

## Μέση και στιγμιαία Ισχύς. Απαντήσεις.

*Ένα φύλλο εργασίας.*

*Λίγα λόγια θεωρίας...*

Στο βιβλίο ορίζεται η ισχύς μιας μηχανής ή μιας δύναμης ως το πηλίκο  $P = \frac{W}{t}$  όπου W το έργο που παράγει

η μηχανή (ή η δύναμη) και t το χρονικό διάστημα στο οποίο παράγεται το έργο αυτό.

Αλλά τότε, αφού μιλάμε για χρονικό διάστημα, θα ήταν συνεπέστερο να γράφαμε:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Όπου  $\Delta W$ , το έργο που παράγεται σε χρονικό διάστημα  $\Delta t$ .

Αλλά τότε θα μπορούσαμε να ορίσουμε την ισχύ, ως **το ρυθμό** με τον οποίο η μηχανή (ή η δύναμη) παράγει έργο.

Το σημείο που πρέπει να τονισθεί στο σημείο αυτό, είναι ότι η ισχύς (όπως και η ταχύτητα, η επιτάχυνση, η δύναμη...) είναι στιγμιαίο μέγεθος. Ορίζεται δηλαδή και παίρνει κάποια τιμή κάθε χρονική στιγμή. Αλλά όπως και στην ταχύτητα, έχουμε ορίσει μέση και στιγμιαία ταχύτητα, αντίστοιχα και εδώ μπορούμε να ορίσουμε **μέση και στιγμιαία ισχύ**. Ας το δούμε:

Για να υπολογίσουμε την ισχύ, χρειαζόμαστε ένα ορισμένο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ , εντός του οποίου παράγεται κάποιο έργο  $\Delta W$ .

A) Έστω ότι υπολογίσαμε το έργο μιας δύναμης από τη στιγμή  $t_1=2s$  μέχρι τη στιγμή  $t_2=4s$  και βρήκαμε

$$\Delta W=200J. \text{ Η ισχύς θα είναι } P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{200J}{2s} = 100W. \text{ Τι ισχύς είναι η παραπάνω; Αυτό που υπολο-}$$

γίσαμε είναι **η μέση ισχύς**, αφού στη διάρκεια του χρονικού διαστήματος από 2s-4s μπορούν να συμβούν διάφορα που να αυξήσουν ή να μειώσουν την τιμή της ισχύος. Πόση είναι η ισχύς τη στιγμή  $t'=3s$ ; Δεν ξέρουμε. Ξέρουμε μόνο τη μέση τιμή της από τη στιγμή  $t_1=2s$  έως τη στιγμή  $t_2=4s$ .

B) Έστω ότι υπολογίσαμε το έργο μιας δύναμης από τη στιγμή  $t_1=2,9999s$  μέχρι τη στιγμή  $t_2=3,0001s$  και

$$\text{βρήκαμε } \Delta W=0,2J. \text{ Η ισχύς θα είναι } P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{0,2J}{0,0002s} = 1.000W. \text{ Τι ισχύς είναι η παραπάνω; Αυ-}$$

τό που υπολογίσαμε είναι **η μέση ισχύς**, στο παραπάνω χρονικό διάστημα. Πόση είναι η ισχύς τη στιγμή  $t'=3s$ ; Επειδή το παραπάνω χρονικό διάστημα είναι απειροελάχιστο, μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι στη διάρκεια του χρονικού αυτού διαστήματος «δεν προλαβαίνει να μεταβληθεί» η ισχύς, οπότε λέμε ότι τη στιγμή  $t=3s$ , **η στιγμιαία ισχύς** είναι  $P=1.000W$ .

Αλλά και στην περίπτωση μιας δύναμης (σταθερής ή όχι) η **στιγμιαία** ισχύς θα είναι:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta x \cdot \sigma \upsilon \nu \alpha}{\Delta t} = F \cdot v \cdot \sigma \upsilon \nu \alpha$$

Όπου  $\Delta x/\Delta t=v$  (η **στιγμιαία** ταχύτητα) και  $\alpha$  η γωνία που σχηματίζει η δύναμη με την ταχύτητα.

