ .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Απάντηση

Λεπτοδείκτης

Η περίοδος περιστροφής του λεπτοδείκτη είναι : $T_1 = 1$ h.

Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του λεπτοδείκτη, δίνεται από τη σχέση : $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$. (1)

Το μέτρο της στροφορμής του λεπτοδείκτη, δίνεται από τη σχέση : $L_1 = I_1\omega_1$, (2)

όπου I_1 η ροπή αδράνειας του λεπτοδείκτη ως προς τον άξονα περιστροφής και ω_1 το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δείκτη.

Η κινητική ενέργεια περιστροφής του λεπτοδείκτη δίνεται από τη σχέση : $K_1 = \frac{1}{2} I_1\omega_1^2$.

Ωροδείκτης

Η περίοδος περιστροφής του ωροδείκτη είναι : $T_2 = 12$ h.

Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του ωροδείκτη, δίνεται από τη σχέση : $\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2}$. (3)

Το μέτρο της στροφορμής του ωροδείκτη, δίνεται από τη σχέση : $L_2 = I_2\omega_2$, (4)

όπου I_2 η ροπή αδράνειας του ωροδείκτη ως προς τον άξονα περιστροφής και ω_2 το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δείκτη.

Η κινητική ενέργεια περιστροφής του ωροδείκτη δίνεται από τη σχέση : $K_2 = \frac{1}{2} I_2\omega_2^2$.

Σχηματίζω το πηλίκο των κινητικών ενεργειών των δύο δεικτών :

$$\frac{K_1}{K_2}=\frac{\frac{1}{2}I_1\omega_1^2}{\frac{1}{2}I_2\omega_2^2}=\frac{(I_1\omega_1)\omega_1}{(I_2\omega_2)\omega_2}\xrightarrow{(1),(2),(3),(4)}\frac{K_1}{K_2}=\frac{L_1\cdot\frac{2\pi}{T_1}}{L_2\cdot\frac{2\pi}{T_2}}=\frac{L_1}{L_2}\cdot\frac{T_2}{T_1}\Rightarrow\frac{K_1}{K_2}=12\lambda.$$

Σωστή απάντηση : β.

Εναλλακτικός τρόπος

Η περίοδος περιστροφής του λεπτοδείκτη είναι $T_1 = 1$ h και του ωροδείκτη $T_2 = 12$ h.

Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ενός δείκτη, δίνεται από τη σχέση : $\omega=\frac{2\pi}{T}$. (I)

Το μέτρο της στροφορμής του δείκτη υπολογίζεται από τη σχέση : $L = I\,\omega$, (II)

όπου I η ροπή αδράνειας του δείκτη ως προς τον άξονα περιστροφής και ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δείκτη.

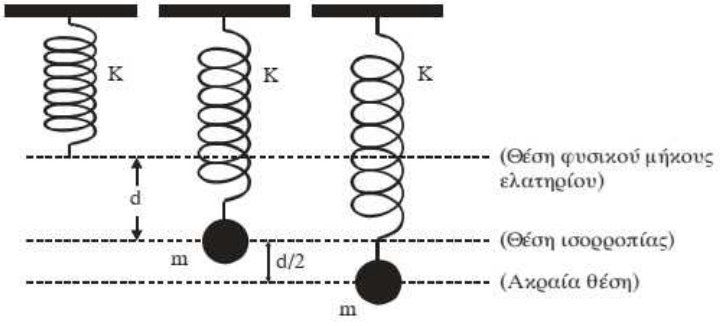
Η κινητική ενέργεια περιστροφής του δείκτη δίνεται από τη σχέση :

$$K=\frac{1}{2}I\omega^2=\frac{1}{2}(I\omega)\omega\xrightarrow{(I),(II)}K=\frac{1}{2}L\cdot\frac{2\pi}{T}\Rightarrow K=\frac{\pi L}{T}.\quad(III)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (III), το πηλίκο των κινητικών ενεργειών των δύο δεικτών είναι :

$$\frac{K_1}{K_2}=\frac{\frac{\pi L_1}{T_1}}{\frac{\pi L_2}{T_2}}=\frac{L_1}{L_2}\cdot\frac{T_2}{T_1}\Rightarrow\frac{K_1}{K_2}=12\lambda.$$

3. Στην κάτω άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K, η πάνω άκρη του οποίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο, σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $\frac{d}{2}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι d. Στην κατώτερη θέση της ταλάντωσης του σώματος, ο λόγος της δύναμης του ελατηρίου προς τη δύναμη επαναφοράς είναι

α. $\left|\frac{F_{\varepsilon\lambda}}{F_{\varepsilon\pi\alpha\nu}}\right| = \frac{1}{3}$. **β.** $\left|\frac{F_{\varepsilon\lambda}}{F_{\varepsilon\pi\alpha\nu}}\right| = 3$. **γ.** $\left|\frac{F_{\varepsilon\lambda}}{F_{\varepsilon\pi\alpha\nu}}\right| = 2$.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Όταν το σώμα βρίσκεται στην κατώτερη θέση της ταλάντωσης, η απομάκρυνση έχει μέτρο :

$|x| = \frac{d}{2}$. (1)

Το μέτρο της δύναμης επαναφοράς στη θέση αυτή, είναι : $|F_{\varepsilon\pi}| = k|x| \xrightarrow{(1)} |F_{\varepsilon\pi}| = \frac{kd}{2}$. (2)

Η επιμήκυνση του ελατηρίου στην ίδια θέση είναι : $\Delta\ell = d + \frac{d}{2} = \frac{3d}{2}$. (3)

Η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα, έχει μέτρο : $|F_{\varepsilon\lambda}| = k(\Delta\ell) \xrightarrow{(3)} |F_{\varepsilon\lambda}| = \frac{3kd}{2}$. (4)

Από τις σχέσεις (2), (4) προκύπτει : $|F_{\varepsilon\lambda}| = 3|F_{\varepsilon\pi}|$.

Επομένως : $\left|\frac{F_{\varepsilon\lambda}}{F_{\varepsilon\pi}}\right| = 3$.

Σωστή απάντηση : β.

ΘΕΜΑ 3ο

Ιδανικό κύκλωμα LC εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση με περίοδο $T = 4\pi \cdot 10^{-3}$s. Τη χρονική στιγμή t = 0, ο πυκνωτής έχει το μέγιστο ηλεκτρικό φορτίο. Ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα C = 10μF και η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος, το οποίο διαρρέει το πηνίο, είναι $2 \cdot 10^{-3}$A.

α. Να υπολογισθεί ο συντελεστής αυτεπαγωγής L του πηνίου.

Μονάδες 6

β. Ποια χρονική στιγμή η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου γίνεται μέγιστη για πρώτη φορά.

Μονάδες 6

γ. Να υπολογισθεί η μέγιστη τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή.

Μονάδες 6

δ. Να υπολογισθεί η ένταση του ρεύματος, το οποίο διαρρέει το πηνίο, τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή είναι τριπλάσια της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο.

Δίνονται: $1\mu F = 10^{-6}F$, $\pi = 3,14$.

Μονάδες 7

Απάντηση

α.

Η περίοδος της ταλάντωσης του ιδανικού κυκλώματος LC είναι : $T = 2\pi\sqrt{LC}$.

Επομένως :

$$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{LC} \Leftrightarrow LC = \frac{T^2}{4\pi^2} \Leftrightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} \Rightarrow L = \frac{16\pi^2 \cdot 10^{-6}}{4\pi^2 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} H \Rightarrow L = 0,4H .$$

β.

Η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου δίνεται από τη σχέση : $U_B = \frac{1}{2}Li^2$.

Επομένως, η ενέργεια μαγνητικού πεδίου γίνεται μέγιστη για 1η φορά, τη χρονική στιγμή που η ένταση του ρεύματος αποκτά μέγιστο μέτρο ($|i| = I$) για 1η φορά.

Αυτό συμβαίνει τη χρονική στιγμή : $t_1 = \frac{T}{4} = \pi \cdot 10^{-3}$ s .

Εναλλακτικός τρόπος

Η χρονική εξίσωση της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου, είναι : $U_B = E\eta\mu^2(\omega t)$, (I)

όπου E η ολική ενέργεια της ταλάντωσης.

$$\text{Όταν } U_B = E \xrightarrow{(I)} E\eta\mu^2(\omega t) = E \Leftrightarrow \eta\mu^2(\omega t) = 1 \Rightarrow \begin{cases} \eta\mu(\omega t) = 1 \Rightarrow \omega t = 2\kappa\pi + \dfrac{\pi}{2} \quad (II) \\ \text{ή} \\ \eta\mu(\omega t) = -1 \Rightarrow \omega t = 2\kappa\pi + \dfrac{3\pi}{2} \quad (III) \end{cases}$$

$$\text{Για } \kappa = 0 : \begin{cases} \xrightarrow{(II)} \omega t_1 = \dfrac{\pi}{2} \Leftrightarrow \dfrac{2\pi}{T} t_1 = \dfrac{\pi}{2} \Leftrightarrow t_1 = \dfrac{T}{4} = \pi \cdot 10^{-3}\,s, & \text{δεκτή} \\ \xrightarrow{(III)} \omega t_1' = \dfrac{3\pi}{2} \Leftrightarrow \dfrac{2\pi}{T} t_1' = \dfrac{3\pi}{2} \Leftrightarrow t_1' = \dfrac{3T}{4}, & \text{απορρίπτεται} \end{cases}$$

γ.

Η μέγιστη ένταση I του ρεύματος και το μέγιστο φορτίο Q του πυκνωτή συνδέονται με τη σχέση :

$$I = \omega Q \Leftrightarrow I = \frac{2\pi Q}{T}.$$

Επομένως : $Q = \dfrac{IT}{2\pi} \Rightarrow Q = \dfrac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 4\pi \cdot 10^{-3}}{2\pi} C \Rightarrow Q = 4 \cdot 10^{-6} C.$

Η μέγιστη τάση του πυκνωτή είναι (απόλυτη τιμή) :

$$V_C = \frac{Q}{C} \Rightarrow V_C = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{10^{-5}} V \Rightarrow V_C = 0,4\,V.$$

δ.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ηλεκτρική ταλάντωση :

$$U_E + U_B = E \xrightarrow{U_E = 3U_B} 4U_B = E \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L I^2 \Leftrightarrow i^2 = \frac{I^2}{4} \Rightarrow |i| = \frac{I}{2} = 10^{-3}\,A.$$

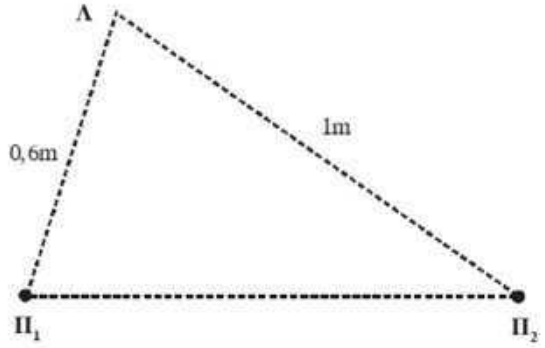
Σχόλιο

Στο ερώτημα **δ** ζητείται **το μέτρο** της έντασης του ρεύματος.

ΘΕΜΑ 4ο

Δύο σύγχρονες πηγές Π_1, Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα. Η εξίσωση της ταλάντωσης κάθε πηγής είναι $y = 0{,}01 \cdot \eta\mu(10\pi t)$ (SI) και η ταχύτητα διάδοσης των εγκαρσίων κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι ίση με 1,5 m/s.

Ένα σημείο Λ της επιφάνειας του υγρού απέχει από την πηγή Π_1 απόσταση 0,6 m και από την πηγή Π_2 απόσταση 1 m, όπως δείχνει το σχήμα.



Οι πηγές Π_1, Π_2 αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή t = 0.

α. Να υπολογισθεί το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν οι πηγές.

Μονάδες 5

β. Πόση είναι η συχνότητα της ταλάντωσης του σημείου Λ μετά την έναρξη της συμβολής;

Μονάδες 6

γ. Να υπολογισθεί το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Λ μετά την έναρξη της συμβολής.

Μονάδες 7

δ. Να προσδιορισθεί η απομάκρυνση του σημείου Λ από τη θέση ισορροπίας του, τη χρονική στιγμή $t = \frac{4}{3}$ s.

Δίνεται $\text{συν}\frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2}$.

Μονάδες 7

Απάντηση

α.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης κάθε πηγής έχει τη μορφή : $y = A\eta\mu(\omega t)$. (1)

Από τη σύγκριση των δύο εξισώσεων προκύπτουν οι τιμές :

$A = 0{,}01$ m, $\omega = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Η συχνότητα ταλάντωσης κάθε πηγής, είναι : $f = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow f = \frac{10\pi}{2\pi}\text{Hz} \Rightarrow f = 5\,\text{Hz}$.

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής :

$$\upsilon = \lambda f \;\Leftrightarrow\; \lambda = \frac{\upsilon}{f} \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{1,5\frac{m}{s}}{5\,Hz} \;\Rightarrow\; \lambda = 0,3\,m.$$

β.

Η συχνότητα ταλάντωσης του σημείου Λ, μετά την έναρξη της συμβολής σε αυτό, είναι ίση με τη συχνότητα ταλάντωσης των πηγών : $f = 5$ Hz.

γ.

Οι αποστάσεις του Λ από τις πηγές Π_1 , Π_2 είναι αντίστοιχα : $r_1 = 0,6$ m, $r_2 = 1$m.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του Λ από τη θέση ισορροπίας, λόγω της συμβολής των κυμάτων από τις δύο πηγές, είναι : $y_\Lambda = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{r_2 - r_1}{2\lambda}\right)\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right)$ ή $y_\Lambda = A'_\Lambda \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right)$, (2)

όπου :

$$A'_\Lambda = 2A\sigma\upsilon\nu\pi\left(\frac{r_2 - r_1}{\lambda}\right) \;\Rightarrow\; A'_\Lambda = 0,02\sigma\upsilon\nu\pi\left(\frac{1-0,6}{0,3}\right)m = 0,02\sigma\upsilon\nu\frac{4\pi}{3}m = 0,02\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)m \;\Rightarrow$$

$$A'_\Lambda = -0,01\,m.$$

Το πλάτος ταλάντωσης του Λ, είναι : $\left|A'_\Lambda\right| = 0,01\,m.$

δ.

Η συμβολή των κυμάτων στο Λ ξεκινά τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{r_2}{\upsilon} = \frac{1m}{1,5\frac{m}{s}} \;\Rightarrow\; t_2 = \frac{2}{3}s$,

κατά την οποία φτάνει στο Λ το κύμα από την πιο απομακρυσμένη πηγή Π_2 .

Αφού $t > t_2$, άρα τα κύματα έχουν συμβάλλει στο Λ.

Σύμφωνα με την εξίσωση (2), τη χρονική στιγμή $t = \frac{4}{3}s$ η απομάκρυνση του Λ από τη θέση ισορροπίας, είναι :

$$y_\Lambda = -0,01\eta\mu 2\pi\left(5\cdot\frac{4}{3} - \frac{1,6}{0,6}\right)m = -0,01\eta\mu 2\pi\cdot\frac{12}{3}m = -0,01\eta\mu(8\pi)m \;\Rightarrow\; y_\Lambda = 0.$$

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 29 ΜΑΪΟΥ 2007
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις **1-4** *και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

1. Η εξίσωση του φορτίου του πυκνωτή σε ένα κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC, το οποίο εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις μεγίστου φορτίου Q και γωνιακής συχνότητας ω, δίνεται από τη σχέση q=Qσυνωt. Η εξίσωση της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα δίνεται από τη σχέση

α. i=−Qωημωt.

β. $i=-\frac{Q}{\omega}$ημωt.

γ. i=Qωσυνωt.

δ. i=Qωημωt.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η εξίσωση της έντασης του ρεύματος είναι : i = – Iημωt,

όπου I = Qω το πλάτος της έντασης.

Με συνδυασμό των δύο σχέσεων, προκύπτει : i = – Qωημωt.

Σωστή απάντηση : α.

2. Κατά τη φθίνουσα μηχανική ταλάντωση

α. το πλάτος παραμένει σταθερό.

β. η μηχανική ενέργεια διατηρείται.

γ. το πλάτος μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $A=A_0e^{\Lambda t}$, όπου Λ θετική σταθερά.

δ. έχουμε μεταφορά ενέργειας από το ταλαντούμενο σύστημα στο περιβάλλον.

Μονάδες 5

Απάντηση

Στη διάρκεια της φθίνουσας ταλάντωσης μεταφέρεται ενέργεια (εξαιτίας των αποσβέσεων) από το ταλαντούμενο σύστημα στο περιβάλλον, με αποτέλεσμα να μειώνεται η μηχανική ενέργεια και το πλάτος ταλάντωσης του συστήματος.

Σωστή απάντηση : δ.

3. Σε ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο

α. έχουν διαφορά φάσης ίση με π/λ.

β. έχουν λόγο B/E=c.

γ. έχουν διανύσματα που είναι κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης.

δ. δεν υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σε ένα αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα, **οι εντάσεις του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου** έχουν :

* διαφορά φάσης 90° κοντά στην κεραία και 0° σε μεγάλη απόσταση από αυτή. [α : Λάθος]

* **πηλίκο μέτρων** $\frac{E}{B} = c$. [β : Λάθος]

* διανύσματα που είναι κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. [γ : Σωστό]

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα (όπως και τα μηχανικά) **υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας**.

[δ : Λάθος]

Σχόλιο

Η εκφώνηση της ερώτησης δεν είναι διατυπωμένη σωστά.

4. Σε μια ελαστική κρούση **δεν** διατηρείται

α. η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος.

β. η ορμή του συστήματος.

γ. η μηχανική ενέργεια του συστήματος.

δ. η κινητική ενέργεια κάθε σώματος.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σε μία ελαστική κρούση, η μηχανική ενέργεια, η κινητική ενέργεια και η ορμή του συστήματος διατηρούνται σταθερές.

Κατά τη διάρκεια της κρούσης μεταβάλλεται η ορμή κάθε σώματος, επομένως **μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια κάθε σώματος** $\left(K = \frac{p^2}{2m} \right)$.

Σωστή απάντηση : δ.

5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη* ***Σωστό****, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη* ***Λάθος****, για τη λανθασμένη.*

α. Κατά τη διάδοση ενός κύματος μεταφέρεται ενέργεια από ένα σημείο στο άλλο, αλλά δεν μεταφέρεται ούτε ύλη, ούτε ορμή.

β. Το ορατό φως είναι μέρος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας την οποία ανιχνεύει το ανθρώπινο μάτι.

γ. Σε στάσιμο κύμα, μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών, όλα τα σημεία έχουν την ίδια φάση.

δ. Η ροπή αδράνειας ενός σώματος σταθερής μάζας έχει πάντα την ίδια τιμή.

ε. Η περίοδος και η συχνότητα ενός περιοδικού φαινομένου είναι μεγέθη αντίστροφα.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Λάθος.

Κατά τη διάδοση ενός μηχανικού κύματος σε ένα ελαστικό μέσο, τα σημεία του μέσου που βρίσκονται στη διεύθυνση διάδοσης αρχίζουν διαδοχικά να ταλαντώνονται γύρω από τις θέσεις ισορροπίας τους, χωρίς να μεταφέρονται προς την κατεύθυνση διάδοσης του κύματος.

Επομένως **κατά τη διάδοση του κύματος μεταφέρεται ενέργεια και ορμή από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο, όχι όμως και ύλη**.

β. Σωστό.

Σχόλιο

Η πρόταση δεν έχει διατυπωθει με αφήνεια.

Το ορατό φως είναι **το τμήμα** της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που ανιχνεύει το ανθρώπινο μάτι.

γ. Σωστό.

Όλα τα σημεία που βρίσκονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών του στάσιμου διέρχονται συγχρόνως από τις θέσεις ισορροπίας τους κινούμενα προς την ίδια φορά και φτάνουν συγχρόνως στις ακραίες θέσεις τους.

δ. Λάθος.

Η ροπή αδράνειας ενός στερεού ορίζεται από τη σχέση : $I = \sum_{i=1}^{i=N} m_i r_i^2$, όπου m_i οι μάζες των στοιχειωδών τμημάτων του στερεού και r_i οι αποστάσεις τους από τον άξονα περιστροφής.

Επομένως, η ροπή αδράνειας του στερεού εξαρτάται από τη θέση του άξονα περιστροφής και δεν έχει καθορισμένη τιμή.

ε. Σωστό.

Η περίοδος και η συχνότητα ενός περιοδικού φαινομένου συνδέονται με τη σχέση $f = \frac{1}{T}$,

δηλαδή είναι μεγέθη αντίστροφα.

ΘΕΜΑ 2ο

Για τις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Μεταξύ δύο ακίνητων παρατηρητών Β και Α κινείται πηγή S με σταθερή ταχύτητα υ_S πλησιάζοντας προς τον Α. Οι παρατηρητές και η πηγή βρίσκονται στην ίδια ευθεία. Η πηγή εκπέμπει ήχο μήκους κύματος λ, ενώ οι παρατηρητές Α και Β αντιλαμβάνονται μήκη κύματος λ_1 και λ_2 αντίστοιχα. Τότε για το μήκος κύματος του ήχου που εκπέμπει η πηγή θα ισχύει:

α. $\lambda = \dfrac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$

β. $\lambda = \dfrac{\lambda_1 - \lambda_2}{2}$

γ. $\lambda = \dfrac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Έστω Τ η περίοδος των κυμάτων που εκπέμπει η πηγή.

Η πηγή κινείται με ταχύτητα μέτρου υ_s προς τον παρατηρητή Α, οπότε αυτός αντιλαμβάνεται ότι τα ηχητικά κύματα έχουν μήκος κύματος : $\lambda_1 = \lambda - \upsilon_s T$. (1)

Η πηγή απομακρύνεται από τον παρατηρητή Β με ταχύτητα μέτρου υ_s, οπότε αυτός αντιλαμβάνεται ότι τα ηχητικά κύματα έχουν μήκος κύματος : $\lambda_2 = \lambda + \upsilon_s T$. (2)

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) :

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 2\lambda \Leftrightarrow \lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}.$$

Σωστή απάντηση : α.

2. Ένα αυτοκίνητο Α μάζας Μ βρίσκεται σταματημένο σε κόκκινο φανάρι. Ένα άλλο αυτοκίνητο Β μάζας m, ο οδηγός του οποίου είναι απρόσεκτος, πέφτει στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου Α. Η κρούση θεωρείται κεντρική και πλαστική. Αν αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει το 1/3 της κινητικής ενέργειας που είχε αμέσως πριν την κρούση, τότε θα ισχύει:

α. $\frac{m}{M}=\frac{1}{6}$

β. $\frac{m}{M}=\frac{1}{2}$

γ. $\frac{m}{M}=\frac{1}{3}$

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

Απάντηση

Έστω υ το μέτρο της ταχύτητας του κινούμενου αυτοκινήτου ελάχιστα πριν την κρούση και V το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Αφού η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι ασήμαντη, η ορμή του συστήματος είναι (πρακτικά) σταθερή.

Θεωρώ σαν θετική τη φορά της $\vec{\upsilon}$ και εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής (αλγεβρικά) :

$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow m\upsilon = (m+M)V \Leftrightarrow V = \frac{m\upsilon}{m+M}. \qquad (1)$$

Η κινητική ενέργεια του συστήματος ελάχιστα πριν την κρούση, είναι : $K = \frac{1}{2}m\upsilon^2$. (2)

Η κινητική ενέργεια του συστήματος ελάχιστα μετά την κρούση, είναι :

$$K' = \frac{1}{2}(m+M)V^2 \xrightarrow{(1)} K' = \frac{1}{2}(m+M)\cdot\frac{m^2\upsilon^2}{(m+M)^2} \Rightarrow K' = \frac{m^2\upsilon^2}{2(m+M)}. \qquad (3)$$

Ισχύει :

$$K' = \frac{1}{3}K \xrightarrow{(2),\,(3)} \frac{m^2\upsilon^2}{2(m+M)} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}m\upsilon^2 \Leftrightarrow 3m = m+M \Leftrightarrow 2m = M \Leftrightarrow \frac{m}{M}=\frac{1}{2}.$$

Σωστή απάντηση : β.

3. Κολυμβητής βρίσκεται κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας και παρατηρεί τον ήλιο.



Η θέση που τον βλέπει είναι

α. πιο ψηλά από την πραγματική του θέση.

β. ίδια με την πραγματική του θέση.

γ. πιο χαμηλά από την πραγματική του θέση.

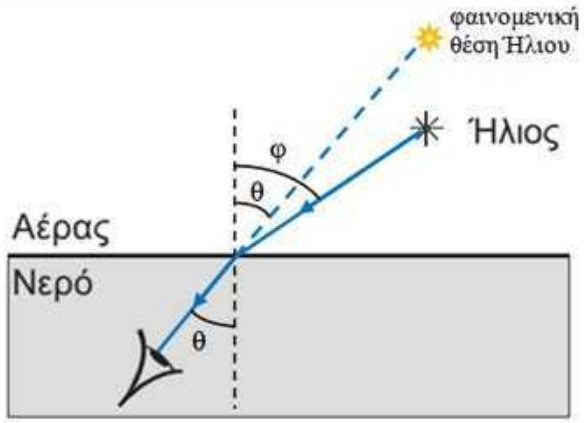
Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Θεωρώ μία ακτίνα φωτός η οποία προσπίπτει υπό γωνία φ ως προς την κάθετη στην επιφάνεια του νερού, διαθλάται υπό γωνία θ ως προς την κάθετη και εισέρχεται στο μάτι του παρατηρητή.



Εφαρμόζω το νόμο του Snell :

$$n_\alpha \eta\mu\varphi = n_\nu \eta\mu\theta \xrightarrow{n_\alpha \cong 1} \eta\mu\theta = \frac{\eta\mu\varphi}{n_\nu}. \qquad (1)$$

Αφού $n_\nu > 1 \xrightarrow{(1)} \eta\mu\theta < \eta\mu\varphi \xrightarrow[\varphi < 90^o]{\theta < 90^o}$

$\theta < \varphi$.

Επομένως, η διαθλώμενη ακτίνα πλησιάζει την κάθετη στην επιφάνεια του νερού.

Εξαιτίας της ευθύγραμμης διάδοσης του φωτός ο κολυμβητής σχηματίζει την εντύπωση ότι ο Ήλιος βρίσκεται στην προέκταση της διαθλώμενης ακτίνας, άρα τον βλέπει πιο ψηλά από την πραγματική του θέση.

Σωστή απάντηση : α.

ΘΕΜΑ 3ο

Σε μια χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα, η εξίσωση του οποίου είναι $y=10\text{συν}\frac{\pi x}{4}\cdot\text{ημ}20\pi t$, όπου x, y δίνονται σε cm και t σε s. Να βρείτε:

α. το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης, τη συχνότητα και το μήκος κύματος.

Μονάδες 6

β. τις εξισώσεις των δύο κυμάτων που παράγουν το στάσιμο κύμα.

Μονάδες 6

γ. την ταχύτητα που έχει τη χρονική στιγμή t=0,1 s ένα σημείο της χορδής το οποίο απέχει 3 cm από το σημείο x=0.

Μονάδες 6

δ. σε ποιες θέσεις υπάρχουν κοιλίες μεταξύ των σημείων $x_A=3$ cm και $x_B=9$ cm.

Μονάδες 7

Δίνονται: π=3,14 και $\text{συν}\frac{3\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Απάντηση

α.

Η εξίσωση ενός στάσιμου κύματος που έχει σχηματιστεί σε χορδή, η οποία στην κατάσταση ηρεμίας είχε τη διεύθυνση του άξονα x, με κοιλία στη θέση x = 0 είναι : $y = 2A\text{συν}\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\text{ημ}\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$. (1)

Αντιστοιχίζοντας τα μεγέθη της σχέσης (1) με τις τιμές των μεγεθών της δοθείσας σχέσης, προκύπτουν :

$A = 5\text{ cm}$, $\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \lambda = 8\text{cm}$, $\frac{2\pi}{T}=20\pi \Leftrightarrow T = 0{,}1\text{s}$.

Το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης των σημείων της χορδής (κοιλίες) είναι : $|A'_{max}| = 2A = 10$ cm.

Η συχνότητα ταλάντωσης των σημείων είναι : $f=\frac{1}{T}=\frac{1}{0{,}1\text{s}} \Rightarrow f = 10\,\text{Hz}$.

β.

Το κύμα το οποίο διαδιδόταν προς τη θετική φορά του άξονα x είχε εξίσωση :

$y_1 = A\text{ημ}2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y_1 = 5\text{ημ}2\pi\left(10t-\frac{x}{8}\right)$. $\begin{matrix}(x, y_1 \text{ σε cm})\\ (t \text{ σε s})\end{matrix}$

Το κύμα το οποίο διαδιδόταν προς την αρνητική φορά του άξονα x είχε εξίσωση :

$y_2 = A\text{ημ}2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y_2 = 5\text{ημ}2\pi\left(10t+\frac{x}{8}\right)$. $\begin{matrix}(x, y_2 \text{ σε cm})\\ (t \text{ σε s})\end{matrix}$

γ.

Για το σημείο Σ στη θέση $x = 3$ cm, ισχύει :

$$A'_{\Sigma} = 10\sigma\upsilon\nu\frac{3\pi}{4}\,\text{cm} = 10\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\text{cm} \;\Rightarrow\; A'_{\Sigma} = -5\sqrt{2}\,\text{cm}.$$

Η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του Σ είναι :

$$\upsilon_{\Sigma} = \omega A'_{\Sigma}\sigma\upsilon\nu(\omega t) \;\Rightarrow\; \upsilon_{\Sigma} = (20\pi)\left(-5\sqrt{2}\right)\sigma\upsilon\nu(20\pi t) \;\Rightarrow\; \upsilon_{\Sigma} = -\pi\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu(20\pi t).\quad \text{(S.I.)}$$

Τη χρονική στιγμή $t = 0{,}1$ s, το σημείο Σ έχει ταχύτητα :

$$\upsilon_{\Sigma} = -\pi\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu(20\pi\cdot 0{,}1)\frac{\text{m}}{\text{s}} = -\pi\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu(2\pi)\frac{\text{m}}{\text{s}} \;\Rightarrow\; \upsilon_{\Sigma} = -\pi\sqrt{2}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

δ.

Οι θέσεις των κοιλιών του στάσιμου προσδιορίζονται από τη σχέση :

$$x_{\kappa} = N\cdot\frac{\lambda}{2} \;\Rightarrow\; x_{\kappa} = 4N\,\text{cm}. \qquad (2)$$

Για τις κοιλίες που βρίσκονται μεταξύ των σημείων Α, Β ισχύει :

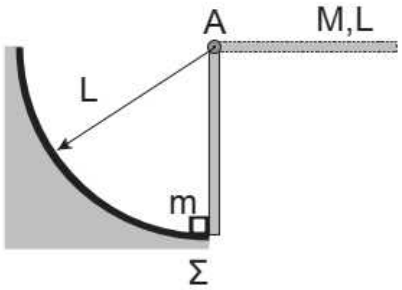
$$x_A < x_{\kappa} < x_B \xrightarrow{(2)} 3\,\text{cm} < 4N\,\text{cm} < 9\,\text{cm} \;\Leftrightarrow\; \frac{3}{4} < N < \frac{9}{4} \;\Rightarrow\; N = 1, 2. \quad \text{(δύο σημεία)}$$

Για $N = 1 \xrightarrow{(2)} x_1 = 4$ cm.

Για $N = 2 \xrightarrow{(2)} x_2 = 8$ cm.

ΘΕΜΑ 4ο

Ομογενής ράβδος μήκους L=0,3 m και μάζας M=1,2 kg μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α. Αρχικά την κρατούμε σε οριζόντια θέση και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.



α. Να βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη.

Μονάδες 5

β. Να βρείτε τη στροφορμή της ράβδου όταν φθάσει σε κατακόρυφη θέση.

Μονάδες 5

Τη στιγμή που η ράβδος φθάνει στην κατακόρυφη θέση το κάτω άκρο της ράβδου συγκρούεται ακαριαία με ακίνητο σώμα Σ αμελητέων διαστάσεων που έχει μάζα m=0,4 kg. Μετά την κρούση το σώμα κινείται κατά μήκος κυκλικού τόξου ακτίνας L, ενώ η ράβδος συνεχίζει να κινείται με την ίδια φορά. Δίνεται ότι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση είναι $\frac{\omega}{5}$, όπου ω η γωνιακή ταχύτητά της αμέσως πριν την κρούση.

γ. Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος Σ αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

δ. Να βρείτε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση.

Μονάδες 8

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα Α $I=\frac{1}{3}ML^2$ και $g=10\ m/s^2$.

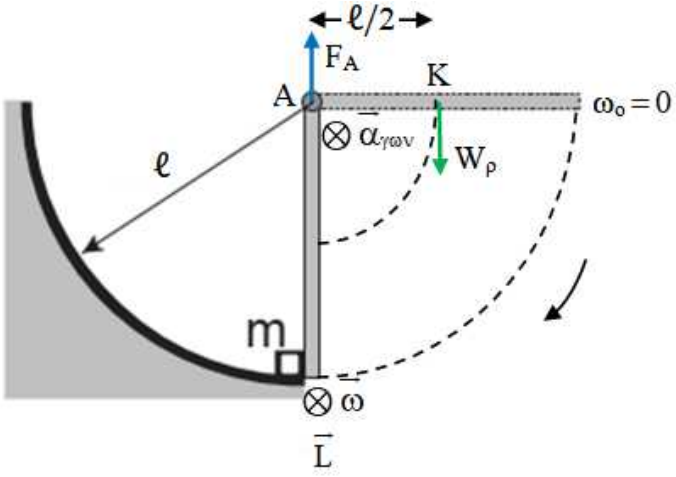
Απάντηση

α.

Αφού η ράβδος είναι ομογενής (και έχει σταθερό πάχος), το κέντρο μάζας της είναι το μέσο της Κ.

Η δύναμη $\vec{F}_A$ από τον άξονα δεν προκαλεί ροπή, αφού ο φορέας της διέρχεται από τον άξονα περιστροφής.

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης ως προς τον άξονα περιστροφής (αλγεβρικά), θεωρώντας θετική τη φορά περιστροφής της ράβδου :



$$\Sigma\tau_{(A)} = I_A\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow Mg\frac{\ell}{2} = \frac{1}{3}M\ell^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{3g}{2\ell} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{3\cdot 10}{2\cdot 0,3}\frac{rad}{s^2} \Rightarrow$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = 50\frac{rad}{s^2}.$$

Το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης έχει τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής και φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

β.

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την περιστροφή της ράβδου από την οριζόντια μέχρι την κατακόρυφη θέση :

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2}I_A\omega^2 - 0 = Mg\frac{\ell}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}M\ell^2\omega^2 = Mg\frac{\ell}{2} \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{3g}{\ell} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3g}{\ell}} \Rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3\cdot 10}{0,3}}\frac{rad}{s} = \sqrt{100}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 10\frac{rad}{s}.$$

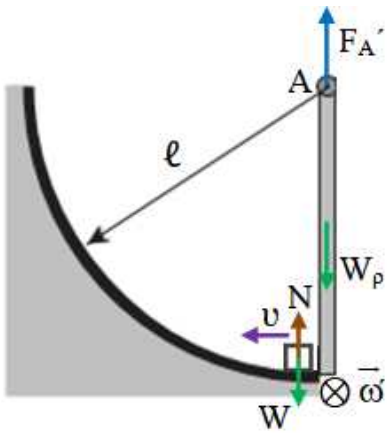
Το μέτρο της στροφορμής της ράβδου τη στιγμή που διέρχεται από την κατακόρυφη θέση, είναι :

$$L_A = I_A\omega = \frac{1}{3}M\ell^2\omega \Rightarrow L_A = \frac{1}{3}\cdot 1,2\cdot 0,3^2\cdot 10\frac{Kgm^2}{s} \Rightarrow L_A = 0,36\frac{Kgm^2}{s}.$$

Το διάνυσμα της στροφορμής έχει τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής και φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

γ.

Το μέτρο της στροφορμής της ράβδου ελάχιστα μετά την κρούση, είναι : $L_A' = I_A\omega' = I_A\frac{\omega}{5} \Rightarrow L_A' = \frac{L_A}{5} = 0,072\frac{Kgm^2}{s}$.



Αμέσως μετά την κρούση το σώμα αποκτά στροφορμή ως προς τον άξονα περιστροφής της ράβδου, μέτρου $L_\Sigma = mur$, ίδιας φοράς με τις στροφορμές $\vec{L}_A$, $\vec{L}_A'$.

Κατά τη διάρκεια της κρούσης δεν ασκούνται εξωτερικές ροπές στο σύστημα, άρα η στροφορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή.

Με θετική τη φορά της αρχικής στροφορμής της ράβδου, εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της στροφορμής (αλγεβρικά) :

$$L_A = L_A' + m\upsilon\ell \;\Leftrightarrow\; m\upsilon\ell = L_A - L_A' \;\Leftrightarrow\; \upsilon = \frac{L_A - L_A'}{m\ell} \;\Rightarrow\; \upsilon = \frac{0,36-0,072}{0,4\cdot 0,3}\frac{m}{s} \;\Rightarrow\; \upsilon = 2,4\frac{m}{s}.$$

δ.

Η κινητική ενέργεια του συστήματος ελάχιστα πριν την κρούση, είναι :

$$K_{πριν} = \frac{1}{2}I_A\omega^2 = \frac{1}{2}L_A\omega \;\Rightarrow\; K_{πριν} = \frac{1}{2}\cdot 0,36\cdot 10\,J \;\Rightarrow\; K_{πριν} = 1,8\,J.$$

Η κινητική ενέργεια του συστήματος ελάχιστα μετά την κρούση, είναι :

$$K_{μετά} = \frac{1}{2}L_A'\omega' + \frac{1}{2}m\upsilon^2 \;\Rightarrow\; K_{μετά} = \left(\frac{1}{2}\cdot 0,072\cdot 2 + \frac{1}{2}\cdot 0,4\cdot 2,4^2\right)J \;\Rightarrow\; K_{μετά} = 1,224\,J.$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι :

$$Π(\%) = \frac{K_{πριν} - K_{μετά}}{K_{πριν}}\cdot 100\% = \left(1 - \frac{K_{μετά}}{K_{πριν}}\right)\cdot 100\% \;\Rightarrow\; Π(\%) = \left(1 - \frac{1,224}{1,8}\right)\cdot 100\% = 32\%.$$

Σχόλια

1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι ο άξονας περιστροφής είναι κάθετος στη ράβδο (κάθετος στο επίπεδο του σχήματος).
2) Στα ερωτήματα α, β, γ δεν διευκρινίζεται αν ζητούνται μόνο τα μέτρα των διανυσμάτων ή και η κατεύθυνσή τους.
3) Στο ερώτημα β το σύμβολο ω εκφράζει το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 5 ΙΟΥΛΙΟΥ 2007
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)

ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις ***1 - 4*** *και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

1. Ένας ταλαντωτής τη χρονική στιγμή t_1 έχει ενέργεια ταλάντωσης Ε και πλάτος ταλάντωσης Α. Τη χρονική στιγμή t_2 που έχει χάσει τα $\frac{3}{4}$ της αρχικής του ενέργειας το πλάτος της ταλάντωσής του είναι:

α. $\frac{A}{4}$. **β.** $\frac{3A}{4}$. **γ.** $\frac{A}{2}$. **δ.** $\frac{A}{3}$.

Μονάδες 5

Απάντηση

Τη χρονική αστιγμή t_1 ο ταλαντωτής έχει ενέργεια : $E = \frac{1}{2}DA^2$. (1)

Τη χρονική στιγμή t_2 , ο ταλαντωτής έχει ενέργεια : $E' = \frac{1}{2}DA'^2$. (2)

Ισχύει :

$$E' = E - \frac{3}{4}E \Rightarrow E' = \frac{1}{4}E \xrightarrow{(1),\,(2)} \frac{1}{2}DA'^2 = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}DA^2 \Leftrightarrow A'^2 = \frac{1}{4}A^2 \Rightarrow A' = \frac{A}{2}.$$

Σωστή απάντηση : γ.

2. Σώμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ. Στην πορεία συγκρούεται μετωπικά με άλλο σώμα και επιστρέφει κινούμενο με ταχύτητα μέτρου 2υ. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του είναι:

α. 0. **β.** mυ. **γ.** 2mυ. **δ.** 3mυ.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η μεταβολή της ορμής του 1ου σώματος είναι (διανυσματικά) : $\Delta\vec{p}_1 = \vec{p}_1' - \vec{p}_1$.

Με θετική τη φορά της αρχικής ταχύτητας, η αλγεβρική μεταβολή της ορμής του είναι :

$\Delta p_1 = -p_1' - p_1 = -m\upsilon - 2m\upsilon \Rightarrow \Delta p_1 = -3m\upsilon$.

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του 1ου σώματος είναι : $|\Delta p_1| = 3m\upsilon$.

Σωστή απάντηση : δ.

3. Δεν έχουμε φαινόμενο Doppler όταν:

α. ο παρατηρητής είναι ακίνητος και απομακρύνεται η πηγή.

β. ο παρατηρητής και η πηγή κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση με την ίδια ταχύτητα.

γ. ο παρατηρητής είναι ακίνητος και πλησιάζει η πηγή.

δ. η πηγή είναι ακίνητη και πλησιάζει ο παρατηρητής.

Μονάδες 5

Απάντηση

Όταν ο παρατηρητής και η πηγή κινούνται στην ίδια ευθεία με ταχύτητες μέτρου υ_A και υ_s αντίστοιχα, τότε η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής υπολογίζεται από τη σχέση :

$$f_A = \left(\frac{\upsilon \pm \upsilon_A}{\upsilon \mp \upsilon_S} \right) f_S .$$

α. Αν η πηγή απομακρύνεται από τον ακίνητο παρατηρητή, αυτός αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας :

$$f_A = \left(\frac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_S} \right) f_S \quad \Rightarrow \quad f_A \neq f_s . \qquad [\text{Λάθος}]$$

β. Όταν ο παρατηρητής και η πηγή κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση με ταχύτητες μέτρου $\upsilon_A = \upsilon_s = u$, τότε :

i) αν η πηγή ακολουθεί τον παρατηρητή, αυτός αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας :

$$f_A = \left(\frac{\upsilon - u}{\upsilon - u} \right) f_S \quad \Rightarrow \quad f_A = f_s .$$

ii) αν ο παρατηρητής ακολουθεί την πηγή, αυτός αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας :

$$f_A = \left(\frac{\upsilon + u}{\upsilon + u} \right) f_S \quad \Rightarrow \quad f_A = f_s .$$

[Σωστό]

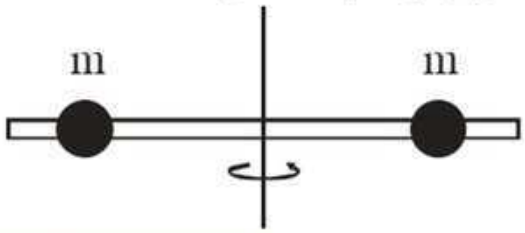
γ. Αν η πηγή πλησιάζει τον ακίνητο παρατηρητή, αυτός αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας :

$$f_A = \left(\frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_S} \right) f_S \quad \Rightarrow \quad f_A \neq f_s . \qquad [\text{Λάθος}]$$

δ. Αν ο παρατηρητής πλησιάζει την ακίνητη πηγή, αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας :

$$f_A = \left(\frac{\upsilon + \upsilon_A}{\upsilon} \right) f_S \quad \Rightarrow \quad f_A \neq f_s . \qquad [\text{Λάθος}]$$

4. Η ράβδος του σχήματος είναι αβαρής και οι μάζες m απέχουν εξίσου από τον άξονα περιστροφής.



Αν η απόσταση των μαζών από τον άξονα περιστροφής υποδιπλασιαστεί, η ροπή αδράνειας του συστήματος:

α. τετραπλασιάζεται.

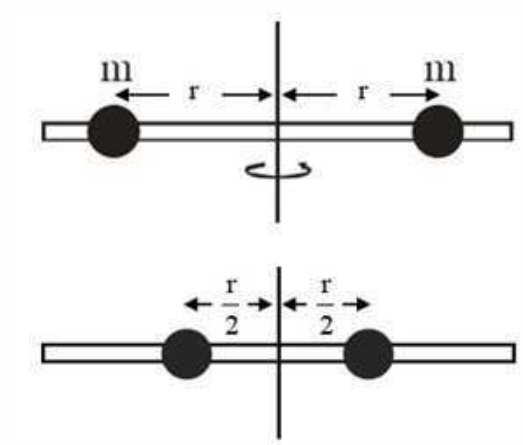
β. διπλασιάζεται.

γ. υποδιπλασιάζεται.

δ. υποτετραπλασιάζεται.

Μονάδες 5

Απάντηση



Έστω r η αρχική απόσταση κάθε σφαίρας από τον άξονα περιστροφής.

Η αρχική ροπή αδράνειας του συστήματος είναι :

$I = mr^2 + mr^2 \Rightarrow I = 2mr^2.$ (1)

Όταν η απόσταση κάθε σφαίρας από τον άξονα περιστροφής υποδιπλασιαστεί $\left(r' = \frac{r}{2}\right)$, η ροπή αδράνειας του συστήματος γίνεται :

$$I' = m\left(\frac{r}{2}\right)^2 + m\left(\frac{r}{2}\right)^2 \Rightarrow I' = \frac{2mr^2}{4}. \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει : $I' = \frac{I}{4}$.

Σωστή απάντηση : δ.

Σχόλιο

Οι διατυπώσεις : « . . . οι μάζες m απέχουν . . . », « . . . η απόσταση των μαζών . . . » δεν είναι σωστές.

Η μάζα είναι φυσικό μέγεθος και όχι σώμα.

5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α. Τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$ και της γωνιακής επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση.

β. Μήκος κύματος λ είναι η απόσταση στην οποία διαδίδεται το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου.

γ. Ο λόγος της ταχύτητας του φωτός στο υλικό προς την ταχύτητα του φωτός στο κενό ονομάζεται δείκτης διάθλασης του υλικού.

δ. Διάχυση ονομάζεται το φαινόμενο κατά το οποίο, μετά από ανάκλαση δέσμης παράλληλων ακτίνων, οι ανακλώμενες ακτίνες δεν είναι πια παράλληλες μεταξύ τους.

