ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ Γ΄ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ (2)

ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2021

ΘΕΜΑ Α

(Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής.Μία απάντηση σωστή)

Α1.Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με ίδιο πλάτος Α, ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο, με συχνότητες f_1 και f_2 , που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Τότε:

α. η μέγιστη τιμή του πλάτους είναι Α.

β. η συχνότητα ταλάντωσης είναι $|f_1 - f_2|$

γ. η περίοδος ταλάντωσης είναι $\dfrac{2}{f_1 + f_2}$

δ. το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. (μονάδες 5)

Α2.Ένα σώμα προσδεμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k, εκτελεί στον οριζόντιο άξονα x΄x γραμμική ταλάντωση. Στο σώμα εκτός της ελαστικής δύναμης του ελατηρίου, $F_{ελ}$, επενεργεί και δύναμη αντίστασης της μορφής $F_{αν} = -b\cdot υ$, με b σταθερό. Η επιτάχυνση του σώματος μηδενίζεται

α. στις ακραίες θέσεις.

β. στη θέση x=0.

γ. σε θέση x, για την οποία ισχύει $0<x<A$ ή $-A<x<0$.

δ. κάθε φορά που μηδενίζεται η δύναμη αντίστασης. (μονάδες 5)

Α3.Ένα σύστημα με ιδιοσυχνότητα 10Hz εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα 50Hz. Αν ελαττώσουμε την περίοδο του διεγέρτη και συγχρόνως αυξήσουμε τη σταθερά απόσβεσης b τότε το πλάτος της ταλάντωσης θα :

α. παραμείνει σταθερό.

β. αυξηθεί.

γ. ελαττωθεί.

δ. αρχικά θα αυξηθεί και στη συνέχεια θα ελαττωθεί. (μονάδες 5)

Α4.Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο. Οι δύο ταλαντώσεις έχουν ίδιο πλάτος Α και συχνότητες f_1 και f_2 που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Το πλάτος της κίνησης που εκτελεί το σώμα ισούται με:

α. $2A\left|\sigma\upsilon\nu(f_1-f_2)\pi t\right|$

β. $2A\left|\sigma\upsilon\nu(f_1-f_2)t\right|$

γ. $2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{f_1-f_2}{2}t\right|$

δ. $2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{f_1-f_2}{2}\pi t\right|$

(μονάδες 5)

Α.5.*Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη Σωστό,για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη Λάθος για τη λανθασμένη.*

α.Στα αμορτισέρ του αυτοκινήτου και σε ένα εκκρεμές ρολόι είναι επιθυμητή η μεγάλη απόσβεση

β. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση, το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται με το χρόνο.

γ.Η κίνηση ενός σώματος που εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιου πλάτους, ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο, με συχνότητες που διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, είναι απλή αρμονική ταλάντωση

