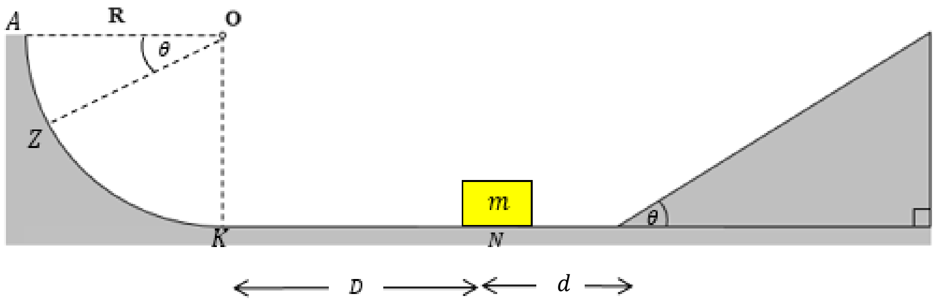
ΑΣΚΗΣΗ ΟΡΜΗΣ



Ένα σώμα μάζας m=3kg,που βρίσκεται σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί, απέχοντας απόσταση D=4m από το K και d=1m από βάση κεκλιμένου επίπεδου , εκρήγνυται και διασπάται σε δύο κομμάτια με μάζες m_1=m/3 και m_2=2m/3 αντίστοιχα. Τα δύο σώματα εμφανίζουν τριβή με το δάπεδο, με συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,45. Το σώμα (1) εισέρχεται σε λείο κατακόρυφο τεταρτοκύκλιο, όπου φτάνοντας στην κορυφή του (Α) στιγμιαία ακινητοποιείται. Το σώμα (2) αμέσως μετά την διάσπαση κινείται με ταχύτητα μέτρου u_2=5m/s και εισέρχεται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας θ=π/6 rad και μήκους S=1,2m. Όταν φτάνει στο ανώτερο σημείο πραγματοποιείται πλαστική κρούση με σφαίρα μάζας $m_{σφ}$=0,2kg και ταχύτητας μέτρου U=130m/s η οποία κατευθύνεται παράλληλα στο κεκλιμένο επίπεδο.

Να βρεθεί:

1) Πόση είναι η ενέργεια που απελευθερώθηκε κατά την έκρηξη.

2) Η ακτίνα του τεταρτοκυκλίου.

3) Η δύναμη που δέχεται από το δάπεδο καθώς και το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος (1), στο σημείο Z την δεύτερη φορά που διέρχεται από αυτό, όπου σχηματίζει γωνία θ με τον οριζόντιο άξονα (ΟΑ).

4) Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος (2) από την στιγμή που εισέρχεται στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι την στιγμή που εξέρχεται.

Θεωρήστε τις αντιστάσεις του αέρα αμελητέες.

Δίνεται επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$

Δίνεται $\sqrt{112}$=10,5

Κορογιάννος Ι.

<u>ΛΥΣΗ ΤΗΣ ΑΣΚΗΣΗΣ</u>

1)

Αρχικά η ενέργεια που απελευθερώνεται κατά την έκρηξη είναι η ενέργεια που έχουν τα σώματα μετά την έκρηξη μείον αυτή που είχαν πριν την έκρηξη.
Η ενέργειες των σωμάτων είναι το άθροισμα την δυναμικής βαρυτικής ενέργειας και της κινητικής τους. Όμως λόγω ότι η διάσπαση πραγματοποιείται σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα , τα σώματα δεν "προλαβαίνουν" να αλλάξουν επίπεδο. Επίσης, επειδή αρχικά το σώμα είναι ακίνητο η ενέργεια του σώματος είναι μηδέν. (ορίζοντας πάντα ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το επίπεδο που βρίσκεται το σώμα)

Την ταχύτητα στο Ν για το σώμα (1) θα την υπολογίσουμε με την βοήθεια της Α.Δ.Ο. (Αρχή Διατήρησης της Ορμής).

Συγκεκριμένα για το μονωμένο σύστημα των σωμάτων (1), (2).