ε. Σε κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων με πηνίο, πυκνωτή και αντίσταση, αν η τιμή της αντίστασης υπερβεί κάποιο όριο, η ταλάντωση γίνεται απεριοδική.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Λάθος.

Τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$ και της γωνιακής επιτάχυνσης $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ έχουν την ίδια κατεύθυνση μόνο στην επιταχυνόμενη στροφική κίνηση (όταν αυξάνεται το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας).

Στην επιβραδυνόμενη στροφική κίνηση (όταν μειώνεται το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας) τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$ και της γωνιακής επιτάχυνσης $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ έχουν αντίθετες κατευθύνσεις.

Σχόλιο

Το σχολικό βιβλίο χρησιμοποιεί το σύμβολο $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ για τη γωνιακή επιτάχυνση.

Το σύμβολο $\vec{\alpha}$ αντιστοιχεί στη γραμμική επιτάχυνση.

β. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 46.

γ. Λάθος.

Ο δείκτης διάθλασης n ενός υλικού ορίζεται από τη σχέση : $n = \frac{c}{\upsilon}$, όπου c η ταχύτητα του φωτός στο κενό και υ η ταχύτητά του στο υλικό.

δ, Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 63.

ε. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 20.

ΘΕΜΑ 2ο

Για τις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Στη διαχωριστική επιφάνεια του υλικού Α με τον αέρα, για την οριακή γωνία ολικής ανάκλασης ισχύει $\eta\mu\theta_{crit}^{(A)} = 0,8$. Για το υλικό Β στη διαχωριστική επιφάνειά του με τον αέρα, είναι $\eta\mu\theta_{crit}^{(B)} = 0,2$. Τα υλικά Α και Β είναι οπτικά πυκνότερα από τον αέρα. Τότε:

α. Το υλικό Α είναι οπτικά πυκνότερο του Β και στη διαχωριστική τους επιφάνεια ισχύει $\eta\mu\theta_{crit}^{(AB)} = 0,25$.

β. Το υλικό Β είναι οπτικά πυκνότερο του Α και στη διαχωριστική τους επιφάνεια ισχύει $\eta\mu\theta_{crit}^{(AB)} = 0,25$.

γ. Το υλικό Α είναι οπτικά πυκνότερο του Β και στη διαχωριστική τους επιφάνεια ισχύει $\eta\mu\theta_{crit}^{(AB)} = 0,6$.

δ. Το υλικό Β είναι οπτικά πυκνότερο του Α και στη διαχωριστική τους επιφάνεια ισχύει $\eta\mu\theta_{crit}^{(AB)} = 0,6$.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

<u>υλικό Α → αέρας</u>

Για την οριακή γωνία ολικής ανάκλασης ισχύει : $\eta\mu\theta_{crit}^{(A)} = \frac{1}{n_A} = 0,8 \Rightarrow n_A = \frac{1}{0,8} \Rightarrow n_A = 1,25$,

όπου n_A ο δείκτης διάθλασης του υλικού Α.

<u>υλικό Β → αέρας</u>

Για την οριακή γωνία ολικής ανάκλασης ισχύει : $\eta\mu\theta_{crit}^{(B)} = \frac{1}{n_B} = 0,2 \Rightarrow n_B = \frac{1}{0,2} \Rightarrow n_B = 5$,

όπου n_B ο δείκτης διάθλασης του υλικού Β.

Αφού $n_B > n_A$, **το υλικό Β είναι οπτικά πυκνότερο από το Α**.

Όταν μία ακτίνα φωτός πρόκειται να διαδοθεί από το υλικό Β στο Α, για την οριακή γωνία ανάκλασης ισχύει : $\eta\mu\theta_{crit}^{(AB)} = \frac{n_A}{n_B} = \frac{1,25}{5} \Rightarrow \mathbf{\eta\mu\theta_{crit}^{(AB)} = 0,25}$.

Σωστή απάντηση : β.

2. Στην επιφάνεια υγρού συμβάλλουν δύο όμοια κύματα που δημιουργούνται από δύο σύγχρονες αρμονικές πηγές. Σε σημείο Φ που απέχει από τις δύο πηγές αποστάσεις r_1 και r_2 έχουμε ενίσχυση όταν:

α. $|r_1 - r_2| = (2N + \frac{1}{2})\lambda$

β. $|r_1 - r_2| = N\lambda$

γ. $|r_1 - r_2| = (2N + 1)\frac{\lambda}{2}$

όπου N = 0, 1, 2, ..., λ το μήκος κύματος.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Όταν συμβάλλουν δύο όμοια εγκάρσια αρμονικά κύματα στην επιφάνεια ενός υγρού, τα σημεία της επιφάνειας (γενικά) εκτελούν ταλάντωση με **πλάτος** : $|A'| = 2A\left|\text{συν}2\pi\frac{r_1 - r_2}{2\lambda}\right|$.

Τα σημεία στα οποία συμβαίνει ενισχυτική συμβολή ταλαντώνονται με το μέγιστο πλάτος 2Α.

Για τα σημεία αυτά ισχύει :

$$|A'| = 2A \Leftrightarrow 2A\left|\text{συν}2\pi\frac{r_1 - r_2}{2\lambda}\right| = 2A \Leftrightarrow \left|\text{συν}\pi\frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right| = 1 \Leftrightarrow \pi\frac{|r_1 - r_2|}{\lambda} = N\pi \Leftrightarrow$$

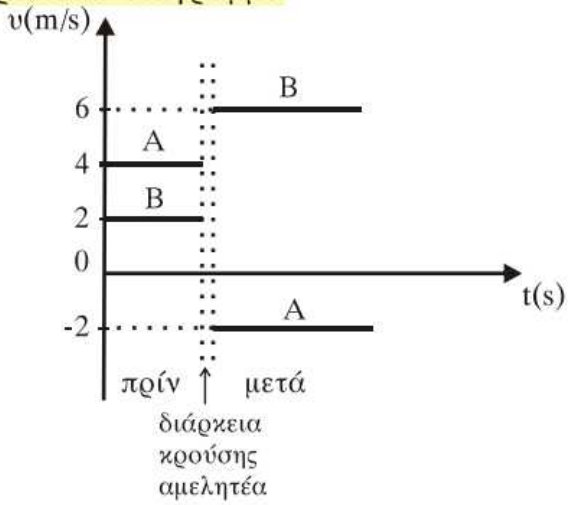
$|r_1 - r_2| = N\lambda$, όπου $N = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Σχόλιο

Δεν είναι σαφές από την εκφώνηση αν ζητείται η πλήρης απόδειξη (δηλαδή ξεκινώντας από τις εξισώσεις των δύο αρμονικών κυμάτων και εφαρμόζοντας την τριγωνομετρική ταυτότητα) ή θεωρώντας γνωστή τη σχέση του πλάτους στη συμβολή δύο όμοιων αρμονικών κυμάτων.

Η εκφώνηση έπρεπε να έχει την εξής διατύπωση : «Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας, θεωρώντας γνωστή τη σχέση του πλάτους ταλάντωσης λόγω της συμβολής δύο όμοιων αρμονικών κυμάτων».

3. Δύο σώματα Α και Β με μάζες m_A και m_B, αντίστοιχα, συγκρούονται μετωπικά. Οι ταχύτητές τους πριν και μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα.



Ο λόγος των μαζών m_A και m_B είναι:

α. $\frac{m_A}{m_B}=\frac{3}{5}$ **β.** $\frac{m_A}{m_B}=\frac{1}{2}$ **γ.** $\frac{m_A}{m_B}=\frac{2}{3}$ **δ.** $\frac{m_A}{m_B}=\frac{3}{2}$

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

Απάντηση

Αφού η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι ασήμαντη, η ορμή του συστήματος είναι πρακτικά σταθερή.

Η αρχή διατήρησης της ορμής γράφεται (διανυσματικά) :

$$\vec{p}_{ολ(πριν)}=\vec{p}_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow \vec{p}_A+\vec{p}_B=\vec{p}_A{}'+\vec{p}_B{}'. \qquad (1)$$

Υποθέτοντας ότι **τα σώματα πριν και μετά την κρούση κινούνται στην ίδια ευθεία**, η σχέση (1) γράφεται αλγεβρικά :

$$p_A+p_B=p_A{}'+p_B{}' \Leftrightarrow m_A\upsilon_A+m_B\upsilon_B=m_A\upsilon_A{}'+m_B\upsilon_B{}'. \qquad (2)$$

Από το διάγραμμα : $\upsilon_A=4\frac{m}{s}$, $\upsilon_B=2\frac{m}{s}$, $\upsilon_A{}'=-2\frac{m}{s}$, $\upsilon_B{}'=6\frac{m}{s}$.

Αντικαθιστώντας τις τιμές στη σχέση (2), προκύπτει :

$$m_A\cdot 4+m_B\cdot 2=m_A(-2)+m_B\cdot 6 \Leftrightarrow 4m_A+2m_A=6m_B-2m_B \Leftrightarrow 6m_A=4m_B \Leftrightarrow \frac{m_A}{m_B}=\frac{2}{3}.$$

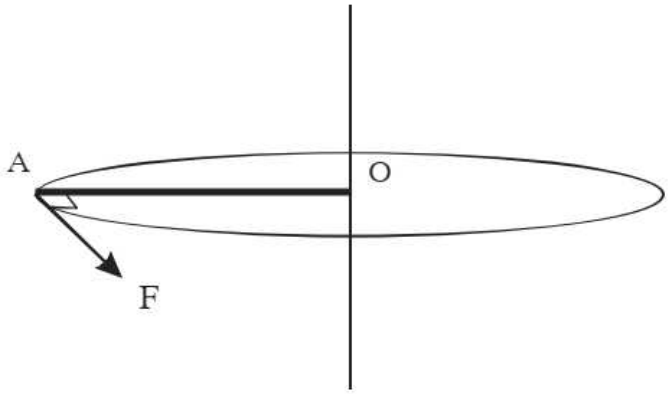
Σωστή απάντηση : γ.

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι πριν και μετά την κρούση τα σώματα κινούνται στην ίδια ευθεία.

ΘΕΜΑ 3ο

Η ράβδος ΟΑ του σχήματος με μήκος L = 1 m και μάζα M = 6 kg είναι οριζόντια και περιστρέφεται υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης F που έχει σταθερό μέτρο και είναι διαρκώς κάθετη στη ράβδο, στο άκρο της Α. Η περιστροφή γίνεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το Ο.



Αρχικά η ράβδος είναι ακίνητη. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες. Να υπολογιστούν:

α. Η τιμή της δύναμης F, αν γνωρίζουμε ότι το έργο που έχει προσφέρει η δύναμη στη διάρκεια της πρώτης περιστροφής είναι 30π J.

Μονάδες 6

β. Η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου.

Μονάδες 7

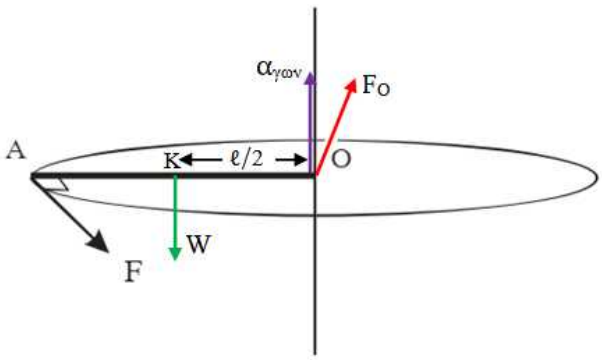
γ. Ο ρυθμός με τον οποίο η δύναμη μεταφέρει ενέργεια στη ράβδο στο τέλος της πρώτης περιστροφής.

Μονάδες 12

Δίνονται: $\sqrt{30\pi}=9,7$.

Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στη ράβδο $I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2$.

Απάντηση



α.

<u>1ος τρόπος</u>

Στη διάρκεια μιας περιστροφής το σημείο εφαρμογής της $\vec{F}$ διανύει διάστημα : $s=2\pi\ell$. (1)

Αφού η δύναμη έχει σταθερό μέτρο και είναι συνεχώς εφαπτόμενη στην κυκλική τροχιά, για το έργο της σε μία περιστροφή ισχύει :

$$W_F=Fs \xrightarrow{(1)} W_F=F(2\pi\ell) \Leftrightarrow F=\frac{W_F}{2\pi\ell} \Rightarrow F=\frac{30\pi}{2\pi\cdot 1}N \Rightarrow F=15N.$$

2ος τρόπος

Αφού η δύναμη είναι οριζόντια και συνεχώς κάθετη στη ράβδο, προκαλεί σταθερή ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής, μέτρου : $\tau = F\cdot\ell$. (I)

Για το έργο της ροπής της δύναμης σε μία περιστροφή, ισχύει :

$$W_F = \tau\cdot\theta \xrightarrow[\theta=2\pi]{(I)} W_F = F\ell(2\pi) \Leftrightarrow F = \frac{W_F}{2\pi\ell} \Rightarrow F = \frac{30\pi}{2\pi\cdot 1}N \Rightarrow F = 15N.$$

β.

Υποθέτω ότι η ράβδος είναι ομογενής, οπότε το κέντρο μάζας της είναι το μέσο της Κ.

Εφαρμόζω το θεώρημα Steiner για να υπολογίσω τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής :

$$I_O = I_{cm} + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}M\ell^2 + \frac{1}{4}M\ell^2 = \frac{1}{3}M\ell^2 \Rightarrow I_O = 2Kgm^2.$$

Κατά τη διάρκεια της περιστροφής, το βάρος της ράβδου και η δύναμη από τον άξονα δεν προκαλούν ροπή.

Θεωρώ θετική τη φορά περιστροφής και εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης :

$$\Sigma\tau_{(O)} = I_O\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow F\ell = I_O\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{F\ell}{I_O} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{15\cdot 1}{2}\frac{rad}{s^2} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 7,5\frac{rad}{s^2}. \quad (\text{μέτρο})$$

Το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ έχει τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής και φορά προς τα πάνω (σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού).

γ.

Τη στιγμή που ολοκληρώνει την 1η περιστροφή, η ράβδος έχει γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω.

Κατά τη διάρκεια της περιστροφής το κέντρο μάζας της ράβδου κινείται σε οριζόντια τροχιά, άρα το βάρος της ράβδου δεν παράγει έργο.

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την 1η περιστροφή της ράβδου :

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2}I_O\omega^2 - 0 = W_F \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{2W_F}{I_O} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2W_F}{I_O}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2\cdot 30\pi}{2}}\frac{rad}{s} \Rightarrow$$

$$\omega \cong 9,7\frac{rad}{s}.$$

Στο τέλος της 1ης περιστροφής, ο ρυθμός μεταφοράς ενέργειας μέσω της δύναμης είναι ίσος με την ισχύ της ροπής της δύναμης την ίδια στιγμή :

$$\frac{dW_F}{dt} = P_F = (F\ell)\omega \Rightarrow \frac{dW_F}{dt} \cong 15\cdot 1\cdot 9,7\frac{J}{s} \Rightarrow \frac{dW_F}{dt} \cong 145,5\frac{J}{s}.$$

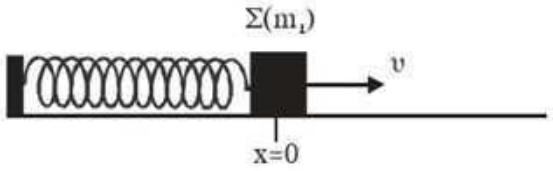
Σχόλια

Η εκφώνηση δεν αναφέρει

1) ότι η ράβδος είναι ομογενής.
2) αν στο ερώτημα **β** ζητείται μόνο το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης ή και η κατεύθυνσή της.

ΘΕΜΑ 4ο

Ένα σώμα Σ μάζας m_1 είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς K. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα ελατήριο-μάζα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο και τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα Σ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο κατά τη θετική φορά.



Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος Σ δίνεται από τη σχέση x = 0,1ημ10t (SI). Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι E = 6 J. Τη χρονική στιγμή $t=\frac{\pi}{10}$ s στο σώμα Σ σφηνώνεται βλήμα μάζας $m_2=\frac{m_1}{2}$ κινούμενο με ταχύτητα υ_2 κατά την αρνητική φορά. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση εκτελεί νέα απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A'=0{,}1\sqrt{6}$ m.

α. Να υπολογίσετε τη σταθερά K του ελατηρίου (μονάδες 4) και τη μάζα m_1 του σώματος Σ (μονάδες 4).

Μονάδες 8

β. Να υπολογίσετε την ολική ενέργεια E΄ (μονάδες 4) και τη γωνιακή συχνότητα ω΄ της ταλάντωσης του συσσωματώματος (μονάδες 4).

Μονάδες 8

γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα υ_2 του βλήματος πριν από την κρούση.

Μονάδες 9

Απάντηση

α.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ του Σ έχει τη μορφή : x = Aημ(ωt).

Από τη σύγκριση των δύο εξισώσεων προκύπτει ότι το πλάτος ταλάντωσης είναι A = 0,1 m και η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ είναι $\omega = 10\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Με τη επίδραση του ελατηρίου, το σώμα εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς D = k.

Από την ενέργεια της ταλάντωσης προκύπτει :

$$E=\frac{1}{2}kA^2 \Leftrightarrow k=\frac{2E}{A^2} \Rightarrow k=\frac{2\cdot 6}{0{,}1^2}\frac{N}{m} \Rightarrow k=1200\frac{N}{m}.$$

Ισχύει :

$$k = m_1\omega^2 \;\Leftrightarrow\; m_1 = \frac{k}{\omega^2} \;\Rightarrow\; m_1 = \frac{1200}{10^2}\,Kg \;\Rightarrow\; m_1 = 12\,Kg.$$

β.

Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί ΑΑΤ, με σταθερά επαναφοράς D = k.

Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι :

$$E' = \frac{1}{2}kA'^2 \;\Rightarrow\; E' = \frac{1}{2}\cdot 1200\cdot\left(0,1\sqrt{6}\right)^2 J = 600\cdot 0,06\,J \;\Rightarrow\; E' = 36\,J.$$

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ του συσσωματώματος είναι :

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} \;\Rightarrow\; \omega' = \sqrt{\frac{1200}{12+6}}\,\frac{rad}{s} = \sqrt{\frac{200}{3}}\,\frac{rad}{s} \;\Rightarrow\; \omega' = \frac{10\sqrt{6}}{3}\,\frac{rad}{s}.$$

γ.

Η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του Σ είναι : $\upsilon_1 = \omega A\,\text{συν}(\omega t) \;\Rightarrow\; \upsilon_1 = \text{συν}(10t)$. (S.I.)

Τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{10}\,s$ είναι :

$$x_1 = 0,1\,\text{ημ}\left(10\cdot\frac{\pi}{10}\right)m = 0,1\,\text{ημ}\pi\,m \;\Rightarrow\; x_1 = 0.$$

$$\upsilon_1 = \text{συν}\pi\,\frac{m}{s} \;\Rightarrow\; \upsilon_1 = -1\,\frac{m}{s}.$$

Αφού η κρούση συμβαίνει στη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ, το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση, είναι :

$$|V| = A'\omega' \;\Rightarrow\; |V| = 0,1\sqrt{6}\cdot\frac{10\sqrt{6}}{3}\,\frac{m}{s} \;\Rightarrow\; |V| = 2\,\frac{m}{s}.$$

Πριν την κρούση τα σώματα κινούνται προς την αρνητική φορά, άρα και το συσσωμάτωμα κινείται προς την αρνητική φορά.

Επομένως : $V = -2\,\frac{m}{s}$.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής (αλγεβρικά) :

$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \;\Leftrightarrow\; m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = (m_1+m_2)V \;\Leftrightarrow\; \upsilon_2 = \frac{(m_1+m_2)V - m_1\upsilon_1}{m_2} \;\Rightarrow$$

$$\upsilon_2 = \frac{18\cdot(-2) - 12\cdot(-1)}{6}\,\frac{m}{s} = \frac{-36+12}{6}\,\frac{m}{s} \;\Rightarrow\; \upsilon_2 = -4\,\frac{m}{s}.$$

Επομένως, η ταχύτητα του βλήματος πριν την κρούση έχει μέτρο $|\upsilon_2| = 4\,\frac{m}{s}$ και φορά προς τα αριστερά.

Σχόλια

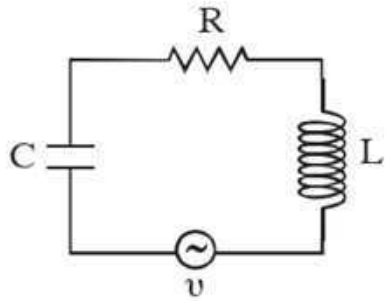
Η εκφώνηση αναφέρει : « . . . βλήμα . . . κινούμενο με ταχύτητα υ_2 κατά την αρνητική φορά» χωρίς να διευκρινίζει αν το σύμβολο υ_2 εκφράζει το μέτρο ή την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του βλήματος. Όμοια, στο ερώτημα **γ** δεν διευκρινίζεται αν ζητείται το μέτρο ή η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του βλήματος πριν την κρούση.

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 1 ΙΟΥΝΙΟΥ 2006
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΟΚΤΩ (8)

ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις **1 - 4** *και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

1. Στο κύκλωμα των εξαναγκασμένων ηλεκτρικών ταλαντώσεων του σχήματος



α. το πλάτος Ι της έντασης του ρεύματος είναι ανεξάρτητο της συχνότητας της εναλλασσόμενης τάσης.

β. η συχνότητα της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος είναι πάντοτε ίση με την ιδιοσυχνότητά του.

γ. η ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος είναι ανεξάρτητη της χωρητικότητας C του πυκνωτή.

δ. όταν η συχνότητα της εναλλασσόμενης τάσης γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος, έχουμε μεταφορά ενέργειας στο κύκλωμα κατά το βέλτιστο τρόπο.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Λάθος.

Όταν το κύκλωμα βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση, το πλάτος της έντασης του ρεύματος δίνεται από τη σχέση : $I = \omega Q$, όπου ω η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης (δηλαδή της εναλλασσόμενης τάσης) και Q το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή.

β. Λάθος.

Η συχνότητα της ηλεκτρικής ταλάντωσης είναι πάντοτε ίση με τη συχνότητα της πηγής εναλλασσόμενης τάσης : $f = f_{\pi}$.

Μόνο στην περίπτωση του συντονισμού, η συχνότητα της ηλεκτρικής ταλάντωσης είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος $(f = f_o)$.

γ. Λάθος.

Η ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος δίνεται από τη σχέση $f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, επομένως εξαρτάται από τη χωρητικότητα C του πυκνωτή.

δ. Σωστό.

Όταν $f = f_o$, το κύκλωμα βρίσκεται σε συντονισμό με την πηγή εναλλασσόμενης τάσης με αποτέλεσμα να μεταφέρεται ανά περίοδο το μέγιστο ποσό ενέργειας από την πηγή στο κύκλωμα.

2. Μονοχρωματική ακτίνα φωτός προσπίπτει πλάγια στη διαχωριστική επιφάνεια δύο οπτικών μέσων 1 και 2. Οι δείκτες διάθλασης στα μέσα 1 και 2 είναι αντίστοιχα n_1 και n_2 με $n_1>n_2$. Αν η μονοχρωματική ακτίνα ανακλάται ολικά

α. υπάρχει διαθλώμενη ακτίνα.

β. η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.

γ. η γωνία πρόσπτωσης είναι μικρότερη από την κρίσιμη γωνία ανάκλασης.

δ. η ταχύτητα διάδοσής της μεταβάλλεται.

Μονάδες 5

Απάντηση

Αφού η ακτίνα ανακλάται ολικά στη διαχωριστική επιφάνεια, δεν διαδίδεται στο μέσο 2 αλλά επιστρέφει στο μέσο 1, επομένως **δεν υπάρχει διαθλώμενη ακτίνα**.

Σύμφωνα με το νόμο της ανάκλασης, **η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης** ($\theta_\pi = \theta_\alpha$).

Στην ολική ανάκλαση, **η γωνία πρόσπτωσης είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη γωνία** ($\theta_\pi > \theta_c$).

Αφού η ακτίνα δεν αλλάζει μέσο διάδοσης, **η ταχύτητα διάδοσης δεν μεταβάλλεται**.

Σωστή απάντηση : β.

Σχόλιο

Η διατύπωση «κρίσιμη γωνία ανάκλασης» δεν είναι σωστή.

Η κρίσιμη γωνία θ_{crit} **είναι η γωνία πρόσπτωσης** για την οποία η διαθλώμενη ακτίνα είναι παράλληλη προς τη διαχωριστική επιφάνεια των δύο υλικών.

3. Σ' ένα στάσιμο κύμα όλα τα μόρια του ελαστικού μέσου στο οποίο δημιουργείται

α. έχουν ίδιες κατά μέτρο μέγιστες ταχύτητες.

β. έχουν ίσα πλάτη ταλάντωσης.

γ. διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας.

δ. έχουν την ίδια φάση.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σε ένα στάσιμο κύμα, το πλάτος ταλάντωσης, το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας και η φάση κάθε στοιχειώδους τμήματος του ελαστικού μέσου εξαρτάται από την τετμημένη x της θέσης ισορροπίας του. **Εκτός από τους δεσμούς που είναι ακίνητοι, όλα τα στοιχειώδη τμήματα που ταλαντώνονται διέρχονται ταυτόχρονα από τις θέσεις ισορροπίας τους.**

Σωστή απάντηση : γ.

Σχόλια

1) Η διατύπωση : « . . . τα μόρια του ελαστικού μέσου . . . » δεν είναι σωστή.

Το σωστό είναι : « . . . τα στοιχειώδη τμήματα του ελαστικού μέσου . . . » ή « . . τα υλικά σημεία του ελαστικού μέσου . . . »..

2) Στο στάσιμο κύμα υπάρχουν σημεία (οι δεσμοί) που είναι συνεχώς ακίνητα στις θέσεις ισορροπίας τους, άρα δεν «διέρχονται» ταυτόχρονα όλα τα σημεία από τις θέσεις ισορροπίας τους..

Επομένως, η εκφώνηση έπρεπε να έχει την εξής διατύπωση :

«Σε ένα στάσιμο κύμα, **όλα τα υλικά σημεία του ελαστικού μέσου τα οποία ταλαντώνονται . . . ».**

4. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, με το ίδιο πλάτος Α και συχνότητες f_1 και f_2 που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους

α. το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης είναι 2Α.

β. όλα τα σημεία ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος.

γ. ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι $T = \frac{1}{f_1 + f_2}$.

δ. Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι $T = \frac{1}{2|f_1 - f_2|}$.

Μονάδες 5

Απάντηση

Το πλάτος ταλάντωσης του σώματος μεταβάλλεται με το χρόνο, σύμφωνα με τη σχέση :

$$|A'| = 2A\left|\text{συν}\left(2\pi\frac{f_1 - f_2}{2}t\right)\right|.$$

Η μέγιστη τιμή του πλάτους είναι : $|A'_{max}| = 2A$. [α : Σωστή]

Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους, είναι η περίοδος του διακροτήματος : $T_\delta = \frac{1}{|f_1 - f_2|}$. [γ, δ : Λάθος]

Σχόλιο

Για την απάντηση β «όλα τα σημεία ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος» υπάρχουν δύο εκδοχές :

1η εκδοχή

Η εκφώνηση να υπονοεί ότι «όλα τα σημεία του ταλαντούμενου σώματος έχουν ίδιο πλάτος ταλάντωσης».

Στην περίπτωση αυτή η απάντηση β είναι σωστή, επομένως η ερώτηση έχει δύο σωστές απαντήσεις !

2η εκδοχή

Η εκφώνηση να αναφέρεται σε συμβολή δύο αρμονικών κυμάτων.

Στην περίπτωση αυτή τα μέλη της επιτροπής εξετάσεων συνδύασαν στην ίδια ερώτηση τη σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων με τη συμβολή δύο αρμονικών κυμάτων !

Σε κάθε περίπτωση, η ερώτηση έχει λανθασμένη διατύπωση.

*Στην παρακάτω ερώτηση **5** να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό** για τη σωστή πρόταση και τη λέξη **Λάθος** για τη λανθασμένη.*

5. **α.** Το φαινόμενο Doppler χρησιμοποιείται από τους γιατρούς, για να παρακολουθούν τη ροή του αίματος.
β. Στις ανελαστικές κρούσεις δεν διατηρείται η ορμή.
γ. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, η συνεισφορά κάθε κύματος στην απομάκρυνση κάποιου σημείου του μέσου εξαρτάται από την ύπαρξη του άλλου κύματος.
δ. Όταν μονοχρωματικό φως διέρχεται από ένα μέσο σε κάποιο άλλο με δείκτες διάθλασης $n_1 \neq n_2$, το μήκος κύματος της ακτινοβολίας είναι το ίδιο στα δύο μέσα.
ε. Η σταθερά απόσβεσης b σε μία φθίνουσα ταλάντωση εξαρτάται και από τις ιδιότητες του μέσου.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 154.

β. Λάθος.

Η ορμή του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων διατηρείται σε κάθε κρούση.

Σχόλιο

Η πρόταση είναι ελλιπής.

Σε κάθε κρούση διατηρείται η ορμή του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων αλλά δεν διατηρείται η ορμή κάθε σώματος.

Η πρόταση έπρεπε να έχει την εξής διατύπωση :

«Στις ανελαστικές κρούσεις δεν διατηρείται **η ορμή του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων**».

γ. Λάθος.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 48.

δ. Λάθος.

Έστω λ_o το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στο κενό.

Τα μήκη κύματος της ακτινοβολίας στα δύο μέσα δίνονται από τις σχέσεις :

$$\lambda_1 = \frac{\lambda_o}{n_1}, \quad (1) \qquad\qquad \lambda_2 = \frac{\lambda_o}{n_2}, \quad (2)$$

Αφού $n_1 \neq n_2 \xrightarrow{(1),\,(2)} \lambda_1 \neq \lambda_2$.

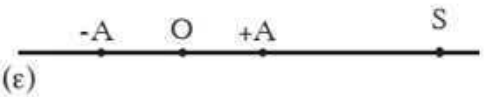
ε. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 18.

ΘΕΜΑ 2ο

Για τις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Σε σημείο ευθείας ε βρίσκεται ακίνητη ηχητική πηγή S που εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας. Πάνω στην ίδια ευθεία ε παρατηρητής κινείται εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α, όπως φαίνεται στο σχήμα.



(ε)

Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής θα είναι μέγιστη, όταν αυτός βρίσκεται

α. στη θέση ισορροπίας Ο της ταλάντωσής του κινούμενος προς την πηγή.

β. σε τυχαία θέση της ταλάντωσής του απομακρυνόμενος από την πηγή.

γ. σε μία από τις ακραίες θέσεις της απλής αρμονικής ταλάντωσης.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

Απάντηση

Έστω $|\upsilon|$ το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης και f_s η συχνότητα της πηγής.

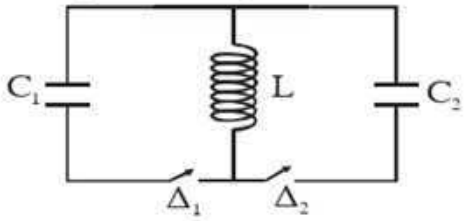
Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι μεγαλύτερη από τη συχνότητα f_s της πηγής, όταν ο παρατηρητής πλησιάζει την ακίνητη πηγή : $f = \dfrac{\upsilon_{ηχ} + |\upsilon|}{\upsilon_{ηχ}} \cdot f_s$. (1)

Από τη σχέση (1) φαίνεται ότι η συχνότητα f είναι μέγιστη όταν : $|\upsilon| = +\upsilon_{max}$.

Αυτό συμβαίνει τη στιγμή που ο παρατηρητής διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ κινούμενος προς την πηγή.

Σωστή απάντηση : α.

2. Στο ιδανικό κύκλωμα LC του σχήματος έχουμε αρχικά τους διακόπτες Δ_1 και Δ_2 ανοικτούς.



Ο πυκνωτής χωρητικότητας C_1 έχει φορτιστεί μέσω πηγής συνεχούς τάσης με φορτίο Q_1. Τη χρονική στιγμή $t_o=0$ ο διακόπτης Δ_1 κλείνει, οπότε στο κύκλωμα LC_1 έχουμε αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{5T}{4}$, όπου Τ η περίοδος της ταλάντωσης του κυκλώματος LC_1, ο διακόπτης Δ_1 ανοίγει και ταυτόχρονα κλείνει ο Δ_2. Το μέγιστο φορτίο Q_2 που θα αποκτήσει ο πυκνωτής χωρητικότητας C_2, όπου $C_2=4C_1$, κατά τη διάρκεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος LC_2 θα είναι ίσο με

α) Q_1.

β) $\frac{Q_1}{2}$.

γ) $2Q_1$.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

Απάντηση

κύκλωμα LC_1

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο δίνεται από την εξίσωση : $i = -\omega Q_1 \eta\mu\omega t$. (1)

Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{5T}{4}$ είναι :

$$i_1 = -\omega Q_1 \eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{5T}{4}\right) = -\omega Q_1 \eta\mu\frac{5\pi}{2} = -\omega Q_1 \eta\mu\left(2\pi+\frac{\pi}{2}\right) = -\omega Q_1 \eta\mu\frac{\pi}{2} \Rightarrow i_1 = -\omega Q_1 . \quad (2)$$

Την ίδια στιγμή το πηνίο έχει αποθηκεύσει στο μαγνητικό πεδίο ενέργεια :

$$U_{B(1)} = \frac{1}{2}Li_1^2 \xrightarrow{(2)} U_{B(1)} = \frac{1}{2}L\omega^2 Q_1^2 = \frac{1}{2}L\frac{1}{LC_1}Q_1^2 \Rightarrow U_{B(1)} = \frac{Q_1^2}{2C_1}. \quad (3)$$

κύκλωμα LC_2

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας ταλάντωσης του κυκλώματος :

$$E' = U_{B(1)} = U'_{E(max)} \xrightarrow{(3)} \frac{Q_1^2}{2C_1} = \frac{Q_2^2}{2C_2} \Rightarrow \frac{Q_1^2}{C_1} = \frac{Q_2^2}{4C_1} \Rightarrow Q_2^2 = 4Q_1^2 \Rightarrow Q_2 = 2Q_1.$$

Σωστή απάντηση : γ.

3. Κατά μήκος ευθείας x΄x βρίσκονται στις θέσεις Κ και Λ δύο σημειακές πηγές Π_1 και Π_2 παραγωγής μηχανικών αρμονικών κυμάτων. Η εξίσωση που περιγράφει τις απομακρύνσεις τους από τη θέση ισορροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο είναι $y=A\eta\mu\omega t$.

Η απόσταση (ΚΛ) είναι 6cm. Το μήκος κύματος των παραγόμενων κυμάτων είναι 4cm. Σε σημείο Σ της ευθείας x΄x, το οποίο δεν ανήκει στο ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ και δεν βρίσκεται κοντά στις πηγές, το πλάτος ταλάντωσής του Α΄ θα είναι

α) $A' = 2A$.

β) $A' = 0$.

γ) $0 < A' < 2A$.

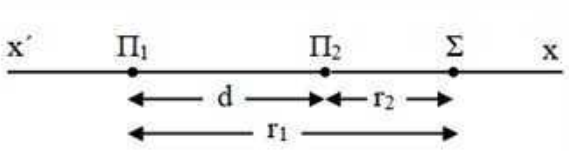
Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

Απάντηση

Έστω ένα σημείο Σ της ευθείας x΄x των δύο πηγών.



Για τις αποστάσεις του r_1 , r_2 από τις πηγές, ισχύει :

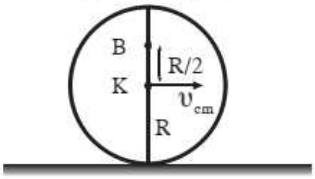
$|r_1 - r_2| = d = 6$ cm.

Το πλάτος ταλάντωσης του Σ είναι :

$$|A'_{\Sigma}| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{r_1 - r_2}{2\lambda}\right)\right| \Rightarrow |A'_{\Sigma}| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\left(\pi\frac{6\,\text{cm}}{4\,\text{cm}}\right)\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{3\pi}{2}\right| \Rightarrow |A'_{\Sigma}| = 0.$$

Σωστή απάντηση : β.

4. Σε οριζόντιο επίπεδο ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του Κ είναι υ_{cm}.



Η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση Β της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση R/2 από το Κ θα είναι

α) $\frac{3}{2}\upsilon_{cm}$.

β) $\frac{2}{3}\upsilon_{cm}$.

γ) $\frac{5}{2}\upsilon_{cm}$.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

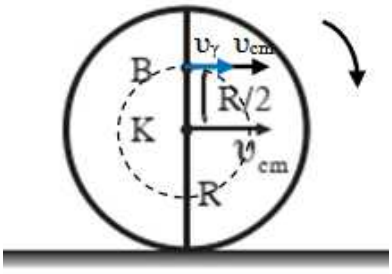
Μονάδες 5

Απάντηση

Το σημείο Β έχει δύο συνιστώσες ταχύτητες :

1) την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{cm}$ του κέντρου μάζας, λόγω της μεταφορικής κίνησης,

2) τη γραμμική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{\gamma}$, λόγω της στροφικής κίνησης σε κυκλική τροχιά ακτίνας $\frac{R}{2}$.



Αφού ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, ισχύει : $\upsilon_{cm} = \omega R$. (1)

Επομένως, η γραμμική ταχύτητα του Β έχει μέτρο : $\upsilon_{\gamma} = \omega\frac{R}{2} \xrightarrow{(1)} \upsilon_{\gamma} = \frac{\upsilon_{cm}}{2}$. (2)

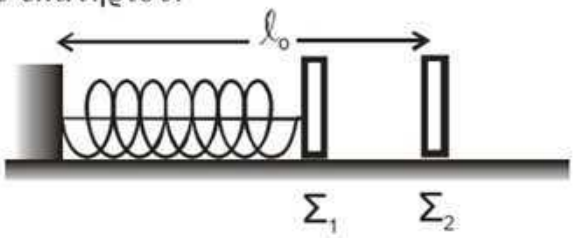
Στο σημείο Β οι ταχύτητες $\vec{\upsilon}_{cm}$, $\vec{\upsilon}_{\gamma}$ έχουν ίδια κατεύθυνση, άρα η συνισταμένη ταχύτητα του Β έχει μέτρο :

$\upsilon_B = \upsilon_{cm} + \upsilon_{\gamma} \xrightarrow{(2)} \upsilon_B = \upsilon_{cm} + \frac{\upsilon_{cm}}{2} \Rightarrow \upsilon_B = \frac{3}{2}\upsilon_{cm}$.

Σωστή απάντηση : α.

ΘΕΜΑ 3ο

Τα σώματα Σ_1 και Σ_2, αμελητέων διαστάσεων, με μάζες $m_1=1kg$ και $m_2=3kg$ αντίστοιχα είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στη μία άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100$ N/m. Η άλλη άκρη του ελατηρίου, είναι ακλόνητα στερεωμένη. Το ελατήριο με τη βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά 0,2m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το Σ_2 ισορροπεί στο οριζόντιο επίπεδο στη θέση που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος ℓ_0 του ελατηρίου.



Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα Σ_1 κινούμενο προς τα δεξιά συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_2. Θεωρώντας ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά κίνησης την προς τα δεξιά, να υπολογίσετε

α. την ταχύτητα του σώματος Σ_1 λίγο πριν την κρούση του με το σώμα Σ_2.

Μονάδες 6

β. τις ταχύτητες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2, αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

γ. την απομάκρυνση του σώματος Σ_1, μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο.

Μονάδες 6

δ. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 όταν το σώμα Σ_1 ακινητοποιείται στιγμιαία για δεύτερη φορά.

Δεχθείτε την κίνηση του σώματος Σ_1 τόσο πριν, όσο και μετά την κρούση ως απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς k.

Δίνεται $\pi=3,14$

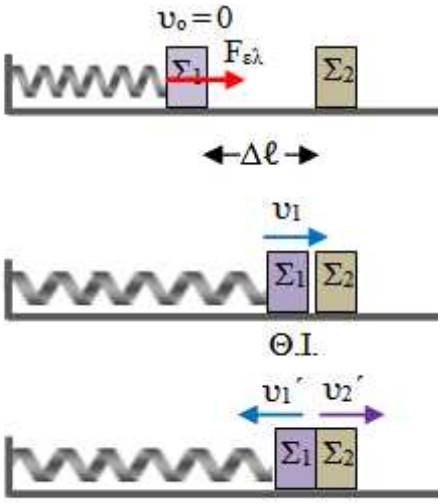
Μονάδες 7

Απάντηση

α.

Από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα και μέχρι να συγκρουστεί με το Σ_2, το Σ_1 εκτελεί ΑΑΤ με γωνιακή συχνότητα $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{1}}\frac{rad}{s} = 10\frac{rad}{s}$, και πλάτος $A = \Delta\ell = 0,2$ m.

Τη στιγμή που διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ έχει ταχύτητα μέγιστου μέτρου :



$$\upsilon_1 = \upsilon_{max} = \omega A \;\Rightarrow\; \upsilon_1 = \left(10\frac{rad}{s}\right)(0,2\,m) \;\Rightarrow\; \upsilon_1 = 2\frac{m}{s}.$$

β.

Αμέσως μετά την κεντρική και ελαστική κρούση του Σ_1 με το ακίνητο Σ_2, οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σωμάτων έχουν τιμές :

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\cdot\upsilon_1 = \frac{1-3}{1+3}\cdot 2\frac{m}{s} \;\Rightarrow\; \upsilon_1' = -1\frac{m}{s}.$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\cdot\upsilon_1 = \frac{2\cdot 1}{1+3}\cdot 2\frac{m}{s} \;\Rightarrow\; \upsilon_2' = 1\frac{m}{s}.$$

γ.

Αμέσως μετά την κρούση το Σ_1 βρίσκεται στη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ, άρα η ταχύτητά του έχει μέγιστο μέτρο : $\upsilon_{max}' = |\upsilon_1'| = 1\frac{m}{s}$.

Μετά την κρούση το Σ_1 εκτελεί ΑΑΤ με γωνιακή συχνότητα $\omega' = \omega = 10\frac{rad}{s}$ και πλάτος :

$$A' = \frac{\upsilon_{max}'}{\omega'} \;\Rightarrow\; A' = \frac{1}{10}m = 0,1\,m.$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ έχει τη μορφή : $x = A'\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$. (1)

Για $t = 0$ και $x = 0 \xrightarrow{(1)} 0 = 0,1\eta\mu\varphi_o \;\Rightarrow\; \eta\mu\varphi_o = 0 \;\Rightarrow\; \begin{cases} \varphi_o = 0 \\ \text{ή} \\ \varphi_o = \pi \end{cases}$

Η εξίσωση της ταχύτητας της ΑΑΤ έχει τη μορφή : $\upsilon = \upsilon_{max}'\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o)$. (2)

Για $t = 0 \xrightarrow{(2)} \upsilon = \upsilon_{max}'\sigma\upsilon\nu\varphi_o$. (3)

* Αν $\varphi_o = 0 \xrightarrow{(3)} \upsilon = \upsilon_{max}'\sigma\upsilon\nu 0 \;\Rightarrow\; \upsilon = \upsilon_{max}' > 0$, απορρίπτεται.

* Αν $\varphi_o = \pi \xrightarrow{(3)} \upsilon = \upsilon_{max}'\sigma\upsilon\nu\pi \;\Rightarrow\; \upsilon = -\upsilon_{max}' < 0$, δεκτή.

Επομένως : $\varphi_o = \pi$.

Αντικαθιστώντας τις αριθμητικές τιμές στην (1), προκύπτει η εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ του Σ_1 μετά την κρούση : $x = 0,1\eta\mu(10t + \pi)$. (S.I.)

δ.

Η περίοδος της ΑΑΤ που εκτελεί το Σ_1 είναι : $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10}\,s = \frac{\pi}{5}\,s.$

Αμέσως μετά την κρούση το Σ_1 κινείται προς τα αριστερά, άρα θα ακινητοποιηθεί για 2η φορά στην ακραία θέση $x = +A' = 0{,}1\ m$, τη χρονική στιγμή : $t_1 = \frac{3T}{4} = \frac{3\cdot\frac{\pi}{5}}{4}\,s = \frac{3\pi}{20}\,s.$

Μετά την κρούση το Σ_2 κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2 = 1\frac{m}{s}.$

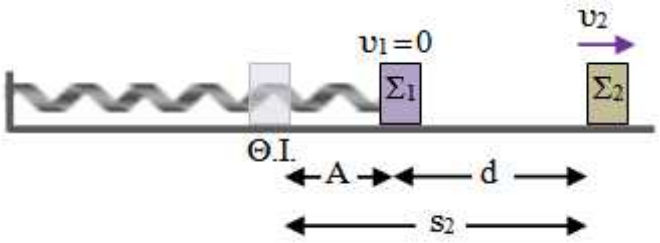
Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{3\pi}{20}\,s$ έχει διανύσει διάστημα :

$$s_2 = \upsilon_2 t_1 \ \Rightarrow\ s_2 = \left(1\frac{m}{s}\right)\left(\frac{3\pi}{20}\,s\right) \ \Rightarrow\ s_2 = \frac{3\pi}{20}\,m \quad \text{ή} \quad s_2 \cong 0{,}471\,m.$$

Η απόσταση μεταξύ των σωμάτων τη χρονική στιγμή t_1, είναι :

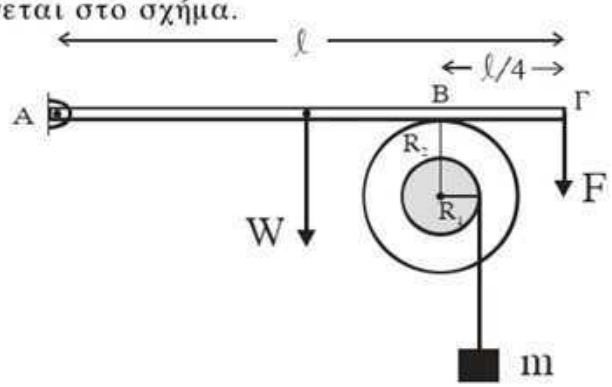
$d = s_2 - A' \ \Rightarrow\ d \cong (0{,}471 - 0{,}1)\ m \ \Rightarrow$

$d \cong 0{,}371\ m.$



ΘΕΜΑ 4ο

Άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος ℓ και μάζα M=3kg έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Στο άλλο άκρο Γ ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη F μέτρου 9N, με φορά προς τα κάτω. Η ράβδος ΑΓ εφάπτεται στο σημείο Β με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R_1=0,1m και R_2=0,2m, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η απόσταση του σημείου επαφής Β από το άκρο Γ της ράβδου είναι $\frac{\ell}{4}$. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του. Ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων. Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής είναι I=0,09 kgm^2. Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας R_1 είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα μάζας m=1kg.

α. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο σημείο Β από το στερεό.

Μονάδες 6

β. Αν το σώμα μάζας m ισορροπεί, να βρείτε το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του στερεού.

Μονάδες 6

γ. Στο σημείο επαφής Β μεταξύ ράβδου και στερεού ρίχνουμε ελάχιστη ποσότητα λιπαντικής ουσίας έτσι, ώστε να μηδενιστεί η τριβή χωρίς να επιφέρει μεταβολή στη ροπή αδράνειας του στερεού. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m, όταν θα έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους 0,5m. Να θεωρείσετε ότι το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στον εσωτερικό κύλινδρο.

Μονάδες 6

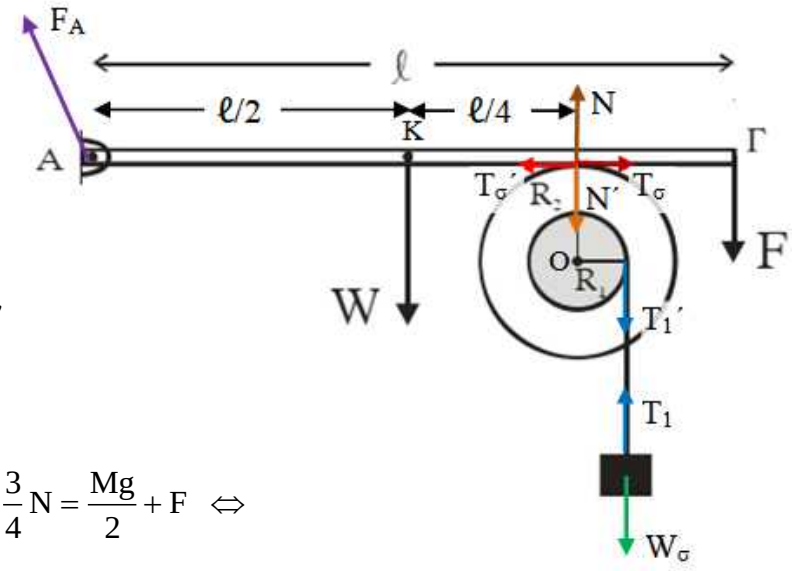
δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό παραγωγής έργου στο στερεό τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους 0,5m.

Μονάδες 7

Δίνεται g=10m/s^2.

Απάντηση

α.



Ράβδος

Αφού η ράβδος είναι ομογενής, το κέντρο μάζας της είναι το μέσο της Κ.

Η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ που ασκεί το στερεό στη ράβδο έχει φορά προς τα πάνω.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών για τη ράβδο, ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το άκρο της Α :

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Leftrightarrow N\cdot\frac{3\ell}{4} - W\cdot\frac{\ell}{2} - F\cdot\ell = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}N = \frac{Mg}{2} + F \Leftrightarrow$$

$$N = \frac{2Mg + 4F}{3} \Rightarrow N = \frac{2\cdot 3\cdot 10 + 4\cdot 9}{3}N \Rightarrow N = 32\,N.$$

β.

Σώμα

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων για το σώμα :

$$\Sigma F_\sigma = 0 \Leftrightarrow T_1 - W_\sigma = 0 \Leftrightarrow T_1 = mg \Rightarrow T_1 = 10\ N.$$

Αφού η μάζα του νήματος είναι ασήμαντη, οι δυνάμεις που ασκεί το νήμα στο στερεό και το σώμα έχουν ίσα μέτρα : $T_1' = T_1 = 10\ N.$

Στερεό

Η δύναμη στατικής τριβής $\vec{T}_\sigma'$ που δέχεται το στερεό από τη ράβδο έχει φορά προς τα αριστερά, ώστε να εμποδίζει την περιστροφή του στερεού.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής του στερεού :

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Leftrightarrow T_\sigma' R_2 - T_1' R_1 = 0 \Leftrightarrow T_\sigma' = \frac{T_1' R_1}{R_2} \Rightarrow T_\sigma' = \frac{10\cdot 0{,}1}{0{,}2}N \Rightarrow T_\sigma' = 5\,N.$$

Σύμφωνα με το αξίωμα δράσης αντίδρασης, το στερεό ασκεί δύναμη στατικής τριβής $\vec{T}_\sigma$ στη ράβδο, με φορά προς τα δεξιά και μέτρο : $T_\sigma = T_\sigma' = 5\ N.$

γ.

Από τη στιγμή που μηδενίζεται η τριβή, το σώμα κινείται προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου α_{cm} και στερεό στρέφεται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{γων}$.

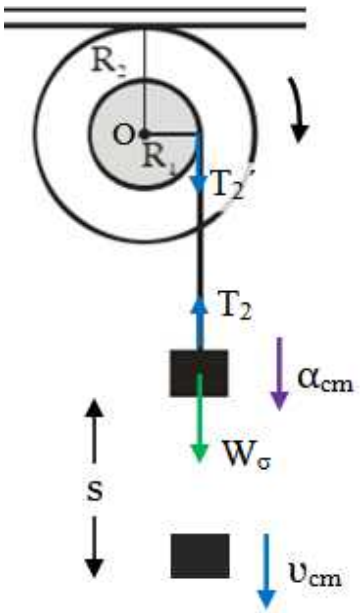
Αφού το νήμα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου ακτίνας R_1, όταν θα έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους 0,5 m το σώμα θα έχει διανύσει απόσταση $s = 0,5$ m.

Ισχύει η σχέση : $\alpha_{cm} = R_1\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_{cm}}{R_1}$. (1)

<u>Σώμα</u>

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής :

$\Sigma F_\sigma = m\alpha_{cm} \Leftrightarrow W_\sigma - T_2 = m\alpha_{cm}$. (2)



<u>Στερεό</u>

Αφού η μάζα του νήματος είναι ασήμαντη, οι δυνάμεις που ασκεί το νήμα στο στερεό και το σώμα έχουν ίσα μέτρα : $T_2' = T_2$. (3)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης ως προς τον άξονα περιστροφής του στερεού :

$\Sigma\tau_{(O)} = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_2'R_1 = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_2' = \frac{I\alpha_{\gamma\omega\nu}}{R_1} \xrightarrow{(1)}$

$T_2' = \frac{I\alpha_{cm}}{R_1^2} \xrightarrow{(3)} T_2 = \frac{I\alpha_{cm}}{R_1^2}$. (4)

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (2), (4) :

$$W_\sigma - T_2 + T_2 = m\alpha_{cm} + \frac{I\alpha_{cm}}{R_1^2} \Leftrightarrow mg = \left(m + \frac{I}{R_1^2}\right)\alpha_{cm} \Leftrightarrow \alpha_{cm} = \frac{mg}{m + \frac{I}{R_1^2}} \Rightarrow$$

$$\alpha_{cm} = \frac{10}{1 + \frac{0,09}{0,01}}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha_{cm} = 1\frac{m}{s^2}.$$

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_o = 0$). Ισχύει :

$$s = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 \Leftrightarrow t^2 = \frac{2s}{\alpha_{cm}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{\alpha_{cm}}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\cdot 0,5}{1}}s \Rightarrow t = 1s.$$

Τη χρονική στιγμή t = 1 s το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου :

$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm}t \Rightarrow \upsilon_{cm} = \left(1\frac{m}{s^2}\right)(1s) \Rightarrow \upsilon_{cm} = 1\frac{m}{s}.$$

δ.

$$(4) \Rightarrow T_2 = \frac{0,09\cdot 1}{0,01}N \Rightarrow T_2 = 9\,N.$$

$(3) \Rightarrow T_2' = 9$ N.

Τη χρονική στιγμή t = 1 s, το στερεό έχει γωνιακή ταχύτητα μέτρου : $\omega = \frac{\upsilon_{cm}}{R_1} = \frac{1}{0,1}\frac{rad}{s} = 10\frac{rad}{s}$.

Ο ρυθμός παραγωγής έργου στο στερεό τη χρονική στιγμή t = 1 s , είναι :

$$\frac{dW}{dt} = (\Sigma\tau_O)\omega = T_2' R_1 \omega \Rightarrow \frac{dW}{dt} = 9 \cdot 0,1 \cdot 10\frac{J}{s} \Rightarrow \frac{dW}{dt} = 9\frac{J}{s}.$$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 7 ΙΟΥΛΙΟΥ 2006
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)

ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις **1 - 4** *και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

1. Μία σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση κινούμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου (αρχικά ανέρχεται και στη συνέχεια κατέρχεται).

α. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της μεταβάλλεται.

β. Η φορά του διανύσματος της στατικής τριβής παραμένει σταθερή.

γ. Η φορά του διανύσματος της γωνιακής επιτάχυνσης μεταβάλλεται.

δ. Η φορά του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας παραμένει σταθερή.

Μονάδες 5

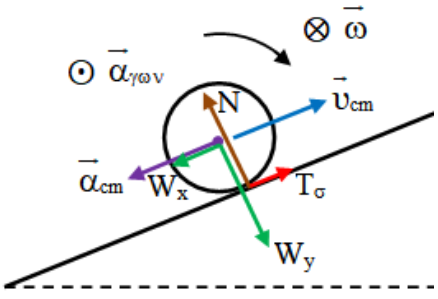
Απάντηση

Άνοδος

Η σφαίρα εκτελεί μεταφορική κίνηση με σταθερή επιβράδυνση μέτρου α_{cm} και στροφική κίνηση με σταθερή γωνιακή επιβράδυνση μέτρου $\alpha_{γων}$.

Αφού η σφαίρα στρέφεται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού, το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$ έχει φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

Άρα, το διάνυσμα της γωνιακής επιβράδυνσης $\vec{\alpha}_{γων}$ έχει φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.



σχήμα 1 (άνοδος)

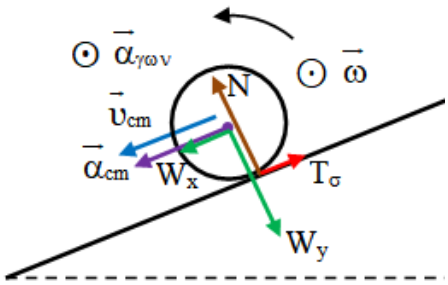
Το διάνυσμα της στατικής τριβής $\vec{T}_{\sigma}$ έχει φορά προς τα πάνω, ώστε να προκαλεί ροπή με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.

Κάθοδος

Η σφαίρα εκτελεί μεταφορική κίνηση με σταθερή επιτάχυνση μέτρου α_{cm} και στροφική κίνηση με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{γων}$.

Αφού η σφαίρα στρέφεται αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού, το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$ έχει φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.

Άρα, το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης $\vec{\alpha}_{γων}$ έχει φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.



σχήμα 2 (κάθοδος)

Το διάνυσμα της στατικής τριβής $\vec{T}_\sigma$ έχει φορά προς τα πάνω, ώστε να προκαλεί ροπή με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.

- Σύμφωνα με τη γενική μορφή του νόμου της στροφικής κίνησης, το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής είναι : $\left|\frac{dL}{dt}\right|_K = \Sigma\tau_K = T_\sigma \cdot R = \text{σταθερό}$.

  Το διάνυσμα του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής $\frac{d\vec{L}}{dt}$ έχει τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής και φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.

Επομένως, κατά τη διάρκεια της κύλισης της σφαίρας (άνοδος – κάθοδος) :

* Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας είναι σταθερός. [α : Λάθος]
* Η φορά του διανύσματος της στατικής τριβής $\vec{T}_\sigma$ παραμένει σταθερή. [β : Σωστό]
* Η φορά του διανύσματος της γωνιακής επιτάχυνσης $\vec{\alpha}_{γων}$ παραμένει σταθερή. [γ : Λάθος]
* Η φορά του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$ μεταβάλλεται. [δ : Λάθος]

2. Σε κύκλωμα αμείωτων ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC

α. η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου δίνεται από τη σχέση $U_E = \frac{1}{2}C \cdot q^2$.

β. το άθροισμα των ενεργειών ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου κάθε χρονική στιγμή είναι σταθερό.

γ. η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

δ. όταν η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου γίνεται μέγιστη η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα μηδενίζεται.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση : $U_E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$. [α : Λάθος]

Η ολική ενέργεια του κυκλώματος είναι ίση με το άθροισμα των ενεργειών του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου και είναι σταθερή :

$$E = U_E + U_B = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2\sigma\upsilon\nu^2\omega t}{C} + \frac{1}{2}LI^2\eta\mu^2\omega t = \frac{1}{2}\frac{Q^2\sigma\upsilon\nu^2\omega t}{C} + \frac{1}{2}L\frac{Q^2}{LC}\eta\mu^2\omega t = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \sigma\tau\alpha\theta.$$

[β : Σωστό]

Εκφράζω την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου σε συνάρτηση με το χρόνο :

$$U_E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q^2\sigma\upsilon\nu^2\omega t}{C} = E\sigma\upsilon\nu^2\omega t.$$ [γ : Λάθος]

Η ενέργεια μαγνητικού πεδίου του πηνίου δίνεται από τη σχέση : $U_B = \frac{1}{2}Li^2$.

Επομένως, η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου γίνεται μέγιστη όταν η ένταση του ρεύματος έχει μέγιστο μέτρο ($|i| = I$).

[δ : Λάθος]

3. Μονοχρωματική ακτίνα φωτός μεταβαίνει από διαφανές μέσο Α σε άλλο διαφανές μέσο Β. Αν η γωνία πρόσπτωσης είναι $\theta_a = 30^\circ$ και η γωνία διάθλασης είναι $\theta_b = 45^\circ$, τότε η ταχύτητα διάδοσης της μονοχρωματικής ακτινοβολίας στο μέσο Β είναι

α. μικρότερη από αυτή στο μέσο Α.

β. ίση με αυτή στο μέσο Α.

γ. μεγαλύτερη από αυτή στο μέσο Α.

δ. εξαρτάται από τη συχνότητα της μονοχρωματικής ακτινοβολίας.

Μονάδες 5

Απάντηση

Εφαρμόζω το νόμο του Snell : $n_b \eta\mu\theta_b = n_a \eta\mu\theta_a \Leftrightarrow \frac{n_b}{n_a} = \frac{\eta\mu\theta_a}{\eta\mu\theta_b} = \frac{\eta\mu 30^o}{\eta\mu 45^o} \Rightarrow \frac{n_b}{n_a} < 1.$ (1)

Για τις ταχύτητες διάδοσης του φωτός στα δύο υλικά ισχύει η σχέση : $\frac{\upsilon_a}{\upsilon_b} = \frac{n_b}{n_a}.$ (2)

(1), (2) $\Rightarrow \frac{\upsilon_a}{\upsilon_b} < 1 \Leftrightarrow \upsilon_a < \upsilon_b.$

Σωστή απάντηση : γ.

4. Ηχητική πηγή και παρατηρητής βρίσκονται σε σχετική κίνηση. Ο παρατηρητής ακούει ήχο μεγαλύτερης συχνότητας από αυτόν που παράγει η πηγή, μόνο όταν

α. η πηγή είναι ακίνητη και ο παρατηρητής απομακρύνεται από αυτήν.

β. ο παρατηρητής είναι ακίνητος και η πηγή απομακρύνεται από αυτόν.

γ. ο παρατηρητής και η πηγή κινούνται με ομόρροπες ταχύτητες, με τον παρατηρητή να προπορεύεται και να έχει κατά μέτρο μεγαλύτερη ταχύτητα από αυτήν της πηγής.

δ. ο παρατηρητής και η πηγή κινούνται με ομόρροπες ταχύτητες, με την πηγή να προπορεύεται και να έχει κατά μέτρο ταχύτητα μικρότερη από αυτήν του παρατηρητή.

Μονάδες 5

Απάντηση

* Όταν η πηγή είναι ακίνητη και ο παρατηρητής απομακρύνεται από αυτή, αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας :

$$f_A = \frac{\upsilon - \upsilon_A}{\upsilon} \cdot f_s \quad \Rightarrow \quad f_A < f_s . \quad [\alpha : \text{ Λάθος}]$$

* Όταν ο παρατηρητής είναι ακίνητος και η πηγή απομακρύνεται από αυτόν, αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας : $f_A = \frac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_s} \cdot f_s \quad \Rightarrow \quad f_A < f_s . \quad [\beta : \text{ Λάθος}]$

* Όταν ο παρατηρητής και η πηγή κινούνται στην ευθεία που τους συνδέει και προς την ίδια φορά, με τον παρατηρητή να προπορεύεται, η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής δίνεται από τη σχέση :

$$f_A = \frac{\upsilon - \upsilon_A}{\upsilon - \upsilon_s} \cdot f_s . \qquad (1)$$

Αν $\upsilon_A > \upsilon_s \Rightarrow \upsilon - \upsilon_A < \upsilon - \upsilon_s \xrightarrow{(1)} f_A < f_s . \quad [\gamma : \text{ Λάθος}]$

* Όταν ο παρατηρητής και η πηγή κινούνται στην ευθεία που τους συνδέει και προς την ίδια φορά, με την πηγή να προπορεύεται, η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής δίνεται από τη σχέση :

$$f_A = \frac{\upsilon + \upsilon_A}{\upsilon + \upsilon_s} \cdot f_s . \qquad (2)$$

Αν $\upsilon_A > \upsilon_s \Rightarrow \upsilon + \upsilon_A > \upsilon + \upsilon_s \xrightarrow{(2)} f_A > f_s . \quad [\delta : \text{ Σωστό}]$

5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α. Το πλάτος μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης δεν εξαρτάται από τη συχνότητα f του διεγέρτη.

β. Το φαινόμενο της ολικής ανάκλασης συμβαίνει μόνο όταν το φως μεταβαίνει από μέσο (α) σε μέσο (b) για τα οποία ισχύει $n_a > n_b$.

γ. Εγκάρσια ονομάζονται τα κύματα στα οποία όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

δ. Η σχέση που περιγράφει το φαινόμενο Doppler για το φως είναι διαφορετική από αυτή που ισχύει για τον ήχο.

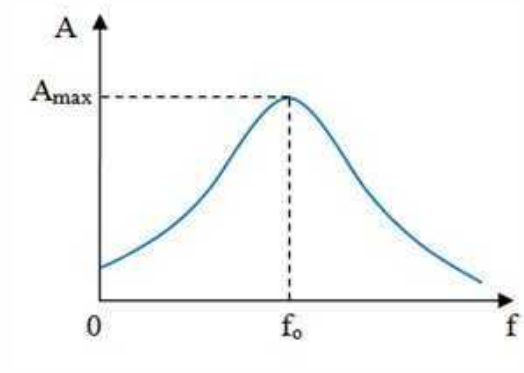
ε. Κρούση στο μικρόκοσμο ονομάζεται το φαινόμενο στο οποίο τα «συγκρουόμενα» σωματίδια αλληλεπιδρούν με σχετικά μεγάλες δυνάμεις για πολύ μικρό χρονικό διάστημα.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Λάθος.

Σε μία εξαναγκασμένη ταλάντωση στην οποία η διεγείρουσα δύναμη είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega_\delta t)$] και η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας [$F_\alpha = -b\upsilon$], το πλάτος ταλάντωσης μεταβάλλεται με τη συχνότητα του διεγέρτη σύμφωνα με το διπλανό διάγραμμα. Δηλαδή, το πλάτος ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη.



Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η διεγείρουσα δύναμη είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega_\delta t)$] και η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας [$F_\alpha = -b\upsilon$].

β. Σωστό.

Το φαινόμενο της ολικής ανάκλασης συμβαίνει όταν το φως πρόκειται να διαδοθεί από μέσο a σε μέσο b και η γωνία πρόσπτωσης έχει τιμή : $\theta_a > \theta_{crit}$, με $\eta\mu\theta_{crit} = \frac{n_b}{n_a}$.

Αφού $\eta\mu\theta_{crit} < 1 \Rightarrow \frac{n_b}{n_a} < 1 \Leftrightarrow n_b < n_a$ ή $n_a > n_b$.

γ. Λάθος.

Στα εγκάρσια κύματα όλα τα σημεία του μέσο ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

δ. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 171.

ε. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 155.

ΘΕΜΑ 2ο

Για τις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Σφαίρα Σ_1 κινούμενη προς ακίνητη σφαίρα Σ_2, ίσης μάζας με την Σ_1, συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με αυτήν. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της Σ_1 που μεταβιβάζεται στη Σ_2 κατά την κρούση είναι

α. 50%. **β.** 100%. **γ.** 75%.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

Απάντηση

Αφού η κρούση είναι κεντρική και ελαστική και οι σφαίρες έχουν ίσες μάζες, θα ανταλλάξουν ταχύτητες, άρα : $\upsilon_2' = \upsilon_1$.

Επομένως : $K_2' = K_1 = \frac{1}{2} m\upsilon_1^2$.

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από την 1η σφαίρα στη 2η είναι :

$$\Pi(\%) = \frac{K_2'}{K_1} \cdot 100\% = \frac{K_1}{K_1} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi(\%) = 100\%.$$

Σωστή απάντηση : β.

2. Σώμα Σ εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, στην ίδια διεύθυνση, με εξισώσεις:

$x_1 = 5\eta\mu 10t$ και $x_2 = 8\eta\mu(10t + \pi)$

Η απομάκρυνση του σώματος κάθε χρονική στιγμή θα δίνεται από την εξίσωση

α. $y = 3\eta\mu(10t + \pi)$. **β.** $y = 3\eta\mu 10t$.

γ. $y = 11\eta\mu(10t + \pi)$.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

Απάντηση

Αφού οι δύο ταλαντώσεις εξελίσσονται στον άξονα x και **η συνισταμένη ταλάντωση θα εξελίσσεται στον άξονα x**, άρα **η εξίσωση της απομάκρυνσης θα έχει τη μορφή : $x = A\eta\mu(\omega t + \theta)$.**

Όμως, **οι εξισώσεις που δίνονται στις απαντήσεις** έχουν τη μορφή $y = A\eta\mu(\omega t + \theta)$, δηλαδή **περιγράφουν ταλαντώσεις που εξελίσσονται στον άξονα y**.

Επίσης, **η εκφώνηση δεν αναφέρει τις μονάδες των μεγεθών** στις δοθείσες εξισώσεις ούτε στις εξισώσεις των απαντήσεων.

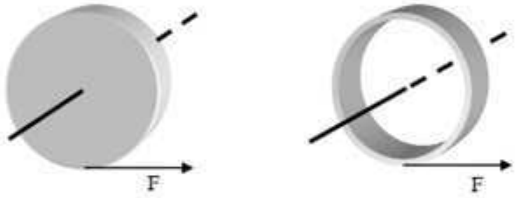
Συμπέρασμα

Η ερώτηση είναι λανθασμένη και με ελλιπή δεδομένα.

Σχόλιο

Είναι προφανές ότι τα μέλη της επιτροπής δεν έκαναν ούτε οπτικό έλεγχο στην εκφώνηση της ερώτησης.

3. Στο σχήμα φαίνεται ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δίσκος (I) και ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δακτύλιος (II), που έχουν την ίδια ακτίνα και την ίδια μάζα.



(I) (II)

Κάποια χρονική στιγμή ασκούνται στα σώματα αυτά δυνάμεις ίδιου μέτρου, εφαπτόμενες στην περιφέρεια. Οι γωνιακές επιταχύνσεις που θα αποκτήσουν θα είναι

α. $\alpha_I = \alpha_{II}$. **β.** $\alpha_I < \alpha_{II}$. **γ.** $\alpha_I > \alpha_{II}$.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

Απάντηση

1ος τρόπος (χωρίς τη χρήση των σχέσεων των ροπών αδράνειας)

Δίσκος

Έστω I_1 η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης :

$\Sigma\tau_1 = I_1\alpha_1 \Leftrightarrow FR = I_1\alpha_1.$ (1)

Δακτύλιος

Έστω I_2 η ροπή αδράνειας του δακτυλίου ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης :

$\Sigma\tau_2 = I_2\alpha_2 \Leftrightarrow FR = I_2\alpha_2.$ (2)

$(1), (2) \Rightarrow I_1\alpha_1 = I_2\alpha_2 \Leftrightarrow \dfrac{\alpha_1}{\alpha_2} = \dfrac{I_2}{I_1}.$ (3)

Αφού ο δίσκος και ο δακτύλιος έχουν ίσες μάζες και ίσες ακτίνες, ο δακτύλιος έχει μεγαλύτερη ροπή αδράνειας γιατί η μάζα του είναι συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του.

Επομένως : $I_2 > I_1 \Rightarrow \dfrac{I_2}{I_1} > 1 \xrightarrow{(3)} \dfrac{\alpha_1}{\alpha_2} > 1 \Leftrightarrow \alpha_1 > \alpha_2.$

2ος τρόπος (με τη χρήση των σχέσεων των ροπών αδράνειας)

Δίσκος

Η ροπή αδράνειας ομογενούς δίσκου μάζας M και ακτίνας R, ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του, δίνεται από τη σχέση : $I_1 = \frac{1}{2}MR^2$. (1)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης :

$$\Sigma\tau_1 = I_1\alpha_1 \xrightarrow{(1)} FR = \frac{1}{2}MR^2\alpha_1 \Leftrightarrow F = \frac{1}{2}MR\alpha_1 . \quad (2)$$

Δακτύλιος

Η ροπή αδράνειας ομογενούς δακτυλίου μάζας M και ακτίνας R, ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του, δίνεται από τη σχέση : $I_2 = MR^2$. (3)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης :

$$\Sigma\tau_2 = I_2\alpha_2 \xrightarrow{(3)} FR = MR^2\alpha_2 \Leftrightarrow F = MR\alpha_2 . \quad (4)$$

$$(2), (4) \Rightarrow \frac{1}{2}MR\alpha_1 = MR\alpha_2 \Leftrightarrow \alpha_1 = 2\alpha_2 .$$

Επομένως : $\alpha_1 > \alpha_2$.

Σωστή απάντηση : γ.

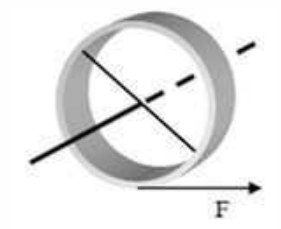
Σχόλια :

1) Η εκφώνηση

α) δεν αναφέρει ότι ο δίσκος και ο δακτύλιος περιστρέφονται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

β) δεν δίνει τις σχέσεις για τη ροπή αδράνειας κάθε στερεού ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του.

2) Με βάση το σχήμα της εκφώνησης, ο δακτύλιος δεν μπορεί να περιστραφεί γύρω από τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο του αν δεν διαθέτει τουλάχιστον μία ακτίνα, όπως δείχνει το διπλανό σχήμα.



4. Ένας ταλαντωτής τη χρονική στιγμή t = 0 έχει ενέργεια E_0 και πλάτος ταλάντωσης A_0. Η ενέργεια που έχει χάσει ο ταλαντωτής μέχρι τη στιγμή t, που το πλάτος της ταλάντωσής του έχει μειωθεί στο $\frac{1}{4}$ της αρχικής του τιμής, είναι

α. $\frac{E_0}{16}$. **β.** $\frac{E_0}{4}$. **γ.** $\frac{15E_0}{16}$.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Απάντηση

Τη χρονική στιγμή t = 0, η ενέργεια της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση : $E_o = \frac{1}{2}DA_o^2$, (1)

όπου D η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης.

Τη χρονική στιγμή t, η ενέργεια της ταλάντωσης είναι :

$$E = \frac{1}{2}D\left(\frac{A_o}{4}\right)^2 = \frac{1}{2}D\frac{A_o^2}{16} \xrightarrow{(1)} E = \frac{E_o}{16}. \quad (2)$$

Η ελάττωση της ενέργειας του ταλαντωτή, από τη χρονική στιγμή t = 0 μέχρι τη χρονική στιγμή t, είναι :

$$|\Delta E| = E_o - E \xrightarrow{(2)} |\Delta E| = E_o - \frac{E_o}{16} \Rightarrow |\Delta E| = \frac{15E_o}{16}.$$

Σωστή απάντηση : γ.

ΘΕΜΑ 3ο

Δύο σημαδούρες Α και Β απέχουν μεταξύ τους απόσταση ΑΒ = 13,5m και η ευθεία που διέρχεται από αυτές είναι κάθετη στην ακτογραμμή. Πλοίο που κινείται παράλληλα στην ακτογραμμή, μακριά από τις σημαδούρες δημιουργεί κύμα, με φορά διάδοσης από την Α προς την Β, το οποίο θεωρούμε εγκάρσιο αρμονικό. Το κύμα διαδίδεται προς την ακτή. Εξ αιτίας του κύματος η κάθε σημαδούρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της 30 φορές το λεπτό. Ο χρόνος που απαιτείται, για να φθάσει ένα «όρος» του κύματος από τη σημαδούρα Α στη Β, είναι 9s. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης κάθε σημαδούρας είναι $\frac{\pi}{5}$ m/s. Θεωρούμε ως αρχή μέτρησης των αποστάσεων τη σημαδούρα Α και ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή που η σημαδούρα Α βρίσκεται στη θέση ισορροπίας και κινείται προς τα θετικά.

α. Να υπολογιστεί το μήκος του κύματος.

Μονάδες 6

β. Πόσο απέχει η σημαδούρα Α από την ακτή, αν αυτή βρίσκεται για $21^{η}$ φορά στην ανώτερη θέση της ταλάντωσής της, όταν το κύμα φθάσει στην ακτή.

Μονάδες 6

γ. Να γραφεί η εξίσωση ταλάντωσης της σημαδούρας Β, καθώς το κύμα διαδίδεται από τη σημαδούρα Α προς τη Β.

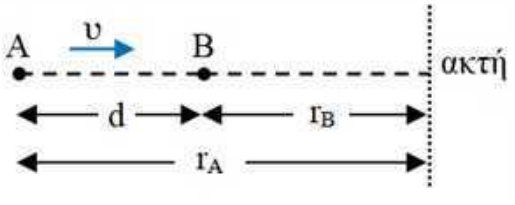
Μονάδες 6

δ. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης της σημαδούρας Β κάποια χρονική στιγμή που η σημαδούρα Α βρίσκεται στο ανώτατο σημείο της ταλάντωσής της.

Μονάδες 7

Απάντηση

α.



Στη διάρκεια μιας ταλάντωσης κάθε σημαδούρα διέρχεται 2 φορές από τη θέση ισορροπίας.

Σε χρονική διάρκεια $\Delta t_1 = 60$ s κάθε σημαδούρα διέρχεται 30 φορές από τη θέση ισορροπίας, άρα εκτελεί N = 15 ταλαντώσεις.

Η συχνότητα της ταλάντωσης είναι : $f = \frac{N}{\Delta t_1} \Rightarrow f = \frac{15}{60\,s} \Rightarrow f = 0,25\,Hz$.

Στη χρονική διάρκεια $\Delta t_2 = 9$ s, ένα όρος του κύματος διαδίδεται σε απόσταση d = (ΑΒ) = 13,5 m.

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι : $\upsilon = \frac{d}{\Delta t_2} = \frac{13,5\,m}{9\,s} \Rightarrow \upsilon = 1,5\frac{m}{s}$.

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής : $\upsilon = \lambda f \Leftrightarrow \lambda = \frac{\upsilon}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{1,5\,m\cdot s^{-1}}{0,25\,s^{-1}} \Rightarrow \lambda = 6\,m.$

β.

Η περίοδος της ταλάντωσης κάθε σημαδούρας είναι : $T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{0,25}s \Rightarrow T = 4\,s.$

Η σημαδούρα Α φτάνει για 1η φορά στην ανώτερη θέση της ταλάντωσης, τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{T}{4}$.

Όταν φτάνει για 21η φορά στην ανώτερη θέση έχει εκτελέσει επιπλέον 20 ταλαντώσεις.

Το συνολικό διάστημα που μεσολάβησε είναι : $\Delta t = 20T + \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t = 81\,s.$

Η απόσταση της σημαδούρας Α από την ακτή, είναι :

$r_A = \upsilon(\Delta t) \Rightarrow r_A = \left(1,5\frac{m}{s}\right)(81\,s) \Rightarrow r_A = 121,5\,m.$

γ.

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι : $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4\,s} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2}\frac{rad}{s}.$

Το πλάτος της ταλάντωσης κάθε σημαδούρας είναι : $A = \frac{\upsilon_{msx}}{\omega} \Rightarrow A = \frac{\frac{\pi}{5}\,m\cdot s^{-1}}{\frac{\pi}{2}\,s^{-1}} \Rightarrow A = 0,4\,m.$

Αφού $x_A = 0$, η σημαδούρα Β βρίσκεται στη θέση $x_B = d = 13,5$ m.

Η εξίσωση της ταλάντωσης της σημαδούρας Β είναι :

$y_B = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_B}{\lambda}\right) \Rightarrow y_B = 0,4\eta\mu\pi(0,5t - 4,5).$ (S.I.) $\quad [t \geq 9\ s]$

δ.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης της σημαδούρας Α από τη θέση ισορροπίας είναι : $y_A = A\eta\mu(\omega t).$ (1)

Τις χρονικές που η σημαδούρα Α βρίσκεται στην ανώτερη θέση της ταλάντωσης, ισχύει :

$y_A = +A \xrightarrow{(1)} A = A\eta\mu(\omega t) \Leftrightarrow \eta\mu(\omega t) = 1 \Rightarrow \frac{\pi}{2}t = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 4\kappa + 1.$ (S,I.)

$[\kappa = 0, 1, 2, \ldots]$

Αν $\kappa < 2$, τότε δεν έχει φτάσει το κύμα στη σημαδούρα Β οπότε είναι ακίνητη στη θέση ισορροπίας, άρα : $\upsilon_B = 0.$

Αν $\kappa \geq 2$, τότε τις χρονικές στιγμές που είναι $y_A = +A$, η ταχύτητα της σημαδούρας Β είναι :

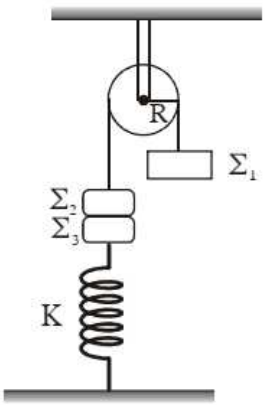
$$\upsilon_B = 0,4 \cdot \frac{\pi}{2} \sigma\upsilon\nu\pi\left(0,5t - 4,5\right) = 0,2\pi\sigma\upsilon\nu\pi\left[0,5 \cdot (4\kappa + 1) - 4,5\right] = 0,2\pi\sigma\upsilon\nu\pi\left(2\kappa - 4\right) \Rightarrow$$

$$\upsilon_B = 0,2\pi\sigma\upsilon\nu\left(2\kappa\pi - 4\pi\right) = 0,2\pi\sigma\upsilon\nu\left(-4\pi\right) \Rightarrow \upsilon_B = 0,2\pi \frac{m}{s}.$$

Σχόλιο

Στο ερώτημα δ έπρεπε η εκφώνηση να διευκρινίζει ότι ζητείται το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης της σημαδούρας Β, **αφού έχει φτάσει το κύμα σε αυτή**.

ΘΕΜΑ 4ο



Τροχαλία μάζας M = 6kg και ακτίνας R = 0,25m μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της.

Γύρω από την τροχαλία υπάρχει αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στα άκρα του νήματος υπάρχουν σε κατακόρυφη θέση τα σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1 = 4kg$ και $m_2 = 1kg$ αντίστοιχα. Το σώμα Σ_2 είναι κολλημένο με σώμα Σ_3 μάζας $m_3 = 1kg$, το οποίο συγκρατείται από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς K =100 N/m. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα.

Κάποια χρονική στιγμή, την οποία θεωρούμε ως χρονική στιγμή μηδέν ($t_0 = 0$), τα σώματα Σ_2 και Σ_3 αποκολλώνται και το Σ_3 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κατά τη διεύθυνση της κατακορύφου.

α. Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ_3.

Μονάδες 6

β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος Σ_3 σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική φορά, τη φορά προς τα επάνω.

Μονάδες 6

γ. Να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας μετά την αποκόλληση των σωμάτων Σ_2 και Σ_3.

Μονάδες 6

δ. Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας τη χρονική στιγμή t = 0,1 s.

Μονάδες 7

Δίνονται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I = \frac{1}{2}MR^2$, η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση και $g = 10\ m/s^2$.

Απάντηση

α.

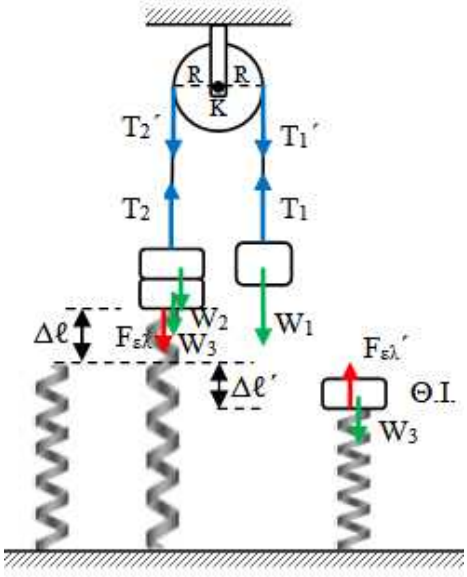
Αρχικά τα σώματα Σ_1 , Σ_2 , Σ_3 ισορροπούν και η τροχαλία δεν περιστρέφεται.

Αφού $W_1 > W_2 + W_3$, το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί (κατά $\Delta\ell$) ώστε η δύναμη $\vec{F}_{\epsilon\lambda}$ που ασκεί στο Σ_3 να έχει φορά προς τα κάτω.

<u>Σ_1</u>

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων :

$\Sigma F_1 = 0 \;\Rightarrow\; T_1 - W_1 = 0 \;\Rightarrow\; T_1 = m_1 g = 40\ \text{N}.$



<u>Τροχαλία</u>

Αφού η μάζα του νήματος είναι ασήμαντη, ισχύει :

$T_1' = T_1 = 40\ \text{N},\quad T_2' = T_2\,.$

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας :

$\Sigma\tau_{(K)} = 0 \;\Rightarrow\; T_2' R - T_1' R = 0 \;\Rightarrow\; T_2' = T_1' = 40\ \text{N}.$

Επομένως : $T_2 = 40\ \text{N}.$

<u>$\Sigma_2 + \Sigma_3$</u>

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων :

$\Sigma F_{2,3} = 0 \;\Rightarrow\; T_2 - W_2 - W_3 - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \;\Rightarrow\; F_{\varepsilon\lambda} = T_2 - (m_2 + m_3)g \;\Rightarrow\; F_{\varepsilon\lambda} = (40 - 20)\ \text{N} = 20\ \text{N}.$

Εφαρμόζω το νόμο του Hooke :

$$F_{\varepsilon\lambda} = k(\Delta\ell) \;\Leftrightarrow\; \Delta\ell = \frac{F_{\varepsilon\lambda}}{k} \;\Rightarrow\; \Delta\ell = \frac{20}{100}\,\text{m} \;\Rightarrow\; \Delta\ell = 0,2\,\text{m}.$$

Αφού αποκολληθεί το Σ_2, το Σ_3 εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά επανοφοράς $D = k$.

Στη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ το ελατήριο έχει συμπιεστεί κατά $\Delta\ell'$. Ισχύει :

$$\Sigma F_3 = 0 \;\Leftrightarrow\; F_{\varepsilon\lambda}' - W_3 = 0 \;\Leftrightarrow\; k(\Delta\ell') = m_3 g \;\Leftrightarrow\; \Delta\ell' = \frac{m_3 g}{k} \;\Rightarrow\; \Delta\ell' = \frac{10}{100}\,\text{m} = 0,1\,\text{m}.$$

Πριν την αποκόλληση το Σ_3 ήταν ακίνητο, άρα βρισκόταν στην ανώτερη θέση της ΑΑΤ.

Επομένως, το πλάτος της ΑΑΤ είναι :

$A = \Delta\ell + \Delta\ell' = 0,2\ \text{m} + 0,1\ \text{m} \;\Rightarrow\; A = 0,3\ \text{m}.$

β.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ έχει τη μορφή : $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$. (1)

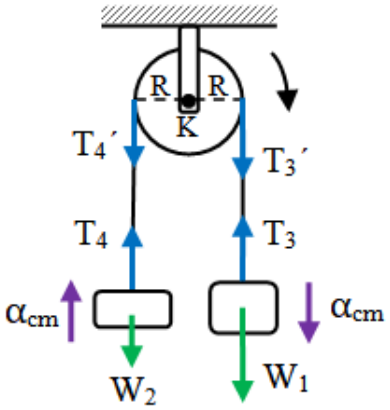
Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ είναι : $$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_3}} = \sqrt{\frac{100}{1}}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} \;\Rightarrow\; \omega = 10\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το Σ_3 έχει απομάκρυνση : $x_o = +A$.

Για $t = 0$ και $x = A \xrightarrow{(1)} A = A\eta\mu\varphi_o \;\Rightarrow\; \eta\mu\varphi_o = 1 \;\Rightarrow\; \varphi_o = \frac{\pi}{2}.$

Αντικαθιστώντας στην (1) προκύπτει η εξίσωση της απομάκρυνσης : $$x = 0,3\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right).\quad \text{(S.I.)}$$

γ.



Μετά την αποκόλληση, το Σ_1 κινείται προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου α_{cm}, το Σ_2 κινείται προς τα πάνω με επιτάχυνση μέτρου α_{cm} και η τροχαλία στρέφεται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu}$.

Αφού το νήμα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια της τροχαλίας, ισχύει :

$$\alpha_{cm} = R\alpha_{\gamma\omega\nu}. \qquad (2)$$

<u>Σ_1</u>

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής :

$$\Sigma F_1 = m_1\alpha_{cm} \Rightarrow W_1 - T_3 = m_1\alpha_{cm}. \qquad (3)$$

<u>Σ_2</u>

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής :

$$\Sigma F_2 = m_2\alpha_{cm} \Rightarrow T_4 - W_2 = m_2\alpha_{cm}. \qquad (4)$$

<u>Τροχαλία</u>

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης :

$$\Sigma\tau_{(K)} = I_K\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_3'R - T_4'R = \frac{1}{2}MR^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_3' - T_4' = \frac{1}{2}MR\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{(2)}$$

$$T_3' - T_4' = \frac{1}{2}M\alpha_{cm}. \qquad (5)$$

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (3), (4), (5) :

$$W_1 - T_3 + T_4 - W_2 + T_3' - T_4' = m_1\alpha_{cm} + m_2\alpha_{cm} + \frac{1}{2}M\alpha_{cm} \xrightarrow{T_3'=T_3,\ T_4'=T_4}$$

$$(m_1 - m_2)g = \left(m_1 + m_2 + \frac{M}{2}\right)\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{(4-1)\cdot 10}{4+1+3}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha_{cm} = 3,75\frac{m}{s^2}.$$

Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας, είναι :

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{3,75}{0,25}\frac{rad}{s^2} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 15\frac{rad}{s^2}.$$

Το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης έχει τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής και φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

δ.

Τη χρονική στιγμή $t = 0,1\ s$ η τροχαλία έχει γωνιακή επιτάχυνση μέτρου :

$$\omega = \alpha_{\gamma\omega\nu}t \Rightarrow \omega = \left(15\frac{rad}{s^2}\right)(0,1s) \Rightarrow \omega = 1,5\frac{rad}{s}.$$

Τη χρονική στιγμή $t = 0,1\ s$, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας είναι :

$$\frac{dK_\tau}{dt} = \frac{dW_\tau}{dt} = (\Sigma\tau_K)\omega = I_K\alpha_{\gamma\omega\nu}\omega = \frac{1}{2}MR^2\alpha_{\gamma\omega\nu}\omega \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^2\cdot 15\cdot 1,5\frac{J}{s} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \frac{135}{32}\frac{J}{s}.$$

Σχόλια

1) Η διατύπωση : «Γύρω από την τροχαλία υπάρχει αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στα άκρα του νήματος υπάρχουν σε κατακόρυφη θέση τα σώματα Σ_1 και Σ_2 . . . » είναι ασαφής και ακατανόητη.
Από το αυλάκι της τροχαλίας διέρχεται μη εκτατό νήμα αμελητέας μάζας και στα άκρα του νήματος έχουν προσδεθεί τα σώματα Σ_1 και Σ_2.

2) Η διατύπωση : « . . . το οποίο (σώμα Σ_3) συγκρατείται από κατακόρυφο ελατήριο . . . » δεν είναι σωστή.
Το σώμα Σ_3 είναι στερεωμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, του οποίου το κάτω άκρο είναι στερεωμένο στο δάπεδο.

3) Στο ερώτημα γ δεν διευκρινίζεται αν ζητείται μόνο το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης ή και η κατεύθυνσή της.

4) Ο χρόνος που απαιτείται για την απάντηση των ερωτημάτων είναι δυσανάλογος με τις μονάδες που αντιστοιχούν σε κάθε ερώτημα.
π.χ. τα ερωτήματα **α, γ** απαιτούν αρκετό χρόνο για την απάντηση (καθώς και σχήματα) και τους δόθηκαν 6 μονάδες, ενώ η απάντηση του ερωτήματος **δ** είναι σύντομη και του δόθηκαν 7 μονάδες.

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 7 ΙΟΥΝΙΟΥ 2005
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)

ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις **1 - 4** *και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

1. Η αρχή της επαλληλίας των κυμάτων:

α. παραβιάζεται μόνον όταν τα κύματα είναι τόσο ισχυρά, ώστε οι δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια του μέσου, δεν είναι ανάλογες των απομακρύνσεων.

β. δεν παραβιάζεται ποτέ.

γ. ισχύει μόνον όταν τα κύματα που συμβάλλουν, προέρχονται από πηγές που βρίσκονται σε φάση.

δ. δεν ισχύει, όταν συμβάλλουν περισσότερα από δύο κύματα.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : α.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ , σελίδα 48.

2. Μια κρούση λέγεται πλάγια όταν:

α. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ορμής.

β. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ενέργειας.

γ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση έχουν τυχαία διεύθυνση.

δ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση είναι παράλληλες.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : γ.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 155.