- 1) Συνήθως έργο παράγεται από κάποια μηχανή. Τι σημαίνει ότι η ισχύς της μηχανής του αυτοκινήτου, το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα, είναι ίση με 60kW;

Σημαίνει ότι η μηχανή παράγει έργο 60kJ (60.000J) σε κάθε δευτερόλεπτο.

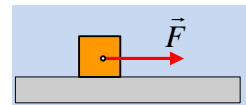
- i) Πόσο έργο παράγει η μηχανή αυτού του αυτοκινήτου σε χρονικό διάστημα  $\Delta t=20s$ ;

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \rightarrow \Delta W = P\Delta t = 60.000W \cdot 20s = 12 \cdot 10^5 J$$

- ii) Πόσο χρόνο πρέπει να κινηθεί το αυτοκίνητο με την παραπάνω ταχύτητα, ώστε η μηχανή του να παράγει έργο  $12 \cdot 10^6 J$ ;

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta W}{P} = \frac{12 \cdot 10^6 J}{6 \cdot 10^4 W} = 200s$$

- 2) Ένα σώμα μάζας  $M=2kg$  ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή  $t=0$  ασκείται πάνω του μια σταθερή οριζόντια δύναμη  $F=8N$ , μέχρι τη στιγμή  $t=3s$ .



- i) Η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα είναι ίση  $a = \frac{F}{M} = 4m/s^2$  και το σώμα

αποκτά ταχύτητα  $v = at = 12m/s$  ενώ μετατοπίζεται κατά  $x = \frac{1}{2}at^2 = 18m$  στα 3s.

- ii) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $F$ , καθώς και την τελική κινητική ενέργεια του σώματος.

$$W = F \cdot x \cdot \cos\alpha = 8 \cdot 18 \cdot 1J = 144J$$

$$K_{\text{τελ}} = \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 12^2 J = 144J$$

- iii) Πόση είναι η μέση ισχύς της δύναμης για το χρονικό διάστημα 0-3s;

$$P_{\mu} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{W}{t} = \frac{144J}{3s} = 48W$$

- iv) Να υπολογίσετε τον (μέσο) ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος από 0-3s.

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}}}{t - 0} = \frac{144J}{3s} = 48W$$

- v) Να υπολογίσετε τη στιγμιαία ισχύ της δύναμης τις χρονικές στιγμές:

$$\alpha) t_1=1s \quad \beta) t_2=2s \quad \gamma) t_3=3s.$$

α) τη στιγμή  $t_1=1s$  το σώμα έχει ταχύτητα  $v_1=at_1$  και η στιγμιαία ισχύς της δύναμης είναι:

$$P_1 = F \cdot v_1 \cdot \cos\theta = F \cdot at_1 = 8 \cdot 4 \cdot 1W = 32W$$

β) Με τον ίδιο τρόπο:

$$P_2 = F \cdot v_2 \cdot \cos\theta = F \cdot at_2 = 8 \cdot 4 \cdot 2W = 64W$$

γ) και:

$$P_3 = F \cdot v_3 \cdot \cos\theta = F \cdot at_3 = 8 \cdot 4 \cdot 3W = 96W$$

vi) Ποιοι οι αντίστοιχοι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος;

Από το Θ.Μ.Κ.Ε. έχουμε ότι  $\Delta K = W_{ολ}$ , από όπου παίρνουμε:

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = P_F = F \cdot v \cdot \cos 0^\circ = F \cdot v$$

Οπότε:

$$\left( \frac{\Delta K}{\Delta t} \right)_1 = F \cdot v_1 = 8 \cdot 4 \text{ J/s} = 32 \text{ J/s}$$

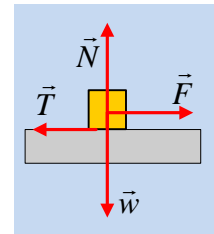
$$\left( \frac{\Delta K}{\Delta t} \right)_2 = F \cdot v_2 = 8 \cdot 8 \text{ J/s} = 64 \text{ J/s}$$

$$\left( \frac{\Delta K}{\Delta t} \right)_3 = F \cdot v_3 = 8 \cdot 12 \text{ J/s} = 96 \text{ J/s}$$

3) Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση οριζόντιας δύναμης μέτρου  $F=10\text{N}$ , ενώ δέχεται και δύναμη τριβής ολίσθησης  $T=8\text{N}$ . Σε μια στιγμή έχει ταχύτητα  $v=2\text{m/s}$ .

Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:

- Η ισχύς της δύναμης.
- Η ισχύς της τριβής.
- Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος.



$$P_F = F \cdot v = 10\text{N} \cdot 2\text{m/s} = 20\text{W}$$

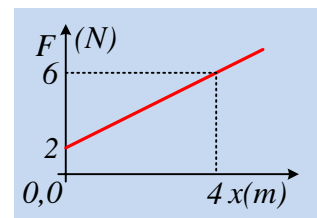
$$P_T = T \cdot v \cdot \cos 180^\circ = -T \cdot v = -16\text{W}$$

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{(\Sigma F) \Delta x \cdot \cos 0^\circ}{\Delta t} = (\Sigma F) \cdot v = 2 \cdot 2 \text{ J/s} = 4 \text{ J/s}$$

Να συμπληρωθούν τα κενά στο παρακάτω κείμενο:

Την παραπάνω στιγμή, ενέργεια στο σώμα προσφέρει η δύναμη  $F$  με ρυθμό  $20\text{J/s}$  ενώ αφαιρεί ενέργεια η τριβή με ρυθμό  $16\text{J/s}$ . Συνεπώς η κινητική ενέργεια του σώματος μεταβάλλεται (αυξάνεται) με ρυθμό  $4\text{J/s}$ .

4) Ένα σώμα μάζας  $2\text{kg}$  βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μεταβλητής οριζόντιας δύναμης  $F$ , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται με την μετατόπιση, όπως στο σχήμα, όπου τη στιγμή  $t_1=2\text{s}$  το σώμα έχει μετατοπισθεί κατά  $4\text{m}$ .



- Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης για μετατόπιση  $4\text{m}$ .
- Πόση είναι αντίστοιχα η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή  $t_1$ ;
- Να βρεθεί η μέση ισχύς της δύναμης από  $0-2\text{s}$ .
- Να υπολογιστεί ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης, τη στιγμή  $t_1$ .

- v) Ποιος ο μέσος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος από 0-2s και ποιος ο αντίστοιχος στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής της κινητικής του ενέργειας τη χρονική στιγμή  $t_1=2s$ ;

### Απάντηση:

- i) Το έργο της δύναμης είναι ίσο με το εμβαδόν του σχηματιζόμενου τραπεζίου:

$$W_F = \frac{2+6}{2} \cdot 4J = 16J$$

- ii) Με εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε. παίρνουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F + W_w + W_N \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} M v^2 - 0 = W_F \rightarrow v = \sqrt{\frac{2W_F}{M}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 16}{2}} \text{ m/s} = 4 \text{ m/s}$$

- iii) Η μέση ισχύς της δύναμης είναι:

$$P_{\mu} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{W}{t} = \frac{16J}{2s} = 8W$$

- iv) Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης, είναι ίσος με την ισχύ της δύναμης:

$$P = F \cdot v = 6 \cdot 4W = 24W$$

Συνεπώς ο ζητούμενος ρυθμός είναι ίσος με 24J/s.

- v) Για τον μέσο ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας από 0-2s έχουμε:

$$\left( \frac{\Delta K}{\Delta t} \right)_{\mu} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{16J}{2s} = 8J/s$$

Ίσος με τη μέση ισχύ της δύναμης που υπολογίστηκε παραπάνω.

Τη στιγμή  $t_1$  ο στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος είναι:

$$\left( \frac{\Delta K}{\Delta t} \right)_1 = F \cdot v_1 = 6 \cdot 4J/s = 24J/s$$

Ίσος με την αντίστοιχη στιγμιαία ισχύ της δύναμης.

[dmargaris@sch.gr](mailto:dmargaris@sch.gr)