Από Α.Δ.Ο. έχουμε:

$$\Delta\vec{P} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \Rightarrow 0 = m_1 \cdot u_1 - m_2 \cdot u_2 \Rightarrow \frac{m}{3} \cdot u_2 = \frac{2m}{3} \cdot u_1 \Rightarrow$$
$$u_2 = 2 \cdot u_1 \Rightarrow u_2 = 10\frac{m}{s}$$

Άρα έχουμε:

$$E = E_{\mu\varepsilon\tau\alpha} - E_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot {u_1}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot {u_2}^2 - 0 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 100 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 25 \Rightarrow$$
$$E = 75\,J$$

2)

Για να υπολογίσουμε την ακτίνα πρέπει να υπολογίσουμε την ταχύτητα στο σημείο Ν έπειτα με ενεργειακά εργαλεία στο Κ και τέλος χρησιμοποιώντας την ακινητοποίηση στο Α να βρούμε την ακτίνα R.

Αφού βρήκαμε την αρχική ταχύτητα του (1) στο Ν μπορούμε εφαρμόζοντας Θ.Μ.Κ.Ε. να βρούμε την ταχύτητα στο Κ.

Θ.Μ.Κ.Ε.$^{N\to K}$:

$$K_K - K_N = W_T + W_N + W_W \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot m_1 \cdot {u_K}^2 - \frac{1}{2}\cdot m_1 \cdot {u_N}^2 = -T \cdot D$$
$$= -m_1 \cdot g \cdot 2\mu \cdot D \Rightarrow u_K = \sqrt{{u_N}^2 - 2\mu \cdot g \cdot D} = \sqrt{64} \Rightarrow u_K = 8\frac{m}{s}$$

Το κατακόρυφο τεταρτοκύκλιο είναι λείο (δεν ασκούνται τριβές), άρα εύκολα από Α.Δ.Μ.Ε. υπολογίζουμε την ακτίνα.

Ορίζοντας επίπεδο μηδενικής δυναμικής βαρυτικής ενέργειας το Κ.

Α.Δ.Μ.Ε.$^{K\to A}$

$$EMHX_A = EMHX_K \Rightarrow K_A + U_A = K_K + U_K \Rightarrow 0 + m \cdot g \cdot R = \frac{1}{2}\cdot m \cdot {u_K}^2 + 0$$
$$\Rightarrow R = \frac{{u_K}^2}{2g} = \frac{64}{20} \Rightarrow R = 3{,}2m$$

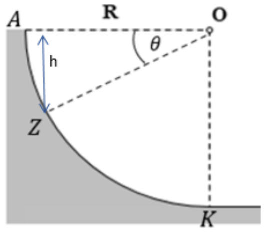
3)
Για να βρούμε την δύναμη που δέχεται από το δάπεδο το σώμα στο σημείο Ζ θα χρειαστούμε τον τύπο της κεντρομόλου. Άρα θα αναλύσουμε το βάρος σε συνιστώσες στους άξονες (άξονας χ: ο εφαπτόμενος στην γραμμική ταχύτητα, άξονας y: η επιβατική ακτίνα) προκειμένου να βρούμε τις δυνάμεις που βρίσκονται πάνω στην επιβατική ακτίνα και θα βρούμε και την ταχύτητα στο σημείο αυτό.

Η ταχύτητα στο Ζ μπορεί να βρεθεί, είτε εφαρμόζοντας κάποιο ενεργειακό θεώρημα από το Κ στο Ζ μιας και ασκείται μόνο η συντηρητική δύναμη του βάρους και η κάθετη αντίδραση του εδάφους Ν (όπου έχει έργο μηδέν γιατί κάθε στιγμή είναι κάθετη στην μετατόπιση) ή από το Α στο Ζ με την ίδια διαδικασία.

Εμείς θα πάρουμε Α.Δ.Μ.Ε. από το Α στο Ζ.

Αφού πρώτα υπολογίσουμε την υψομετρική διαφορά ΑΖ.