3. Η μετάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στις οπτικές ίνες στηρίζεται στο φαινόμενο:

α. της συμβολής.

β. της διάθλασης.

γ. της περίθλασης.

δ. της ολικής ανάκλασης.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : δ.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 69 (λεζάντα φωτογραφίας).

4. Αν στον αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης $F = - bu$, με b = σταθερό, το πλάτος της ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση (για $\Lambda > 0$).

α. $A = A_0 - bt$.

β. $A = A_0 e^{\Lambda t}$.

γ. $A = A_0 e^{-\Lambda t}$.

δ. $A = \frac{A_0}{\Lambda t}$.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : γ.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 19.

*Στην παρακάτω ερώτηση **5** να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό** για τη σωστή πρόταση και τη λέξη **Λάθος** για τη λανθασμένη.*

5. **α.** Στην περίπτωση των ηλεκτρικών ταλαντώσεων κύριος λόγος απόσβεσης είναι η ωμική αντίσταση του κυκλώματος.

β. Σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση ο ρυθμός μείωσης του πλάτους μειώνεται, όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης b.

γ. Κατά το συντονισμό η ενέργεια μεταφέρεται στο σύστημα κατά το βέλτιστο τρόπο, γι' αυτό και το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο.

δ. Ένας αθλητής καταδύσεων, καθώς περιστρέφεται στον αέρα, συμπτύσσει τα άκρα του. Με την τεχνική αυτή αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.

ε. Σε κάθε κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας.

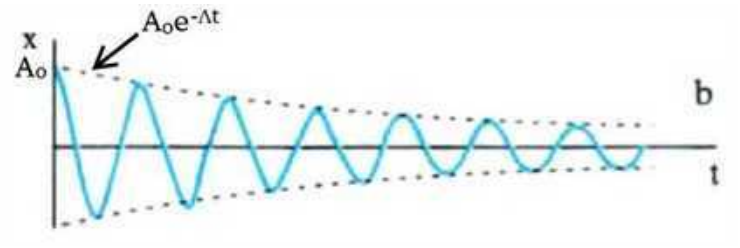
Μονάδες 5

Απάντηση

α. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 20.

β. Λάθος (υπό προϋποθέσεις).



Σε μία φθίνουσα μηχανική ταλάντωση στην οποία η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_α = -bυ$), το πλάτος ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο : $A = A_o e^{-\Lambda t}$,

όπου : A_o το πλάτος τη χρονική στιγμή $t = 0$, $\Lambda = \frac{b}{2m}$ και $t = N \cdot T$ [T : η περίοδος, N = 0, 1, 2, . . .].

Η ελάττωση του πλάτους υπολογίζεται ανά περίοδο της ταλάντωσης (ή σε ακέραια πολλαπλάσια της περιόδου) **και όχι σε τυχαία χρονικά διαστήματα**.

Επομένως, **δεν έχει νόημα η έκφραση : «ρυθμός μείωσης του πλάτους»**.

Σχόλιο

Μία καλύτερη διατύπωση της πρότασης είναι η εξής :

«Σε μία φθίνουσα μηχανική ταλάντωση, στην οποία η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_α = -bυ$), με μικρή αύξηση της σταθεράς απόσβεσης b η ελάττωση του πλάτους ανά περίοδο είναι μικρότερη, υποθέτοντας ότι η περίοδος της ταλάντωσης δεν μεταβάλλεται».

γ. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 23.

δ. Σωστό.

Όταν ο αθλητής συμπτύσσει τα άκρα του, μειώνεται η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $(I_2 < I_1)$.

Αφού το βάρος δεν προκαλεί ροπή, η συνισταμένη των εξωτερικών ροπών που ασκούνται στον αθλητή είναι μηδενική, άρα η στροφορμή του διατηρείται σταθερή.

Επομένως : $L_1 = L_2 \Leftrightarrow I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \Leftrightarrow \omega_2 = \frac{I_1}{I_2}\cdot\omega_1 \xrightarrow{I_1 > I_2} \omega_2 > \omega_1$.

ε. Σωστό.

Η αρχή διατήρησης της ενέργειας είναι γενική και ισχύει σε κάθε ενεργειακά μονωμένο σύστημα.

ΘΕΜΑ 2ο

Για τις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Δίνονται τα πιο κάτω ζεύγη εξισώσεων όπου Ε η ένταση ηλεκτρικού πεδίου και Β η ένταση μαγνητικού πεδίου:

α. $E = 75\ \eta\mu\ 2\pi\ (12\cdot10^{10}t - 4\cdot10^{4}x)$

$B = 25\cdot10^{-8}\eta\mu\ 2\pi\ (12\cdot10^{10}t - 4\cdot10^{4}x)$ (SI)

β. $E = 300\ \eta\mu\ 2\pi\ (6\cdot10^{10}t - 2\cdot10^{2}x)$

$B = 100\cdot10^{-8}\ \eta\mu\ 2\pi\ (6\cdot10^{10}t - 2\cdot10^{2}x)$ (SI)

γ. $E = 150\ \eta\mu\ 2\pi\ (9\cdot10^{10}t - 3\cdot10^{2}x)$

$B = 50\cdot10^{-8}\ \eta\mu\ 2\pi\ (9\cdot10^{10}t + 3\cdot10^{2}\ x)$ (SI)

Ποιο από τα παραπάνω ζεύγη περιγράφει ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό;

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Δίνεται η ταχύτητα του φωτός στο κενό $c = 3\cdot10^{8}$ m/s .

Απάντηση

Για ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στη διεύθυνση του άξονα x, οι εξισώσεις της έντασης του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου έχουν τη μορφή :

$$E = E_{max}\eta\mu 2\pi\left(f\cdot t - \frac{x}{\lambda}\right), \qquad B = B_{max}\eta\mu 2\pi\left(f\cdot t - \frac{x}{\lambda}\right).$$

Όταν το κύμα διαδίδεται στο κενό, ισχύουν ταυτόχρονα οι σχέσεις : $\frac{E_{max}}{B_{max}} = c$ και $\lambda\cdot f = c$.

α.

$$E_{max} = 75\frac{N}{C},\ \ B_{max} = 25\cdot10^{-8}\ T,\ \ f = 12\cdot10^{10}\ Hz,\ \ \lambda = \frac{1}{4}\cdot10^{-4}\ m.$$

$$\frac{E_{max}}{B_{max}} = \frac{75}{25\cdot10^{-8}}\frac{m}{s} = 3\cdot10^{8}\frac{m}{s} = c, \qquad \lambda\cdot f = \frac{1}{4}\cdot10^{-4}\cdot12\cdot10^{10}\ \frac{m}{s} = 3\cdot10^{6}\frac{m}{s} \neq c.$$

Επομένως, το ζεύγος εξισώσεων δεν περιγράφει ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό.

β.

$$E_{max} = 300\frac{N}{C},\ \ B_{max} = 100\cdot10^{-8}\ T,\ \ f = 6\cdot10^{10}\ Hz,\ \ \lambda = \frac{1}{2}\cdot10^{-2}\ m.$$

$$\frac{E_{max}}{B_{max}} = \frac{300}{100\cdot10^{-8}}\frac{m}{s} = 3\cdot10^{8}\frac{m}{s} = c, \qquad \lambda\cdot f = \frac{1}{2}\cdot10^{-2}\cdot6\cdot10^{10}\ \frac{m}{s} = 3\cdot10^{8}\frac{m}{s} = c.$$

Επομένως, το ζεύγος εξισώσεων περιγράφει ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό.

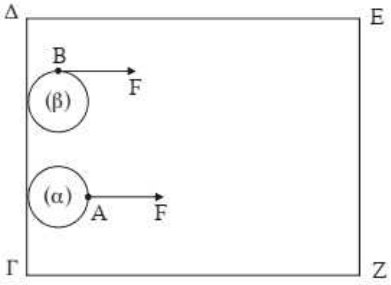
γ.

Η εξίσωση της έντασης $E = f(t, x)$ περιγράφει ηλεκτρικό κύμα που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x, ενώ η εξίσωση της έντασης $B = f(t, x)$ περιγράφει μαγνητικό κύμα που διαδίδεται προς την αρνητική φορά του άξονα x.

Επομένως, το ζεύγος εξισώσεων δεν περιγράφει ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό.

Σωστή απάντηση : β.

2. Δύο ίδιοι οριζόντιοι κυκλικοί δίσκοι (α) και (β) μπορούν να ολισθαίνουν πάνω σε οριζόντιο ορθογώνιο τραπέζι ΓΔΕΖ χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Αρχικά οι δύο δίσκοι είναι ακίνητοι και τα κέντρα τους απέχουν ίδια απόσταση από την πλευρά ΕΖ.



Ίδιες σταθερές δυνάμεις F με διεύθυνση παράλληλη προς τις πλευρές ΔΕ και ΓΖ ασκούνται σ' αυτούς. Στο δίσκο (α) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Α του δίσκου. Στο δίσκο (β) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Β του δίσκου.

Αν ο δίσκος (α) χρειάζεται χρόνο t_α για να φτάσει στην απέναντι πλευρά ΕΖ, ενώ ο δίσκος (β) χρόνο t_β, τότε:

α. $t_\alpha > t_\beta$ **β.** $t_\alpha = t_\beta$ **γ.** $t_\alpha < t_\beta$

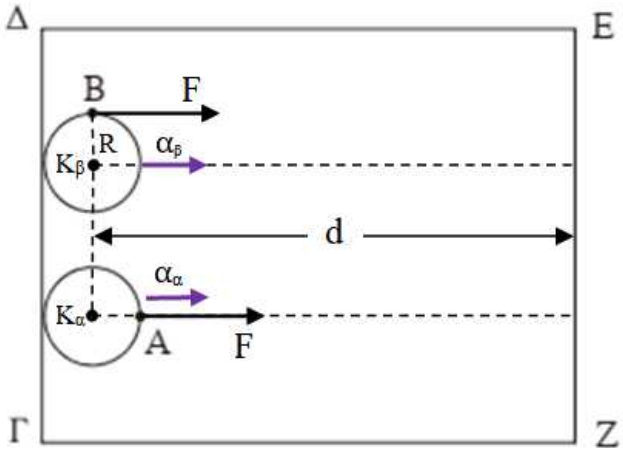
Μονάδες 4

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Υποθέτω ότι οι δίσκοι είναι λεπτοί και ομογενείς, οπότε το κέντρο μάζας κάθε δίσκου είναι το γεωμετρικό κέντρο του.



Δίσκος (α)

Όπως φαίνεται στο σχήμα, ο φορέας της δύναμης $\vec{F}$ διέρχεται από το κέντρο του δίσκου.

Επομένως ο δίσκος (α) θα εκτελέσει μόνο μεταφορική κίνηση, με επιτάχυνση μέτρου : $\alpha_\alpha = \frac{F}{m}$. (1)

Το κέντρο μάζας του δίσκου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_o = 0$).

Για το χρόνο t_α που απαιτείται ώστε να διανύσει την απόσταση d, ισχύει :

$$d = \frac{1}{2}\alpha_\alpha t_\alpha^2 \xrightarrow{(1)} d = \frac{1}{2}\cdot\frac{F}{m}\cdot t_\alpha^2 \Leftrightarrow t_\alpha^2 = \frac{2md}{F} \Rightarrow t_\alpha = \sqrt{\frac{2md}{F}}. \quad (2)$$

Δίσκος (β)

Όπως φαίνεται στο σχήμα, ο φορέας της δύναμης $\vec{F}$ εφάπτεται στην περιφέρεια του δίσκου, άρα προκαλεί ροπή ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

Ο δίσκος (β) εκτελεί συγχρόνως μεταφορική και στροφική κίνηση.

Η επιτάχυνση της μεταφορικής κίνησης του δίσκου (β) έχει μέτρο : $\alpha_\beta = \frac{F}{m}$. (3)

Το κέντρο μάζας του δίσκου εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_o = 0$).

Για το χρόνο t_β που απαιτείται ώστε να διανύσει την απόσταση d, ισχύει :

$$d = \frac{1}{2}\alpha_\beta t_\beta^2 \xrightarrow{(3)} d = \frac{1}{2}\cdot\frac{F}{m}\cdot t_\beta^2 \Leftrightarrow t_\beta^2 = \frac{2md}{F} \Rightarrow t_\beta = \sqrt{\frac{2md}{F}}. \qquad (4)$$

Από τις σχέσεις (2), (4) προκύπτει : $t_\alpha = t_\beta$.

Σωστή απάντηση : β.

Σχόλια

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι

1) οι δίσκοι είναι λεπτοί και ομογενείς, οπότε το κέντρο μάζας κάθε δίσκου είναι το γεωμετρικό κέντρο του.

2) ο φορέας της δύναμης $\vec{F}$ διέρχεται από το κέντρο του δίσκου (α), ενώ για το δίσκο (β) είναι συνεχώς εφαπτόμενος στην περιφέρειά του.

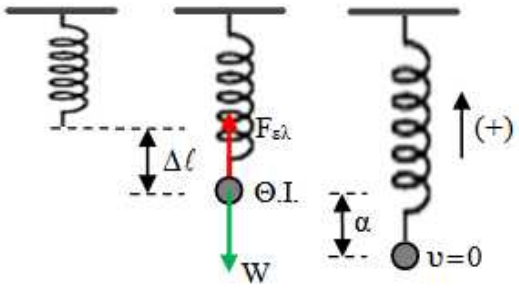
3. Σώμα μάζας Μ έχει προσδεθεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς Κ του οποίου το άνω άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά απόσταση α από τη θέση ισορροπίας και το αφήνουμε ελεύθερο να κάνει ταλάντωση. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα και με ένα άλλο ελατήριο σταθεράς K΄ = 4K.

Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των δυναμικών ενεργειών των δύο ταλαντώσεων σε συνάρτηση με την απομάκρυνση στο ίδιο διάγραμμα.

Μονάδες 6

Απάντηση

<u>1ο πείραμα</u>



Το σώμα εκτελεί ΑΑΤ με πλάτος $A = \alpha$ και σταθερά επαναφοράς $D = k$.

Η δυναμική ενέργεια της ΑΑΤ δίνεται από τη σχέση :

$$U = \frac{1}{2}kx^2. \qquad (1)$$

$$\text{Για } x = \pm\alpha \xrightarrow{(1)} U_{max} = \frac{1}{2}k\alpha^2.$$

<u>2ο πείραμα</u>

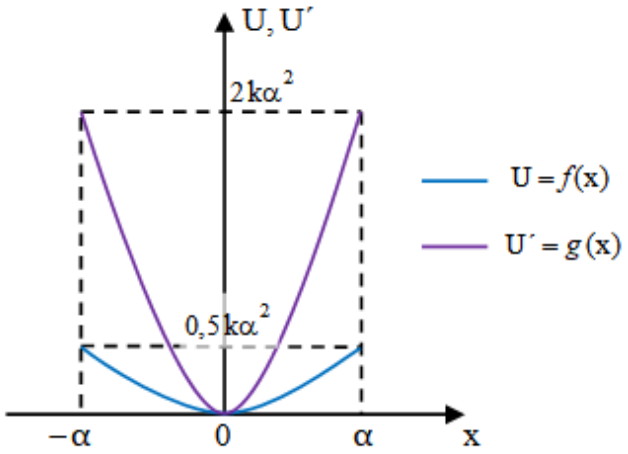
Το σώμα εκτελεί ΑΑΤ με πλάτος $A' = \alpha$ και σταθερά επαναφοράς $D' = 4k$.

Η δυναμική ενέργεια της ΑΑΤ δίνεται από τη σχέση : $U' = \frac{1}{2}\cdot(4k)x^2 \Rightarrow U' = 2kx^2.$ (2)

$$\text{Για } x = \pm\alpha \xrightarrow{(2)} U'_{max} = 2k\alpha^2.$$

Οι γραφικές παραστάσεις των σχέσεων $U = \frac{1}{2}kx^2$ και $U' = 2kx^2$ είναι παραβολές οι οποίες στρέφουν τα κοίλα προς τα πάνω.

Τα διαγράμματα των σχέσεων $U = f(x)$ και $U' = g(x)$ φαίνονται στο διπλανό σχήμα.



ΘΕΜΑ 3ο

Κατά μήκος του άξονα Χ΄Χ εκτείνεται ελαστική χορδή. Στη χορδή διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου Π_1 της χορδής περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_1 = A\eta\mu\ 30\pi t \qquad (SI)$$

ενώ η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου Π_2, που βρίσκεται 6 cm δεξιά του σημείου Π_1, περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_2 = A\eta\mu\ \left(30\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \ (SI)$$

Η απόσταση μεταξύ των σημείων Π_1 και Π_2 είναι μικρότερη από ένα μήκος κύματος.

α. Ποια είναι η φορά διάδοσης του κύματος;

Μονάδες 3

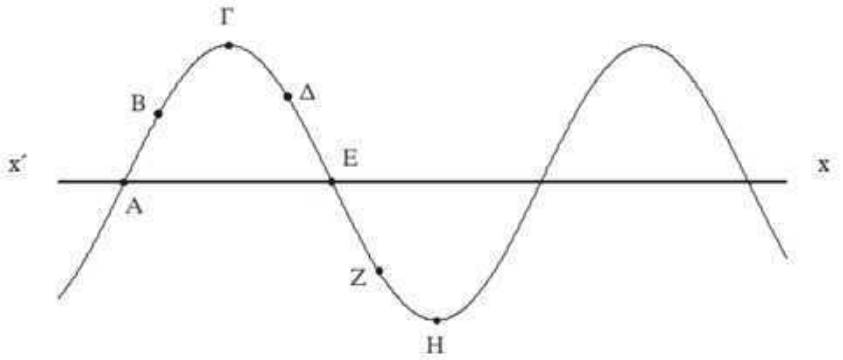
β. Ποια είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

Μονάδες 6

γ. Αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής, να υπολογίσετε το πλάτος του κύματος.

Μονάδες 5

δ. Στο σχήμα που ακολουθεί, απεικονίζεται ένα στιγμιότυπο του κύματος.



Εκείνη τη στιγμή σε ποια από τα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ και Η η ταχύτητα ταλάντωσης είναι μηδενική και σε ποια είναι μέγιστη (κατ' απόλυτη τιμή); Ποια είναι η φορά της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων Β, Δ και Ζ;

Μονάδες 7

ε. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που όταν συμβάλλει με το προηγούμενο, δημιουργεί στάσιμο κύμα.

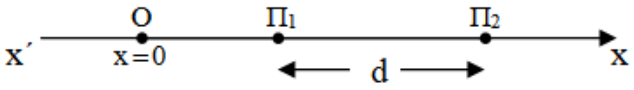
Δίνεται $\pi = 3,14$.

Μονάδες 4

Απάντηση

α.

Από τις εξισώσεις ταλάντωσης των δύο σημείων προκύπτει ότι η φάση ταλάντωσης του Π_1 είναι $\varphi_1 = 30\pi t$, ενώ η φάση ταλάντωσης του Π_2 είναι $\varphi_2 = \left(30\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$.



Άρα, η φάση ταλάντωσης του Π_2 είναι μεγαλύτερη από του Π_1.

Αυτό δείχνει ότι το σημείο Π_2 ξεκίνησε να ταλαντώνεται πριν από το Π_1, άρα το κύμα διαδίδεται από το Π_2 προς το Π_1 δηλαδή προς τα αριστερά.

β.

Η εξίσωση του εγκάρσιου αρμονικού κύματος που διαδίδεται προς την αρνητική φορά του άξονα x, είναι :

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right). \qquad (1)$$

Σύμφωνα με την εξίσωση (1), οι φάσεις των σημείων Π_1, Π_2 δίνονται από τις σχέσεις :

$$\varphi_1 = 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x_1}{\lambda}\right), \qquad (2) \qquad\qquad \varphi_2 = 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x_2}{\lambda}\right), \qquad (3)$$

Από τις σχέσεις (2), (3) προκύπτει για τη διαφορά φάσης των σημείων Π_1, Π_2 η σχέση :

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x_2}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x_1}{\lambda}\right) \Rightarrow \Delta\varphi = 2\pi\cdot\frac{(x_2 - x_1)}{\lambda} \text{ ή } \Delta\varphi = 2\pi\cdot\frac{d}{\lambda}. \qquad (4)$$

Από τις εξισώσεις της εκφώνησης φαίνεται ότι η διαφορά φάσης των σημείων Π_1, Π_2 είναι :

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \left(30\pi t + \frac{\pi}{6}\right) - (30\pi t) \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{6}.$$

Αντικαθιστώντας στην (4), υπολογίζω το μήκος κύματος λ :

$$2\pi\cdot\frac{d}{\lambda} = \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \lambda = 12d \Rightarrow \lambda = 12\cdot 6\cdot 10^{-2}\,m \Rightarrow \lambda = 0,72\,m.$$

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης κάθε σημείου, είναι : $\omega = 30\pi\frac{rad}{s}$.

Υπολογίζω τη συχνότητα της ταλάντωσης : $f = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow f = \frac{30\pi}{2\pi}Hz \Rightarrow f = 15\,Hz$.

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής :

$$\upsilon_\delta = \lambda f \Rightarrow \upsilon_\delta = (0,72\,m)\left(15\,s^{-1}\right) \Rightarrow \upsilon_\delta = 10,8\frac{m}{s}.$$

γ.

Σύμφωνα με την εκφώνηση, το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης είναι : $\upsilon_{max} = \upsilon_{\delta} = 10,8\frac{m}{s}$.

Από τη σχέση $\upsilon_{max} = \omega A$ υπολογίζω το πλάτος του κύματος :

$$A = \frac{\upsilon_{max}}{\omega} \Rightarrow A = \frac{10,8\,m\cdot s^{-1}}{30\pi\ s^{-1}} \Rightarrow A \cong 0,115\,m.$$

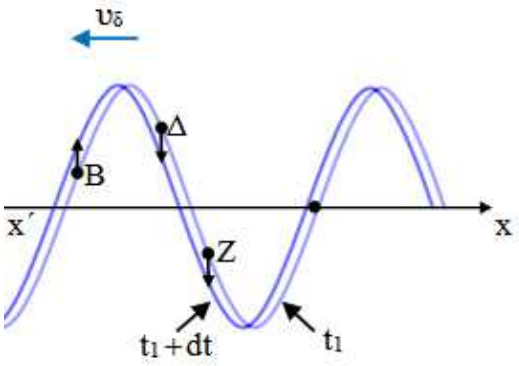
δ.

Τη χρονική στιγμή t_1 του στιγμιότυπου τα σημεία Γ, Η βρίσκονται σε ακραία θέση της ταλάντωσης, άρα η ταχύτητά τους είναι μηδενική.

Τα σημεία Α, Ε βρίσκονται στη θέση ισορροπίας, άρα η ταχύτητα ταλάντωσης έχει μέγιστο μέτρο.

Σχεδιάζω ένα στιγμιότυπο του κύματος μετά από χρονικό διάστημα dt (χρονική στιγμή $t_1 + dt$).

Από το νέο στιγμιότυπο φαίνεται ότι το σημείο Β κινείται προς τα πάνω, ενώ τα σημεία Δ, Ζ κινούνται προς τα κάτω.



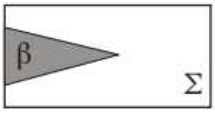
ε.

Το εγκάρσιο αρμονικό κύμα το οποίο, όταν διαδοθεί στο ίδιο ελαστικό μέσο και συμβάλλει με το αρχικό, θα δημιουργήσει στάσιμο κύμα, έχει εξίσωση :

$$y' = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y' = 0,115\eta\mu 2\pi\left(15t - \frac{x}{0,72}\right). \quad (S.I.)$$

ΘΕΜΑ 4ο

Έστω σώμα (Σ) μάζας M = 1 kg και κωνικό βλήμα (β) μάζας m= 0,2 kg. Για να σφηνώσουμε με τα χέρια μας ολόκληρο το βλήμα στο σταθερό σώμα (Σ), όπως φαίνεται στο σχήμα, πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια 100 J.



Έστω τώρα ότι το σώμα (Σ) που είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, πυροβολείται με το βλήμα (β). Το βλήμα αυτό κινούμενο οριζόντια με κινητική ενέργεια K προσκρούει στο σώμα (Σ) και ακολουθεί πλαστική κρούση.

α. Για K = 100 J θα μπορούσε το βλήμα να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα (Σ);

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

β. Ποια είναι η ελάχιστη κινητική ενέργεια K που πρέπει να έχει το βλήμα, ώστε να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα (Σ);

Μονάδες 12

γ. Για ποια τιμή του λόγου $\frac{m}{M}$ το βλήμα με κινητική ενέργεια K = 100 J σφηνώνεται ολόκληρο στο (Σ);

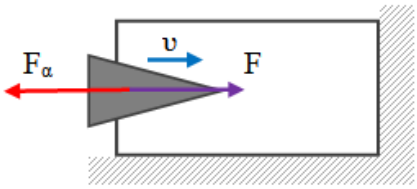
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

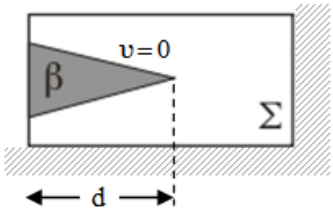
Απάντηση

α.

1η περίπτωση



Κατά τη διάρκεια της ενσφήνωσης ασκούμε στο βλήμα δύναμη $\vec{F}$, ενώ το σώμα ασκεί στο βλήμα δύναμη αντίστασης $\vec{F}_\alpha$ (μεταβλητού μέτρου).



Κατά τη διάρκεια της εισόδου του βλήματος στο σώμα, η ενέργεια που δαπανάται μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$ μετατρέπεται σε δυναμική ενέργεια λόγω παραμόρφωσης ΔU και σε θερμική ενέργεια Q.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας για το σύστημα σώμα – βλήμα :

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} + W_F = K_{τελ} + U_{τελ} + Q \Rightarrow W_F = \left(U_{τελ} - U_{αρχ}\right) + Q \Rightarrow W_F = \Delta U + Q. \quad (1)$$

2η περίπτωση

Έστω K_β η κινητική ενέργεια που πρέπει να έχει το βλήμα ελάχιστα πριν την κρούση, ώστε να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα.

Κατά τη διάρκεια της εισόδου του βλήματος στο σώμα, ένα ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος μετατρέπεται σε δυναμική ενέργεια λόγω παραμόρφωσης ΔU΄ και σε θερμική ενέργεια Q΄. Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας για το σύστημα σώμα – βλήμα, με αρχική τη στιγμή που το βλήμα φτάνει στο σώμα με κινητική ενέργεια K_β και τελική τη στιγμή που έχει ενσωματωθεί ολόκληρο σε αυτό :

$$K_{\alpha\rho\chi}' + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda}' + U_{\tau\epsilon\lambda}' + Q' \Leftrightarrow K_\beta = K_{\sigma\upsilon\sigma} + \left(U_{\tau\epsilon\lambda}' - U_{\alpha\rho\chi}'\right) + Q' \Leftrightarrow K_\beta = K_{\sigma\upsilon\sigma} + \Delta U' + Q' \Leftrightarrow$$
$$K_\beta - K_{\sigma\upsilon\sigma} = \Delta U' + Q'. \qquad (2)$$

Για να μπορέσουμε να απαντήσουμε στο ερώτημα, **πρέπει να δεχθούμε ότι το άθροισμα της μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του συστήματος λόγω παραμόρφωσης και της θερμικής ενέργειας που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον είναι ίδιο στις δύο περιπτώσεις**. Δηλαδή : $\Delta U + Q = \Delta U' + Q'$.

Στην περίπτωση αυτή, από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει :

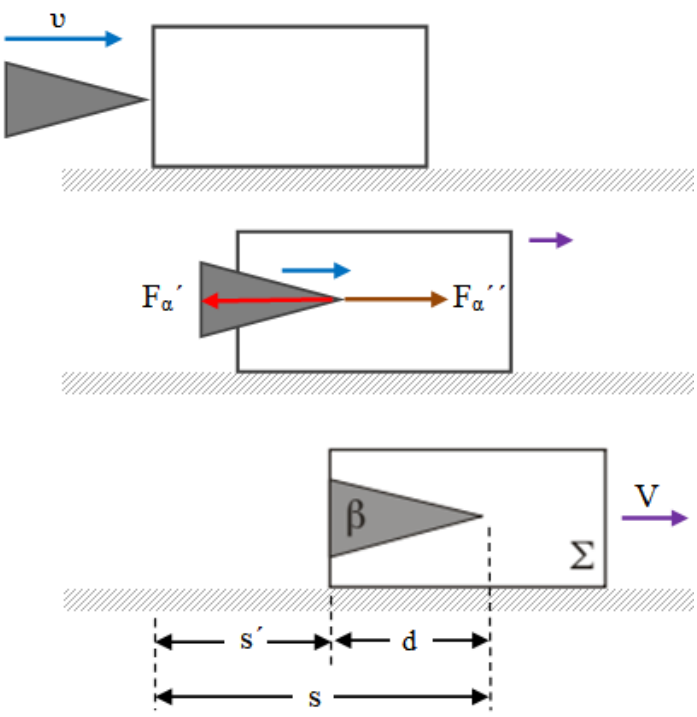
$$W_F = K_\beta - K_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow K_\beta = W_F + K_{\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow K_\beta > W_F \Rightarrow K_\beta > 100\ J.$$

Δηλαδή, για να σφηνωθεί ολόκληρο το βλήμα πρέπει να έχει κινητική ενέργεια περισσότερη από 100 J.

Επομένως, όταν το βλήμα έχει κινητική ενέργεια K = 100 J δεν θα σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα.

β)

Έστω υ το μέτρο της ταχύτητας του βλήματος ελάχιστα πριν την κρούση και V το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος ελάχιστα μετά την κρούση.



Κατά τη διάρκεια της ενσφήνωσης, το σώμα ασκεί στο βλήμα δύναμη $\vec{F}_\alpha'$ (μεταβλητού μέτρου) και το βλήμα ασκεί στο σώμα αντίθετη δύναμη $\vec{F}_\alpha''$, όμως οι δυνάμεις αυτές είναι εσωτερικές για το σύστημα σώμα – βλήμα. Αφού δεν υπάρχει τριβή με το δάπεδο, η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στο σύστημα σώμα – βλήμα στη διεύθυνση της κίνησης είναι μηδενική, άρα η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής στον άξονα x της κίνησης, για τη στιγμή που το βλήμα έρχεται σε επαφή με το σώμα και τη στιγμή που έχει εισχωρήσει ολόκληρο (και δεν κινείται ως προς το σώμα) :

$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow mυ = (m+M)V \Leftrightarrow V = \frac{mυ}{m+M}. \qquad (3)$$

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας για το σύστημα, με αρχική τη στιγμή που το βλήμα φτάνει στο σώμα με κινητική ενέργεια $K_β$ και τελική τη στιγμή που έχει ενσωματωθεί ολόκληρο σε αυτό :

$$K_{αρχ}' + U_{αρχ} = K_{τελ}' + U_{τελ}' + Q' \Leftrightarrow K_β = K_{συσ} + \left(U_{τελ}' - U_{αρχ}'\right) + Q' \Rightarrow$$

$$K_β = \frac{1}{2}(M+m)V^2 + \Delta U' + Q'. \qquad (4)$$

Με την προϋπόθεση ότι ισχύει : $\Delta U' + Q' = \Delta U + Q = W_F$, από τη σχέση (4) προκύπτει :

$$K_β = \frac{1}{2}(M+m)V^2 + W_F \xrightarrow{(3)} K_β = \frac{1}{2}(M+m)\cdot\frac{m^2υ^2}{(M+m)^2} + W_F \Leftrightarrow K_β = \frac{1}{2}\frac{m^2υ^2}{M+m} + W_F \Leftrightarrow$$

$$K_β = \left(\frac{1}{2}mυ^2\right)\cdot\frac{m}{M+m} + W_F \Leftrightarrow K_β = K_β\cdot\frac{m}{M+m} + W_F \Leftrightarrow K_β\left(1-\frac{m}{M+m}\right) = W_F \Leftrightarrow$$

$$K_β = \frac{M+m}{M}\cdot W_F. \qquad (5)$$

Με αντικατάσταση : $K_β = \frac{1,2}{1}\cdot 100\,J \Rightarrow K_β = 120\,J$.

Επομένως, το βλήμα πρέπει να έχει κινητική ενέργεια τουλάχιστον 120 J, ώστε να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα.

γ.

Στην περίπτωση που το βλήμα έχει κινητική ενέργεια K = 100 J και σφηνώνεται ολόκληρο στο σώμα, από τη σχέση (5) προκύπτει :

$$K = \frac{M+m}{M}\cdot W_F \Leftrightarrow \frac{M+m}{M} = \frac{K}{W_F} \Leftrightarrow 1+\frac{m}{M} = \frac{K}{W_F} \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{K}{W_F} - 1 \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{100\,J}{100\,J} - 1 \Rightarrow \frac{m}{M} = 0.$$

Επομένως, όταν το βλήμα έχει κινητική ενέργεια K = 100 J, για να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα πρέπει να έχει πολύ μικρότερη μάζα από αυτό :

$$m \ll M \Leftrightarrow \frac{m}{M} \ll 1 \Rightarrow \frac{m}{M} \cong 0.$$

Σχόλια

1) Στην αρχή η εκφώνηση έπρεπε να έχει της εξής διατύπωση : «Για να σφηνώσουμε με τα χέρια μας ολόκληρο το βλήμα στο σταθερό σώμα (Σ), . . . , πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια **τουλάχιστον** 100 J».
2) Οι απαντήσεις στα ερωτήματα του θέματος βασίζονται στην αυθαίρετη παραδοχή ότι η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος λόγω παραμόρφωσης και η θερμική ενέργεια που μεταφέρεται στο περιβάλλον είναι ίδια στις δύο περιπτώσεις.

Αυτό όμως δεν ισχύει στην πράξη.

Τα δύο ποσά ενέργειας εξαρτώνται από τις δυνάμεις που αναπτύσσονται κατά τη διάρκεια της παραμόρφωσης και τελικά από τον τρόπο με τον οποίο σφηνώνεται το βλήμα στο σώμα.

Επομένως, **ολόκληρο το 4ο Θέμα είναι λανθασμένο γιατί βασίζεται σε αυθαίρετες παραδοχές, οι οποίες δεν ισχύουν στην πράξη**.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 11 ΙΟΥΛΙΟΥ 2005
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)

ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις **1 - 4** *και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

1. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, προκύπτει απλή αρμονική ταλάντωση σταθερού πλάτους, μόνο όταν οι επιμέρους ταλαντώσεις έχουν:

α. ίσες συχνότητες.

β. παραπλήσιες συχνότητες.

γ. διαφορετικές συχνότητες.

δ. συχνότητες που η μια είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της άλλης.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : α.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 26.

2. Με την πάροδο του χρόνου και καθώς τα αμορτισέρ ενός αυτοκινήτου παλιώνουν και φθείρονται:

α. η τιμή της σταθεράς απόσβεσης b αυξάνεται.

β. η τιμή της σταθεράς απόσβεσης b μειώνεται.

γ. το πλάτος της ταλάντωσης του αυτοκινήτου, όταν περνά από εξόγκωμα του δρόμου, μειώνεται πιο γρήγορα.

δ. η περίοδος των ταλαντώσεων του αυτοκινήτου παρουσιάζει μικρή αύξηση.

Μονάδες 5

Απάντηση

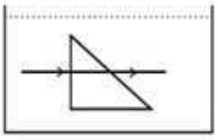
Καθώς τα αμορτισέρ παλιώνουν και φθείρονται, **η τιμή της σταθεράς απόσβεσης b ελαττώνεται** και η ταλάντωση διαρκεί περισσότερο. [Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 20]

Όταν το αυτοκίνητο περνά από εξόγκωμα του δρόμου, χρειάζεται μεγαλύτερο χρονικό διάστημα ώστε να αποσβεστεί η ενέργεια της ταλάντωσης, δηλαδή **το πλάτος ταλάντωσης μειώνεται πιο αργά**.

Αφού μειώνεται η σταθερά απόσβεσης b, **η περίοδος των ταλαντώσεων παρουσιάζει μικρή μείωση**.

Σωστή απάντηση : β.

3. Γυάλινο πρίσμα είναι βυθισμένο εξ ολοκλήρου σε υγρό. Μονοχρωματική ακτινοβολία διαδίδεται, όπως δείχνει το σχήμα. Αν το πρίσμα και το υγρό έχουν δείκτες διάθλασης n_1 και n_2 αντίστοιχα, τότε ισχύει:



α. $n_1 > n_2$.

β. $n_2 > n_1$.

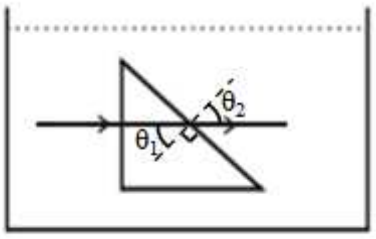
γ. $n_1 = n_2$.

δ. $n_2 = 2n_1$.

Μονάδες 5

Απάντηση

Αφού η ακτίνα διαδίδεται ευθύγραμμα όταν διέρχεται από το πρίσμα στο υγρό, οι γωνίες πρόσπτωσης θ_1 και διάθλασης θ_2 είναι ίσες (κατά κορυφή γωνίες) : $\theta_1 = \theta_2 = \theta$.



Από το νόμο του Snell, προκύπτει :

$n_1 \eta\mu\theta = n_2 \eta\mu\theta \quad \Leftrightarrow \quad n_1 = n_2$.

Σωστή απάντηση : γ.

4. Τροχός ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Αν υ_{cm} η ταχύτητα του τροχού λόγω μεταφορικής κίνησης, τότε η ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού που απέχουν από το έδαφος απόσταση ίση με R, έχει μέτρο:

α. υ_{cm}.

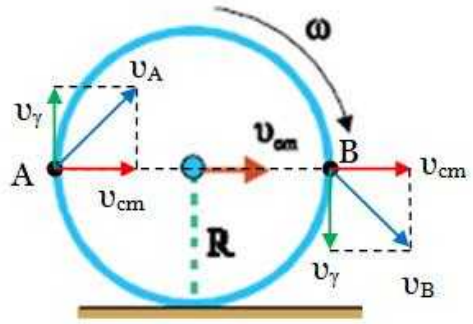
β. $2\upsilon_{cm}$.

γ. 0.

δ. $\sqrt{2}\,\upsilon_{cm}$.

Μονάδες 5

Απάντηση



Κάθε σημείο της περιφέρειας του τροχού έχει δύο συνιστώσες ταχύτητες : την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{cm}$ λόγω της μεταφορικής κίνησης και την γραμμική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{\gamma}$ λόγω της περιστροφής γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του τροχού.

Αφού ο τροχός κυλίεται χωρίς ολίσθηση, για τα μέτρα των δύο ταχυτήτων ισχύει : $\upsilon_{cm} = \upsilon_{\gamma} = \omega R$, (1)

όπου ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του τροχού.

Για τα σημεία Α, Β της περιφέρειας που απέχουν απόσταση R από το έδαφος, οι ταχύτητες $\vec{\upsilon}_{cm}, \vec{\upsilon}_{\gamma}$ είναι κάθετες μεταξύ τους.

Επομένως, το μέτρο της συνισταμένης ταχύτητας κάθε σημείου υπολογίζεται με το Πυθαγόρειο θεώρημα :

$$\upsilon_A = \upsilon_B = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon_{\gamma}^2} \xrightarrow{(1)} \upsilon_A = \upsilon_B = \sqrt{\upsilon_{cm}^2 + \upsilon_{cm}^2} = \sqrt{2\upsilon_{cm}^2} \Rightarrow \upsilon_A = \upsilon_B = \sqrt{2}\upsilon_{cm}\,.$$

Σωστή απάντηση : δ.

5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό****, αν η πρόταση είναι σωστή ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α. Σε κύκλωμα εξαναγκασμένων ηλεκτρικών ταλαντώσεων μεταβάλλουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή. Τότε μεταβάλλεται και η συχνότητα των ταλαντώσεων του κυκλώματος.

β. Η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ένα κύμα σε ένα μέσον, εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του μέσου που διαταράσσεται, και όχι από το πόσο ισχυρή είναι η διαταραχή.

γ. Σε στάσιμο κύμα τα σημεία του μέσου που ταλαντώνονται, διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους.

δ. Όταν μια σφαίρα μικρής μάζας προσκρούει ελαστικά και κάθετα στην επιφάνεια ενός τοίχου, ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς από αυτή που είχε πριν από την κρούση.

ε. Τα ραδιοκύματα διαδίδονται στο κενό με ταχύτητα μικρότερη από την ταχύτητα διάδοσης του φωτός.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Λάθος.

Η συχνότητα των εξαναγκασμένων ηλεκτρικών ταλαντώσεων είναι ίση με τη συχνότητα της πηγής εναλλασσόμενης τάσης – διεγέρτη $(f = f_\delta)$ και δεν εξαρτάται από τη χωρητικότητα του πυκνωτή.

β. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 45.

γ. Σωστό.

Για ένα εγκάρσιο στάσιμο κύμα που έχει σχηματιστεί σε χορδή, η οποία είχε τη διεύθυνση του άξονα x, (με κοιλία στη θέση x = 0) η εξίσωση της απομάκρυνσης των σημείων είναι :

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\eta\mu\left(2\pi\frac{t}{T}\right) \quad \text{ή} \quad y = A'\eta\mu\left(2\pi\frac{t}{T}\right), \quad \text{όπου} \quad A' = 2A\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right).$$

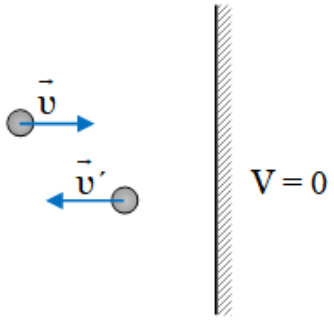
Τις χρονικές στιγμές $t = N\cdot\frac{T}{2}$, όπου $N = 0, 1, 2, 3, \ldots$ και T η περίοδος της ταλάντωσης, ισχύει :

$$y = A'\eta\mu\left(2\pi\cdot\frac{N\cdot T}{2T}\right) = A'\eta\mu\left(N\cdot\pi\right) \Rightarrow y = 0.$$

Επομένως, τα σημεία που ταλαντώνονται διέρχονται ταυτόχρονα από τις θέσεις ισορροπίας τους.

δ. Σωστό.

Έστω m η μάζα της σφαίρας, $\vec{\upsilon}$ η ταχύτητά της ελάχιστα πριν την κρούση, $\vec{\upsilon}'$ η ταχύτητά της ελάχιστα μετά την κρούση και M η μάζα του τοίχου. Αφού η κρούση είναι μετωπική και ελαστική, η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση με τον (ακίνητο) τοίχο δίνεται από τη σχέση : $\upsilon' = \dfrac{m - M}{m + M} \cdot \upsilon$. (1)



Αφού $m \ll M$ (ο τοίχος είναι στερεωμένος στο έδαφος, άρα στην πράξη η μάζα M είναι ίση με τη μάζα της Γης), ισχύει :

$$m \ll M \Leftrightarrow \frac{m}{M} \ll 1 \Rightarrow \frac{m}{M} \cong 0. \quad (2)$$

Από τη σχέση (1), προκύπτει :

$$\upsilon' = \frac{\frac{m}{M} - 1}{\frac{m}{M} + 1} \cdot \upsilon \xrightarrow{(2)} \upsilon' \cong \frac{0 - 1}{0 + 1} \cdot \upsilon \Rightarrow \upsilon' \cong -\upsilon.$$

Επομένως, η σφαίρα επιστρέφει με ταχύτητα ίσου μέτρου.

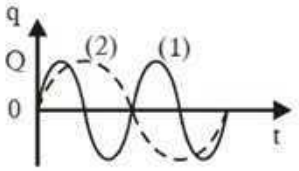
ε. Λάθος.

Τα ραδιοκύματα είναι ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, επομένως διαδίδονται στο κενό με την ταχύτητα c του φωτός.

ΘΕΜΑ 2ο

Για τις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Διαθέτουμε δύο κυκλώματα (L_1C_1) και (L_2C_2) ηλεκτρικών ταλαντώσεων. Τα διαγράμματα (1) και (2) παριστάνουν τα φορτία των πυκνωτών C_1 και C_2 αντίστοιχα, σε συνάρτηση με το χρόνο. Ο λόγος I_1/I_2 των μέγιστων τιμών της έντασης του ρεύματος στα δύο κυκλώματα είναι:



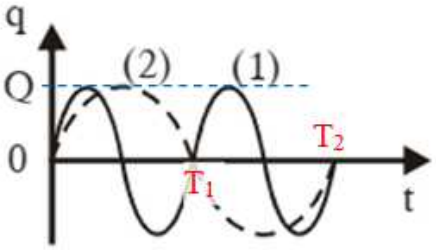
α. 2. **β.** $\frac{1}{4}$. **γ.** $\frac{1}{2}$.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

Απάντηση



Από το διάγραμμα φαίνεται ότι :

α) το μέγιστο φορτίο των πυκνωτών είναι ίδιο ($Q_1 = Q_2 = Q$),

β) η περίοδος του κυκλώματος (2) είναι διπλάσια από την περίοδο του κυκλώματος (1) : $T_2 = 2T_1$.

Από τη σχέση των περιόδων προκύπτει η σχέση των γωνιακών συχνοτήτων ω_1, ω_2 :

$$T_2 = 2T_1 \Leftrightarrow \frac{2\pi}{\omega_2} = 2\cdot\frac{2\pi}{\omega_1} \Leftrightarrow \omega_1 = 2\omega_2 . \qquad (1)$$

Το πηλίκο των μέγιστων εντάσεων των ρευμάτων στα δύο κυκλώματα, είναι :

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\omega_1 Q}{\omega_2 Q} \xrightarrow{(1)} \frac{I_1}{I_2} = 2.$$

Σωστή απάντηση : α.

2. Στη χορδή μιας κιθάρας δημιουργείται στάσιμο κύμα συχνότητας f_1. Το στάσιμο κύμα έχει τέσσερις δεσμούς, δύο στα άκρα της χορδής και δύο μεταξύ αυτών. Στην ίδια χορδή, με άλλη διέγερση, δημιουργείται άλλο στάσιμο κύμα συχνότητας f_2, που έχει εννέα συνολικά δεσμούς, δύο στα άκρα της χορδής και 7 μεταξύ αυτών.