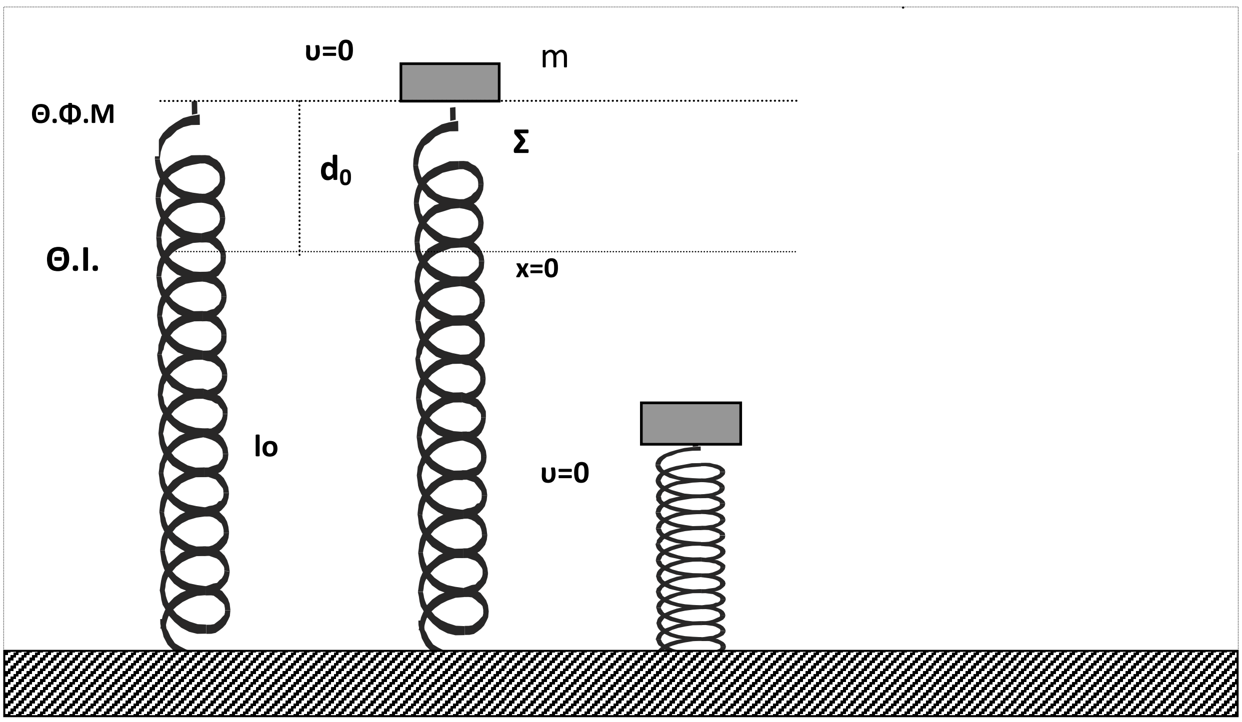
δ.σε ακραίες περιπτώσεις, στις οποίες η σταθερά απόσβεσης παίρνει πολύ μικρές τιμές, η κίνηση γίνεται απεριοδική.

ε. Κατά το συντονισμό η ενέργεια μεταφέρεται στο σύστημα κατά το βέλτιστο τρόπο και γι' αυτό το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο.

(μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Β

Β1.Ιδανικό ελατήριο σταθεράς **k** είναι κατακόρυφο και το ένα του άκρο είναι στερεωμένο σε



οριζόντιο δάπεδο.Στο πάνω ελεύθερο άκρο του στερεώνουμε και αφήνουμε να κινηθεί χωρίς αρχική ταχύτητα, ένα σώμα μάζας **m.** Αφού το σώμα αυτό ηρεμήσει στιγμιαία στην κατώτερη θέση της διαδρομής του, επανέρχεται προς την αρχική του θέση όπου αφέθηκε αρχικά να κινηθεί .Τη στιγμή που διέρχεται από την θέση **Δ** διασπάται σε δύο τμήματα $\mathbf{\Sigma_1}$ και $\mathbf{\Sigma_2}$ ίσων μαζών, από το οποία το ένα παραμένει στερεωμένο στο άκρο του ελατηρίου και ακινητοποιείται οριστικά στη θέση **Δ** και το δεύτερο τμήμα κινείται προς τα πάνω φτάνοντας σε μέγιστο ύψος **h** από τη θέση όπου συνέβη η έκρηξη. Το μέγιστο ύψος στο οποίο φτάνει το σώμα $\mathbf{\Sigma_2}$ μετά την έγκριση είναι.

α. $\frac{3mg}{8K}$ **β.** $\frac{3mg}{K}$ **γ.** $\frac{3mg}{2K}$

Ι.Να επιλέξετε την σωστή πρόταση **(μονάδες 2)**
ΙΙ.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας **(μονάδες 7)**

Β2.Ένα σώμα δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς **k** πραγματοποιεί φθίνουσα μηχανική ταλάντωση υπό την επίδραση του βάρους του, της δύναμης που του ασκεί το ελατήριο και μιας δύναμης η οποία έχει την διεύθυνση της ταχύτητας και αλγεβρική τιμή $\mathbf{F_{αντίστασης} = -bυ}$. Το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης είναι ίσο με $\mathbf{A_0}$ και η ενέργεια ταλάντωσης $\mathbf{E_0}$.Τη χρονική στιγμή t_0**=0** αρχίζει η ταλάντωση του σώματος από την ακραία θέση μέγιστης θετικής απομάκρυνσης. Τη στιγμή t_1 κατά την οποία μηδενίζεται για δεύτερη φορά ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας ταλάντωσης, το κλάσμα της αρχικής ενέργειας ταλάντωσης $\mathbf{E_0}$ που μετατράπηκε σε θερμότητα είναι ίσο με (λ). Όταν θα έχουν πραγματοποιηθεί Ν πλήρεις ταλαντώσεις από την έναρξη της ταλάντωσης ή ενέργεια που θα έχει απομείνει στο ταλαντευόμενο σύστημα,Είναι :