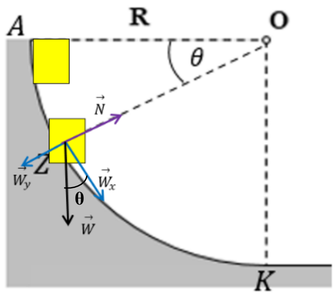
Με την βοήθεια της τριγωνομετρίας:



$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{h}{R} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{3,2} \Rightarrow \ h = 1,6m$$

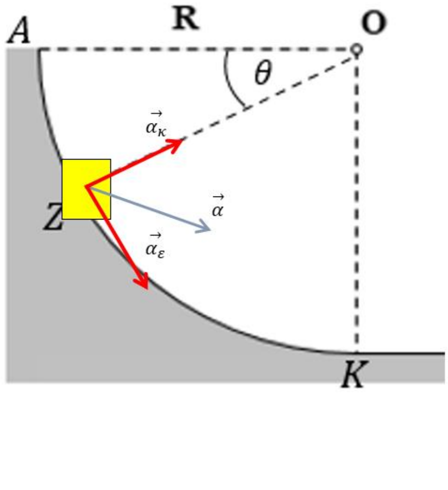
Α.Δ.Μ.Ε.$^{A\to Z}$:

$$K_A + U_A = K_Z + U_Z \Rightarrow \ 0 + m_1 \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot {u_Z}^2 + 0 \ \Rightarrow \ u_Z = \sqrt{2gh} \ \Rightarrow \ u_Z = \sqrt{32} \Rightarrow u_Z = 4 \cdot \sqrt{2}\ \frac{m}{s}$$



$$\vec{F_K} = m \cdot \vec{\alpha_K} \ \Rightarrow \ N - W_y = m \cdot \frac{{u_Z}^2}{R} \ \Rightarrow \ N = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot g + \frac{{u_Z}^2}{R} = \frac{1}{2} \cdot 10 + 10 \Rightarrow N = 15\ N$$

Η επιτάχυνση του σώματος στην θέση Ζ είναι η συνισταμένη της επιτρόχιου και της κεντρομόλου όπου είναι κάθετες.



Κεντρομόλος:

$$\alpha_K = \frac{{u_Z}^2}{R} = \frac{32}{3.2} \Rightarrow \alpha_K = 10\frac{m}{s^2}$$

Επιτρόχιος:

$$\sum\vec{F_X} = m_1 \cdot \alpha_\varepsilon \Rightarrow \ W_X = m_1 \cdot \alpha_\varepsilon \Rightarrow \ m_1 \cdot g \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = m_1 \cdot \alpha_\varepsilon \Rightarrow \ \alpha_\varepsilon = 5 \cdot \sqrt{3}\frac{m}{s^2}$$

Άρα η επιτάχυνση είναι η σύνθεση των διανυσμάτων: $\vec{\alpha_Z} = \vec{\alpha_\kappa} + \vec{\alpha_\varepsilon}$

Το μέτρο τους ,επειδή είναι κάθετα μεταξύ τους, θα υπολογιστεί από τον κανόνα του παραλληλογράμμου.

$$\alpha = \sqrt{{\alpha_\kappa}^2 + {\alpha_\varepsilon}^2} = \sqrt{100 + 75} \Rightarrow$$
$$a = 5 \cdot \sqrt{7}\ \frac{m}{s^2}$$

4)
Για να υπολογίσουμε το μέτρο της μεταβολής της ορμής το μόνο που χρειάζεται να υπολογίσουμε είναι οι ταχύτητες όταν το σώμα εισέρχεται στο κεκλιμένο και όταν εξέρχεται με την μορφή συσσωματώματος.

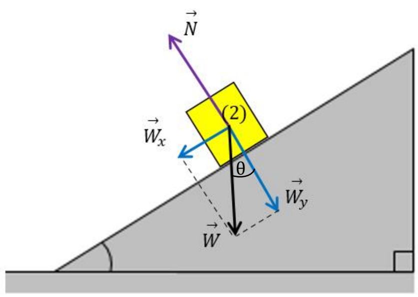
Για την ταχύτητα όταν εισέρχεται θα δουλέψουμε ακριβώς όπως κάναμε και με το σώμα (1).

Άρα Θ.Μ.Κ.Ε. από το Ν στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου Λ.