Η συχνότητα f_2 είναι ίση με:

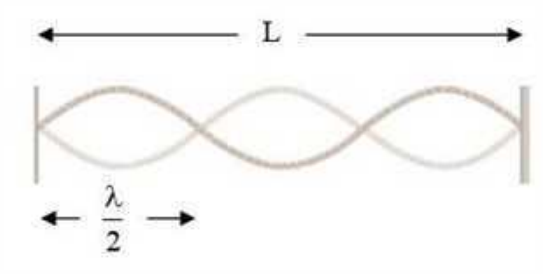
α. $\frac{4}{3} f_1$. **β.** $\frac{8}{3} f_1$. **γ.** $\frac{5}{3} f_1$.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

Απάντηση



Έστω L το μήκος της χορδής, υ το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης των κυμάτων που συμβάλλουν και δημιουργούν το στάσιμο, λ το μήκος κύματος και f η συχνότητά τους.

Από την εξίσωση της κυματικής : $\lambda = \frac{\upsilon}{f}$. (1)

Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών του στάσιμου κύματος είναι ίση με $\frac{\lambda}{2}$.

Αν στη χορδή υπάρχουν N δεσμοί, τότε το μήκος της χορδής είναι :

$$L = (N-1)\cdot\frac{\lambda}{2} \xrightarrow{(1)} L = (N-1)\cdot\frac{\upsilon}{2f}. \quad (2)$$

<u>1η περίπτωση</u>

$N_1 = 4$ δεσμοί $\xrightarrow{(2)} L = 3\cdot\frac{\upsilon}{2f_1}$, (3)

<u>2η περίπτωση</u>

$N_2 = 9$ δεσμοί $\xrightarrow{(2)} L = 8\cdot\frac{\upsilon}{2f_2}$, (4)

Εξισώνω τα 2α μέλη των σχέσεων (3), (4) :

$$3\cdot\frac{\upsilon}{2f_1} = 8\cdot\frac{\upsilon}{2f_2} \Leftrightarrow \frac{3}{f_1} = \frac{8}{f_2} \Leftrightarrow f_2 = \frac{8}{3} f_1.$$

Σωστή απάντηση : β.

3. Υποθέτουμε ότι κλιματολογικές συνθήκες επιβάλλουν την μετανάστευση του πληθυσμού της Γης προς τις πολικές ζώνες. Η κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της:

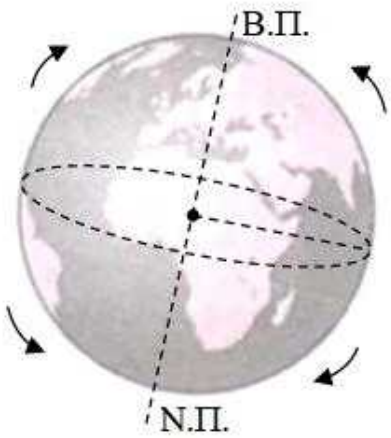
α. θα μείνει σταθερή.
β. θα ελαττωθεί.
γ. θα αυξηθεί.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

Απάντηση



Αν μετανάστευε ο πληθυσμός από τις περιοχές με μικρότερα γεωγραφικά πλάτη (Ισημερινός – εύκρατες ζώνες) προς τις πολικές περιοχές, τότε θα μειωνόταν η ροπή αδράνειας της Γης ως προς τον άξονα περιστροφής λόγω της συγκέντρωσης της μάζας του πληθυσμού κοντά στον άξονα περιστροφής της Γης ($I' < I$).
Οι βαρυτικές δυνάμεις που ασκούνται στη Γη από τα ουράνια σώματα που είναι γύρω της δεν προκαλούν ροπή, αφού ο φορέας τους διέρχεται από το κέντρο μάζας της.
Επομένως, η στροφορμή της Γης λόγω της περιστροφής γύρω από τον άξονά της διατηρείται σταθερή :

$$L' = L \;\Leftrightarrow\; I'\omega' = I\omega \;\Leftrightarrow\; \omega' = \frac{I\omega}{I'}. \qquad (1)$$

Αρχικά, η κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής της Γης είναι : $K = \frac{1}{2} I\omega^2$. (2)

Τελικά, η κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής της Γης είναι :

$$K' = \frac{1}{2} I'\omega'^2 \xrightarrow{(1)} K' = \frac{1}{2} I' \frac{I^2\omega^2}{I'^2} \Rightarrow K' = \left(\frac{1}{2} I\omega^2\right) \cdot \frac{I}{I'} \xrightarrow{(2)} K' = K \cdot \frac{I}{I'}. \qquad (3)$$

Αφού $I > I' \Rightarrow \frac{I}{I'} > 1 \xrightarrow{(3)} K' > K$.

Σωστή απάντηση : γ.

4. Σώμα μάζας m, το οποίο έχει κινητική ενέργεια K, συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας 4m. Μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο. Η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση, είναι:

α. $\frac{5}{4}$ K. **β.** K. **γ.** $\frac{7}{4}$ K

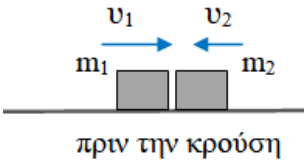
Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Απάντηση

Αφού η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι ασήμαντη, πρακτικά η ορμή του συστήματος δεν μεταβάλλεται.

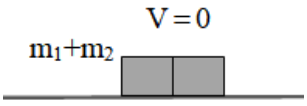


πριν την κρούση

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής (διανυσματικά) :

$$\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0 \Leftrightarrow \vec{p}_1 = -\vec{p}_2 .$$

Οι ορμές των σωμάτων πριν την κρούση ήταν αντίθετες άρα τα κέντρα μάζας των σωμάτων κινούνταν στην ίδια ευθεία, δηλαδή η κρούση είναι κεντρική.



μετά την κρούση

Έστω $\vec{\upsilon}_1$, $\vec{\upsilon}_2$ οι ταχύτητες των σωμάτων ελάχιστα πριν την κρούση.

Για τα μέτρα των ορμών και των ταχυτήτων πριν την κρούση, ισχύει :

$$p_1 = p_2 \Leftrightarrow m\upsilon_1 = 4m\upsilon_2 \Leftrightarrow \upsilon_1 = 4\upsilon_2 \Leftrightarrow \upsilon_2 = \frac{\upsilon_1}{4}. \qquad (1)$$

Η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση, είναι :

$$K_{ολ(πριν)} = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}(4m)\upsilon_2^2 \xrightarrow{(1)} K_{ολ(πριν)} = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}(4m)\cdot\frac{\upsilon_1^2}{16} = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}m\upsilon_1^2\right) \Rightarrow$$

$$K_{ολ(πριν)} = K + \frac{K}{4} \Rightarrow K_{ολ(πριν)} = \frac{5}{4}K .$$

Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση, είναι : $K_{ολ\,(μετά)} = 0.$

Η ελάττωση της μηχανικής ενέργειας του συστήματος λόγω της κρούσης, είναι :

$$|\Delta E_{μηχ}| = |\Delta K| = K_{ολ(πριν)} - K_{ολ(μετά)} = \frac{5}{4}K - 0 \Rightarrow |\Delta K| = \frac{5}{4}K .$$

Σωστή απάντηση : α.

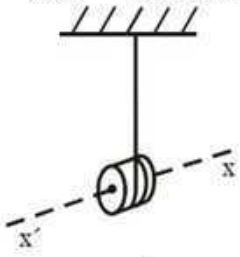
Σχόλιο

Η διατύπωση « Η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση . . . » δεν είναι σωστή.

Η μηχανική ενέργεια δεν χάθηκε αλλά μετατράπηκε σε άλλες μορφές ενέργειας (θερμική, ηχητική κ.λ.π.).

ΘΕΜΑ 3ο

Το γιο-γιο του σχήματος αποτελείται από ομογενή συμπαγή κύλινδρο που έχει μάζα m=0,12kg και ακτίνα $R=1,5\cdot10^{-2}m$. Γύρω από τον κύλινδρο έχει τυλιχτεί νήμα. Τη χρονική στιγμή t=0 αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει. Το νήμα ξετυλίγεται και ο κύλινδρος περιστρέφεται γύρω από νοητό οριζόντιο άξονα x΄x, ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας του. Το νήμα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του κυλίνδρου παραμένει κατακόρυφο και τεντωμένο και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου. Τη στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους ℓ=20R, η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι $υ_{cm}=2m/s$.



α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του. (Ο τύπος που μας δίνει τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, δεν θεωρείται γνωστός).

Μονάδες 6

β. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου, καθώς αυτός κατέρχεται.

Μονάδες 7

γ. Τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι $υ_{cm}=2m/s$, το νήμα κόβεται.
Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του μετά την πάροδο χρόνου 0,8s από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Μονάδες 6

δ. Να κάνετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της στροφορμής σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή t=0, μέχρι τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί σε χρόνο 0,8s από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Μονάδες 6

Δίνεται $g=10m/s^2$

Απάντηση

α.

Από τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερος, ο κύλινδρος εκτελεί ταυτόχρονα μεταφορική και στροφική κίνηση. Τη χρονική στιγμή t_1 που το κέντρο του έχει μετακινηθεί κατακόρυφα κατά ℓ, κύλινδρος έχει γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω και μεταφορική ταχύτητα μέτρου $υ_{cm}$.

Αφού το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει, ισχύει : $υ_{cm} = ωR \Leftrightarrow ω = \frac{υ_{cm}}{R}$. (1)

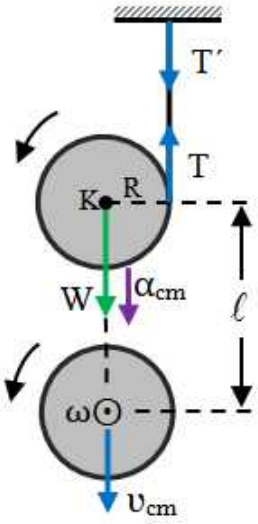
Κατά τη διάρκεια της κίνησης η τάση $\vec{T}$ του νήματος δεν παράγει έργο, αφού δεν μετακινείται το σημείο εφαρμογής της.

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή του κυλίνδρου από τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερος μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα μέτρου υ_{cm} :

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_K\omega^2 = mg\ell \xrightarrow{(1)} m\upsilon_{cm}^2 + I_K\frac{\upsilon_{cm}^2}{R^2} = 2mg(20R) \;\Leftrightarrow$$

$$I_K\frac{\upsilon_{cm}^2}{R^2} = 40mgR - m\upsilon_{cm}^2 \;\Leftrightarrow\; I_K = \frac{mR^2\left(40gR - \upsilon_{cm}^2\right)}{\upsilon_{cm}^2} \;\Rightarrow$$

$$I_K = \frac{0,12\cdot\left(40\cdot 10\cdot 1,5\cdot 10^{-2} - 4\right)\cdot 2,25\cdot 10^{-4}}{4}\,Kgm^2 \;\Rightarrow\; I_K = 1,35\cdot 10^{-5}\,Kgm^2.$$



β.

Αφού το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει, ισχύει : $\alpha_{cm} = R\alpha_{\gamma\omega\nu}$. (2)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση :

$$\Sigma F = m\alpha_{cm} \;\Leftrightarrow\; mg - T = m\alpha_{cm} \xrightarrow{(2)} mg - T = mR\alpha_{\gamma\omega\nu}. \qquad (3)$$

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης :

$$\Sigma\tau_{(K)} = I_K\alpha_{\gamma\omega\nu} \;\Leftrightarrow\; T\cdot R = I_K\alpha_{\gamma\omega\nu} \;\Leftrightarrow\; T = \frac{I_K}{R}\alpha_{\gamma\omega\nu}. \qquad (4)$$

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (3), (4) :

$$mg - T + T = mR\alpha_{\gamma\omega\nu} + \frac{I_K}{R}\alpha_{\gamma\omega\nu} \;\Leftrightarrow\; mg = \left(mR + \frac{I_K}{R}\right)\alpha_{\gamma\omega\nu} \;\Leftrightarrow\; \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{mg}{mR + \frac{I_K}{R}} \;\Rightarrow$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{0,12\cdot 10}{0,12\cdot 1,5\cdot 10^{-2} + \frac{1,35\cdot 10^{-5}}{1,5\cdot 10^{-2}}}\frac{rad}{s^2} = \frac{1,2}{0,18\cdot 10^{-2} + 0,09\cdot 10^{-2}}\frac{rad}{s^2} = \frac{1,2\cdot 10^2}{0,27}\frac{rad}{s^2} \;\Rightarrow\; \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{4}{9}\cdot 10^3\frac{rad}{s^2}.$$

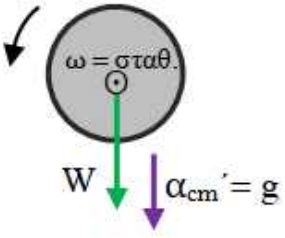
Σύμφωνα με τη γενική μορφή του νόμου της στροφικής κίνησης, το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου (ως προς τον άξονα περιστροφής), είναι :

$$\frac{|\Delta L_K|}{\Delta t} = \Sigma\tau_K = I_K\alpha_{\gamma\omega\nu} \;\Rightarrow\; \frac{|\Delta L_K|}{\Delta t} = 1,35\cdot 10^{-5}\cdot\frac{4}{9}\cdot 10^3\frac{Kgm^2}{s^2} \;\Rightarrow\; \frac{|\Delta L_K|}{\Delta t} = 6\cdot 10^{-3}\frac{Kgm^2}{s^2}.$$

γ.

Από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα, στον κύλινδρο ασκείται μόνο το βάρος το οποίο δεν προκαλεί ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Επομένως, η γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου παραμένει σταθερή και ίση με :



$$\omega = \frac{\upsilon_{cm}}{R} \;\Rightarrow\; \omega = \frac{2}{1,5\cdot 10^{-2}}\frac{rad}{s} \;\Rightarrow\; \omega = \frac{4}{3}\cdot 10^2\frac{rad}{s}.$$

Το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου, τη χρονική στιγμή t_1 που κόπηκε το νήμα, είναι :

$$L_K = I_K\omega \Rightarrow L_K = \left(1,35\cdot10^{-5}\,Kgm^2\right)\cdot\left(\frac{4}{3}\cdot10^2\,\frac{rad}{s}\right) \Rightarrow L_K = 1,8\cdot10^{-3}\,\frac{Kgm^2}{s}.$$

δ.

<u>$0 \rightarrow t_1$</u>

Από τη σχέση $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$, προκύπτει :

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\omega}{t_1} \Leftrightarrow t_1 = \frac{\omega}{\alpha_{\gamma\omega\nu}} \Rightarrow t_1 = \frac{\frac{4}{3}\cdot10^2}{\frac{4}{9}\cdot10^3}s \Rightarrow t_1 = 0,3s.$$

Στη χρονική διάρκεια 0 s $\rightarrow$ 0,3 s το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση :

$\omega = \alpha_{\gamma\omega\nu}\, t$. (5)

Το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση :

$$L = I_K\omega \xrightarrow{(5)} L = I_K\alpha_{\gamma\omega\nu}t \Rightarrow L = 6\cdot10^{-3}t. \text{ (S.I.)} \quad (6)$$

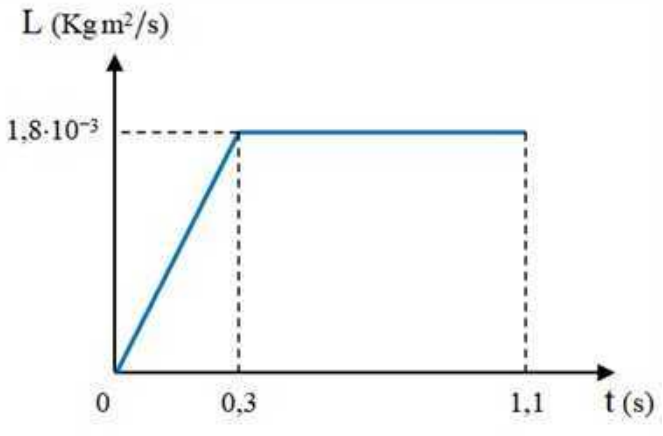
Για $t = 0 \xrightarrow{(6)} L = 0.$

Για $t = 0,3$ s $\xrightarrow{(6)} L = 1,8\cdot10^{-3}\,\frac{Kgm^2}{s}.$

<u>$t_1 \rightarrow t_1 + 0,8$ s</u>

Από τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,3$ s έως τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + 0,3$ s = 1,1 s, το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου διατηρείται σταθερό : $L = 1,8\cdot10^{-3}\,\frac{Kgm^2}{s}$.

Το διάγραμμα της σχέσης $L = f(t)$ για το χρονικό διάστημα 0 s $\rightarrow$ 1,1 s απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



<u>Σχόλιο</u>

Η διατύπωση του ερωτήματος δ είναι δυσνόητη.

ΘΕΜΑ 4ο

Στην οροφή ερευνητικού εργαστηρίου είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς K=60N/m, στο άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται σώμα Σ_1 με μάζα m_1=17kg. Το σύστημα ισορροπεί. Ένας παρατηρητής βρίσκεται στον κατακόρυφο άξονα y΄y που ορίζει ο άξονας του ελατηρίου. Ο παρατηρητής εκτοξεύει κατακόρυφα προς τα πάνω σώμα Σ_2 μάζας m_2=3kg με ταχύτητα μέτρου υ_0=12m/s. Το σημείο εκτόξευσης απέχει απόσταση h=2,2m από το σώμα Σ_1. Το σώμα Σ_2 έχει ενσωματωμένη σειρήνα που εκπέμπει συνεχώς ήχο συχνότητας f_s=700Hz.

α. Να υπολογίσετε τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής λίγο πριν από την κρούση του σώματος Σ_2 με το σώμα Σ_1.

Μονάδες 5

β. Η κρούση που επακολουθεί είναι πλαστική και γίνεται με τρόπο ακαριαίο. Να βρεθεί η σχέση που περιγράφει την απομάκρυνση y της ταλάντωσης του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο. Για την περιγραφή αυτή θεωρούμε ως αρχή μέτρησης του χρόνου (t=0) τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά του άξονα των απομακρύνσεων τη φορά της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 8

γ. Η σειρήνα δεν καταστρέφεται κατά την κρούση. Να βρεθεί η σχέση που δίνει τη συχνότητα f_A, την οποία αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής σε συνάρτηση με το χρόνο μετά την κρούση.

Μονάδες 7

δ. Να βρεθεί ο λόγος της μέγιστης συχνότητας $f_{A,max}$ προς την ελάχιστη συχνότητα $f_{A,min}$ που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής.

Μονάδες 5

Δίνονται η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα $\upsilon_{ηχ}$=340m/s και g=10m/s^2.

Απάντηση

α.

Από τη στιγμή που εκτοξεύτηκε το Σ_2 μέχρι να φτάσει στο Σ_1 κινείται με την επίδραση του βάρους του.

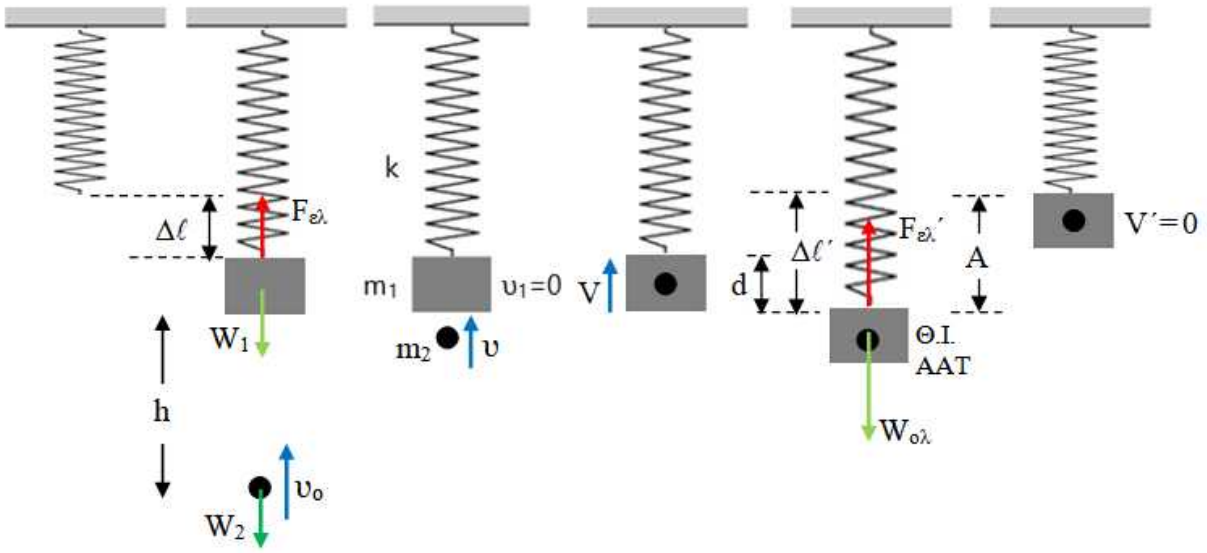
Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή του Σ_2 από τη θέση εκτόξευσης μέχρι τη θέση του Σ_1 :

$$K_{2(τελ)} - K_{2(αρχ)} = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_2\upsilon^2 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_o^2 = -m_2gh \Leftrightarrow \upsilon^2 = \upsilon_o^2 - 2gh \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\upsilon_o^2 - 2gh} \Rightarrow$$

$$\upsilon = \sqrt{12^2 - 2\cdot 10\cdot 2,2}\,\frac{m}{s} = \sqrt{144-44}\,\frac{m}{s} = \sqrt{100}\,\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon = 10\frac{m}{s}.$$

Τη στιγμή που φτάνει στο Σ_1, το Σ_2 απομακρύνεται με ταχύτητα μέτρου υ από τον παρατηρητή, άρα αυτός αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας : $f_A = \frac{\upsilon_{ηχ}}{\upsilon_{ηχ}+\upsilon}\cdot f_s \Rightarrow f_A = \frac{340}{340+10}\cdot 700\,Hz \Rightarrow f_A = 680\,Hz.$

β.



Αφού η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι ασήμαντη, πρακτικά η ορμή του συστήματος δεν μεταβάλλεται.

Ορίζω θετική φορά προς τα πάνω και εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής (αλγεβρικά) :

$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow m_2\upsilon = (m_1+m_2)V \Leftrightarrow V = \frac{m_2\upsilon}{m_1+m_2} \Rightarrow V = \frac{3\cdot 10}{17+3}\frac{m}{s} \Rightarrow V = 1,5\frac{m}{s}.$$

Στη θέση ισορροπίας του Σ_1 το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell$. Ισχύει :

$$\Sigma F_1 = 0 \Leftrightarrow F_{ελ} - W_1 = 0 \Leftrightarrow k(\Delta\ell) = m_1 g \Leftrightarrow \Delta\ell = \frac{m_1 g}{k}. \qquad (1)$$

Στη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell'$. Ισχύει :

$$\Sigma F_{1,2} = 0 \Leftrightarrow F_{ελ}' - W_{1,2} = 0 \Leftrightarrow k(\Delta\ell') = (m_1+m_2)g \Leftrightarrow \Delta\ell' = \frac{(m_1+m_2)g}{k}. \qquad (2)$$

Η θέση της κρούσης (θέση ισορροπίας του Σ_1) απέχει από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης απόσταση d. Ισχύει :

$$d = \Delta\ell' - \Delta\ell \xrightarrow{(1),\,(2)} d = \frac{(m_1+m_2)g}{k} - \frac{m_1 g}{k} \Rightarrow d = \frac{m_2 g}{k} \Rightarrow d = \frac{3\cdot 10}{60}m \Rightarrow d = 0,5\,m.$$

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ :

$$K_\sigma + U_\tau = E_\tau \Leftrightarrow \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 + \frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Leftrightarrow A^2 = \frac{(m_1+m_2)V^2}{k} + d^2 \Rightarrow$$

$$A = \sqrt{\frac{(m_1+m_2)V^2}{k} + d^2} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{20\cdot 2,25}{60} + 0,25}\,m = \sqrt{0,75+0,25}\,m \Rightarrow A = 1\,m.$$

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι : $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{60}{20}}\frac{rad}{s} = \sqrt{3}\frac{rad}{s}$.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας έχει τη μορφή : $y = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$. (3)

Για $t = 0$ και $x = d \xrightarrow{(3)} 0,5 = \eta\mu\varphi_o \Rightarrow \varphi_o = \frac{\pi}{6}$ ή $\varphi_o = \frac{5\pi}{6}$.

Η εξίσωση της ταχύτητας του συσσωματώματος έχει τη μορφή : $\upsilon_\sigma = \omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o)$. (4)

Για $t = 0 \xrightarrow{(4)} \upsilon_\sigma = \omega A\sigma\upsilon\nu\varphi_o$. (5)

Αν $\varphi_o = \frac{\pi}{6} \xrightarrow{(5)} \upsilon_\sigma = \omega A\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} > 0$, δεκτή.

Επομένως : $\varphi_o = \frac{\pi}{6}$.

Αντικαθιστώντας τις τιμές στην (3) προκύπτει η εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ :

$y = \eta\mu\left(\sqrt{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$. (S.I.)

γ.

Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας της σειρήνας περιγράφεται από την εξίσωση :

$\upsilon_\sigma = \omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o) \Rightarrow \upsilon_\sigma = \sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\left(\sqrt{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$. (S.I.) (6)

Η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής δίνεται από τη σχέση :

$f_A = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_\sigma} \cdot f_s \xrightarrow{(6)} f_A = \frac{2,38 \cdot 10^5}{340 + \sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\left(\sqrt{3}t + \frac{\pi}{6}\right)}$. (S.I.)

δ.

Τις χρονικές στιγμές που διέρχεται το συσσωμάτωμα από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς την αρνητική φορά, η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας είναι ελάχιστη : $\upsilon_{min} = -\sqrt{3}\frac{m}{s}$, άρα η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι μέγιστη : $f_{A(max)} = \frac{2,38 \cdot 10^5}{340 - \sqrt{3}}Hz$.

Τις χρονικές στιγμές που διέρχεται το συσσωμάτωμα από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς τη θετική φορά, η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας είναι μέγιστη : $\upsilon_{max} = \sqrt{3}\frac{m}{s}$, άρα η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι ελάχιστη : $f_{A(min)} = \frac{2,38 \cdot 10^5}{340 + \sqrt{3}}Hz$.

Το πηλίκο των δύο συχνοτήτων είναι : $\dfrac{f_{A(max)}}{f_{A(min)}} = \dfrac{\dfrac{2,38\cdot 10^5}{340-\sqrt{3}}}{\dfrac{2,38\cdot 10^5}{340+\sqrt{3}}} \Rightarrow \dfrac{f_{A(max)}}{f_{A(min)}} = \dfrac{340+\sqrt{3}}{340-\sqrt{3}}.$

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2004
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις **1 - 4** *και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

1. Σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC στη διάρκεια μιας περιόδου η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή γίνεται ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου:

α. μία φορά.
β. δύο φορές.
γ. τέσσερις φορές.
δ. έξι φορές.

Μονάδες 5

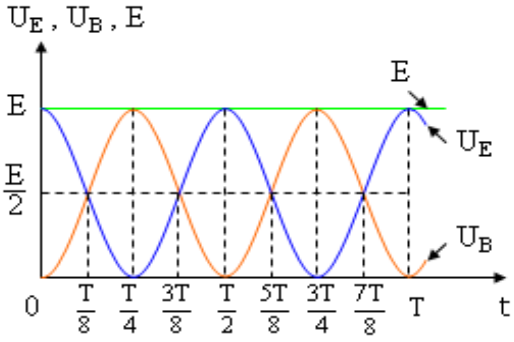
Απάντηση

Η ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου U_E και η ενέργεια μαγνητικού πεδίου U_B μεταβάλλονται με το χρόνο σύμφωνα με τις εξισώσεις : $U_E = E\text{συν}^2\omega t$, $U_B = E\eta\mu^2\omega t$.

<u>1ος τρόπος</u> (γραφικά)

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διαγράμματα $U_E = f(t)$, $U_B = f(t)$ και $E = f(t)$.

Όπως φαίνεται από το διάγραμμα, στη διάρκεια μιας περιόδου η ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου U_E γίνεται ίση με την ενέργεια μαγνητικού πεδίου U_B 4 φορές.



$\left[\text{Αυτό συμβαίνει τις χρονικές στιγμές : } \frac{T}{8}, \frac{3T}{8}, \frac{5T}{8}, \frac{7T}{8}\right]$.

<u>2ος τρόπος</u> (με τη χρήση σχέσων)

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας :

$$U_E + U_B = E \xrightarrow{U_B = U_E} 2U_E = E \Leftrightarrow 2E\text{συν}^2\omega t = E \Leftrightarrow \text{συν}^2\omega t = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{συν}\omega t = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Αν} \quad \text{συν}\omega t = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}t = 2\kappa\pi \pm \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \left(\kappa \pm \frac{1}{8}\right)T. \qquad (1)$$

$$\text{Αν} \quad \sigma\upsilon\nu\omega t = -\frac{\sqrt{2}}{2} \;\Rightarrow\; \frac{2\pi}{T}t = 2\kappa\pi \pm \frac{3\pi}{4} \;\Rightarrow\; t = \left(\kappa \pm \frac{3}{8}\right)T. \qquad (2)$$

$$\Gamma\iota\alpha\ \kappa = 0 \xrightarrow{(1)} t_1 = \frac{T}{8}.$$

$$\Gamma\iota\alpha\ \kappa = 0 \xrightarrow{(2)} t_2 = \frac{3T}{8}.$$

$$\Gamma\iota\alpha\ \kappa = 1 \xrightarrow{(2)} t_3 = \frac{5T}{8}.$$

$$\Gamma\iota\alpha\ \kappa = 1 \xrightarrow{(1)} t_4 = \frac{7T}{8}.$$

Επομένως, στο χρονικό διάστημα $0 \le t \le T$ η ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου γίνεται ίση με την ενέργεια μαγνητικού πεδίου 4 φορές.

Σωστή απάντηση : γ.

2. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα:

α. είναι διαμήκη.

β. υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.

γ. διαδίδονται σε όλα τα μέσα με την ίδια ταχύτητα.

δ. δημιουργούνται από σταθερό μαγνητικό και ηλεκτρικό πεδίο.

Μονάδες 5

Απάντηση

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα είναι εγκάρσια (τα διανύσματα της έντασης $\vec{E}$ του ηλεκτρικού πεδίου και της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος).

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα (όπως και τα μηχανικά κύματα) **υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας**.

Η ταχύτητα διάδοσης ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος **εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου διάδοσης.**

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα δημιουργούνται από **μεταβαλλόμενα** ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία.

Σωστή απάντηση : β.

3. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή. Αυξάνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη. Το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα:

α. αυξάνεται συνεχώς.

β. μειώνεται συνεχώς.

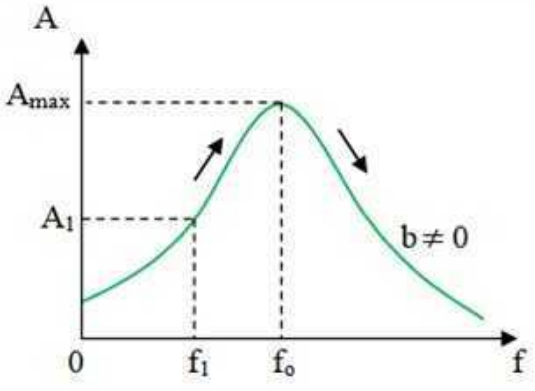
γ. μένει σταθερό.

δ. αυξάνεται αρχικά και μετά θα μειώνεται.

Μονάδες 5

Απάντηση

Υποθέτω ότι η διεγείρουσα δύναμη είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_\delta = F_{max}συν(2\pi f_\delta t)$], η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_a = -bυ$) και το σύστημα βρίσκεται κάθε φορά στη μόνιμη κατάσταση.



Για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b, το πλάτος ταλάντωσης μεταβάλλεται με τη συχνότητα του διεγέρτη σύμφωνα με το διπλανό διάγραμμα.

Αν αρχικά η συχνότητα του διεγέρτη είναι μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή ($f = f_1 < f_o$) και την αυξάνουμε συνεχώς, τότε το πλάτος ταλάντωσης αυξάνεται αρχικά μέχρι μία μέγιστη τιμή A_{max} (όταν $f \cong f_o$) και στη συνέχεια μειώνεται.

Σωστή απάντηση : δ.

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_\delta = F_{\delta,(max)}συν(2\pi f_\delta t + \varphi_o)$], η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_a = -bυ$) και το σύστημα βρίσκεται κάθε φορά στη μόνιμη κατάσταση.

4. Σώμα συμμετέχει ταυτόχρονα σε δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που περιγράφονται από τις σχέσεις $x_1=Aημω_1t$ και $x_2=Aημω_2t$, των οποίων οι συχνότητες $ω_1$ και $ω_2$ διαφέρουν λίγο μεταξύ τους.
Η συνισταμένη ταλάντωση έχει:

α. συχνότητα $2(ω_1-ω_2)$.

β. συχνότητα $ω_1+ω_2$.

γ. πλάτος που μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών μηδέν και 2Α.

δ. πλάτος που μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών μηδέν και Α.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η συνισταμένη ταλάντωση έχει εξίσωση απομάκρυνσης : $x = A'ημ\left(\frac{ω_1+ω_2}{2}\cdot t\right)$, (1)

όπου : $A' = 2Aσυν\left(\frac{ω_1-ω_2}{2}\cdot t\right)$. (2)

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης, είναι : $ω=\frac{ω_1+ω_2}{2}$.

[α, β : Λάθος]

Το πλάτος ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση : $|A'| = 2A\left|συν\left(\frac{ω_1-ω_2}{2}\cdot t\right)\right|$.

Ισχύει :

$$0\le\left|συν\left(\frac{ω_1-ω_2}{2}\cdot t\right)\right|\le 1 \Leftrightarrow 0\le 2A\left|συν\left(\frac{ω_1-ω_2}{2}\cdot t\right)\right|\le 2A \Leftrightarrow 0\le|A'|\le 2A.$$

[γ : Σωστή] , [δ : Λάθος].

Σχόλιο

Τα σύμβολα $ω_1$, $ω_2$ αντιστοιχούν στις **γωνιακές συχνότητες** των ταλαντώσεων και όχι τις συχνότητες όπως αναφέρει η εκφώνηση.

*Στην παρακάτω ερώτηση **5** να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό** για τη σωστή πρόταση και τη λέξη **Λάθος** για τη λανθασμένη.*

5. **α.** Η ροπή αδράνειας εκφράζει την αδράνεια στη μεταφορική κίνηση.

β. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση το πλάτος παραμένει σταθερό με το χρόνο.

γ. Με τα στάσιμα κύματα μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου σε άλλο σημείο του ιδίου μέσου.

δ. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες.

ε. Το αποτέλεσμα της συμβολής δύο όμοιων κυμάτων στην επιφάνεια υγρού είναι ότι όλα τα σημεία της επιφάνειας είτε παραμένουν διαρκώς ακίνητα είτε ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Λάθος.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 120.

β. Σωστό (υπό προϋποθέσεις)

Σε μία εξαναγκασμένη ταλάντωση στην οποία η διεγείρουσα δύναμη είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_{\delta} = F_{max}συν(2\pi f_{\delta} t)$], η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_a = -bυ$) και το σύστημα βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση, το πλάτος παραμένει σταθερό με το χρόνο (αφού η απώλεια ενέργειας λόγω των αποσβέσεων στη διάρκεια μιας περιόδου αναπληρώνεται από την ενέργεια που προσφέρεται από τον διεγέρτη).

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η διεγείρουσα δύναμη είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_{\delta} = F_{max}συν(2\pi f_{\delta} t + \varphi_o)$], η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_a = -bυ$) και το σύστημα βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.

γ. Λάθος.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 54.

δ. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 155.

ε. Λάθος.

Το πλάτος ταλάντωσης ενός σημείου δίνεται από τη σχέση : $|A'| = 2A\left|\text{συν}\pi\left(\frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right)\right|$,

όπου λ το μήκος κύματος και r_1 , r_2 οι αποστάσεις του σημείου από τις δύο πηγές.

Ισχύει :

$$0 \le \left|\text{συν}\pi\left(\frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right)\right| \le 1 \Leftrightarrow 0 \le 2A\left|\text{συν}\pi\left(\frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right)\right| \le 2A \Leftrightarrow 0 \le |A'| \le 2A.$$

Επομένως, ορισμένα σημεία της επιφάνειας παραμένουν ακίνητα ($|A'| = 0$) και τα υπόλοιπα σημεία ταλαντώνονται με πλάτη που κυμαίνονται από μηδέν έως και 2A ($0 < |A'| \le 2A$).

ΘΕΜΑ 2ο

Για τις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Μια μικρή σφαίρα μάζας m_1 συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη μικρή σφαίρα μάζας m_2. Μετά την κρούση οι σφαίρες κινούνται με αντίθετες ταχύτητες ίσων μέτρων. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ των δύο σφαιρών είναι:

α. 1 **β.** $\frac{1}{3}$ **γ.** $\frac{1}{2}$

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

Απάντηση

Αφού η κρούση είναι κεντρική και ελαστική και η 2η σφαίρα ήταν ακίνητη, οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σφαιρών αμέσως μετά την κρούση δίνονται από τις σχέσεις :

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1, \qquad (1)$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 . \qquad (2)$$

Οι ταχύτητες των σφαιρών αμέσως μετά την κρούση είναι αντίθετες, άρα ισχύει :

$$\upsilon_2' = -\upsilon_1' \xrightarrow{(1),\,(2)} \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 = -\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \Leftrightarrow 2m_1 = m_2 - m_1 \Leftrightarrow 3m_1 = m_2 \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}.$$

Σωστή απάντηση : β.

2. Μονοχρωματική ακτινοβολία που διαδίδεται στο γυαλί προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια του γυαλιού με τον αέρα, με γωνία πρόσπτωσης θ_α τέτοια ώστε $\eta\mu\theta_\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού είναι $n_\alpha = \sqrt{2}$. Η ακτινοβολία θα:

α. διαθλαστεί και θα εξέλθει στον αέρα.
β. κινηθεί παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια.
γ. ανακλαστεί ολικά από τη διαχωριστική επιφάνεια.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

Απάντηση

Για την κρίσιμη γωνία μεταξύ γυαλιού – αέρα, ισχύει :

$$\eta\mu\theta_c = \frac{1}{n_\alpha} \Rightarrow \eta\mu\theta_c = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Άρα : $\eta\mu\theta_\alpha > \eta\mu\theta_c$. (1)

Αφού $\theta_\alpha < 90^o$ και $\theta_c < 90^o \xrightarrow{(1)} \theta_\alpha > \theta_c$.

Επομένως, η ακτίνα θα ανακλαστεί ολικά από τη διαχωριστική επιφάνεια.

Σωστή απάντηση : γ.

3. Ένας παρατηρητής κινείται με σταθερή ταχύτητα υ_A προς ακίνητη σημειακή ηχητική πηγή. Οι συχνότητες που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής, πριν και αφού διέλθει από την ηχητική πηγή, διαφέρουν μεταξύ τους κατά $\frac{f_S}{10}$, όπου f_S η συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η ηχητική πηγή. Αν υ η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα, ο λόγος $\frac{\upsilon_A}{\upsilon}$ είναι ίσος με:

α. 10 **β.** $\frac{1}{10}$ **γ.** $\frac{1}{20}$

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής, όταν πλησιάζει την ακίνητη πηγή, δίνεται από τη σχέση :

$$f_A = \frac{\upsilon + \upsilon_A}{\upsilon} \cdot f_s . \qquad (1)$$

Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής, όταν απομακρύνεται από την ακίνητη πηγή (αφού την έχει προσπεράσει), δίνεται από τη σχέση :

$$f_A' = \frac{\upsilon - \upsilon_A}{\upsilon} \cdot f_s . \qquad (2)$$

Ισχύει :

$$f_A - f_A' = \frac{f_s}{10} \xrightarrow{(1),\,(2)} \frac{\upsilon + \upsilon_A}{\upsilon} \cdot f_s - \frac{\upsilon - \upsilon_A}{\upsilon} \cdot f_s = \frac{f_s}{10} \Leftrightarrow \frac{\upsilon + \upsilon_A - \upsilon + \upsilon_A}{\upsilon} = \frac{1}{10} \Leftrightarrow$$

$$\frac{2\upsilon_A}{\upsilon} = \frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{\upsilon_A}{\upsilon} = \frac{1}{20}.$$

Σωστή απάντηση : γ.

4. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με ίσες μάζες ισορροπούν κρεμασμένα από κατακόρυφα ιδανικά ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 αντίστοιχα, που συνδέονται με τη σχέση $k_1 = \frac{k_2}{2}$.

Απομακρύνουμε τα σώματα Σ_1 και Σ_2 από τη θέση ισορροπίας τους κατακόρυφα προς τα κάτω κατά x και 2x αντίστοιχα και τα αφήνουμε ελεύθερα την ίδια χρονική στιγμή, οπότε εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Τα σώματα διέρχονται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας τους:

α. ταυτόχρονα.
β. σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το Σ_1.
γ. σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το Σ_2.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

Απάντηση

Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερο κάθε σώμα μέχρι να περάσει για 1η φορά από τη θέση ισορροπίας του, είναι : $\Delta t = \frac{T}{4}$, όπου T η περίοδος της ταλάντωσής του.

Σώμα Σ_1

Η περίοδος της ΑΑΤ δίνεται από τη σχέση : $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}}$. (1)

Σώμα Σ_2

Η περίοδος της ΑΑΤ δίνεται από τη σχέση :

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}} \xrightarrow{k_2 = 2k_1} T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k_1}}. \quad (2)$$

Από τη σύγκριση των σχέσεων (1), (2) προκύπτει :

$$T_2 < T_1 \Leftrightarrow \frac{T_2}{4} < \frac{T_1}{4} \Leftrightarrow \Delta t_2 < \Delta t_1.$$

Δηλαδή το Σ_2 χρειάζεται λιγότερο χρόνο για να φτάσει στη θέση ισορροπίας.

Αφού τα σώματα αφήνονται ταυτόχρονα, το Σ_2 θα περάσει 1ο από τη θέση ισορροπίας.

Σωστή απάντηση : γ.

ΘΕΜΑ 3ο

Ένα τεντωμένο οριζόντιο σχοινί ΟΑ μήκους L εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x. Το άκρο του Α είναι στερεωμένο ακλόνητα στη θέση x=L, ενώ το άκρο Ο που βρίσκεται στη θέση x=0 είναι ελεύθερο, έτσι ώστε με κατάλληλη διαδικασία να δημιουργείται στάσιμο κύμα με 5 συνολικά κοιλίες. Στη θέση x=0 εμφανίζεται κοιλία και το σημείο του μέσου στη θέση αυτή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή t=0 το σημείο x=0 βρίσκεται στη θέση μηδενικής απομάκρυνσης κινούμενο κατά τη θετική φορά. Η απόσταση των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης αυτού του σημείου του μέσου είναι 0,1 m. Το συγκεκριμένο σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του 10 φορές κάθε δευτερόλεπτο και απέχει κατά τον άξονα x απόσταση 0,1 m από τον πλησιέστερο δεσμό.

α. Να υπολογίσετε την περίοδο του κύματος.

Μονάδες 6

β. Να υπολογίσετε το μήκος L.

Μονάδες 6

γ. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.

Μονάδες 6

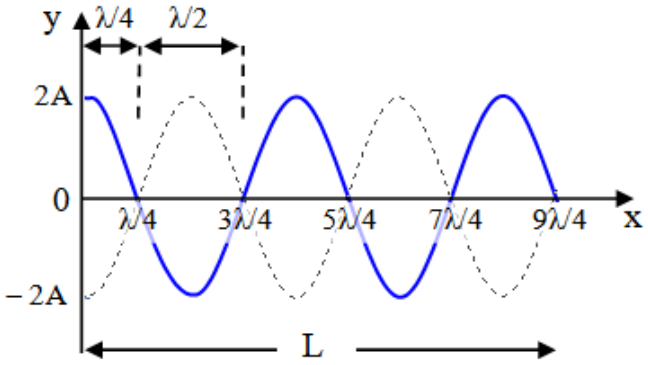
δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας της ταλάντωσης του σημείου του μέσου x=0 κατά τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας έχει τιμή y = +0,03 m.

Μονάδες 7

Δίνεται π = 3,14 .

Απάντηση

α.



Στη διάρκεια μιας ταλάντωσης το σημείο Ο στη θέση x = 0 διέρχεται 2 φορές από τη θέση ισορροπίας.

Σε χρονική διάρκει Δt = 1 s το σημείο Ο έχει περάσει 10 φορές από τη θέση ισορροπίας, άρα έχει εκτελέσει N = 5 ταλαντώσεις.

Η περίοδος της ταλάντωσης είναι :

$$T = \frac{\Delta t}{N} \Rightarrow T = \frac{1s}{5} \Rightarrow T = 0,2\,s.$$

β.

Η απόσταση της 1ης κοιλίας από τον 1ο δεσμό είναι ίση με $\frac{\lambda}{4}$, ενώ η απόσταση δύο διαδοχικών κοιλιών είναι ίση με $\frac{\lambda}{2}$.

Ισχύει : $\frac{\lambda}{4} = 0,1\,\text{m} \Leftrightarrow \lambda = 0,4\,\text{m}.$

Το φυσικό μήκος της χορδής είναι :

$$L = \frac{\lambda}{4} + 4\cdot\frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow L = \frac{9\lambda}{4} \Rightarrow L = \frac{9\cdot 0,4}{4}\,\text{m} \Rightarrow L = 0,9\,\text{m}.$$

γ.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Ο έχει τη μορφή : $y_O = A'_O \eta\mu\omega t$.

Το σημείο Ο είναι κοιλία, άρα έχει πλάτος ταλάντωσης : $\left|A'_O\right| = 2A$.

Η απόσταση των ακραίων θέσεων ταλάντωσης του Ο είναι : $d = 2\left|A'_O\right| \Rightarrow d = 4A$.

Επομένως : $A = \frac{d}{4} = \frac{0,1}{4}\,\text{m} \Rightarrow A = 2,5\cdot 10^{-2}\,\text{m}.$

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος έχει τη μορφή : $y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\eta\mu\left(2\pi\frac{t}{T}\right).$

Με αντικατάσταση : $y = 5\cdot 10^{-2}\sigma\upsilon\nu(5\pi x)\eta\mu(10\pi t).$ (S.I.)