α. $\lambda N E_0$ β.$(1-\lambda^N)E_0$ γ. $(1-\lambda)^N E_0$

Ι.Να επιλέξετε την σωστή πρόταση **(μονάδες 2)**

ΙΙ.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας **(μονάδες 8)**

Β3.Ένα υλικό σημείο πραγματοποιεί συγχρόνως δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις $\mathbf{x_1 = A_1\, ημ(ωt)}$ και $\mathbf{x_2 = A_2\, ημ(ωt+π)}$. Ως αποτέλεσμα της συμμετοχής του σε αυτές τις δύο ταλαντώσεις ,το σώμα ,πραγματοποιεί μία σύνθετη κίνηση η οποία είναι επίσης απλή αρμονική ταλάντωση. Κάποια χρονική στιγμή $\mathbf{t_1}$ η απομάκρυνση του σώματος εξαιτίας της ταλάντωσης με πλάτος $\mathbf{A_1}$ είναι $\mathbf{x_1} = \frac{A_1}{5}$.Τη στιγμή αυτή ο λόγος της κινητικής ενέργειας του σώματος, προς την ενέργεια ταλάντωσης $\frac{\mathbf{K}}{\mathbf{E_{Ταλ}}}$, έχει τιμή:

α. $\frac{24}{25}$ β. $\frac{1}{25}$ γ. $\frac{1}{5}$

Ι.Να επιλέξετε την σωστή πρόταση **(μονάδες 2)**

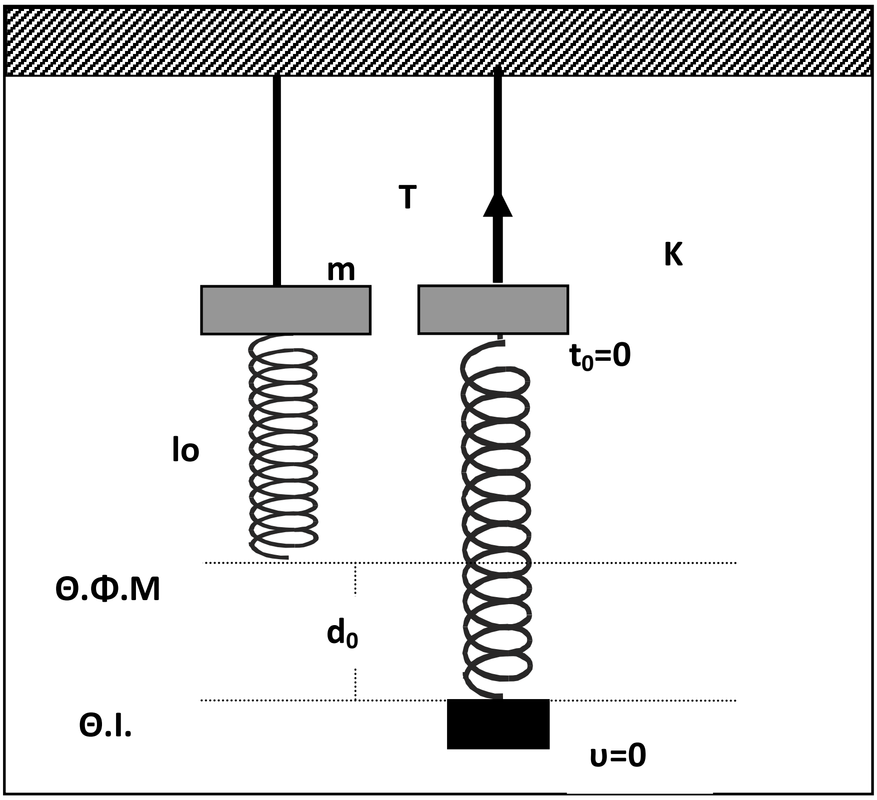
ΙΙ.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας **(μονάδες 8)**