Θ.Μ.Κ.Ε.$^{N\text{->}\Lambda}$:

$$K_\Lambda - K_N = W_T \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot {u_\Lambda}^2 - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot {u_N}^2 = -\mu \cdot m_2 \cdot g \cdot d \Rightarrow {u_\Lambda}^2 = {u_N}^2 - \mu \cdot g \cdot 2 \cdot d = 25 - 0{,}45 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 1 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow$$
$$u_\Lambda = 4\ \frac{m}{s}$$

Αφού υπολογίσαμε την ταχύτητα στην βάση με ένα Θ.Μ.Κ.Ε. μπορούμε να την υπολογίσουμε στο ανώτερο σημείο Ε.

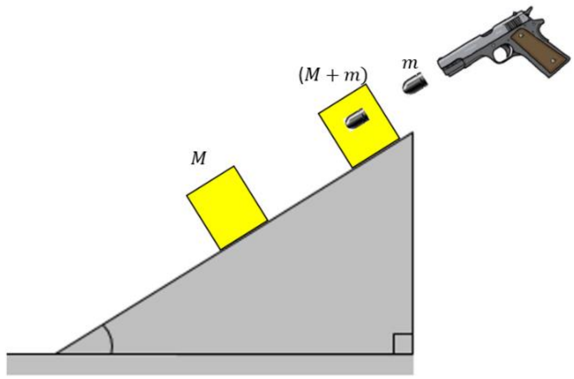


Θ.Μ.Κ.Ε.$^{\Lambda\text{->}E}$:

$$K_E - K_\Lambda = W_{W_X} \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 \cdot {u_E}^2 - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot {u_\Lambda}^2 = -m_2 \cdot g \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot S \Rightarrow \cdots$$
$$\Rightarrow u_E = 2\ \frac{m}{s}$$

Μετά γίνεται πλαστική κρούση και η ταχύτητα του συσσωματώματος υπολογίζεται από την Α.Δ.Ο.

$$\Delta\vec{P} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \Rightarrow m_2 . u_E - m_{\sigma\varphi} \cdot U = M \cdot u_{E'} \Rightarrow \cdots \Rightarrow u_{E'} = -10\ \frac{m}{s}$$

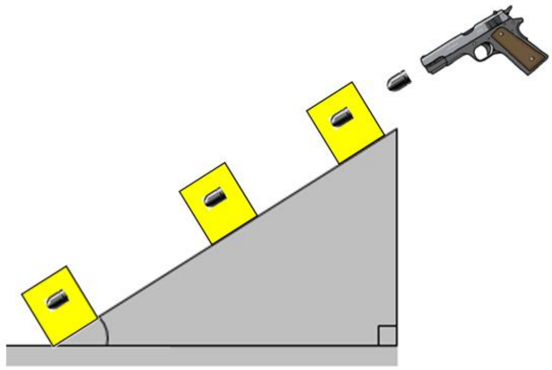


Όπου το μείον δηλώνει πως θα "κατηφορίσει" .

Ένα ακόμη Θ.Μ.Κ.Ε. από το Ε ξανά στην βάση Λ αλλά αυτή τη φορά ως συσσωμάτωμα.

Θ.Μ.Κ.Ε.$^{E \to \Lambda}$

$$K_\Lambda - K_E = W_{W_X} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot M \cdot V^2 - \frac{1}{2} \cdot M \cdot {u_{E'}}^2 = M \cdot g \cdot sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot S \Rightarrow V = \sqrt{{u_{E'}}^2 + g \cdot S} = \sqrt{112} \Rightarrow V = 10{,}5\ \frac{m}{s}$$



Αφού έχουμε βρει τις ταχύτητες βρίσκουμε τα μέτρα των ορμών και τα προσθέτουμε.

$$P_{APX} = m_2 \cdot u_\Lambda \Rightarrow \; P_{APX} = 8\, kg \frac{m}{s}$$

$$P_{TE\Lambda} = m_2 \cdot V \Rightarrow \; P_{TE\Lambda} = 21\, kg \frac{m}{s}$$

$$\Delta\vec{P} = \vec{P}_{TE\Lambda} - \vec{P}_{APX} = \vec{P}_{TE\Lambda} + \left(-\vec{P}_{APX}\right) \Rightarrow$$

$$|\Delta P| = |P_{TE\Lambda}| + |P_{APX}| = 21 + 8 \;\Rightarrow$$

$$|\Delta P| = 29\, kg \frac{m}{s}$$