δ.

Το σημείο Ο εκτελεί ταλάντωση με γωνιακή συχνότητα $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2\,\text{s}} = 10\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ και σταθερά επαναφοράς $D = m\omega^2$, όπου m η μάζα του στοιχειώδους τμήματος της χορδής στο Ο.

Εφαρμόζω τη αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση του σημείου Ο :

$$K_O + U_{\tau(O)} = E_{\tau(O)} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}m\omega^2x^2 = \frac{1}{2}m\omega^2(2A)^2 \Leftrightarrow \upsilon^2 = 4\omega^2A^2 - \omega^2x^2 \Rightarrow$$

$$|\upsilon| = \omega\sqrt{4A^2 - x^2} \Rightarrow |\upsilon| = 10\pi\sqrt{25\cdot 10^{-4} - 9\cdot 10^{-4}}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 10\pi\sqrt{16\cdot 10^{-4}}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow |\upsilon| = 0,4\pi\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ή $|\upsilon| \cong 1,256\frac{\text{m}}{\text{s}}.$

ΘΕΜΑ 4ο

Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας m=10 kg και ακτίνας R=0,1 m κυλίεται ευθύγραμμα χωρίς ολίσθηση ανερχόμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ με ημφ=0,56. Τη χρονική στιγμή t=0 το κέντρο μάζας της σφαίρας έχει ταχύτητα με μέτρο υ_0=8m/s. Να υπολογίσετε για τη σφαίρα:

α. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της τη χρονική στιγμή t=0.

Μονάδες 6

β. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της.

Μονάδες 6

γ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής κατά τη διάρκεια της κίνησής της.

Μονάδες 6

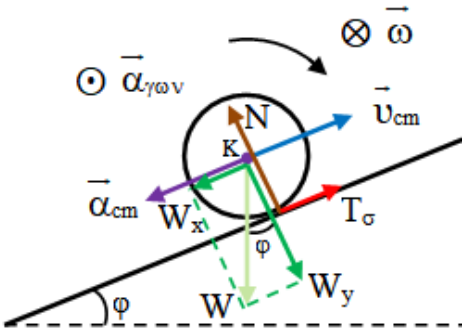
δ. το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της καθώς ανεβαίνει, τη στιγμή που έχει διαγράψει $\frac{30}{\pi}$ περιστροφές.

Μονάδες 7

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας περί άξονα διερχόμενο από το κέντρο της: $I=\frac{2}{5}mR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10 m/s^2$.

Απάντηση

α.



Αφού η σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση, σε κάθε χρονική στιγμή το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας και το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής συνδέονται με τη σχέση :

$\upsilon_{cm} = R\omega$. (1)

Τη χρονική στιγμή t = 0, ισχύει :

$$\upsilon_o = R\omega_o \Leftrightarrow \omega_o = \frac{\upsilon_o}{R} \Rightarrow \omega_o = \frac{8\,m\cdot s^{-1}}{0{,}1\,m} \Rightarrow \omega_o = 80\,\frac{rad}{s}.$$

β.

Κατά τη διάρκεια της κύλισης το κέντρο της σφαίρας έχει σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{cm}$ αντίρροπη της ταχύτητας (επιβράδυνση) ενώ η σφαίρα στρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ αντίρροπη της γωνιακής ταχύτητας (γωνιακή επιβράδυνση).

Τα μέτρα της επιτάχυνσης και της γωνιακής επιτάχυνσης συνδέονται με τη σχέση : $\alpha_{cm} = R\alpha_{\gamma\omega\nu}$. (2)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής (θετική φορά προς τα κάτω) :

$\Sigma F_x = m\alpha_{cm} \Leftrightarrow W_x - T_\sigma = m\alpha_{cm}$. (3)

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης (με θετική τη φορά περιστροφής) :

$$\Sigma\tau_{(K)} = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_\sigma R = \frac{2}{5}mR^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow T_\sigma = \frac{2}{5}mR\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{(2)} T_\sigma = \frac{2}{5}m\alpha_{cm}. \quad (4)$$

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (3), (4) :

$$W_x - T_\sigma + T_\sigma = m\alpha_{cm} + \frac{2}{5}m\alpha_{cm} \Leftrightarrow mg\eta\mu\varphi = \frac{7}{5}m\alpha_{cm} \Leftrightarrow \alpha_{cm} = \frac{5g\eta\mu\varphi}{7} \Rightarrow$$

$$\alpha_{cm} = \frac{5\cdot 10\cdot 0,56}{7}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha_{cm} = 4\frac{m}{s^2}.$$

γ.

Σύμφωνα με τη γενική μορφή του νόμου της στροφικής κίνησης, ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας είναι ίσος με τη συνισταμένη ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής : $\frac{\Delta L}{\Delta t} = \Sigma\tau_{(K)} = I\alpha_{\gamma\omega\nu}$.

Επομένως :

$$\frac{|\Delta L|}{\Delta t} = I|\alpha_{\gamma\omega\nu}| = \frac{2}{5}mR^2|\alpha_{\gamma\omega\nu}| \xrightarrow{(2)} \frac{|\Delta L|}{\Delta t} = \frac{2}{5}mR|\alpha_{cm}| \Rightarrow \frac{|\Delta L|}{\Delta t} = \frac{2}{5}\cdot 10\cdot 0,1\cdot 4\frac{Kgm^2}{s^2} \Rightarrow$$

$$\frac{|\Delta L|}{\Delta t} = 1,6\frac{Kgm^2}{s^2}.$$

δ.

Στη διάρκεια μιας περιστροφής κάθε σημείο της περιφέρειας διανύει διάστημα $2\pi R$.

Όταν η σφαίρα έχει εκτελέσει $N = \frac{30}{\pi}$ περιστροφές, κάθε σημείο της περιφέρειας έχει διανύσει διάστημα

$$s = 2\pi RN \Rightarrow s = 2\pi\cdot 0,1\cdot\frac{30}{\pi}m \Rightarrow s = 6\,m.$$

Αφού η κύλιση γίνεται χωρίς ολίσθηση, στην ίδια χρονική διάρκεια η μετατόπιση του κέντρου μάζας είναι $\Delta x_{cm} = s = 6$ m.

<u>1ος τρόπος</u>

Το κέντρο μάζας της σφαίρας εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Ισχύουν οι σχέσεις :

$$\upsilon_{cm} = \upsilon_o - \alpha_{cm}t \Leftrightarrow t = \frac{\upsilon_o - \upsilon_{cm}}{\alpha_{cm}}. \quad (5)$$

$$\Delta x_{cm} = \frac{\upsilon_o + \upsilon_{cm}}{2} \cdot t \xrightarrow{(5)} \Delta x_{cm} = \frac{\upsilon_o + \upsilon_{cm}}{2} \cdot \frac{\upsilon_o - \upsilon_{cm}}{\alpha_{cm}} \Leftrightarrow \Delta x_{cm} = \frac{\upsilon_o^2 - \upsilon_{cm}^2}{2\alpha_{cm}} \Leftrightarrow$$

$$\upsilon_o^2 - \upsilon_{cm}^2 = 2\alpha_{cm}(\Delta x_{cm}) \Leftrightarrow \upsilon_{cm}^2 = \upsilon_o^2 - 2\alpha_{cm}(\Delta x_{cm}) \Rightarrow |\upsilon_{cm}| = \sqrt{\upsilon_o^2 - 2\alpha_{cm}(\Delta x_{cm})} \Rightarrow$$

$$|\upsilon_{cm}| = \sqrt{8^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6}\,\frac{m}{s} = \sqrt{64 - 48}\,\frac{m}{s} = \sqrt{16}\,\frac{m}{s} \Rightarrow |\upsilon_{cm}| = 4\,\frac{m}{s}.$$

<u>2ος τρόπος</u>

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή της σφαίρας από τη χρονική στιγμή t = 0 μέχρι να εκτελέσει Ν περιστροφές :

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2\right) - \left(\frac{1}{2}m\upsilon_o^2 + \frac{1}{2}I\omega_o^2\right) = -mg\eta\mu\varphi(\Delta x_{cm}) \Leftrightarrow$$

$$m\upsilon_{cm}^2 + \frac{2}{5}mR^2\omega^2 - m\upsilon_o^2 - \frac{2}{5}mR^2\omega_o^2 = -2mg\eta\mu\varphi(\Delta x_{cm}) \xrightarrow{(1)} \upsilon_{cm}^2 + \frac{2}{5}\upsilon_{cm}^2 - \upsilon_o^2 - \frac{2}{5}\upsilon_o^2 = -2g\eta\mu\varphi(\Delta x_{cm})$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{5}\upsilon_{cm}^2 - \frac{7}{5}\upsilon_o^2 = -2g\eta\mu\varphi(\Delta x_{cm}) \Leftrightarrow 7\upsilon_{cm}^2 = 7\upsilon_o^2 - 10g\eta\mu\varphi(\Delta x_{cm}) \Leftrightarrow \upsilon_{cm}^2 = \upsilon_o^2 - \frac{10}{7}g\eta\mu\varphi(\Delta x_{cm})$$

$$\Rightarrow |\upsilon_{cm}| = \sqrt{\upsilon_o^2 - \frac{10}{7}g\eta\mu\varphi(\Delta x_{cm})} \Rightarrow |\upsilon_{cm}| = \sqrt{8^2 - \frac{10}{7} \cdot 10 \cdot 0,56 \cdot 6}\,\frac{m}{s} = \sqrt{64 - 48}\,\frac{m}{s} \Rightarrow |\upsilon_{cm}| = 4\,\frac{m}{s}.$$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 8 ΙΟΥΛΙΟΥ 2004
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις **1 - 4** *και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

1. Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιου πλάτους και διεύθυνσης. Οι συχνότητες f_1 και f_2 ($f_1 > f_2$) των δύο ταλαντώσεων διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, με αποτέλεσμα να παρουσιάζεται διακρότημα. Αν η συχνότητα f_2 προσεγγίσει τη συχνότητα f_1, χωρίς να την ξεπεράσει, ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους θα:

α. αυξηθεί.
β. μειωθεί.
γ. παραμείνει ο ίδιος.
δ. αυξηθεί ή θα μειωθεί ανάλογα με την τιμή της f_2.

Μονάδες 5

Απάντηση

Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους είναι η περίοδος του διακροτήματος και υπολογίζεται από τη σχέση : $T_\delta = \dfrac{1}{f_1 - f_2}$. (1)

Όταν η συχνότητα f_2 προσεγγίζει την f_1 , η διαφορά $f_1 - f_2$ μειώνεται.

Στην περίπτωση αυτή, από τη σχέση (1) προκύπτει ότι η περίοδος T_δ αυξάνεται.

Σωστή απάντηση : α.

2. Το πλάτος της ταλάντωσης κάθε σημείου ελαστικού μέσου στο οποίο σχηματίζεται στάσιμο κύμα:

α. είναι το ίδιο για όλα τα σημεία του μέσου.

β. εξαρτάται από τη θέση του σημείου.

γ. εξαρτάται από τη θέση και τη χρονική στιγμή.

δ. εξαρτάται από τη χρονική στιγμή.

Μονάδες 5

Απάντηση

Θεωρώ ελαστική χορδή, η οποία στην κατάσταση ηρεμίας είχε τη διεύθυνση του άξονα x.

Αν στη χορδή σχηματιστεί στάσιμο κύμα, με κοιλία στη θέση x = 0, τότε το πλάτος ταλάντωσης ενός σημείου της χορδής, δίνεται από τη σχέση : $|A'| = 2A\sigma\upsilon\nu\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)$.

Από τη σχέση φαίνεται ότι το πλάτος εξαρτάται μόνο από τη θέση του σημείου.

Σωστή απάντηση : β.

3. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο:

α. το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι ανάλογο της απομάκρυνσης.

β. ο λόγος δύο διαδοχικών πλατών προς την ίδια κατεύθυνση δεν διατηρείται σταθερός.

γ. η περίοδος διατηρείται σταθερή για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης.

δ. το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι σταθερό.

Μονάδες 5

Απάντηση

Αφού το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο $\left(A = A_o e^{-\Lambda t}\right)$, άρα το μέτρο της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογο του μέτρου της ταχύτητας : $|F_\alpha| = b|\upsilon|$. [α, δ : Λάθος]

Για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b, η περίοδος T της ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

[γ : Σωστό]

Το πηλίκο δύο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση είναι σταθερό :

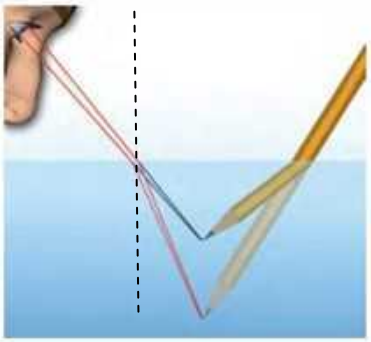
$$\frac{A_N}{A_{N+1}} = \frac{A_o e^{-\Lambda NT}}{A_o e^{-\Lambda(N+1)T}} = e^{\Lambda T} = \text{σταθερό.}$$ [β : Λάθος]

4. Το παρατηρούμενο «σπάσιμο» μιας ράβδου της οποίας ένα τμήμα είναι βυθισμένο στο νερό οφείλεται στο φαινόμενο της:

α. ανάκλασης.
β. διάχυσης.
γ. διάθλασης.
δ. ολικής ανάκλασης.

Μονάδες 5

Απάντηση



Οι ακτίνες που εκπέμπονται από το βυθισμένο τμήμα της ράβδου, όταν διαδίδονται από το νερό στον αέρα απομακρύνονται από την κάθετη στην επιφάνεια του νερού και εισέρχονται στο μάτι του παρατηρητή.
Ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται ότι οι ακτίνες διαδίδονται ευθύγραμμα, με αποτέλεσμα να βλέπει το βυθισμένο τμήμα της ράβδου ψηλότερα από την πραγματική του θέση, δηλαδή βλέπει τη ράβδο «σπασμένη».
Επομένως, το φαινομενικό «σπάσιμο» της ράβδου οφείλεται στο φαινόμενο της διάθλασης.

Σωστή απάντηση : γ.

*Στην παρακάτω ερώτηση **5** να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό** για τη σωστή πρόταση και τη λέξη **Λάθος** για τη λανθασμένη.*

5. **α.** Η αύξηση της αντίστασης σε κύκλωμα με φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση συνεπάγεται και τη μείωση της περιόδου της.

β. Κατά την επιταχυνόμενη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων εκπέμπονται ηλεκτρομαγνητικά κύματα.

γ. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν.

δ. Τα ραδιοκύματα εκπέμπονται από ραδιενεργούς πυρήνες.

ε. Το φαινόμενο Doppler ισχύει και στην περίπτωση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. Λάθος.

Η απόσβεση σε κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων οφείλεται κυρίως στην ωμική αντίσταση του κυκλώματος.

Όταν αυξηθεί η ωμική αντίσταση τότε αυξάνεται λίγο και η περίοδος της ταλάντωσης.

β. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 57.

γ. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 114.

δ. Λάθος.

Τα ραδιοκύματα εκπέμπονται από κεραίες ραδιοφωνικών σταθμών, τηλεοπτικών σταθμών ή κινητής τηλεφωνίας.

ε. Σωστό.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 171.

ΘΕΜΑ 2ο

Για τις παρακάτω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC, τη στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή είναι το μισό του μέγιστου φορτίου του ($q=\frac{Q}{2}$), η ενέργεια U_B του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι το:

α. 25% **β.** 50% **γ.** 75%

της ολικής ενέργειας Ε του κυκλώματος.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

Απάντηση

Η ολική ενέργεια του κυκλώματος δίνεται από τη σχέση : $E=\frac{Q^2}{2C}$. (1)

Τη στιγμή που ο πυκνωτής έχει φορτίο $q=\frac{Q}{2}$, η ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου είναι :

$$U_E=\frac{q^2}{2C}=\frac{\left(\frac{Q}{2}\right)^2}{2C}=\frac{\frac{Q^2}{4}}{2C} \Rightarrow U_E=\frac{1}{4}\left(\frac{Q^2}{2C}\right) \xrightarrow{(1)} U_E=\frac{E}{4}. \quad (2)$$

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ηλεκτρική ταλάντωση :

$$U_B+U_E=E \Leftrightarrow U_B=E-U_E \xrightarrow{(2)} U_B=E-\frac{E}{4} \Rightarrow U_B=\frac{3E}{4} \text{ ή } U_B=0,75E.$$

Άρα, η ενέργεια μαγνητικού πεδίου είναι ίση με το 75% της ολικής ενέργειας.

Σωστή απάντηση : γ.

2. Σώμα μάζας m είναι κρεμασμένο από ελατήριο σταθεράς k και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση πλάτους A_1 και συχνότητας f_1. Παρατηρούμε ότι, αν η συχνότητα του διεγέρτη αυξηθεί και γίνει f_2, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης είναι πάλι A_1. Για να γίνει το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεγαλύτερο του A_1, πρέπει η συχνότητα f του διεγέρτη να είναι:

α. $f > f_2$.

β. $f < f_1$.

γ. $f_1 < f < f_2$.

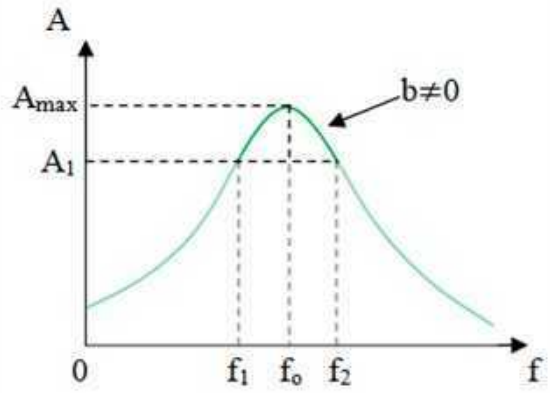
Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

Απάντηση

Υποθέτω ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)]$, η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -b\upsilon)$ και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.



Σύμφωνα με την εκφώνηση, για δύο συχνότητες f_1, f_2, με $f_2 > f_1$, το πλάτος ταλάντωσης είναι ίδιο.

Με βάση το διάγραμμα πλάτους – συχνότητας προκύπτει ότι με συχνότητες f του διεγέρτη για τις οποίες ισχύει η ανισότητα $f_1 < f < f_2$, το πλάτος είναι μεγαλύτερο.

Σωστή απάντηση : γ.

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου $[F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)]$, η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας $(F_\alpha = -b\upsilon)$ και το σύστημα κάθε φορά βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση.

3. Σφαίρα Α μάζας m_A συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερη ακίνητη σφαίρα Β μάζας m_B. Το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που έχει μεταφερθεί από την Α στη Β μετά την κρούση γίνεται μέγιστο όταν:

α. $m_A = m_B$ **β.** $m_A < m_B$ **γ.** $m_A > m_B$

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

Απάντηση

Αφού η κρούση είναι ελαστική, η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή.

Αρχικά η σφαίρα Β είναι ακίνητη, άρα ισχύει :

$K_A' + K_B' = K_A \Leftrightarrow K_B' = K_A - K_A'.$ (1)

Έστω E_A η μηχανική ενέργεια της Α ελάχιστα πριν την κρούση και $E_B' = U_B' + K_B'$ η μηχανική ενέργεια της Β ελάχιστα μετά την κρούση. Αφού η διάρκεια της κρούσης είναι ασήμαντη, οι θέσεις των σφαιρών ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση είναι (περίπου) ίδιες άρα η δυναμική ενέργεια κάθε σφαίρας δεν μεταβάλλεται.

Επομένως : $U_B' = U_B$. (2)

Το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από τη σφαίρα Α στη Β δίνεται από τη σχέση :

$$\Pi(\%) = \frac{E_B'}{E_A}\cdot 100\% = \frac{U_B' + K_B'}{E_A}\cdot 100\% \xrightarrow{(1),\,(2)} \Pi(\%) = \frac{U_B + K_A - K_A'}{E_A}\cdot 100\%. \quad (3)$$

Από τη σχέση (3) συμπεραίνω ότι το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από τη σφαίρα Α στη Β γίνεται μέγιστο, όταν : $K_A' = 0$, δηλαδή όταν $\upsilon_A' = 0$.

Από τη σχέση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας υ_A' μετά την κεντρική ελαστική κρούση, προκύπτει :

$$\upsilon_A' = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\cdot \upsilon_A \Rightarrow 0 = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\cdot \upsilon_A \Rightarrow m_A - m_B = 0 \Rightarrow m_A = m_B.$$

Σωστή απάντηση : α.

Παρατήρηση

Η εκφώνηση αναφέρεται στο ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από την Α στη Β, άρα χρειάζεται η δυναμική ενέργεια κάθε σφαίρας.

4. Ένα ομογενές σώμα με κανονικό γεωμετρικό σχήμα κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει. Η κινητική ενέργεια του σώματος λόγω της μεταφορικής κίνησης είναι ίση με την κινητική του ενέργεια λόγω της στροφικής κίνησης γύρω από τον άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του. Το γεωμετρικό σχήμα του σώματος είναι:

α. σφαίρα.
β. λεπτός δακτύλιος.
γ. κύλινδρος.

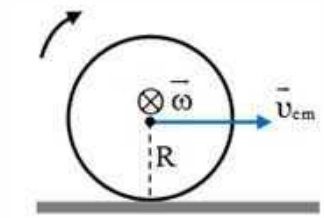
Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Απάντηση

Υποθέτω ότι με τη διατύπωση «ομογενές σώμα με κανονικό γεωμετρικό σχήμα» η εκφώνηση αναφέρεται σε ένα από τα τρία ομογενή στερεά : σφαίρα, λεπτός δακτύλιος ή κύλινδρος, ώστε η τομή του σώματος που είναι κάθετη στον άξονα περιστροφής να είναι κυκλικός δίσκος ακτίνας R.



Θεωρώ ένα ομογενές κανονικό γεωμετρικό στερεό μάζας m, του οποίου η τομή που είναι κάθετη στον άξονα περιστροφής είναι κυκλικός δίσκος ακτίνας R. Αφού το στερεό κυλίεται χωρίς ολίσθηση, σε κάθε χρονική στιγμή το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας και της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής συνδέονται με τη σχέση : $\upsilon_{cm} = R\omega$. (1)

Η κινητική ενέργεια του στερεού λόγω μεταφορικής κίνησης και λόγω στροφικής κίνησης δίνονται από τις σχέσεις :

$$K_{\mu\varepsilon\tau} = \frac{1}{2} m\upsilon_{cm}^2 , \quad (2)$$

$$K_{\pi\varepsilon\rho} = \frac{1}{2} I_{cm}\omega^2 , \quad (3)$$

όπου I_{cm} η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του.

Ισχύει :

$$K_{\pi\varepsilon\rho} = K_{\mu\varepsilon\tau} \xrightarrow{(2),\,(3)} \frac{1}{2} I_{cm}\omega^2 = \frac{1}{2} m\upsilon_{cm}^2 \xrightarrow{(1)} I_{cm}\omega^2 = mR^2\omega^2 \Rightarrow I_{cm} = mR^2 .$$

Η σχέση $I_{cm} = mR^2$ αντιστοιχεί στη ροπή αδράνειας ομογενούς λεπτού δακτυλίου μάζας m και ακτίνας R, ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

Άρα, το γεωμετρικό σχήμα του σώματος είναι λεπτός δακτύλιος.

Σωστή απάντηση : β.

Σχόλια

Η διατύπωση «Ένα ομογενές σώμα με κανονικό γεωμετρικό σχήμα» είναι εντελώς ασαφής.

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : «Ένα ομογενές στερεό μάζας m, του οποίου η τομή που είναι κάθετη στον άξονα περιστροφής είναι ομογενής δίσκος ακτίνας R, κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει . . . ».

ΘΕΜΑ 3ο

Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 βρίσκονται στα σημεία Α και Β αντίστοιχα της ελεύθερης επιφάνειας νερού και προκαλούν όμοια εγκάρσια κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα u = 0,5 m/s. Ένα σημείο Κ της επιφάνειας του νερού βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ και απέχει από τα Α και Β αποστάσεις (ΑΚ) = r_1 και (ΒΚ) = r_2 με $r_1 > r_2$. Το σημείο Κ είναι το πλησιέστερο προς το μέσο Μ του ΑΒ που ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος. Η απομάκρυνση του σημείου Κ από τη θέση ισορροπίας λόγω της συμβολής των κυμάτων περιγράφεται σε συνάρτηση με το χρόνο t από την εξίσωση $y_K = 0{,}2\eta\mu\dfrac{5\pi}{3}(t-2)$ (σε μονάδες S.I.). Να υπολογίσετε:

α. την περίοδο, το μήκος κύματος και το πλάτος των κυμάτων που συμβάλλουν.

Μονάδες 6

β. την απόσταση ΑΒ των δύο πηγών.

Μονάδες 6

γ. τις αποστάσεις r_1 και r_2 του σημείου Κ από τα σημεία Α και Β.

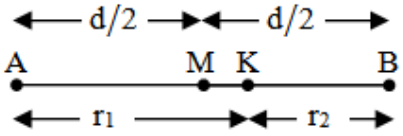
Μονάδες 7

δ. τον αριθμό των σημείων του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ που λόγω της συμβολής έχουν πλάτος ίσο με το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Κ.

Μονάδες 6

Απάντηση

α.



Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης λόγω συμβολής, που εκτελούν τα σημεία της επιφάνειας του νερού, έχει τη γενική μορφή :

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{r_1-r_2}{2\lambda}\right)\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right). \qquad (1)$$

Για τα σημεία της επιφάνειας που ταλαντώνονται με το μέγιστο πλάτος (σημεία ενισχυτικής συμβολής), ισχύει : $r_1 - r_2 = \kappa\cdot\lambda$, $[\kappa = 0, \pm1, \pm2, \ldots]$.

Για το μέσο Μ του ΑΒ ισχύει : $r_1 = r_2$, άρα $\kappa = 0$.

Αφού το Κ είναι το πλησιέστερο στο Μ σημείο ενισχυτικής συμβολής και $r_1 > r_2$, άρα για το σημείο Κ αντιστοιχεί η τιμή : $\kappa = 1$.

Επομένως, για τις αποστάσεις του Κ από τις πηγές, ισχύει η σχέση : $r_1 - r_2 = \lambda$. (2)

Αντικαθιστώντας από τη σχέση (2) στην (1), προκύπτει η εξίσωση της απομάκρυνσης του Κ :

$$y_K = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{\lambda}{2\lambda}\right)\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right) = 2A(\sigma\upsilon\nu\pi)\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right) = -2A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right) \Rightarrow$$

$$y_K = 2A\eta\mu\left(2\pi\frac{t}{T}-2\pi\frac{r_1+r_2}{2\lambda}+\pi\right). \qquad (3)$$

Η εξίσωση που δίνεται από την εκφώνηση, γράφεται : $y_K = 0,2\eta\mu\left(\frac{5\pi t}{3} - \frac{10\pi}{3}\right)$. (S.I.) (4)

Αντιστοιχίζοντας τα μεγέθη των δύο εξισώσεων, προκύπτουν οι τιμές :

$A = 0,1\ m$, $\frac{2\pi}{T} = \frac{5\pi}{3}s^{-1} \Leftrightarrow T = \frac{6}{5}s = 1,2\,s$.

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής : $\upsilon = \frac{\lambda}{T} \Leftrightarrow \lambda = \upsilon T \Rightarrow \lambda = \left(0,5\frac{m}{s}\right)(1,2\,s) \Rightarrow \lambda = 0,6\,m$.

β.

Από την αντιστοίχιση των εξισώσεων (3), (4) προκύπτει :

$$-2\pi\frac{r_1 + r_2}{2\lambda} + \pi = -\frac{10\pi}{3} \Leftrightarrow \frac{r_1 + r_2}{\lambda} = \frac{10}{3} + 1 \Leftrightarrow \frac{r_1 + r_2}{\lambda} = \frac{13}{3} \Leftrightarrow r_1 + r_2 = \frac{13\lambda}{3} \Rightarrow r_1 + r_2 = 2,6\,m. \quad (5)$$

Αφού το Κ είναι σημείο του ΑΒ, άρα η απόσταση των πηγών είναι :

$d = (AB) = r_1 + r_2 \Rightarrow d = 2,6\ m$.

γ.

Για το σημείο Κ ισχύει : $r_1 - r_2 = 0,6\ m$. (6)

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (5), (6) :

$r_1 + r_2 + r_1 - r_2 = 3,2\ m \Rightarrow 2r_1 = 3,2\ m \Rightarrow r_1 = 1,6\ m$.

(5) $\Rightarrow r_2 = 2,6\ m - r_1 = 2,6\ m - 1,6\ m \Rightarrow r_2 = 1\ m$.

δ.

Αν x_1 , x_2 οι αποστάσεις ενός σημείου ενισχυτικής συμβολής του ΑΒ από τις πηγές, ισχύουν οι σχέσεις :

$x_1 + x_2 = 2,6\ m$, (7)

$x_1 - x_2 = 0,6\kappa\ m$. (8) $[\kappa = 0, \pm1, \pm2, \ldots]$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις σχέσεις (7), (8), προκύπτει :

$2x_1 = (0,6\kappa + 2,6)\,m \Rightarrow x_1 = (0,3\kappa + 1,3)\,m$. (9)

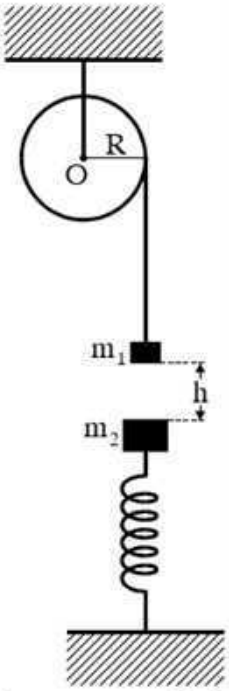
Για τα σημεία ενισχυτικής συμβολής του ΑΒ ισχύει η ανισότητα :

$$0 \le x_1 \le d \xrightarrow{(9)} 0 \le (0,3\kappa + 1,3)\,m \le 2,6\,m \Leftrightarrow -1,3 \le 0,3\kappa \le 1,3 \Leftrightarrow -\frac{13}{3} \le \kappa \le \frac{13}{3} \Rightarrow$$

$\kappa = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$. [9 ακέραιες τιμές]

Επομένως, 9 σημεία του ΑΒ έχουν πλάτος ταλάντωσης 2Α.

ΘΕΜΑ 4ο



Η ομογενής τροχαλία του σχήματος ακτίνας R = 0,2 m και μάζας M = 3 kg μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο της O και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Σώμα Σ_1 μάζας m_1 = 1 kg είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος το οποίο είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια της τροχαλίας. Αρχικά το σύστημα είναι ακίνητο. Κάτω από το σώμα Σ_1 και σε απόσταση h βρίσκεται σώμα Σ_2 μάζας m_2 = 3 kg το οποίο ισορροπεί στερεωμένο στη μια άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 200 N/m η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη στο έδαφος. Αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα τροχαλίας-σώματος Σ_1 να κινηθεί. Μετά από χρόνο t = 1s το σώμα Σ_1 συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το σώμα Σ_2, ενώ το νήμα κόβεται. Το συσσωμάτωμα εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση στην κατακόρυφη διεύθυνση. Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα Σ_1 μέχρι την κρούση.

Μονάδες 6

β. την κινητική ενέργεια της τροχαλίας μετά την κρούση.

Μονάδες 6

γ. το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα.

Μονάδες 6

δ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος, τη στιγμή που απέχει από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης απόσταση x = 0,1 m.

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε ότι το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της: $I=\frac{1}{2}MR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας: g = 10 m/s^2.

Απάντηση

α.

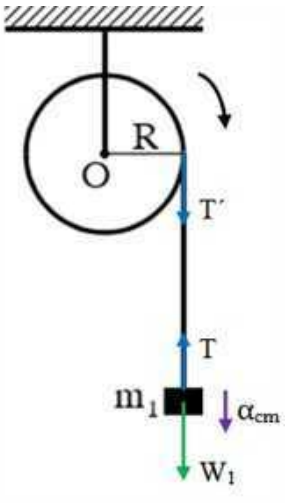
Το σώμα κατεβαίνει με σταθερή επιτάχυνση μέτρου α_{cm}, ενώ η τροχαλία στρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{γων}$.

Αφού το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας, ισχύει : $\alpha_{cm} = R\alpha_{γων}$. (1)

Σώμα Σ_1

Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής : $\Sigma F_x = m_1\alpha_{cm} \Rightarrow m_1 g - T = m_1\alpha_{cm}$. (2)

Τροχαλία



Η μάζα του νήματος είναι ασήμαντη, άρα ισχύει : $T' = T$. (3)

Εφαρμόζω το νόμο της στροφικής κίνησης ως προς τον άξονα περιστροφής :

$$\Sigma\tau_{(O)} = I_O\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T'R = \frac{1}{2}MR^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T' = \frac{1}{2}MR\alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{(1),\,(3)}$$

$$T = \frac{1}{2}M\alpha_{cm}. \quad (4)$$

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (1), (4) :

$$m_1 g - T + T = m_1\alpha_{cm} + \frac{1}{2}M\alpha_{cm} \Leftrightarrow m_1 g = \left(m_1 + \frac{M}{2}\right)\alpha_{cm} \Leftrightarrow \alpha_{cm} = \frac{m_1 g}{m_1 + \frac{M}{2}}$$

$$\Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{10}{1+1,5}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha_{cm} = 4\frac{m}{s^2}.$$

β.

Η τροχαλία στρέφεται με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου :

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{4\,m\cdot s^{-2}}{0,2\,m} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 20\frac{rad}{s^2}.$$

Τη χρονική στιγμή t = 1 s, έχει γωνιακή ταχύτητα μέτρου :

$$\omega = \alpha_{\gamma\omega\nu}t \Rightarrow \omega = \left(20\frac{rad}{s^2}\right)(1s) \Rightarrow \omega = 20\frac{rad}{s}.$$

Από τη στιγμή t = 1 s που συγκρούονται τα σώματα, το νήμα κόβεται με αποτέλεσμα να μηδενιστεί η τάση του νήματος.

Άρα η τροχαλία δεν δέχεται ροπή και στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, μέτρου $\omega = 20\frac{rad}{s}$.

Η κινητική ενέργεια της τροχαλίας μετά την κρούση, είναι :

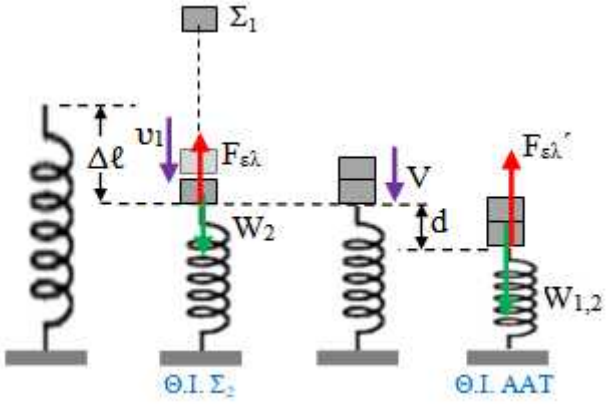
$$K_\tau = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}MR^2\omega^2 \Rightarrow K_\tau = \frac{1}{4}\cdot 3\cdot 0,2^2\cdot 20^2\,J \Rightarrow K_\tau = 12\,J.$$

γ.

Από τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερο μέχρι να συγκρουστεί με το Σ_2, το Σ_1 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ($\upsilon_o = 0$).

Μετά από χρόνο $t = 1\,s$ έχει ταχύτητα μέτρου :

$$\upsilon_1 = \alpha_{cm} t \;\Rightarrow\; \upsilon_1 = \left(4\frac{m}{s^2}\right)(1s) \;\Rightarrow\; \upsilon_1 = 4\frac{m}{s}.$$



Αφού η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι ασήμαντη, πρακτικά η ορμή του συστήματος δεν μεταβάλλεται. Ορίζω θετική φορά προς τα κάτω και εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής (αλγεβρικά) :

$$p_{ολ\,(πριν)} = p_{ολ\,(μετά)} \;\Leftrightarrow\; m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)V \;\Leftrightarrow$$

$$V = \frac{m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2} \;\Rightarrow\; V = \frac{1\cdot 4}{1+3}\frac{m}{s} \;\Rightarrow\; V = 1\frac{m}{s}.$$

Στη θέση ισορροπίας του Σ_2 το ελατήριο έχει συμπίεση $\Delta\ell$. Ισχύει :

$$\Sigma F_2 = 0 \;\Leftrightarrow\; F_{ελ} - W_2 = 0 \;\Leftrightarrow\; k(\Delta\ell) = m_2 g. \qquad (6)$$

Στη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος το ελατήριο έχει επιπλέον συμπίεση d. Ισχύει :

$$\Sigma F_{1,2} = 0 \;\Leftrightarrow\; F_{ελ}' - W_{1,2} = 0 \;\Leftrightarrow\; k(\Delta\ell + d) = (m_1 + m_2)g. \qquad (7)$$

Αφαιρώ κατά μέλη τις σχέσεις (6), (7) :

$$k(\Delta\ell + d) - k(\Delta\ell) = (m_1 + m_2)g - m_2 g \;\Leftrightarrow\; kd = m_1 g \;\Leftrightarrow\; d = \frac{m_1 g}{k} \;\Rightarrow\; d = \frac{10}{200}m = 5\cdot 10^{-2}\,m.$$

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ΑΑΤ :

$$E_\tau = K_\sigma + U_\tau \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + \frac{1}{2}kd^2 \;\Leftrightarrow\; A^2 = \frac{(m_1 + m_2)V^2}{k} + d^2 \;\Rightarrow$$

$$A = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)V^2}{k} + d^2} \;\Rightarrow\; A = \sqrt{\frac{4\cdot 1^2}{200} + 25\cdot 10^{-4}}\,m = \sqrt{2\cdot 10^{-2} + 0,25\cdot 10^{-2}}\,m = \sqrt{2,25\cdot 10^{-2}}\,m \;\Rightarrow$$

$$A = 1,5\cdot 10^{-1}\,m = 0,15\,m.$$

δ.

Σύμφωνα με τη γενική μορφή του 2ου νόμου του Newton : $\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma\vec{F}$.

Επομένως, τη στιγμή που το συσσωμάτωμα έχει απομάκρυνση μέτρου $|x| = 0,1\,m$, το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του είναι :

$$\frac{|dp_\sigma|}{dt} = |\Sigma F| = k|x| \;\Rightarrow\; \frac{|dp_\sigma|}{dt} = \left(200\frac{N}{m}\right)(0,1m) \;\Rightarrow\; \frac{|dp_\sigma|}{dt} = 20\,N\left(\acute{\eta}\,\frac{Kgm}{s^2}\right).$$

Σχόλιο

Η κατανομή των μονάδων στα ερωτήματα του 3ου και του 4ου θέματος δεν αντιστοιχεί στο χρόνο και τη δυσκολία επίλυσής τους.

π.χ. τα ερωτήματα α, γ του 4ου θέματος (6 μονάδες το καθένα) απαιτούν αρκετό χρόνο, συνδυασμό σχέσεων και σχήματα ενώ η επίλυση του ερωτήματος δ (7 μονάδες) απαιτεί την εφαρμογή μόνο μίας σχέσης !

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 5 ΙΟΥΝΙΟΥ 2003
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις **1 - 4** *και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

1. Αν η εξίσωση ενός αρμονικού κύματος είναι

$y = 10\eta\mu(6\pi t - 2\pi x)$ στο S.I., τότε η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με:

α. 10m/s **β.** 6m/s **γ.** 2m/s **δ.** 3m/s.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η εξίσωση ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x, έχει τη μορφή : $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ ή $y = A\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$.

Με αντιστοίχιση των μεγεθών των δύο εξισώσεων προκύπτουν οι τιμές :

$$\frac{2\pi}{T} = 6\pi \Rightarrow T = \frac{1}{3}s.$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \Rightarrow \lambda = 1m.$$

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής :

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \upsilon = \frac{1m}{\frac{1}{3}} \Rightarrow \upsilon = 3\frac{m}{s}.$$

Σωστή απάντηση : δ.

Σχόλιο

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : «Αν η εξίσωση ενός **εγκάρσιου** αρμονικού κύματος **που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x**, είναι . . . ».

2. Δύο όμοιες πηγές κυμάτων Α και Β στην επιφάνεια μιας ήρεμης λίμνης βρίσκονται σε φάση και παράγουν υδάτινα αρμονικά κύματα. Η καθεμιά παράγει κύμα (πρακτικά) αμείωτου πλάτους 10cm και μήκους κύματος 2m. Ένα σημείο Γ στην επιφάνεια της λίμνης απέχει από την πηγή Α απόσταση 6m και από την πηγή Β απόσταση 2m. Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Γ είναι :

α. 0cm **β.** 10cm **γ.** 20cm **δ.** 40cm .

Μονάδες 5

Απάντηση

Τα εγκάρσια αρμονικά κύματα έχουν πλάτος $A = 10\ \text{cm}$ και μήκος κύματος $\lambda = 2\ \text{m}$.

Οι αποστάσεις του σημείου Γ από τις πηγές είναι : $r_1 = 6\ \text{m}$, $r_2 = 2\ \text{m}$.

Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Γ είναι :

$$|A'| = 2A\left|\text{συν}\left(\pi\frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right)\right| \Rightarrow |A'| = 20\left|\text{συν}\left(\pi\frac{6-2}{2}\right)\right|\text{cm} = 20\left|\text{συν}(2\pi)\right| \Rightarrow |A'| = 20\,\text{cm}.$$

Σωστή απάνηση : γ.

Σχόλιο

Η διατύπωση « . . . παράγουν υδάτινα αρμονικά κύματα» είναι άστοχη.

Μία καλύτερη διατύπωση είναι : « . . . παράγουν εγκάρσια αρμονικά κύματα, τα οποία διαδίδονται στην επιφάνεια του νερού».

3. Μια ακτίνα φωτός προσπίπτει στην επίπεδη διαχωριστική επιφάνεια δύο μέσων. Όταν η διαθλώμενη ακτίνα κινείται παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια, τότε η γωνία πρόσπτωσης ονομάζεται :

α. μέγιστη γωνία **β.** ελάχιστη γωνία

γ. μηδενική γωνία **δ.** κρίσιμη γωνία.

Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : δ.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 68.

4. Ο ωροδείκτης ενός ρολογιού έχει περίοδο σε ώρες (h):

α. 1h **β.** 12h **γ.** 24h **δ.** 48h

Μονάδες 5

Απάντηση

Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μέχρι να εκτελέσει ο ωροδείκτης μία πλήρη περιστροφή, είναι 12 h.

Σωστή απάντηση : β.

5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της πρότασης και δίπλα τη λέξη που τη συμπληρώνει σωστά.*

α. Στη σύνθεση δύο αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος και λίγο διαφορετικές συχνότητες, ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικές μεγιστοποιήσεις του πλάτους ονομάζεται ..... του διακροτήματος.

β. Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσοτέρων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται .....

γ. Όταν ένα σώμα μετακινείται στο χώρο και ταυτόχρονα αλλάζει ο προσανατολισμός του, λέμε ότι κάνει ..... κίνηση.

δ. Ένας παρατηρητής ακούει ήχο με συχνότητα ..... από τη συχνότητα μιας πηγής, όταν η μεταξύ τους απόσταση ελαττώνεται.

ε. Τα σημεία που πάλλονται με μέγιστο πλάτος ταλάντωσης σε ένα στάσιμο κύμα ονομάζονται .....

Μονάδες 5

Απάντηση

α. περίοδος

β. συμβολή

γ. σύνθετη

δ. μεγαλύτερη

ε. κοιλίες

ΘΕΜΑ 2ο

1. Σε αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό το ηλεκτρικό πεδίο περιγράφεται στο S.I από την εξίσωση $E=30\eta\mu 2\pi(6\cdot 10^{10}t - 2\cdot 10^{2}x)$. Να εξετάσετε αν το μαγνητικό πεδίο του παραπάνω ηλεκτρομαγνητικού κύματος περιγράφεται στο S.I από την εξίσωση $B=10^{-7}\eta\mu 2\pi(6\cdot 10^{10}t - 2\cdot 10^{2}x)$.
Δίνεται: ταχύτητα του φωτός στο κενό $c_0= 3\cdot 10^{8}$ m/s.

Μονάδες 6

Απάντηση

Για το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου του ηλεκτρομαγνητικού κύματος, ισχύει :

$$B=\frac{E}{c} \Rightarrow B=\frac{30\eta\mu 2\pi\left(6\cdot 10^{10}t-2\cdot 10^{2}x\right)}{3\cdot 10^{8}} \Rightarrow B=10^{-7}\eta\mu 2\pi\left(6\cdot 10^{10}t-2\cdot 10^{2}x\right). \text{ (S.I.)}$$

Άρα, η δοθείσα εξίσωση περιγράφει την ένταση του μαγνητικού πεδίου του ίδιου ηλεκτρομαγνητικού κύματος.

2. Καλλιτέχνης του πατινάζ περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του, χωρίς τριβές. Στην αρχή ο καλλιτέχνης έχει τα χέρια απλωμένα και στη συνέχεια τα συμπτύσσει. Ο καλλιτέχνης περιστρέφεται πιο γρήγορα, όταν έχει τα χέρια:

α. απλωμένα

β. συνεπτυγμένα.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

Απάντηση

Όταν ο καλλιτέχνης του πατινάζ συμπτύσσει τα χέρια του, μειώνεται η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής ($I' < I$).

Έστω ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής όταν έχει απλωμένα τα χέρια και ω΄ το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας όταν έχει συνεπτυγμένα τα χέρια.

Αφού το βάρος δεν προκαλεί ροπή, η συνισταμένη των εξωτερικών ροπών που ασκούνται στον αθλητή είναι μηδενική άρα η στροφορμή του ως προς τον άξονα περιστροφής διατηρείται σταθερή.

Επομένως :

$$L' = L \Leftrightarrow I'\omega' = I\omega \Leftrightarrow \omega' = \frac{I}{I'}\cdot\omega \xrightarrow{I > I'} \omega' > \omega,$$

δηλαδή αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής.

Επομένως, ο καλλιτέχνης περιστρέφεται πιο γρήγορα όταν έχει τα χέρια του συνεπτυγμένα.

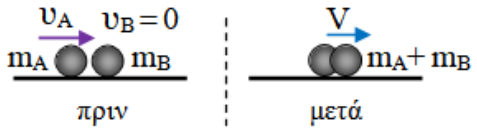
Σωστή απάντηση : β.