ΘΕΜΑ Γ

Σώμα $Σ_1$ μάζας $\mathbf{m_1 = 2\ Kg}$ είναι δεμένο στο άκρο αβαρούς μη έκτακτου νήματος ,το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε οροφή. Στο κάτω μέρος του σώματος αυτού είναι στερεωμένο το πάνω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς **k= 100 N/m** στο άλλο άκρο του οποίου είναι επίσης στερεωμένο ένα δεύτερο σώμα $\mathbf{Σ_2}$ μάζας $\mathbf{m_2 = 1kg.}$ Το όλο σύστημα ισορροπεί. Κάποια στιγμή ασκούμε στο σώμα $\mathbf{Σ_2}$ σταθερή κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ μέτρου **20 N** για διάστημα **S= 0,1 m** και στη συνέχεια αποσύρεται η δύναμη αυτή.Το σώμα $\mathbf{Σ_1}$ τίθεται σε απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά **D=k** .Ζητούνται :

Γ1.Να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης -χρόνου για το σώμα $\mathbf{Σ_2}$ αν ως **t = 0** ληφθεί η στιγμή στην οποία αποσύρθηκε η δύναμη $\vec{F}$. **(μονάδες 6)**

Γ2.Να γραφεί η έκφραση που δίνει το μέτρο της τάσης (Τ) του νήματος που ασκείται στο σώμα $\mathbf{Σ_1}$ σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος $\mathbf{Σ_2}$ από τη θέση ισορροπίας του **(μονάδες 6)**



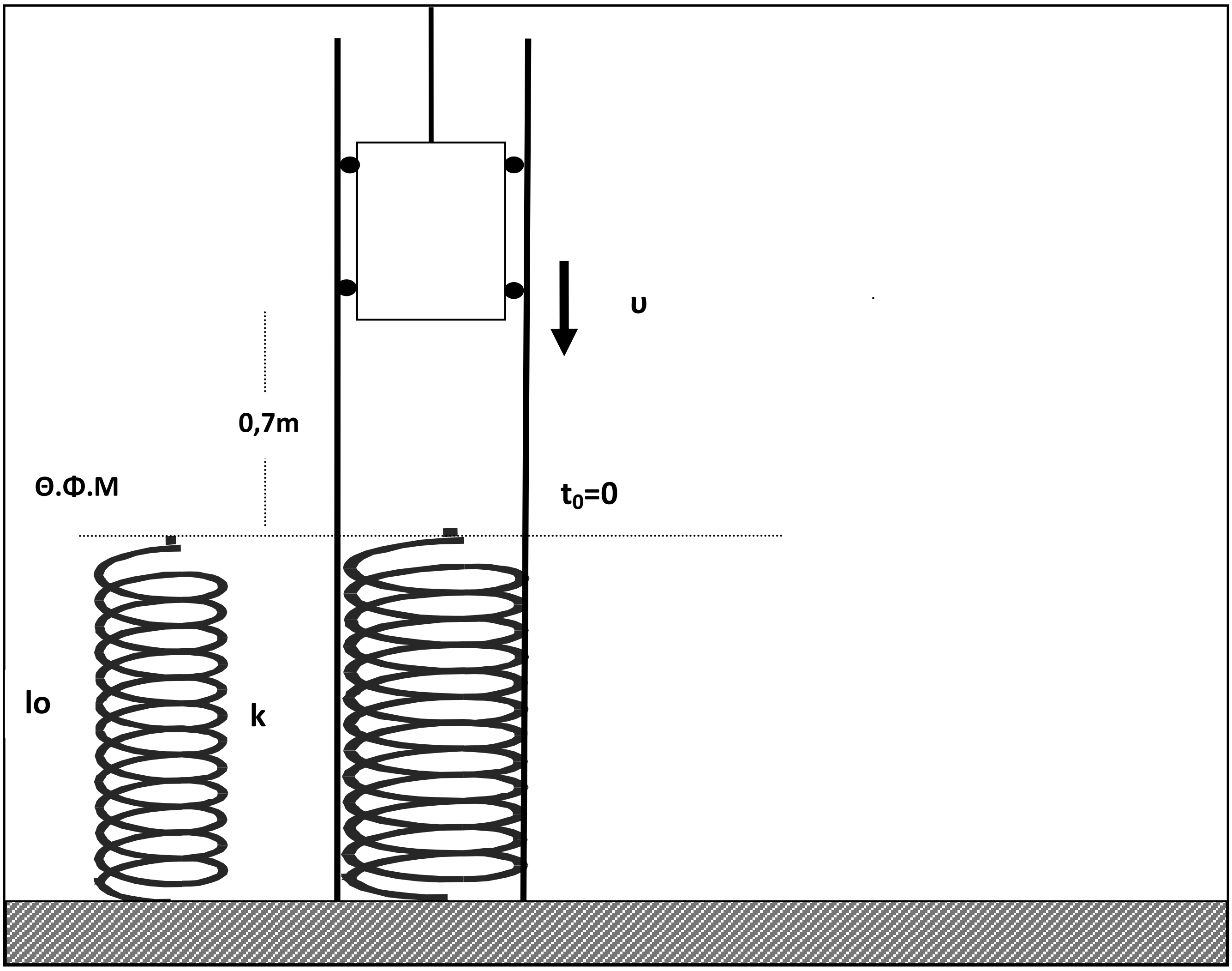
Γ3. Τη χρονική στιγμή $t = \frac{2\pi}{15}$ s , ένα σώμα μάζας $\mathbf{Σ_3}$, $\mathbf{m_3 = 1\ kg}$ το οποίο κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα μάζας $\mathbf{Σ_2}$ Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα πραγματοποιεί απλή -αρμονική ταλάντωση με σταθερά **D=k** και η ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος μετά την κρούση είναι **τετραπλάσια** από αυτήν που είχε η ταλάντωση την οποία πραγματοποιούσε το σώμα $\mathbf{Σ_2}$ πριν την κρούση. Να βρείτε την κινητική ενέργεια που είχε το σώμα $\mathbf{Σ_3}$ ελάχιστα πριν την κρούση .