3. Σφαίρα Α που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με άλλη όμοια αλλά ακίνητη σφαίρα Β που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο. Να αποδείξετε ότι η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι ίση με το μισό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Α, πριν από την κρούση.

Μονάδες 7

Απάντηση

Η κινητική ενέργεια της σφαίρας Α πριν την κρούση, είναι :



$$K_A = \frac{1}{2} m\upsilon_A^2 . \qquad (1)$$

Αφού το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο, το σύστημα των δύο σφαιρών είναι μονωμένο άρα η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή.

Με θετική τη φορά της $\vec{\upsilon}_A$ εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής (αλγεβρικά) :

$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow m\upsilon_A + 0 = 2mV \Leftrightarrow \upsilon_A = 2V \Leftrightarrow V = \frac{\upsilon_A}{2}. \qquad (2)$$

Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι :

$$K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot 2mV^2 \xrightarrow{(2)} K_\sigma = m\frac{\upsilon_A^2}{4} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} m\upsilon_A^2\right) \xrightarrow{(1)} K_\sigma = \frac{1}{2} K_A .$$

4. Σώμα μάζας m εκτελεί γραμμική απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνση x του σώματος από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση x=Aημωt, όπου A το πλάτος της ταλάντωσης και ω η γωνιακή συχνότητα. Να αποδείξετε ότι η συνολική δύναμη, που δέχεται το σώμα σε τυχαία θέση της τροχιάς του, δίνεται από τη σχέση $F= - m\omega^2 x$.

Μονάδες 6

Απάντηση

Αφού η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας είναι : $x = A\eta\mu\omega t$, (1)

η εξίσωση της (αλγεβρικής τιμής) επιτάχυνσης έχει τη μορφή :

$$\left.\begin{array}{l}\alpha = -\alpha_{max}\eta\mu\omega t \\ \alpha_{max} = \omega^2 A\end{array}\right\} \Rightarrow \alpha = -\omega^2 A\eta\mu\omega t \xrightarrow{(1)} \alpha = -\omega^2 x. \quad (2)$$

Σύμφωνα με τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής, η συνισταμένη δύναμη (αλγεβρική τιμή) δίνεται από τη σχέση :

$$\Sigma F_x = m\alpha \xrightarrow{(2)} \Sigma F_x = -m\omega^2 x \quad \text{ή} \quad F = -m\omega^2 x.$$

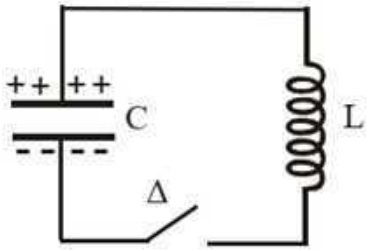
Σχόλιο

Η διατύπωση : «γραμμική απλή αρμονική ταλάντωση» είναι πλεονασμός.

Η σωστή διατύπωση είναι : «γραμμική αρμονική ταλάντωση» ή «απλή αρμονική ταλάντωση».

ΘΕΜΑ 3ο

Το ηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος αποτελείται από πυκνωτή με χωρητικότητα $2\cdot10^{-5}$ F , ένα ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής 0,05H και διακόπτη Δ όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Αρχικά ο διακόπτης Δ είναι ανοικτός και ο πυκνωτής είναι φορτισμένος με ηλεκτρικό φορτίο $5\cdot10^{-7}$ C. Οι αγωγοί σύνδεσης έχουν αμελητέα αντίσταση.



Τη χρονική στιγμή t=0 κλείνουμε το διακόπτη Δ.
Να υπολογίσετε:

1. την περίοδο της ηλεκτρικής ταλάντωσης

Μονάδες 7

2. το πλάτος της έντασης του ρεύματος

Μονάδες 8

3. την ένταση του ρεύματος τη στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή C είναι $3\cdot10^{-7}$ C.

Μονάδες 10

Δίνεται: π = 3,14 .

Απάντηση

1.

Η περίοδος της ηλεκτρικής ταλάντωσης υπολογίζεται από τη σχέση :

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \;\Rightarrow\; T = 2\pi\sqrt{5\cdot10^{-2}\cdot 2\cdot10^{-5}}\,s = 2\pi\sqrt{10^{-6}}\,s \;\Rightarrow\; T = 2\pi\cdot10^{-3}\,s \;\text{ ή }\; T \cong 6,28\cdot10^{-3}\,s\,.$$

2.

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης έχει τιμή : $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{2\pi\cdot10^{-3}\,s} \;\Rightarrow\; \omega = 10^3\,\dfrac{rad}{s}$.

Το πλάτος της έντασης του ρεύματος είναι :

$$I = \omega Q \;\Rightarrow\; I = \left(10^3\,\frac{rad}{s}\right)\left(5\cdot10^{-7}\,C\right) \;\Rightarrow\; I = 5\cdot10^{-4}\,A.$$

Εναλλακτικός τρόπος

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ηλεκτρική ταλάντωση :

$$U_{B(max)} = U_{E(max)} \Leftrightarrow \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \Leftrightarrow I^2 = \frac{Q^2}{LC} \Rightarrow I = \frac{Q}{\sqrt{LC}} \Rightarrow I = \frac{5\cdot 10^{-7}}{\sqrt{5\cdot 10^{-2}\cdot 2\cdot 10^{-5}}}A \Rightarrow$$

$$I = \frac{5\cdot 10^{-7}}{\sqrt{10^{-6}}}A = \frac{5\cdot 10^{-7}}{10^{-3}}A \Rightarrow I = 5\cdot 10^{-4}\,A.$$

3.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ενέργειας στην ηλεκτρική ταλάντωση :

$$U_B + U_E = E_\tau \Leftrightarrow U_B = E_\tau - U_E \Leftrightarrow \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} - \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \Leftrightarrow i^2 = \frac{Q^2 - q^2}{LC} \Rightarrow i = \frac{\sqrt{Q^2 - q^2}}{\sqrt{LC}} \Rightarrow$$

$$|i| = \omega\sqrt{Q^2 - q^2} \Rightarrow |i| = 10^3\sqrt{25\cdot 10^{-14} - 9\cdot 10^{-14}}\,A = 10^3\sqrt{16\cdot 10^{-14}}\,A \Rightarrow |i| = 4\cdot 10^{-4}\,A.$$

2ος τρόπος

Από την εξίσωση του ηλεκτρικού φορτίου, προκύπτει :

$$q = Q\sigma\upsilon\nu\omega t \Rightarrow 3\cdot 10^{-7} = 5\cdot 10^{-7}\sigma\upsilon\nu\omega t \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\omega t = 0,6.$$

Ισχύει :

$$\eta\mu^2\omega t = 1 - \sigma\upsilon\nu^2\omega t \Rightarrow \eta\mu^2\omega t = 1 - 0,36 = 0,64 \Rightarrow \eta\mu\omega t = \pm 0,8.$$

Τις ίδιες χρονικές στιγμές, η ένταση του ρεύματος έχει τιμή :

$$i = -I\eta\mu\omega t \Rightarrow |i| = I|\eta\mu\omega t| \Rightarrow |i| = 5\cdot 10^{-4}\cdot 0,8A \Rightarrow |i| = 4\cdot 10^{-4}A.$$

3ος τρόπος

Από τις εξισώσεις της έντασης και του φορτίου προκύπτουν οι σχέσεις :

$$i = -I\eta\mu\omega t \Leftrightarrow \eta\mu\omega t = -\frac{i}{I}. \quad (1)$$

$$q = Q\sigma\upsilon\nu\omega t \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\omega t = \frac{q}{Q}. \quad (2)$$

Ισχύει :

$$\eta\mu^2\omega t + \sigma\upsilon\nu^2\omega t = 1 \xrightarrow{(1),\,(2)} \frac{i^2}{I^2} + \frac{q^2}{Q^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{i^2}{I^2} = 1 - \frac{q^2}{Q^2} \Rightarrow |i| = I\sqrt{1 - \left(\frac{q}{Q}\right)^2} \Rightarrow$$

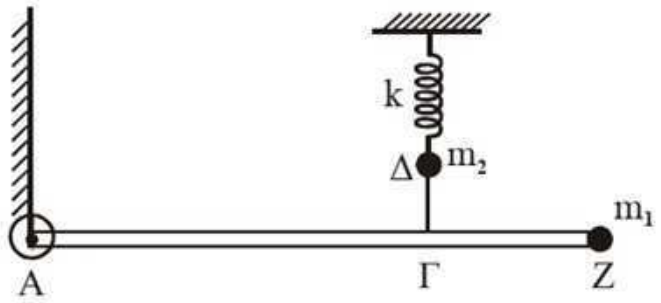
$$|i| = 5\cdot 10^{-4}\cdot\sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2}\,A = 5\cdot 10^{-4}\cdot\sqrt{0,64}\,A \Rightarrow |i| = 4\cdot 10^{-4}\,A.$$

Σχόλιο

Στο ερώτημα 3, η εκφώνηση έπρεπε να ζητά **το μέτρο της έντασης** του ρεύματος **τις χρονικές στιγμές** που το φορτίο του πυκνωτή είναι $3 \cdot 10^{-7}$ C.

ΘΕΜΑ 4ο

Ομογενής άκαμπτη ράβδος ΑΖ έχει μήκος L = 4m, μάζα M = 3kg και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο της Α υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, ενώ στο άλλο άκρο της Ζ υπάρχει στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας m_1 = 0,6kg και αμελητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές τεντωμένο νήμα ΔΓ συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας m_2 = 1kg, το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 100 N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση ΑΓ είναι ίση με 2,8m. Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις.



Α. Να υπολογίσετε:

Α.1 τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου – σφαιριδίου m_1 ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετος στο επίπεδο της διάταξης

Μονάδες 6

Α.2 το μέτρο της τάσης του νήματος ΔΓ.

Μονάδες 6

Β. Αν κόψουμε το νήμα ΔΓ, το σφαιρίδιο m_2 εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση, ενώ η ράβδος μαζί με το σώμα m_1, υπό την επίδραση της βαρύτητας, περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από το σημείο Α.

Να υπολογίσετε:

Β.1 το χρόνο που χρειάζεται το σφαιρίδιο m_2 από τη στιγμή που κόβεται το νήμα μέχρι τη στιγμή που θα φθάσει στην ψηλότερη θέση του για πρώτη φορά

Μονάδες 6

Β.2 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Ζ, τη στιγμή που η ράβδος περνάει από την κατακόρυφη θέση.

Μονάδες 7

Δίνονται: g = 10ms^{-2}, ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της: $I_{CM} = \frac{1}{12}ML^2$,

π = 3,14.

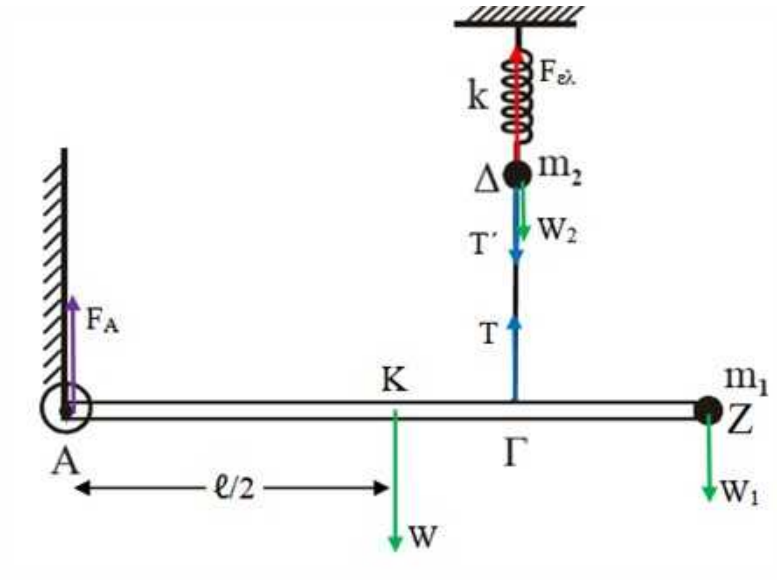
Απάντηση

Α.

Α1.

Αφού η ράβδος είναι ομογενής (και λεπτή), το κέντρο μάζας της είναι το μέσο της Κ.

Εφαρμόζω το θεώρημα του Steiner για να υπολογίσω τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής :



$$I_{\rho(A)} = I_{cm} + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}M\ell^2 + \frac{1}{4}M\ell^2 \Rightarrow$$

$$I_{\rho(A)} = \frac{1}{3}M\ell^2 \Rightarrow I_{\rho(A)} = \frac{1}{3}\cdot 3\cdot 4^2\,Kgm^2 \Rightarrow$$

$$I_{\rho(A)} = 16\,Kgm^2 .$$

Η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος – σφαιρίδιο ως προς τον άξονα περιστροφής, είναι :

$$I_{ολ(A)} = I_{\rho(A)} + m_1\ell^2 \Rightarrow I_{ολ(A)} = \left(16 + 0,6\cdot 4^2\right)Kgm^2 \Rightarrow I_{ολ(A)} = 25,6\,Kgm^2 .$$

Α2.

Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας των ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής :

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Leftrightarrow T(A\Gamma) - Mg\frac{\ell}{2} - m_1g\ell = 0 \Leftrightarrow T = \frac{\left(M + 2m_1\right)g\ell}{2(A\Gamma)} \Rightarrow T = \frac{\left(3 + 2\cdot 0,6\right)\cdot 10\cdot 4}{2\cdot 2,8}N \Rightarrow$$

$$T = 30\,N .$$

Β.

Β1.

Αφού κοπεί το νήμα, το σφαιρίδιο Σ_2 εκτελεί ΑΑΤ με την επίδραση του ελατηρίου.

Η περίοδος της ΑΑΤ δίνεται από τη σχέση :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}}\,s \Rightarrow T = \frac{2\pi}{10}\,s \text{ ή } T = \frac{\pi}{5}\,s .$$

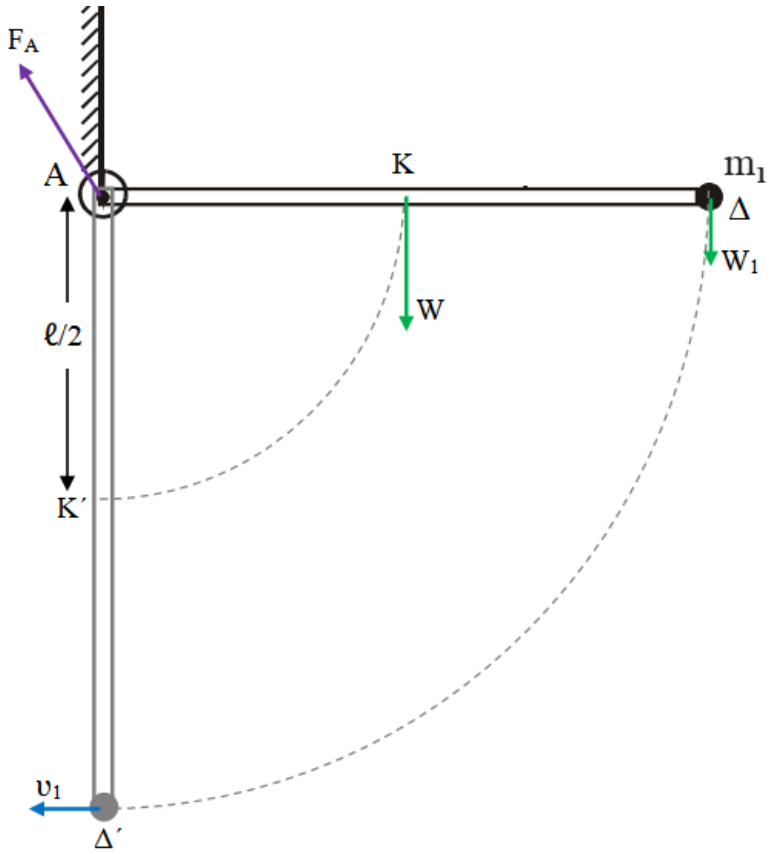
Τη στιγμή που κόβεται το νήμα, το Σ_2 είναι ακίνητο στην κατώτερη θέση της ΑΑΤ.

Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί για τη μετάβαση από την κατώτερη στην ανώτερη θέση της τροχιάς, είναι :

$$\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{\frac{\pi}{5}}{2}\,s \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{10}\,s \text{ ή } \Delta t \cong 0,314\,s .$$

Β2.

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την περιστροφή της ράβδου από την οριζόντια στην κατακόρυφη θέση :



$$K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2} I_{ολ(A)} \omega^2 - 0 = Mg\frac{\ell}{2} + m_1 g\ell \Leftrightarrow I_{ολ(A)} \omega^2 = (M + 2m_1) g\ell$$

$$\Leftrightarrow \omega^2 = \frac{(M + 2m_1) g\ell}{I_{ολ(A)}} \Rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{(M + 2m_1) g\ell}{I_{ολ(A)}}} \Rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{(3 + 1,2) \cdot 10 \cdot 4}{25,6}} \frac{rad}{s} \Rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{168}{25,6}} \frac{rad}{s} \cong \sqrt{6,56} \frac{rad}{s} \Rightarrow$$

$$\omega \cong 2,56 \frac{rad}{s}.$$

Εναλλακτικός τρόπος

Το σύστημα κινείται με την επίδραση μόνο των βαρυτικών δυνάμεων, άρα η μηχανική ενέργεια διατηρείται σταθερή.

Ορίζω σαν επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από την κατώτερη θέση της τροχιάς του σφαιριδίου και εφαρμόζω το θεώρημα διατήρησης της μηχανικής ενέργειας :

$$K_{τελ} + U_{τελ} = K_{αρχ} + U_{αρχ} \Leftrightarrow \frac{1}{2} I_{ολ} \omega^2 + Mg\frac{\ell}{2} = 0 + (M + m_1) g\ell \Leftrightarrow I_{ολ} \omega^2 = 2(M + m_1) g\ell - Mg\ell \Leftrightarrow$$

$$\omega^2 = \frac{(M + 2m_1) g\ell}{I_{ολ}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{(M + 2m_1) g\ell}{I_{ολ}}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{(3 + 1,2) \cdot 10 \cdot 4}{25,6}} \frac{rad}{s} = \sqrt{\frac{168}{25,6}} \frac{rad}{s} \cong \sqrt{6,56} \frac{rad}{s} \Rightarrow$$

$$\omega \cong 2,56 \frac{rad}{s}.$$

Το σφαιρίδιο κινείται σε κυκλικό τόξο ακτίνας ℓ.

Τη στιγμή που η ράβδος διέρχεται από την κατακόρυφη θέση, το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σφαιριδίου, είναι :

$$\upsilon_1 = \omega\ell \Rightarrow \upsilon_1 \cong 2,56 \cdot 4 \frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_1 \cong 10,24 \frac{m}{s}.$$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 10 ΙΟΥΛΙΟΥ 2003
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις **1 - 4** *και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

1. Παρατηρητής πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα U_A ακίνητη ηχητική πηγή και αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας f_A. Αν η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι U, τότε η συχνότητα f_S του ήχου που εκπέμπει η πηγή είναι ίση με:

α. $\frac{U}{U+U_A} f_A$ **β.** $\frac{U}{U-U_A} f_A$

γ. $\frac{U+U_A}{U} f_A$ **δ.** $\frac{U-U_A}{U} f_A$.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής όταν πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ_A την ακίνητη πηγή, δίνεται από τη σχέση :

$$f_A = \frac{\upsilon + \upsilon_A}{\upsilon} \cdot f_s .$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει : $f_s = \frac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_A} \cdot f_A .$

Σωστή απάντηση : α.

2. Η εξίσωση που δίνει την ένταση του ρεύματος σε ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων LC είναι $i = -0,5\eta\mu 10^4 t$ στο S.I. Η μέγιστη τιμή του φορτίου του πυκνωτή του κυκλώματος είναι ίση με:

α. $0,5\ C$ **β.** $0,5 \cdot 10^4\ C$

γ. $10^4\ C$ **δ.** $5 \cdot 10^{-5}\ C$.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η εξίσωση της έντασης του ρεύματος έχει τη μορφή : $i = -I\eta\mu\omega t$.

Από τη σύγκριση των δύο εξισώσεων προκύπτουν οι τιμές :

$I = 0,5\ A$, $\omega = 10^4\ \frac{rad}{s}$.

Για το μέγιστο φορτίο Q του πυκνωτή, ισχύει :

$$I = \omega Q \Leftrightarrow Q = \frac{I}{\omega} \Rightarrow Q = \frac{0,5}{10^4} C \Rightarrow Q = 5 \cdot 10^{-5}\ C.$$

Σωστή απάντηση : δ.

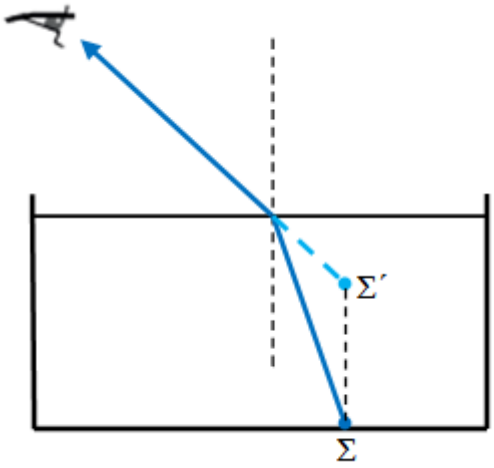
3. Το βάθος μιας πισίνας φαίνεται από παρατηρητή εκτός της πισίνας μικρότερο από το πραγματικό, λόγω του φαινομένου της:

α. ανάκλασης **β.** διάθλασης

γ. διάχυσης **δ.** ολικής εσωτερικής ανάκλασης.

Μονάδες 5

Απάντηση



Μία ακτίνα που εκπέμπεται από σημείο Σ του πυθμένα, όταν συναντά την επιφάνεια του νερού και εξέρχεται στον αέρα, απομακρύνεται από την κάθετη στην επιφάνεια.

Το μάτι αντιλαμβάνεται ότι το φως διαδίδεται ευθύγραμμα οπότε βλέπει το σημείο στη θέση Σ΄, στην προέκταση της διαθλώμενης ακτίνας, δηλαδή ψηλότερα από την πραγματική του θέση.

Άρα, ο πυθμένας φαίνεται ψηλότερα από την πραγματική του θέση λόγω του φαινομένου της διάθλασης.

Σωστή απάντηση : β.

4. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μεγαλύτερη της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή. Αν αυξάνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα:

α. μένει σταθερό

β. αυξάνεται συνεχώς

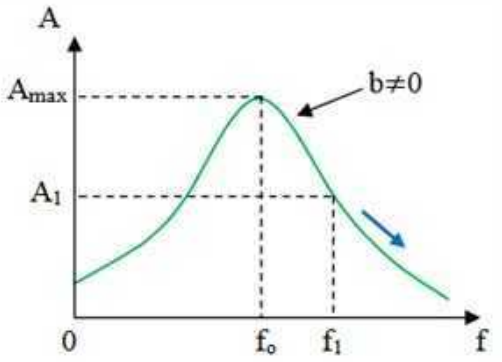
γ. μειώνεται συνεχώς

δ. αυξάνεται αρχικά και μετά θα μειώνεται.

Μονάδες 5

Απάντηση

Υποθέτω ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)$], η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_a = -b\upsilon$) και το σύστημα βρίσκεται κάθε φορά στη μόνιμη κατάσταση.



Για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b, το πλάτος ταλάντωσης μεταβάλλεται με τη συχνότητα του διεγέρτη σύμφωνα με το διπλανό διάγραμμα.

Αν αρχικά η συχνότητα του διεγέρτη είναι μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή ($f = f_1 > f_o$) και την αυξάνουμε συνεχώς, τότε το πλάτος ταλάντωσης θα μειώνεται συνεχώς.

Σωστή απάντηση : γ.

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η τιμή της διεγείρουσας δύναμης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου [$F_\delta = F_{max}\sigma\upsilon\nu(2\pi f_\delta t)$], η τιμή της δύναμης απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας ($F_a = -b\upsilon$) και το σύστημα βρίσκεται κάθε φορά στη μόνιμη κατάσταση.

5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της πρότασης και δίπλα τη λέξη που τη συμπληρώνει σωστά.*

α. Η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες ονομάζεται .....

β. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, τότε η μεταβολή της ολικής στροφορμής του συστήματος είναι .....

γ. Το φαινόμενο στο οποίο παράλληλες φωτεινές ακτίνες μετά την ανάκλασή τους σε κάποια επιφάνεια δεν είναι πια παράλληλες, ονομάζεται .....

δ. Η απόσταση στην οποία διαδίδεται ένα κύμα σε χρόνο μιας ..... ονομάζεται μήκος κύματος.

ε. Αιτία δημιουργίας ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι η ..... κίνηση ηλεκτρικών φορτίων.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. έκκεντρη

β. μηδέν

γ. διάχυση

δ. περιόδου

ε. επιταχυνόμενη

ΘΕΜΑ 2ο

1. Να εξηγήσετε γιατί η χρονική διάρκεια της περιστροφής της γης γύρω από τον εαυτό της παραμένει σταθερή, δηλαδή 24 ώρες.

Μονάδες 6

Απάντηση

Οι βαρυτικές δυνάμεις που ασκούν τα υπόλοιπα ουράνια σώματα στη Γη διέρχονται από το κέντρο μάζας της, άρα δεν προκαλούν ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής της Γης.

Επομένως, η στροφορμή της Γης λόγω της ιδιοπεριστροφής (spin) διατηρείται σταθερή :

$\vec{L}_s = \text{σταθ.} \quad \Rightarrow \quad L_s = \text{σταθ.}\ (\text{μέτρο}).$

Το μέτρο της στροφορμής της Γης δίνεται από τη σχέση : $L_s = I\omega = I\dfrac{2\pi}{T}$, όπου I η ροπή αδράνειας της Γης ως προς τον άξονα περιστροφής.

Αφού $L_s = \text{σταθερή}$, άρα : $T = \text{σταθερή}$.

Επομένως, η χρονική διάρκεια περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της διατηρείται σταθερή :

$T \cong 24\ \text{h}$.

Σχόλιο

Η διατύπωση « . . . της περιστροφής της Γης γύρω από τον εαυτό της . . . » είναι άστοχη.

Η σωστή διατύπωση είναι : « . . . της περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της . . . ».

2. Γυρίζουμε το κουμπί επιλογής των σταθμών ενός ραδιοφώνου από τη συχνότητα 91,6 MHz στη συχνότητα 105,8 MHz. Η χωρητικότητα του πυκνωτή του κυκλώματος LC επιλογής σταθμών του ραδιοφώνου:

α. αυξάνεται

β. μειώνεται

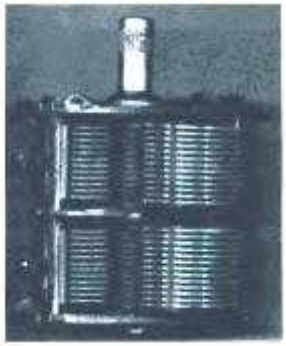
γ. παραμένει σταθερή.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Απάντηση



Το κουμπί επιλογής των σταθμών του ραδιοφώνου είναι στερεωμένο στον άξονα περιστροφής των οπλισμών επίπεδου πυκνωτή μεταβλητής χωρητικότητας, ο οποίος έχει συνδεθεί με ιδανικό πηνίο που έχει σταθερό συντελεστή αυτεπαγωγής.

Από τη σχέση της συχνότητας του κυκλώματος LC προκύπτει :

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Leftrightarrow \sqrt{LC} = \frac{1}{2\pi f} \Rightarrow LC = \frac{1}{4\pi^2 f^2} \Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L}.$$

Αφού η συχνότητα f του κυκλώματος αυξήθηκε, από την προηγούμενη σχέση προκύπτει ότι η τιμή της χωρητικότητας C του πυκνωτή μειώθηκε.

Σωστή απάντηση : β.

3. Στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με γωνιακή ταχύτητα ω. Αν η ροπή αδράνειας του σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι I, να αποδείξετε ότι η κινητική ενέργεια του σώματος λόγω της στροφικής του κίνησης δίνεται από τη σχέση $K=\frac{1}{2}I\omega^2$.

Μονάδες 7

Απάντηση

σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 128.

Το σώμα του σχήματος 4.32, που στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω, γύρω από τον άξονα z΄z, έχει κινητική ενέργεια.
Προκειμένου να υπολογίσουμε την κινητική ενέργεια του σώματος, το χωρίζουμε σε στοιχειώδεις μάζες m_1, m_2,... Οι μάζες αυτές έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα ω και γραμμικές ταχύτητες που δίνονται από τις σχέσεις

$$\upsilon_1=\omega r_1,\ \upsilon_2=\omega r_2,\ \ldots \qquad (4.20)$$

Η κινητική ενέργεια του σώματος είναι ίση με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των μαζών από τις οποίες αποτελείται, δηλαδή

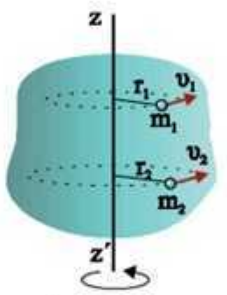
$$K=\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2+\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2+\ \ldots$$

Η σχέση αυτή γίνεται, από την (4.20)

$$K=\frac{1}{2}m_1\omega^2r_1^2+\frac{1}{2}m_2\omega^2r_2^2+\ldots=\frac{1}{2}\left(m_1r_1^2+m_2r_2^2+\ldots\right)\omega^2$$

Όμως $m_1r_1^2+m_2r_2^2+\ldots=I$ και επομένως

$$\boxed{K=\frac{1}{2}I\omega^2}$$



Η κινητική ενέργεια του σώματος είναι το άθροισμα των ενεργειών των στοιχειωδών μαζών από τις οποίες αποτελείται.

Σχήμα 4-32.

4. Να εξετάσετε αν η παρακάτω εξίσωση

$E = 75\eta\mu 2\pi(12\cdot 10^{10}t - 4\cdot 10^{4}x)$ περιγράφει το ηλεκτρικό πεδίο ενός αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται στο κενό. Όλα τα μεγέθη εκφράζονται στο S.I. (ταχύτητα του φωτός στο κενό $c = 3\cdot 10^{8}\ m/s$).

Μονάδες 5

Απάντηση

Η εξίσωση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου ενός αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x, έχει τη γενική μορφή :

$$E = E_{max}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \quad \text{ή} \quad E = E_{max}\eta\mu 2\pi\left(f\cdot t - \frac{1}{\lambda}\cdot x\right).$$

Με αντιστοίχιση των μεγεθών των δύο εξισώσεων προκύπτουν οι τιμές :

$$f = 12\cdot 10^{10}\ Hz, \qquad \frac{1}{\lambda} = 4\cdot 10^{4}\ m^{-1} \Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{4}\cdot 10^{-4}\ m.$$

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής :

$$\upsilon = \lambda f \Rightarrow \upsilon = \left(\frac{1}{4}\cdot 10^{-4}\ m\right)\left(12\cdot 10^{10}\ s^{-1}\right) \Rightarrow \upsilon = 3\cdot 10^{6}\ \frac{m}{s} \neq c.$$

Επομένως, η δοθείσα εξίσωση δεν μπορεί να περιγράφει το ηλεκτρικό πεδίο ενός αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται στο κενό.

ΘΕΜΑ 3ο

Εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους 0,08m και μήκους κύματος 2m διαδίδεται κατά τη θετική φορά σε οριζόντια ελαστική χορδή που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x΄x. Θεωρούμε ότι το σημείο της χορδής στη θέση x = 0 τη χρονική στιγμή t = 0 έχει μηδενική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και θετική ταχύτητα. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι 100 m/s .

α. Να υπολογίσετε τη συχνότητα με την οποία ταλαντώνονται τα σημεία της χορδής.

Μονάδες 5

β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος στο S.I.

Μονάδες 6

γ. Να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης στοιχειώδους τμήματος της χορδής μάζας 0,002 kg. (Να θεωρήσετε το στοιχειώδες τμήμα της χορδής ως υλικό σημείο).

Μονάδες 7

δ. Έστω ότι στην παραπάνω χορδή διαδίδεται ταυτόχρονα άλλο ένα κύμα πανομοιότυπο με το προηγούμενο, αλλά αντίθετης φοράς, και δημιουργείται στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση x = 0. Να υπολογίσετε στο θετικό ημιάξονα τη θέση του $11^{ου}$ δεσμού του στάσιμου κύματος από τη θέση x = 0.

Μονάδες 7

Δίνεται: $\pi^2 = 10$.

Απάντηση

α.

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής :

$$\upsilon = \lambda f \;\Leftrightarrow\; f = \frac{\upsilon}{\lambda} \;\Rightarrow\; f = \frac{100\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{2\,\text{m}} \;\Rightarrow\; f = 50\,\text{Hz}.$$

β.

Η εξίσωση της ταλάντωσης του σημείου Ο στη θέση x = 0, έχει τη μορφή : $y_O = A\eta\mu 2\pi\frac{t}{T}$.

Επομένως, το εγκάρσιο αρμονικό κύμα που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x, έχει εξίσωση :

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = A\eta\mu 2\pi\left(f\cdot t - \frac{x}{\lambda}\right) \;\Rightarrow\; y = 0,08\eta\mu 2\pi\left(50t - 0,5x\right). \quad \text{(S.I.)}$$

γ.

Το στοιχειώδες τμήμα της χορδής, μάζας Δm, εκτελεί ταλάντωση σταθερού πλάτους A.

Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης είναι :

$$\upsilon_{max} = \omega A = 2\pi f\, A \;\Rightarrow\; \upsilon_{max} = 2\pi(50\,s^{-1})(8\cdot 10^{-2}\,m) \;\Rightarrow\; \upsilon_{max} = 8\pi\frac{m}{s}.$$

Η ενέργεια της ταλάντωσης του στοιχειώδους τμήματος, είναι :

$$E_\tau = \frac{1}{2}(\Delta m)\upsilon_{max}^2 \;\Rightarrow\; E_\tau = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 10^{-3}\cdot(8\pi)^2\,J = 10^{-3}\cdot 64\pi^2\,J \;\Rightarrow\; E_\tau = 0,64\,J.$$

δ.

Αφού στη θέση $x = 0$ υπάρχει κοιλία, οι θέσεις των δεσμών του θετικού ημιάξονα Ox προσδιορίζονται από τη σχέση : $x_\delta = (2N+1)\frac{\lambda}{4}$. [N = 0, 1, 2, 3, . . .]

Ο 1ος δεσμός αντιστοιχεί στην τιμή N = 0, άρα ο 11ος δεσμός αντιστοιχεί στην τιμή N = 10.

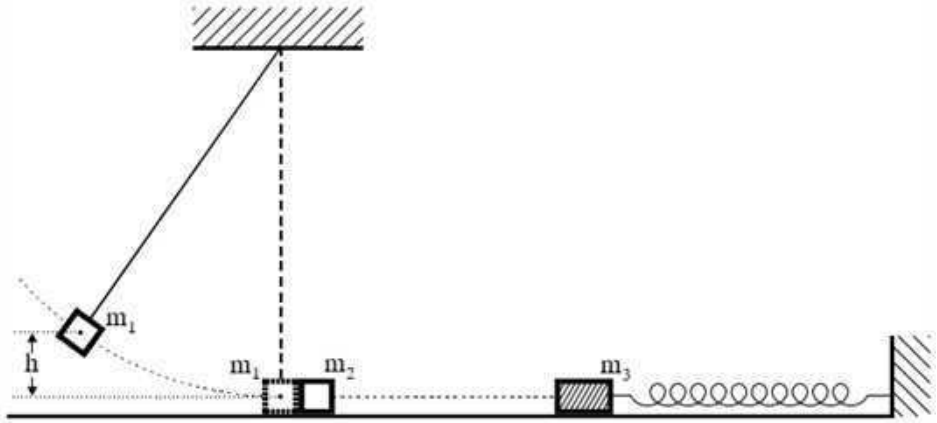
Επομένως :

$$x_{11} = (2\cdot 10+1)\frac{2}{4}\,m = 21\cdot\frac{1}{2}m \;\Rightarrow\; x_{11} = 10,5m.$$

ΘΕΜΑ 4ο

Σώμα μάζας $m_1 = 0,1$ kg που είναι προσδεμένο στο άκρο τεντωμένου νήματος αφήνεται ελεύθερο από ύψος h, όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το νήμα βρίσκεται στην κατακόρυφη θέση, το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου $υ_1 = 2$ m/sec και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2, όπου $m_2 = m_1$.

Το σώμα μάζας m_2, μετά την σύγκρουση, κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σώμα μάζας $m_3 = 0,7$ kg. Το σώμα μάζας m_3 είναι προσδεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 20$ N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Τη στιγμή της σύγκρουσης, το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και ο άξονάς του συμπίπτει με τη διεύθυνση της κίνησης του σώματος μάζας m_2. Να θεωρήσετε αμελητέα τη χρονική διάρκεια των κρούσεων και τη μάζα του νήματος.



Να υπολογίσετε:

α. το ύψος h από το οποίο αφέθηκε ελεύθερο το σώμα μάζας m_1.

Μονάδες 5

β. το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2, με την οποία προσκρούει στο σώμα μάζας m_3.

Μονάδες 5

γ. το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα που προέκυψε από την πλαστική κρούση.

Μονάδες 7

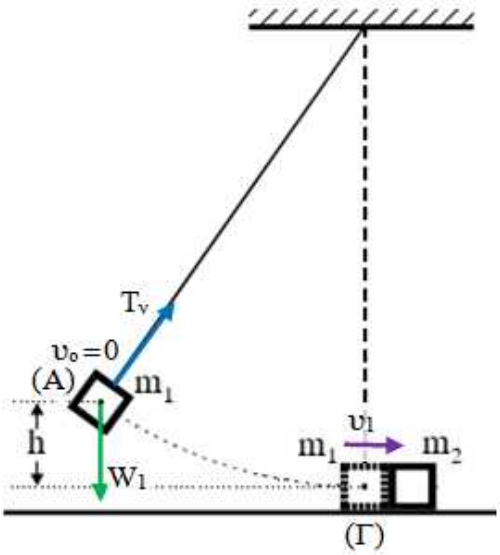
δ. το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος μετά από χρόνο $t = \frac{\pi}{15}$ s από τη χρονική στιγμή που αυτό άρχισε να κινείται.

Μονάδες 8

Δίνονται: $g = 10$ ms^{-2}, $\text{συν}\frac{\pi}{3} = 0,5$.

Απάντηση

α.



Κατά τη διάρκεια της κίνησης του Σ_1 η τάση του νήματος $\vec{T}_v$ δεν παράγει έργο γιατί είναι συνεχώς κάθετη στις στοιχειώδεις μετατοπίσεις του σώματος.

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για τη διαδρομή του σώματος από τη θέση (Α) στη θέση (Γ) :

$$K_\Gamma - K_A = \Sigma W \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - 0 = m_1 g h \;\Leftrightarrow\; h = \frac{\upsilon_1^2}{2g} \;\Rightarrow$$

$$h = \frac{2^2}{2\cdot 10}\,m \;\Rightarrow\; h = 0,2\,m.$$

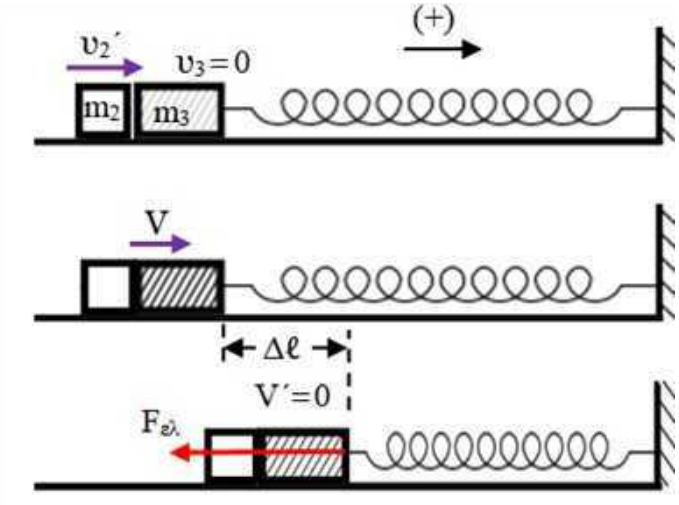
β.

Η κρούση μεταξύ των σωμάτων $\Sigma_1 - \Sigma_2$ είναι κεντρική – ελαστική και τα σώματα έχουν ίσες μάζες, άρα θα ανταλλάξουν ταχύτητες. Επομένως, η ταχύτητα του Σ_2 μετά την κρούση έχει τιμή :

$$\upsilon_2' = \upsilon_1 \;\Rightarrow\; \upsilon_2' = 2\frac{m}{s}.$$

Μετά την κρούση το Σ_2 κινείται στο λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2' = 2\frac{m}{s}$ και συγκρούεται με το Σ_3.

γ.



Ορίζω θετική φορά προς τα δεξιά και εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής για την κεντρική – πλαστική κρούση του μονωμένου συστήματος σωμάτων $\Sigma_2 - \Sigma_3$:

$$p_{2,3(\pi\rho\iota\nu)} = p_{2,3(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})} \;\Leftrightarrow\; m_2\upsilon_2' = (m_2+m_3)V \;\Leftrightarrow$$

$$V = \frac{m_2\upsilon_2'}{m_2+m_3} \;\Rightarrow\; V = \frac{0,1\cdot 2}{0,1+0,7}\frac{m}{s} \;\Rightarrow\; V = 0,25\frac{m}{s}.$$

Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί ΑΑΤ, με την επίδραση του ελατηρίου.

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ είναι : $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_2+m_3}} = \sqrt{\frac{20}{0,8}}\frac{rad}{s} = \sqrt{25}\frac{rad}{s} \;\Rightarrow\; \omega = 5\frac{rad}{s}.$

Τη στιγμή της κρούσης το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ (x = 0) άρα, στη διάρκεια της ΑΑΤ, η μέγιστη ταχύτητά του έχει μέτρο : $\upsilon_{max} = V = 0,25\frac{m}{s}$.

Για το πλάτος της ΑΑΤ, ισχύει :

$$\upsilon_{max} = \omega A \;\Leftrightarrow\; A = \frac{\upsilon_{max}}{\omega} \;\Rightarrow\; A = \frac{0,25}{5}m \;\Rightarrow\; A = 0,05\,m = 5\cdot 10^{-2}\,m.$$

δ.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ που εκτελεί το συσσωμάτωμα έχει τη γενική μορφή :

$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$. (1)

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το συσσωμάτωμα έχει απομάκρυνση $x = 0$ και ταχύτητα $\upsilon > 0$.

$$\text{Για } t = 0 \text{ και } x = 0 \xrightarrow{(1)} 0 = A\eta\mu\varphi_o \;\Rightarrow\; \eta\mu\varphi_o = 0 \;\Rightarrow\; \begin{cases} \varphi_o = 0 \\ \text{ή} \\ \varphi_o = \pi \end{cases}$$

Η εξίσωση της ταχύτητας στην ΑΑΤ έχει τη γενική μορφή : $\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o)$. (2)

Για $t = 0 \xrightarrow{(2)} \upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\varphi_o$. (3)

Αν $\varphi_o = 0 \xrightarrow{(3)} \upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu 0 = \upsilon_{max} > 0$. [δεκτή]

Επομένως, η αρχική φάση της ΑΑΤ είναι : $\varphi_o = 0$.

Αντικαθιστώντας τις αριθμητικές τιμές στη σχέση (2) προκύπτει η εξίσωση της ταχύτητας της ΑΑΤ :

$\upsilon = 0,25\sigma\upsilon\nu(5t)$. (S.I.) (4)

$$\text{Για } t = \frac{\pi}{15}s \xrightarrow{(4)} \upsilon = 0,25\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}\frac{m}{s} = 0,25\cdot\frac{1}{2}\frac{m}{s} \;\Rightarrow\; \upsilon = 0,125\frac{m}{s}.$$

Τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{15}s$, το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος είναι :

$$p_{2,3} = (m_2 + m_3)\upsilon \;\Rightarrow\; p_{2,3} = (0,8\,Kg)\left(0,125\frac{m}{s}\right) \;\Rightarrow\; p_{2,3} = 0,1\,Kg\frac{m}{s}.$$

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 6 ΙΟΥΝΙΟΥ 2002
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ): ΦΥΣΙΚΗ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΞΙ (6)

ΘΕΜΑ 1ο

*Στις ερωτήσεις **1-4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

1. Η ιδιοσυχνότητα ενός συστήματος που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση χωρίς τριβή είναι 20 Hz. Το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο όταν η συχνότητα του διεγέρτη είναι:

α. 10 Hz **β.** 20 Hz **γ.** 30 Hz **δ.** 40 Hz .

Μονάδες 5

Απάντηση

Αφού δεν υπάρχει απόσβεση, το πλάτος ταλάντωσης γίνεται μέγιστο όταν η συχνότητα του διεγέρτη είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή : $f = f_o$ (συντονισμός).

Σωστή απάντηση : β.

2. Ηλεκτρικό κύκλωμα LC, αμελητέας ωμικής αντίστασης, εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση με περίοδο Τ. Αν τετραπλασιάσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή χωρίς να μεταβάλουμε το συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου, τότε η περίοδος της ηλεκτρικής ταλάντωσης θα είναι:

α. T/2 **β.** T **γ.** 2T **δ.** 4T .

Μονάδες 5

Απάντηση

Η περίοδος της ηλεκτρικής ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση : $T = 2\pi\sqrt{LC}$. (1)

Αν τετραπλασιάσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή (C΄ = 4C), η περίοδος της ταλάντωσης θα γίνει :

$T' = 2\pi\sqrt{4LC} = 2\left(2\pi\sqrt{LC}\right) \xrightarrow{(1)} T' = 2T.$

Σωστή απάντηση : γ.

3. Το μήκος κύματος δύο κυμάτων που συμβάλλουν και δημιουργούν στάσιμο κύμα είναι λ. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών του στάσιμου κύματος θα είναι:

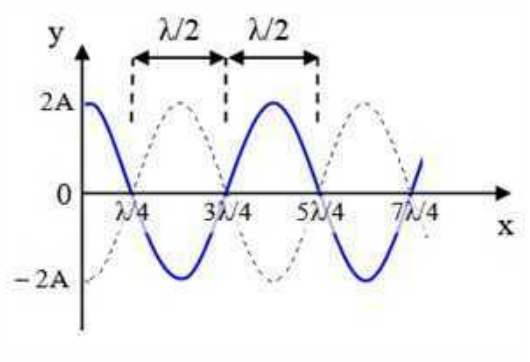
α. λ **β.** λ/2 **γ.** 2λ **δ.** λ/4 .