(μονάδες 6)

Γ4. Αν το όριο θραύσης του νήματος είναι τα **60 N** να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα μετά τον σχηματισμό του θα κινηθεί προς τα πάνω, οριακά θα αποφευχθεί η χαλάρωση του νήματος, και το νήμα θα σπάσει όταν το συσσωμάτωμα κατεβαίνοντας βρεθεί σε κάποια θέση Θ.Να βρεθεί η απόσταση του σημείου Θ που από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. **(μονάδες 7)**

ΘΕΜΑ Δ

Ανελκυστήρας προσώπων έχει μάζα **m = 200Kg** και μεταφέρει **οκτώ** ανθρώπους συνολικής μάζας **600 Kg.** Στη βάση του φρεατίου στο εσωτερικό του οποίου κινείται ο ανελκυστήρας, υπάρχει κατάλληλα προσαρμοσμένο ελατήριο σταθεράς **k= 16.000N/m** , το άλλο άκρο του οποίου βρίσκεται στο ίδιο ύψος με το ισόγειο. Το ελατήριο λειτουργεί προστατευτικά ώστε στην περίπτωση που ο ανελκυστήρας κινηθεί ανεξέλεγκτα να μπορέσει να τον επιβραδύνει.Ο ανελκυστήρας κατέρχεται χωρίς τριβές με σταθερή ταχύτητα **υ=1 m/s** και τη στιγμή που απέ-



χει **0,70m** από το πάνω άκρο του ελατηρίου, το συρματόσχοινο που τον μετακινεί σπάει.

Δίνεται **$g=10m/s^2$**

Δ1.Να βρείτε το πλάτος των ταλαντώσεων που θα εκτελέσουν ο ανελκυστήρες και οι άνθρωποι που βρίσκονται στο εσωτερικό του. Θεωρείστε ότι οι άνθρωποι βρίσκονται σε διαρκή επαφή με το δάπεδο του ανελκυστήρα και ακίνητοι ως προς αυτόν. **(μονάδες 5)**

Δ2.Να γράψετε την εξίσωση ταχύτητας -χρόνου για την κίνηση που πραγματοποιεί το παραπάνω σύστημα μετά την επαφή του με το ελατήριο, αν ως **$t_0=0$** ληφθεί η στιγμή κατά την οποία η βάση του ανελκυστήρα ακουμπά το πάνω άκρο του ελατηρίου. **(μονάδες 4)**

Δ3.Να βρείτε την μαθηματική έκφραση της αλγεβρικής τιμής της δύναμης που δέχεται ένας επιβάτης μάζας **100kg** σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του ανελκυστήρα από τη θέση ισορροπίας του .Για την διευκόλυνση των υπολογισμών αναφορικά με την μέτρηση των αποστάσεων μπορείτε να θεωρήσετε ως υλικό σημείο το σύστημα ανελκυστήρας –επιβάτες.