Μονάδες 5

Απάντηση

Αν στη θέση $x = 0$ υπάρχει κοιλία, οι θέσεις των δεσμών προσδιορίζονται από τη σχέση :

$x_\delta = (2N+1)\frac{\lambda}{4}$. [N = 0, 1, 2, . . .]



Για $N = n \Rightarrow x_n = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$.

Για $N = n+1 \Rightarrow x_{n+1} = [2(n+1)+1]\frac{\lambda}{4} = (2n+3)\frac{\lambda}{4}$.

Άρα, η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών είναι :

$d = [(2n+3)-(2n+1)]\frac{\lambda}{4} = 2\cdot\frac{\lambda}{4} \Rightarrow d = \frac{\lambda}{2}$.

Σωστή απάντηση : β.

4. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης F. Αν x είναι η απομάκρυνση του σημείου από τη θέση ισορροπίας του και D θετική σταθερά, τότε για τη δύναμη ισχύει:

α. $F = D$ **β.** $F = D \cdot x$

γ. $F = -D \cdot x$ **δ.** $F = 0$

Μονάδες 5

Απάντηση

Σωστή απάντηση : γ.

Σχολικό βιβλίο, τεύχος Γ, σελίδα 11.

Σχόλιο

Μία καλύτερη διατύπωση της ερώτησης είναι : «Σωμάτιο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης $\vec{F}$. Αν x είναι η απομάκρυνση του σωματίου από τη θέση ισορροπίας του και D θετική σταθερά, τότε **για την αλγεβρική τιμή της συνισταμένης δύναμης** ισχύει . . . ».

5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας τη λέξη που συμπληρώνει* ***σωστά*** *καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις.*

α. Κατά τη διάδοση ενός κύματος μεταφέρεται ενέργεια και ορμή από μια περιοχή του υλικού μέσου σε άλλη, αλλά δεν μεταφέρεται .....

β. Διαμήκη ονομάζονται τα κύματα στα οποία τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται ..... στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

γ. Η αιτία δημιουργίας του ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι η ..... κίνηση ηλεκτρικών φορτίων.

δ. Το αλγεβρικό άθροισμα των ..... που δρουν σ' ένα στερεό που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του.

ε. Μη αδρανειακό είναι ένα σύστημα αναφοράς που ..... σε σχέση με ένα αδρανειακό σύστημα.

Μονάδες 5

Απάντηση

α. ύλη

β. παράλληλα

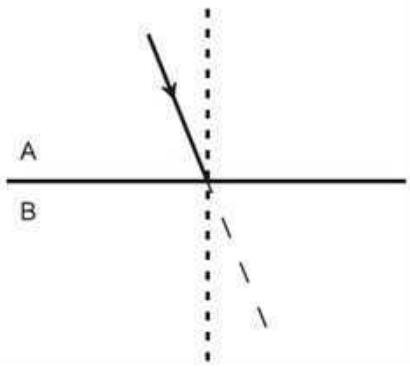
γ. επιταχυνόμενη

δ. ροπών

ε. επιταχύνεται

ΘΕΜΑ 2ο

1. Ακτίνα μονοχρωματικού φωτός που διαδίδεται στο οπτικό μέσο Α με δείκτη διάθλασης n_A προσπίπτει με γωνία μικρότερη της κρίσιμης στη διαχωριστική επιφάνεια με άλλο διαφανές οπτικό μέσο Β με δείκτη διάθλασης n_B, όπου $n_B < n_A$.



Α. Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και να σχεδιάσετε τη διαθλώμενη ακτίνα.

Μονάδες 2

Β. Ποια από τις δύο γωνίες είναι μεγαλύτερη;

α. η γωνία προσπτώσεως,
β. η γωνία διαθλάσεως.

Μονάδες 2

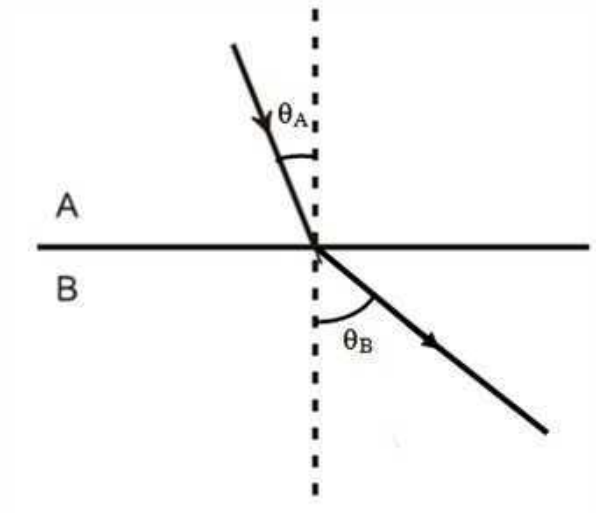
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Απάντηση

Α.

Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί η διαθλώμενη ακτίνα στο μέσο Β.



Β.

Το φως διαδίδεται από οπτικά πυκνότερο σε οπτικά αραιότερο μέσο ($n_B < n_A$), άρα η διαθλώμενη ακτίνα θα απομακρυνθεί από την κάθετη στη διαχωριστική επιφάνεια ($\theta_B > \theta_A$).

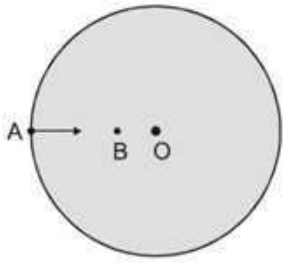
Απόδειξη

Εφαρμόζω το νόμο του Snell :

$$n_A \eta\mu\theta_A = n_B \eta\mu\theta_B \Leftrightarrow \eta\mu\theta_B = \frac{n_A}{n_B}\eta\mu\theta_A \xrightarrow{n_A > n_B} \eta\mu\theta_B > \eta\mu\theta_A . \quad (1)$$

Αφού $\theta_A < 90^o$ και $\theta_B < 90^o \xrightarrow{(1)} \theta_B > \theta_A$.

2. Δίσκος παιδικής χαράς περιστρέφεται περί κατακόρυφο άξονα κάθετο στο επίπεδό του διερχόμενο από το κέντρο του δίσκου Ο. Στο δίσκο δεν ασκείται καμία εξωτερική δύναμη. Ένα παιδί μετακινείται από σημείο Α της περιφέρειας του δίσκου στο σημείο Β πλησιέστερα στο κέντρο του. Τότε ο δίσκος θα περιστρέφεται:



α. πιο αργά
β. πιο γρήγορα.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Αφού το παιδί πλησιάζει τον άξονα περιστροφής, άρα μειώνεται η ροπή αδράνειας του συστήματος παιδί – δίσκος ως προς τον άξονα περιστροφής $(I' < I)$.

Αφού δεν ασκούνται εξωτερικές ροπές στο σύστημα, η στροφορμή του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής διατηρείται σταθερή.

Εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της στροφορμής :

$$L' = L \Leftrightarrow I'\omega' = I\omega \Leftrightarrow \omega' = \frac{I}{I'}\cdot\omega. \qquad (1)$$

Αφού $I > I' \Rightarrow \frac{I}{I'} > 1 \xrightarrow{(1)} \omega' > \omega.$

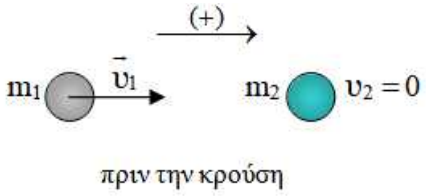
Επομένως ο δίσκος θα περιστρέφεται πιο γρήγορα.

Σωστή απάντηση : β.

3. Σφαίρα μάζας m κινούμενη με ταχύτητα μέτρου υ_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα ίσης μάζας. Να βρείτε τις σχέσεις που δίνουν τις ταχύτητες των δύο σφαιρών, μετά την κρούση, με εφαρμογή των αρχών που διέπουν την ελαστική κρούση.

Μονάδες 8

Απάντηση

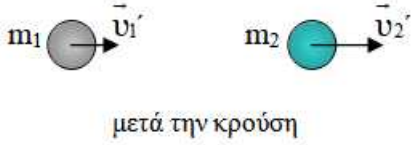


πριν την κρούση

Κατά τη διάρκεια της κρούσης, η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή. Με θετική τη φορά της $\vec{\upsilon}_1$ εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής (αλγεβρικά) :

$p_{ολ\ (πριν)} = p_{ολ\ (μετά)} \Leftrightarrow m\upsilon_1 + 0 = m\upsilon_1' + m\upsilon_2' \Leftrightarrow$

$\upsilon_1 - \upsilon_1' = \upsilon_2'.$ (1)



μετά την κρούση

Αφού η κρούση είναι ελαστική, η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή :

$K_{ολ\ (πριν)} = K_{ολ\ (μετά)} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + 0 = \frac{1}{2}m\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_2'^2 \Leftrightarrow$

$\upsilon_1^2 - \upsilon_1'^2 = \upsilon_2'^2 \Leftrightarrow (\upsilon_1 - \upsilon_1')(\upsilon_1 + \upsilon_1') = \upsilon_2'^2.$ (2)

Αφού οι ταχύτητες μεταβάλλονται, ισχύουν οι σχέσεις : $\upsilon_1 - \upsilon_1' \neq 0$ και $\upsilon_2' \neq 0.$

Διαιρώντας τις σχέσεις (2) και (1) κατά μέλη, προκύπτει η σχέση : $\upsilon_1 + \upsilon_1' = \upsilon_2'.$ (3)

Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (1), (3) :

$\upsilon_1 - \upsilon_1' + \upsilon_1 + \upsilon_1' = \upsilon_2' + \upsilon_2' \Rightarrow 2\upsilon_1 = 2\upsilon_2' \Rightarrow \boxed{\upsilon_2' = \upsilon_1}$. (4)

(3) $\xrightarrow{(4)}$ $\upsilon_1 + \upsilon_1' = \upsilon_1 \Rightarrow \boxed{\upsilon_1' = 0}$.

ΘΕΜΑ 3ο

Το σημείο Ο ομογενούς ελαστικής χορδής, τη χρονική στιγμή t = 0, αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση y = 0,05ημ8πt (SI) κάθετα στη διεύθυνση της χορδής. Το κύμα που παράγεται διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα x΄x, κατά μήκος της χορδής, που διέρχεται από το σημείο Ο με ταχύτητα μέτρου 20m/s.

α. Να βρεθεί ο χρόνος που χρειάζεται ένα υλικό σημείο του ελαστικού μέσου για να εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση.

Μονάδες 6

β. Να βρεθεί το μήκος κύματος του αρμονικού κύματος.

Μονάδες 6

γ. Να γραφεί η εξίσωση του ίδιου κύματος.

Μονάδες 6

δ. Να βρεθεί το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας με την οποία ταλαντώνεται ένα σημείο της χορδής.

Μονάδες 7

Απάντηση

α.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του Ο έχει τη γενική μορφή : $y_O = A\eta\mu\omega t$.

Με αντιστοίχιση των μεγεθών των δύο εξισώσεων, προκύπτουν οι τιμές :

$A = 0,05\ m, \qquad \omega = 8\pi \frac{rad}{s}$.

Η περίοδος της ταλάντωσης του Ο είναι : $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{8\pi\, s^{-1}} \Rightarrow T = 0,25 s$.

Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί ώστε ένα υλικό σημείο της χορδής να εκτελέσει μία πλήρη ταλάντωση, είναι : $\Delta t = T = 0,25\ s$.

β.

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής :

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T} \Leftrightarrow \lambda = \upsilon T \Rightarrow \lambda = \left(20\frac{m}{s}\right)(0,25s) \Rightarrow \lambda = 5m.$$

γ.

Αφού η απομάκρυνση της ταλάντωσης του Ο έχει εξίσωση $y_O = A\eta\mu 2\pi \frac{t}{T}$, άρα το εγκάρσιο αρμονικό κύμα που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα x, έχει εξίσωση : $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$.

Αντικαθιστώντας τις τιμές των μεγεθών στην προηγούμενη σχέση, προκύπτειι η εξίσωση του αρμονικού κύματος :

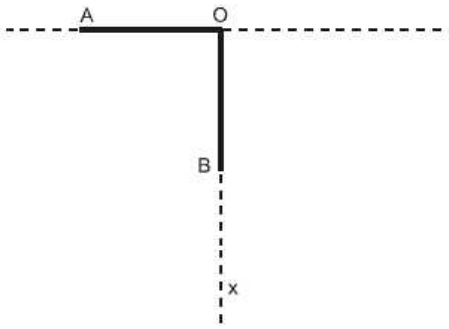
$y = 0,05\eta\mu 2\pi (4t - 0,2x)$. (S.I.)

δ.

Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης ενός σημείου της χορδής υπολογίζεται από τη σχέση :

$$\upsilon_{max} = \omega A \Rightarrow \upsilon_{max} = \left(8\pi \frac{rad}{s}\right)(0,05\,m) \Rightarrow \upsilon_{max} = 0,4\pi \frac{m}{s}.$$

ΘΕΜΑ 4ο



Δύο ίδιες, λεπτές, ισοπαχείς και ομογενείς ράβδοι ΟΑ και ΟΒ, που έχουν μάζα M = 4 Kg και μήκος L = 1,5 m η καθεμία, συγκολλούνται στο ένα άκρο τους Ο, ώστε να σχηματίζουν ορθή γωνία. Το σύστημα των δύο ράβδων μπορεί να περιστρέφεται περί οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδο ΑΟΒ, που διέρχεται από την κορυφή Ο της ορθής γωνίας. Το σύστημα αρχικά συγκρατείται στη θέση όπου η ράβδος ΟΑ είναι οριζόντια (όπως στο σχήμα). Η ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της είναι $I_{cm} = \frac{1}{12} ML^2$.

Α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το Ο.

Μονάδες 6

Β. Από την αρχική του θέση το σύστημα των δύο ράβδων αφήνεται ελεύθερο να περιστραφεί περί τον άξονα περιστροφής στο σημείο Ο, χωρίς τριβές. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος των δύο ράβδων τη στιγμή της εκκίνησης.

Μονάδες 6

Γ. Τη χρονική στιγμή κατά την οποία οι ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο Οx, να υπολογίσετε:

α. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος των δύο ράβδων.

Μονάδες 7

β. Το μέτρο της στροφορμής της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο Ο.

Μονάδες 6

Δίνονται: $g = 10 ms^{-2}$, $ημ45^o = συν45^o = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7$.

Απάντηση

Α.

Οι δύο ράβδοι είναι λεπτές, ομογενείς και ισοπαχείς άρα το κέντρο μάζας κάθε ράβδου είναι το μέσο της.

Ο άξονας περιστροφής διέρχεται από το άκρο της ράβδου, άρα απέχει απόσταση $\frac{\ell}{2}$ από το κέντρο μάζας της.

Εφαρμόζω το θεώρημα Steiner ώστε να υπολογίσω τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής :

$$I_{\rho(O)} = I_{cm} + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}M\ell^2 + \frac{1}{4}M\ell^2 \;\Rightarrow\; I_{\rho(O)} = \frac{1}{3}M\ell^2 .$$

Με αντικατάσταση : $I_{\rho(O)} = \frac{1}{3}\cdot 4\cdot 1,5^2\ \text{Kgm}^2 \;\Rightarrow\; I_{\rho(O)} = 3\,\text{Kgm}^2$.

Β.

Η ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής, είναι : $I_{o\lambda(O)} = 2I_{\rho(O)} = 6\ \text{Kgm}^2$.

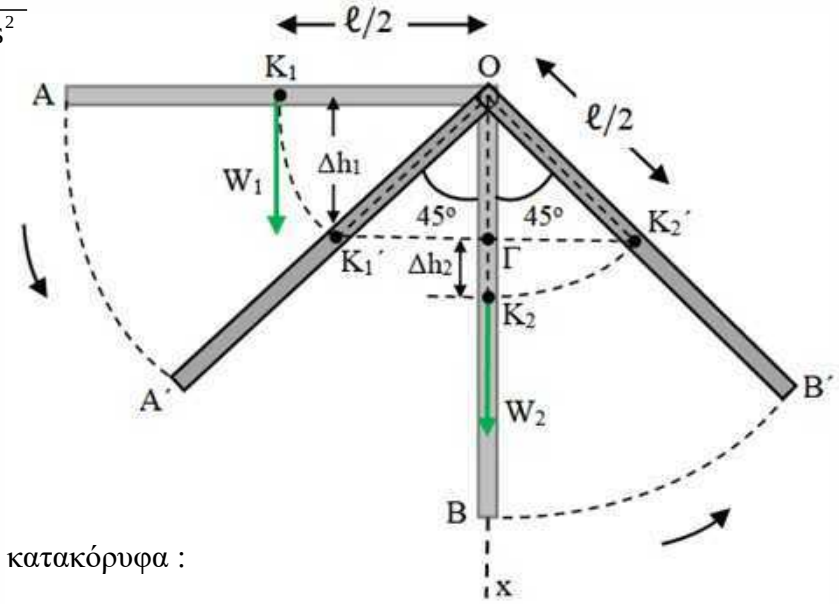
Τη στιγμή που αφήνεται το σύστημα, η ράβδος ΟΒ είναι κατακόρυφη άρα ο φορέας του βάρους της διέρχεται από τον άξονα περιστροφής και δεν προκαλεί ροπή.

Θεωρώντας θετική τη φορά περιστροφής, εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης (αλγεβρικά) :

$$\Sigma\tau_{(O)} = I_{o\lambda(O)}\alpha_{\gamma\omega\nu} \;\Leftrightarrow\; Mg\frac{\ell}{2} + 0 = I_{o\lambda(O)}\alpha_{\gamma\omega\nu}$$

$$\Leftrightarrow\; \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{Mg\ell}{2I_{o\lambda(O)}} \;\Rightarrow\; \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{4\cdot 10\cdot 1,5}{2\cdot 6}\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow\; \alpha_{\gamma\omega\nu} = 5\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}.$$



Γ.

α.

Τη στιγμή που κάθε ράβδος σχηματίζει γωνία 45° με την κατακόρυφη, τα κέντρα μάζας των δύο ράβδων βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.

Το κέντρο μάζας της ράβδου ΟΑ κατέβηκε κατακόρυφα :

$$\Delta h_1 = (O\Gamma) = \frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu 45^o = \frac{1,5}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\,\text{m} \cong \frac{3}{4}\cdot 0,7\,\text{m} \;\Rightarrow\; (\Delta h_1) \cong \frac{21}{40}\,\text{m}.$$

Το κέντρο μάζας της ράβδου ΟΒ ανέβηκε κατακόρυφα :

$$\Delta h_2 = (K_2\Gamma) = (OK_2) - (O\Gamma) = \frac{\ell}{2} - (O\Gamma) \;\Rightarrow\; (\Delta h_2) \cong \left(\frac{3}{4} - \frac{21}{40}\right)\text{m} \;\Rightarrow\; (\Delta h_2) \cong \frac{9}{40}\ \text{m}.$$

<u>1ος τρόπος</u>

Εφαρμόζω το ΘΜΚΕ για την περιστροφή του συστήματος από την αρχική θέση μέχρι τη θέση που κάθε ράβδος σχηματίζει γωνία 45° με την κατακόρυφη :

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2} I_{o\lambda}\omega^2 - 0 = w_1(\Delta h_1) - w_2(\Delta h_2) \Leftrightarrow \frac{1}{2} I_{o\lambda}\omega^2 = Mg\left(\Delta h_1 - \Delta h_2\right) \Rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2Mg\left(\Delta h_1 - \Delta h_2\right)}{I_{o\lambda}}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2\cdot 40\left(\frac{21}{40} - \frac{9}{40}\right)}{6}}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{12}{3}}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 2\frac{rad}{s}.$$

2ος τρόπος

Αφού παράγουν έργο μόνο οι βαρυτικές δυνάμεις, η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή.

Ορίζω σαν επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας K_2 (όταν η ράβδος ΟΒ ήταν κατακόρυφη) και εφαρμόζω το θεώρημα διατήρησης της μηχανικής ενέργειας :

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} = K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} \Leftrightarrow \frac{1}{2} I_{o\lambda}\omega^2 + 2Mg(\Delta h_2) = 0 + Mg\frac{\ell}{2} + 0 \Leftrightarrow I_{o\lambda}\omega^2 = Mg\ell - 4Mg(\Delta h_2) \Rightarrow$$

$$I_{o\lambda}\omega^2 = Mg\left[\ell - 4(\Delta h_2)\right] \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{Mg\left[\ell - 4(\Delta h_2)\right]}{I_{o\lambda}}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{40\left(1,5 - 0,9\right)}{6}}\frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 2\frac{rad}{s}.$$

β.

Τη στιγμή που κάθε ράβδος σχηματίζει γωνία 45° με την κατακόρυφη, η στροφορμή κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής, έχει μέτρο :

$$L_{\rho(O)} = I_{\rho(O)}\omega \Rightarrow L_{\rho(O)} = \left(3Kgm^2\right)\left(2\frac{rad}{s}\right) \Rightarrow L_{\rho(O)} = 6\frac{Kgm^2}{s}.$$

Σχόλιο

Στο ερώτημα Γ(β) ζητείται το μέτρο της στροφορμής L κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής. Επομένως, έπρεπε το μήκος κάθε ράβδου να συμβολίζεται ℓ (και όχι L), ώστε να μη δημιουργηθεί σύγχυση στους υποψήφιους.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 11 ΙΟΥΛΙΟΥ 2002
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ): ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τους αριθμούς των ερωτήσεων ***1*** *έως* ***4*** *και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

1. Ηλεκτρικό κύκλωμα LC, αμελητέας ωμικής αντίστασης εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση με περίοδο Τ. Αν το φορτίο του πυκνωτή μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση q=Qσυνωt, τότε η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα γίνεται μέγιστη τη χρονική στιγμή:

α. t = 0 **β.** t = T/4 **γ.** t = T/2 **δ.** t = T

Μονάδες 5

Απάντηση

Αφού η εξίσωση του φορτίου είναι $q = Q\sigma\upsilon\nu\omega t$, η αλγεβρική τιμή της έντασης του ρεύματος περιγράφεται από την εξίσωση : $i = -I\eta\mu\omega t$.

1ος τρόπος

Το μέτρο της έντασης του ρεύματος δίνεται από την εξίσωση : $|i| = I|\eta\mu\omega t|$. (1)

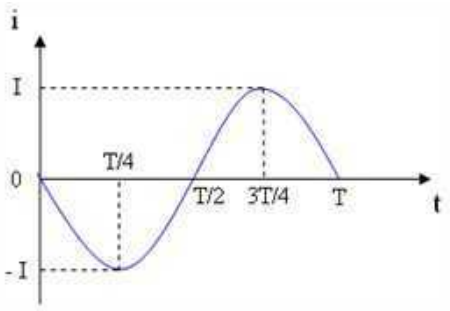
Αντικαθιστώ $|i| = I$ στη σχέση (1) :

$$I = I|\eta\mu\omega t| \Rightarrow |\eta\mu\omega t| = 1 \Rightarrow \begin{cases} \omega t = 2\kappa\pi + \dfrac{\pi}{2} & (2) \\ \omega t = 2\kappa\pi + \dfrac{3\pi}{2} & (3) \end{cases}$$

$$\text{Για } \kappa = 0: \begin{cases} \xrightarrow{(2)} \omega t_1 = \dfrac{\pi}{2} \Leftrightarrow \dfrac{2\pi}{T}\cdot t_1 = \dfrac{\pi}{2} \Leftrightarrow t_1 = \dfrac{T}{4}, \\ \xrightarrow{(3)} \omega t_2 = \dfrac{3\pi}{2} \Leftrightarrow \dfrac{2\pi}{T}\cdot t_2 = \dfrac{3\pi}{2} \Leftrightarrow t_2 = \dfrac{3T}{4}. \end{cases}$$

2ος τρόπος

Σχεδιάζω το διάγραμμα της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο, στη διάρκεια μιας περιόδου.



Από το διάγραμμα προκύπτει ότι η ένταση του ρεύματος είναι μέγιστη (κατά απόλυτη τιμή) τις χρονικές στιγμές $t_1 = \dfrac{T}{4}$ και $t_2 = \dfrac{3T}{4}$.

Σχόλιο

Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{T}{4}$ η ένταση του ρεύματος έχει τιμή $i_1 = -I$, άρα είναι ελάχιστη (αλγεβρικά).

Όμως, στις απαντήσεις υπάρχει η χρονική στιγμή $t_1 = \frac{T}{4}$ και όχι η $t_2 = \frac{3T}{4}$ (κατά την οποία η αλγεβρική τιμή της έντασης είναι μέγιστη).

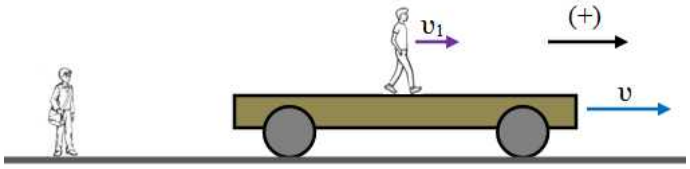
Για να θεωρηθεί σωστή η απάντηση β, έπρεπε η εκφώνηση να ζητά τη χρονική στιγμή κατά την οποία **το μέτρο της έντασης του ρεύματος είναι μέγιστο** (η ένταση του ρεύματος είναι μέγιστη κατά απόλυτη τιμή).

2. Τρένο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ ως προς ακίνητο παρατηρητή. Επιβάτης του τρένου κινείται με ταχύτητα μέτρου $υ_1$ ως προς το τρένο και στην ίδια κατεύθυνση με αυτό. Η ταχύτητα του επιβάτη ως προς τον ακίνητο παρατηρητή έχει μέτρο:

α. $υ + υ_1$ **β.** $υ - υ_1$ **γ.** $υ_1$ **δ.** $υ$

Μονάδες 5

Απάντηση



Το τρένο που κινείται με σταθερή ταχύτητα $\vec{υ}$ είναι το κινούμενο σύστημα αναφοράς και η $\vec{υ}_1$ είναι η ταχύτητα του επιβάτη ως προς το κινούμενο σύστημα αναφοράς.

Σύμφωνα με τους μετασχηματισμούς του Γαλιλαίου, η ταχύτητα του επιβάτη ως προς τον ακίνητο παρατηρητή (ακίνητο σύστημα αναφοράς) είναι : $\vec{υ}_α = \vec{υ} + \vec{υ}_1$.

Αφού οι ταχύτητες $\vec{υ}$, $\vec{υ}_1$ έχουν ίδια κατεύθυνση, το μέτρο της ταχύτητας $\vec{υ}_α$ του επιβάτη ως προς τον ακίνητο παρατηρητή δίνεται από τη σχέση : $υ_α = υ + υ_1$.

Σωστή απάντηση : α.

3. Η ιδιοσυχνότητα ενός ταλαντωτή εξαρτάται από:

α. το πλάτος της ταλάντωσης

β. τη συχνότητα του διεγέρτη

γ. τη σταθερά απόσβεσης του συστήματος

δ. τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος.

Μονάδες 5

Απάντηση

Η ιδιοσυχνότητα ενός ταλαντωτή εξαρτάται μόνο από τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος.

Σωστή απάντηση : δ.

4. Στάσιμο κύμα δημιουργείται από τη συμβολή δύο κυμάτων της ίδιας συχνότητας και του ίδιου πλάτους Α. Τα σημεία του ελαστικού μέσου που βρίσκονται στο μέσο της απόστασης μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών πάλλονται με πλάτος:

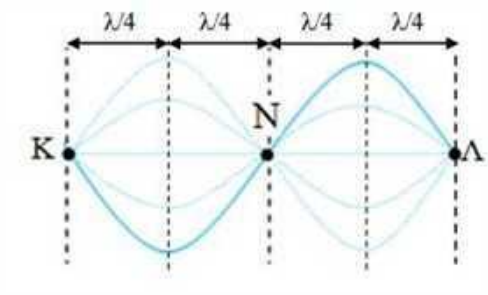
α. Α/2 **β.** Α **γ.** 2Α **δ.** 4Α.

Μονάδες 5

Απάντηση

Τα σημεία του ελαστικού μέσου που βρίσκονται στο μέσο της απόστασης μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών είναι κοιλίες του στάσιμου κύματος.

Το πλάτος ταλάντωσης των κοιλιών είναι : $|A'| = 2A$.



Σωστή απάντηση : γ.

5. Η εξίσωση της απομάκρυνσης ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση δίνεται από τη σχέση $x = 3\eta\mu\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (S.I.).

*Να γράψετε στο τετράδιό σας κάθε φυσικό μέγεθος της **Στήλης Α** και δίπλα την αντίστοιχη τιμή του από τα δεδομένα της **Στήλης Β**.*

Στήλη Α	**Στήλη Β**
Πλάτος ταλάντωσης	1Hz
Περίοδος	3m
Αρχική φάση	1s
Γωνιακή συχνότητα	2π rad/s
Μέγιστη ταχύτητα	$\frac{\pi}{3}$ rad
	6π m/s

Μονάδες 5

Απάντηση

Η εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ έχει τη γενική μορφή : $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$.

Με αντιστοίχιση των μεγεθών των δύο εξισώσεων προκύπτουν οι τιμές :

πλάτος $A = 3\ m$, γωνιακή συχνότητα $\omega = 2\pi\frac{rad}{s}$, αρχική φάση $\varphi_o = \frac{\pi}{3}rad$.

Η περίοδος της ΑΑΤ είναι : $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi\frac{rad}{s}} = 1s$.

Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος, έχει μέτρο : $\upsilon_{max} = \omega A = \left(2\pi\frac{rad}{s}\right)(3m) \Rightarrow \upsilon_{max} = 6\pi\frac{m}{s}$.

ΘΕΜΑ 2ο

2.1 Ο τροχός ενός ανεστραμμένου ποδηλάτου εκτελεί 20 στροφές ανά λεπτό. Αν αντιστρέψουμε τη φορά της περιστροφής του τροχού και διατηρήσουμε σταθερό τον αριθμό περιστροφών ανά λεπτό, τότε αλλάζει:

α. μόνο η ροπή αδράνειας του τροχού

β. μόνο η στροφορμή του τροχού

γ. η ροπή αδράνειας και η στροφορμή του τροχού

Μονάδες 3

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Η ροπή αδράνειας I του τροχού είναι μονόμετρο μέγεθος και εξαρτάται από τη μάζα του τροχού και από τη θέση του άξονα περιστροφής, αλλά δεν εξαρτάται από τη φορά περιστροφής.

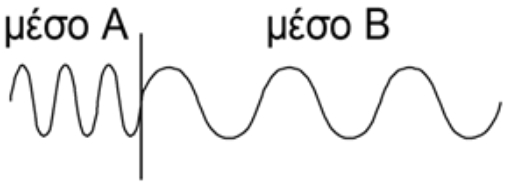
Αφού δεν μεταβάλλεται η μάζα του τροχού και ο άξονας περιστροφής, άρα η ροπή αδράνειας του τροχού είναι σταθερή. [α, γ : Λάθος]

Η στροφορμή $\vec{L}$ του τροχού είναι διανυσματικό μέγεθος και εξαρτάται από τη ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής και από τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής : $\vec{L} = I\vec{\omega}$.

Αφού αντιστρέφεται η φορά περιστροφής, άρα θα αντιστραφεί και η φορά του διανύσματος της στροφορμής.

Σωστή απάντηση : β.

2.2 Μονοχρωματική ακτινοβολία περνάει από διαφανές μέσο Α σε διαφανές μέσο Β, όπως δείχνει το σχήμα. Σε ποιο οπτικό μέσο η ακτινοβολία έχει μεγαλύτερη ταχύτητα;



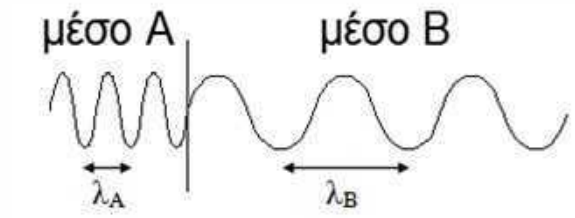
α. Στο μέσο Α **β.** Στο μέσο Β

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση



Η συχνότητα f της ακτινοβολίας καθορίζεται από την πηγή της, άρα έχει την ίδια τιμή στα δύο μέσα :

$f_A = f_B = f$.

Έστω υ_A , υ_B τα μέτρα των ταχυτήτων διάδοσης της ακτινοβολίας στα δύο μέσα και λ_A , λ_B τα αντίστοιχα μήκη κύματος.

Εφαρμόζω την εξίσωση της κυματικής στα δύο μέσα :

$$\upsilon_A = \lambda_A f \Leftrightarrow \lambda_A = \frac{\upsilon_A}{f}.$$

$$\upsilon_B = \lambda_B f \Leftrightarrow \lambda_B = \frac{\upsilon_B}{f}.$$

Από το σχήμα φαίνεται ότι : $\lambda_B > \lambda_A$.

Επομένως :

$$\frac{\upsilon_B}{f} > \frac{\upsilon_A}{f} \Rightarrow \upsilon_B > \upsilon_A .$$

Σωστή απάντηση : β.

2.3 Στην ήρεμη επιφάνεια λίμνης δημιουργούνται κύματα από δύο όμοιες σημειακές πηγές Α και Β που βρίσκονται σε φάση. Το μήκος κύματος λ καθενός από τα παραπάνω κύματα είναι 1m. Ένα σημείο της επιφάνειας του νερού, του οποίου η διαφορά των αποστάσεων από τις πηγές Α και Β είναι 3m,

α. ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος

β. παραμένει διαρκώς ακίνητο.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

Τα κύματα που δημιουργούν οι δύο πηγές συμβάλλουν σε κάθε σημείο της επιφάνειας του υγρού.

Έστω r_A, r_B οι αποστάσεις του σημείου από τις πηγές Α, Β αντίστοιχα.

Η απομάκρυνση του σημείου από τη θέση ισορροπίας περιγράφεται από την εξίσωση :

$$y = A'\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_A + r_B}{2\lambda}\right), \quad \text{όπου} : \quad A' = 2A\sigma\upsilon\nu\pi\left(\frac{r_A - r_B}{\lambda}\right).$$

Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου δίνεται από τη σχέση : $|A'| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\pi\left(\frac{r_A - r_B}{\lambda}\right)\right|$.

Αφού $r_A - r_B = 3\ m$ και $\lambda = 1\ m$, άρα :

$$|A'| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\pi\left(\frac{3m}{1m}\right)\right| = 2A|\sigma\upsilon\nu(3\pi)| = 2A|-1| \Rightarrow |A'| = 2A.$$

Σωστή απάντηση : α.

ΘΕΜΑ 3ο

Ομογενής δίσκος ακτίνας R=40cm και μάζας m=5kg στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_1=5rad/s γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του δίσκου και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Κάποια στιγμή ασκείται, εφαπτομενικά της περιφέρειας του δίσκου και σε τυχαίο σημείο αυτής, δύναμη σταθερού μέτρου F=5N. Η δύναμη ασκείται για ορισμένο χρονικό διάστημα Δt, στο τέλος του οποίου η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου έχει αποκτήσει μέτρο ω_2=30rad/s. Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της ροπής της δύναμης.

Μονάδες 5

β. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης που αποκτά ο δίσκος.

Μονάδες 6

γ. το χρονικό διάστημα Δt στο οποίο ασκείται η δύναμη.

Μονάδες 7

δ. τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του δίσκου στο χρονικό διάστημα που ασκήθηκε η δύναμη.

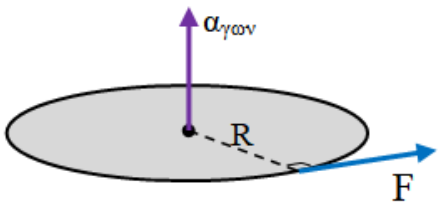
Μονάδες 7

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I = \frac{1}{2} mR^2$.

Απάντηση

α.

Υποθέτω ότι το διάνυσμα της δύναμης $\vec{F}$ βρίσκεται στο επίπεδο του δίσκου.



Αφού η δύναμη είναι εφαπτόμενη στην περιφέρεια του δίσκου, η απόστασή της από τον άξονα περιστροφής είναι ίση με R.

Το μέτρο της ροπής της δύναμης είναι :

$\tau_F = F \cdot R \Rightarrow \tau_F = (5\ N)(0,4\ m) \Rightarrow \tau_F = 2\ Nm$.

β.

Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής, έχει τιμή :

$$I = \frac{1}{2} mR^2 \Rightarrow I = \frac{1}{2} \cdot (5\,Kg)\left(0,16\,m^2\right) \Rightarrow I = 0,4\,Kgm^2.$$

Με θετική τη φορά της γωνιακής επιτάχυνσης του δίσκου, εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης (αλγεβρικά) :

$$\Sigma\tau = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\tau_F}{I} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{2}{0,4}\frac{rad}{s^2} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 5\frac{rad}{s^2}.$$

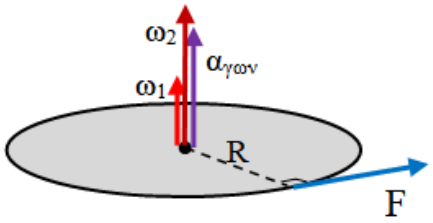
γ.

Από τη σχέση ορισμού της γωνιακής επιτάχυνσης, προκύπτει : $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \dfrac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t = \dfrac{\omega_2 - \omega_1}{\alpha_{\gamma\omega\nu}}$. (1)

(όπου ω_1 , ω_2 οι αλγεβρικές τιμές της αρχικής και της τελικής γωνιακής ταχύτητας)

<u>1η περίπτωση</u> : Η αρχική γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}_1$ και η γωνιακή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ έχουν ίδια φορά.

Στην περίπτωση αυτή ο δίσκος εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη στροφική κίνηση και η τελική γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}_2$ έχει την ίδια φορά με την αρχική.



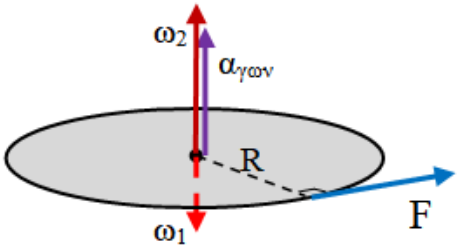
Άν $\alpha_{\gamma\omega\nu} > 0$ τότε : $\omega_1 > 0$ και $\omega_2 > 0$.

Αντικαθιστώντας τις τιμές στη σχέση (1), προκύπτει :

$$\Delta t = \frac{30-5}{5}\,s \Rightarrow \Delta t = 5\,s.$$

<u>2η περίπτωση</u> : Η αρχική γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}_1$ και η γωνιακή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ έχουν αντίθετες φορές.

Στην περίπτωση αυτή ο δίσκος εκτελεί ομαλά μεταβαλλόμενη στροφική κίνηση και η τελική γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}_2$ έχει αντίθετη φορά με την αρχική.



Άν $\alpha_{\gamma\omega\nu} > 0$ τότε : $\omega_1 < 0$ και $\omega_2 > 0$.

Αντικαθιστώντας τις τιμές στη σχέση (1), προκύπτει :

$$\Delta t = \frac{30-(-5)}{5}\,s \Rightarrow \Delta t = 7\,s.$$

δ.

Κατά το χρονικό διάστημα που ασκήθηκε η δύναμη, η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του δίσκου είναι :

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} I\left(\omega_2^2 - \omega_1^2\right) \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2}\cdot 0,4\cdot\left(30^2 - 5^2\right) J \Rightarrow \Delta K = 175\,J.$$

<u>Σχόλιο</u>

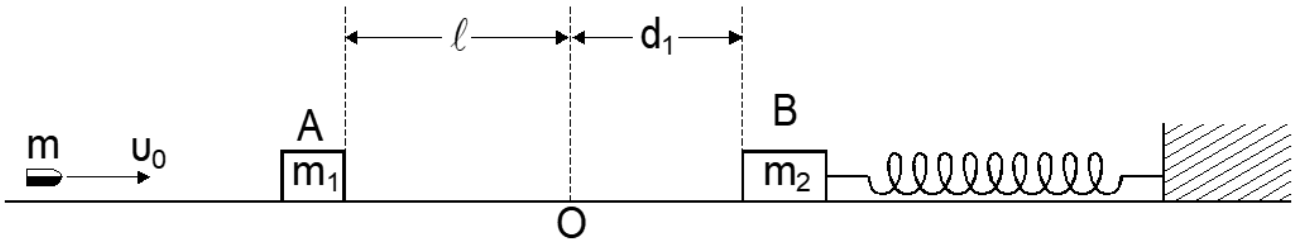
Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι

α) το διάνυσμα της δύναμης $\vec{F}$ βρίσκεται στο επίπεδο του δίσκου.

β) ο δίσκος περιστρέφεται συνεχώς κατά την ίδια φορά (η τελική γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}_2$ και η αρχική γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}_1$ έχουν ίδια φορά).

ΘΕΜΑ 4ο

Βλήμα μάζας m κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $υ_0$ = 16m/s, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα Α μάζας m_1 = 3m που βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε απόσταση ℓ =15,7cm από σημείο Ο του επιπέδου στην ευθεία κίνησης του βλήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Σώμα Β μάζας m_2=4m είναι προσδεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Ο άξονας του ελατηρίου συμπίπτει με τη διεύθυνση κίνησης του βλήματος. Αρχικά το ελατήριο είναι συμπιεσμένο, ώστε το σώμα Β να απέχει απόσταση d_1 από το σημείο Ο που αντιστοιχεί στη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου. Τη χρονική στιγμή που το βλήμα προσκρούει στο σώμα Α, το σώμα Β αφήνεται ελεύθερο.

Το συσσωμάτωμα του βλήματος και του σώματος Α, κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $υ_1$, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Β τη στιγμή που αυτό έχει τη μέγιστη ταχύτητά του για πρώτη φορά. Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο $υ_1$ της ταχύτητας του συσσωματώματος.

Μονάδες 5

β. το μέτρο $υ'_2$ της ταχύτητας του σώματος Β αμέσως μετά την κρούση του με το συσσωμάτωμα.

Μονάδες 5

γ. την περίοδο ταλάντωσης του σώματος Β.

Μονάδες 7

δ. το νέο πλάτος d_2 της ταλάντωσης του σώματος Β μετά την κρούση του με το συσσωμάτωμα.

Μονάδες 8

Δίνεται π=3,14.

Απάντηση

α.

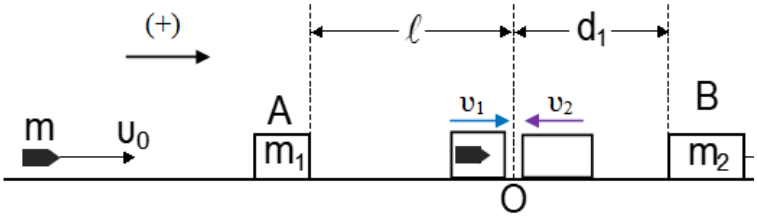
Αφού η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι ασήμαντη, πρακτικά η ορμή του συστήματος βλήμα – σώμα Α δεν μεταβάλλεται.

Με θετική τη φορά της $\vec{υ}_o$, εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της ορμής για την πλαστική κρούση :

$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} \Leftrightarrow mυ_o = (m+3m)υ_1 \Leftrightarrow υ_1 = \frac{υ_o}{4} \Rightarrow υ_1 = 4\frac{m}{s}.$$

β.

Αφού το συσσωμάτωμα και το σώμα Β έχουν ίσες μάζες ($m_\sigma = m_B = 4m$) και η κρούση είναι κεντρική και ελαστική, άρα θα ανταλλάξουν ταχύτητες.



Επομένως, η ταχύτητα του Β αμέσως μετά την ελαστική κρούση, θα έχει μέτρο : $|\upsilon_2'| = \upsilon_1 = 4\dfrac{m}{s}$.

γ.

Μετά την πλαστική κρούση, το συσσωμάτωμα κινείται στο λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ_1 και διανύει απόσταση ℓ σε χρονική διάρκεια Δt. Ισχύει :

$$\ell = \upsilon_1(\Delta t) \Leftrightarrow \Delta t = \frac{\ell}{\upsilon_1} \Rightarrow \Delta t = \frac{0,157}{4}s.$$

Από τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερο και μέχρι να συγκρουστεί με το συσσωμάτωμα, το σώμα Β εκτελεί ΑΑΤ με περίοδο Τ.

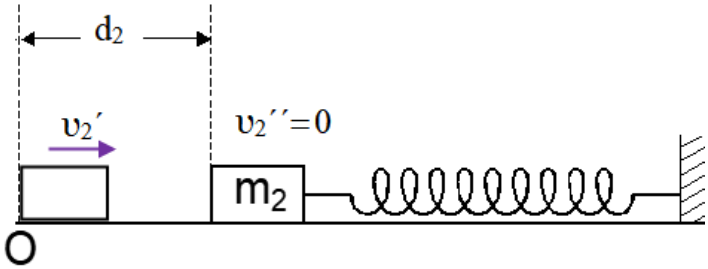
Τη στιγμή που το σώμα Β διέρχεται από το Ο το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος, άρα το Ο είναι η θέση ισορροπίας της ΑΑΤ.

Στη χρονική διάρκεια Δt το σώμα Β κινείται από την ακραία θέση στη θέση ισορροπίας.

Επομένως : $\Delta t = \dfrac{T}{4} \Leftrightarrow T = 4(\Delta t) \Rightarrow T = 0,157\,s$.

δ.

Με την επίδραση του ελατηρίου, το σώμα Β εκτελεί ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς $D = k$.



Αμέσως μετά την κρούση το σώμα Β βρίσκεται στη θέση ισορροπίας, άρα : $\upsilon_{max} = |\upsilon_2'| = 4\dfrac{m}{s}$.

Η γωνιακή συχνότητα της ΑΑΤ έχει τιμή : $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\cdot 3,14}{0,157}\dfrac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 40\dfrac{rad}{s}$.

Για το πλάτος d_2 της νέας ΑΑΤ ισχύει :

$$\upsilon_{max} = \omega d_2 \Leftrightarrow d_2 = \frac{\upsilon_{max}}{\omega} \Rightarrow d_2 = \frac{4}{40}m \Rightarrow d_2 = 0,1\,m.$$