(μονάδες 5)

Δ4.Να βρείτε τη μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης που θα δεχτεί ο άνθρωπος από τον ανελκυστήρα κατά τη διαδικασία επιβράδυνσης του, αν θεωρήσουμε ότι όταν μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητα του στην κάτω ακραία θέση της ταλάντωσης, ένας μηχανισμός τον ακινητοποιεί οριστικά. **(μονάδες 3)**

Δ5*.Να παραστήσετε γραφικά την αλγεβρική τιμή της δύναμης που δέχεται ο άνθρωπος στον οποίο αναφερθήκαμε στο ερώτημα Δ3 σε συνάρτηση με την μετατόπισή του, από την στιγμή κατά την οποία έσπασε το συρματόσχοινο και μέχρι την ακινητοποίηση του ανελκυστήρα. Στο διάγραμμα να φαίνεται και η τιμή της δύναμης που ασκεί ο ανελκυστήρας στον άνθρωπο όταν αυτός, καθώς κατέρχεται, βρίσκεται ελάχιστα ψηλότερα από την θέση στην οποία σπάει το νήμα.

Δ6.Να βρείτε ποια δύναμη θα έπρεπε να ασκηθεί στο θαλαμίσκο από κάποιον κατάλληλο μηχανισμό προσαρμοσμένο στο όλο σύστημα του ανελκυστήρα, από την στιγμή κατά την οποία το νήμα σπάει, ώστε αυτός να επιβραδυνθεί με σταθερή επιβράδυνση μέτρου **$5\ m/s^2$** μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του . Να βρείτε ποια είναι τώρα η δύναμη που δέχεται ο άνθρωπος από τον ανελκυστήρα κατά τη διαδικασία επιβράδυνσής του.

(μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Α

Α1 - γ

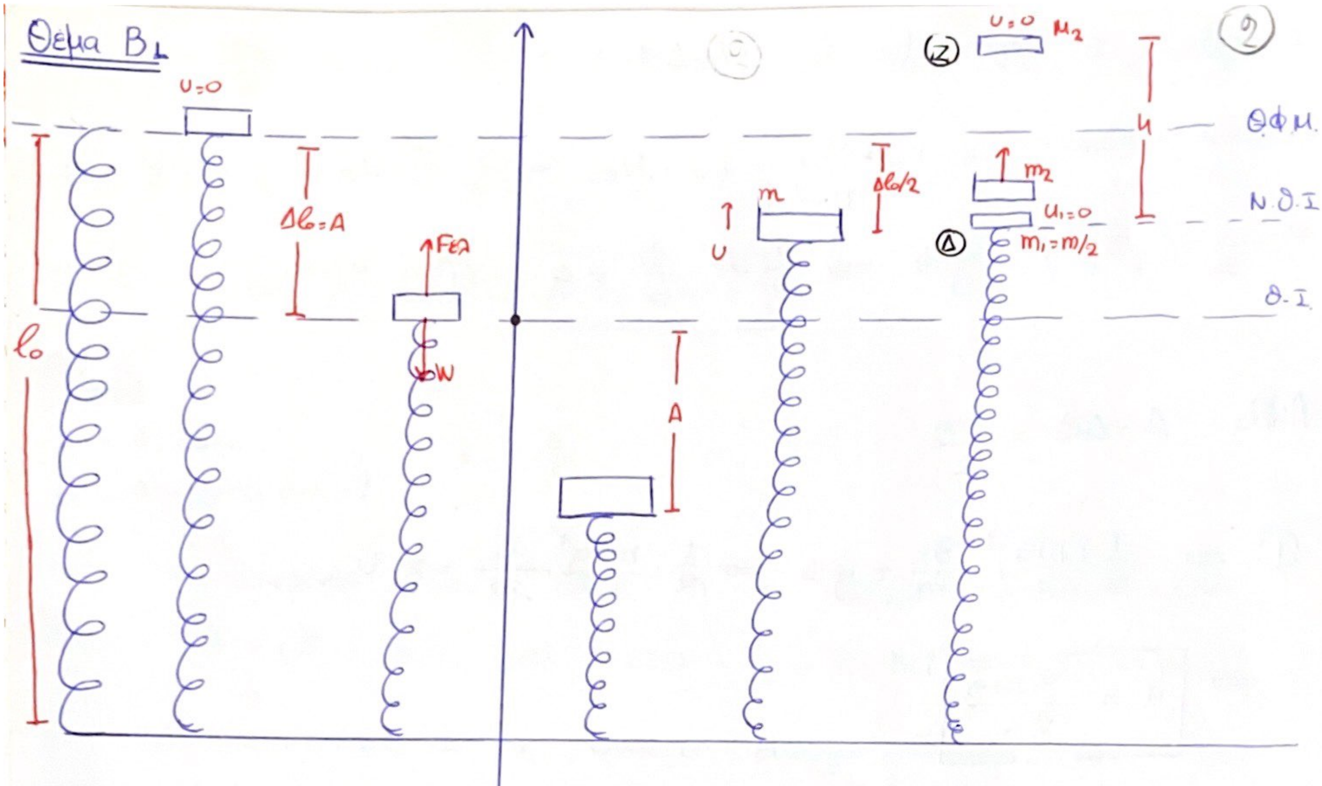
Α2 - γ

Α3 - γ

Α4 - α

Α5 α - Λ
β - Λ
γ - Λ
δ - Λ
ε - Σ

Θεμα Β2



Το σώμα ταλαντώνεται με πλάτος $A = \Delta l_0$.

$$\Theta.I. \quad \Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = w$$

$$K\Delta l_0 = mg \Rightarrow \boxed{\Delta l_0 = \frac{mg}{K}} \quad \text{Άρα} \quad A = \frac{m \cdot g}{K}$$

Το σώμα διασπάται σε δύο τμήματα ίσων μαζών. Επειδή, το τμήμα που παραμένει στερεωμένο ορίζεται στη θέση Δ καταλαβαίνουμε ότι η θέση Δ είναι η θέση ισορροπίας του τμήματος αυτού. Έτσι, έχουμε:

$$x_\Delta = \frac{A}{2}$$

- Υπολογίζουμε την ταχύτητα που έχει το σώμα στη θέση Δ πριν συμβεί η έκρηξη.

$$K + U = E_{\tau\alpha\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}K\left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}KA^2 \Rightarrow mu^2 + \frac{KA^2}{4} = KA^2 \Rightarrow mu^2 = \frac{3}{4}KA^2$$

$$u = \sqrt{\frac{3}{4}\frac{K}{m}A^2} = \frac{A}{2}\sqrt{3\frac{K}{m}}$$

- Υπολογίζουμε την ταχύτητα του τμήματος m_2 πριν την έκρηξη.

Α.Δ.Ο.

$$mu = \frac{m}{2}u_2 + \frac{m}{2}\cdot 0 \Rightarrow u = \frac{u_2}{2} \Leftrightarrow u_2 = 2u = 2\cdot\frac{A}{2}\cdot\sqrt{3\frac{K}{m}} \Rightarrow u_2 = A\sqrt{3\frac{K}{m}}$$

• Υπολογίζουμε το ύψος h με Α.Δ.Μ.Ε.

$$E_{\mu\eta\chi(\Delta)} = E_{\mu\eta\chi(Z)} \Rightarrow K_\Delta + U_{\beta,\Delta} = K_Z + U_{\beta,Z} \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{\cancel{m}}{\cancel{2}}u_\Delta^2 + 0 = 0 + \frac{\cancel{m}}{\cancel{2}} g\, h$$

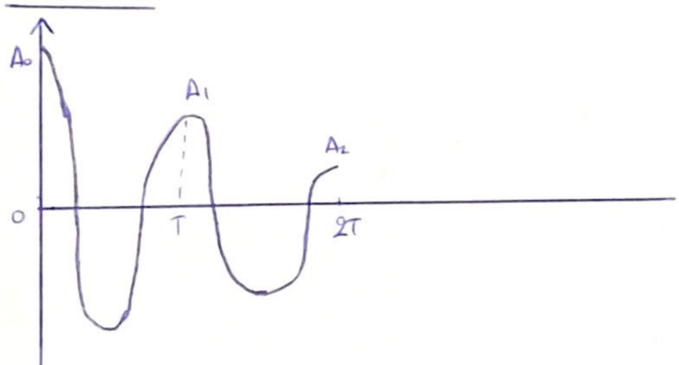
$$\Rightarrow \frac{1}{2}\left(A\sqrt{\frac{3k}{m}}\right)^2 = g\cdot h \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot A^2\cdot\frac{3k}{m} = g\cdot h \quad (1)$$

Αλλά, $A = \Delta\ell_0 = \dfrac{mg}{k}$

$$(1) \Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{mg}{k}\right)^2 \frac{3k}{m} = g\cdot h \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\frac{m^{\cancel{2}}g^{\cancel{2}}}{k^{\cancel{2}}}\cdot\frac{3\cancel{k}}{\cancel{m}} = \cancel{g}\cdot h$$

$$\Rightarrow \boxed{h = \frac{3mg}{2k}}$$

Θέμα B_2



Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας ταλάντωσης είναι:

$$\frac{dE_{\tau\alpha\lambda}}{dt} = \frac{dW_{F\alpha\pi}}{dt} = F_{\alpha\pi}\cdot\frac{dx}{dt} = F_{\alpha\pi}\cdot u = -bu\cdot u = -bu^2 \quad (1)$$

Από τη σχέση (1) φαίνεται ότι ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας ταλάντωσης μηδενίζεται κάθε φορά που μηδενίζεται η ταχύτητα. Έτσι, από το σχήμα προκύπτει ότι ο δεύτερος μηδενισμός του ρυθμού μεταβολής της ενέργειας ταλάντωσης συμβαίνει τη στιγμή που ολοκληρώνεται η πρώτη ταλάντωση. Τη στιγμή αυτή έχουμε: A_1 $\quad E_1 = \frac{1}{2}DA_1^2$. Έτσι, το κλάσμα της αρχικής ενέργειας ταλάντωσης που έγινε θερμότητα είναι:

$$\frac{Q}{E_0} = \frac{E_0 - E_1}{E_0} = \lambda \Rightarrow E_0 - E_1 = \lambda E_0 \Rightarrow E_0 - \lambda E_0 = E_1 \Rightarrow (1-\lambda)E_0 = E_1$$

$$\Rightarrow (1-\lambda)\frac{1}{2}DA_0^2 = \frac{1}{2}DA_1^2 \Rightarrow (1-\lambda)A_0^2 = A_1^2 \Rightarrow (1-\lambda)A_0^2 = \left(A_0 e^{-\Lambda T}\right)^2 \Rightarrow$$

$$(1-\lambda)\cancel{A_0^2} = \cancel{A_0^2}\, e^{-2\Lambda T} \Rightarrow (1-\lambda) = e^{-2\Lambda T} \quad (\alpha)$$

Μετά από N ταλαντώσεις το πλάτος είναι A_N , $E_N = \frac{1}{2} D A_N^2$ (4)

$$E_N = \frac{1}{2} D (A_0 e^{-\Lambda N T})^2 \xrightarrow{(t=NT)} E_N = \frac{1}{2} D A_0^2 e^{-2\Lambda N T} \rightarrow E_N = E_0 e^{-2\Lambda N T}$$

$$\Rightarrow E_N = E_0 (e^{-2\Lambda T})^N \xrightarrow{(a)} \boxed{E_N = E_0 (1-\lambda)^N}$$

Θέμα B_3

$x_1 = A_1 \eta\mu(\omega t)$ $\qquad x_1 = \frac{A_1}{5}$

$x_2 = A_2 \eta\mu(\omega t + \pi)$

Επειδή, η διαφορά φάσης είναι π η σύνθετη ταλάντωση έχει πλάτος $A = |A_1 - A_2|$ και $E_{\tau\alpha\lambda} = \frac{1}{2} D |A_1 - A_2|^2 = \frac{1}{2} D (A_1 - A_2)^2$

Τη χρονική στιγμή t_1 η κινητική ενέργεια δίνεται από τη σχέση: $K = E_{\tau\alpha\lambda} - U$ κ ο λόγος $\frac{K}{E_{\tau\alpha\lambda}}$ γράφεται:

$$\frac{K}{E_{\tau\alpha\lambda}} = \frac{E_{\tau\alpha\lambda} - U}{E_{\tau\alpha\lambda}} \quad (1)$$

$U = \frac{1}{2} D x^2 = \frac{1}{2} D (x_1 + x_2)^2$ [Από αρχή επαλληλίας ισχύει $x = x_1 + x_2$]

$$U = \frac{1}{2} D \left(\frac{A_1}{5} + x_2\right)^2 \quad (2)$$

t_1 : $x_1 = \frac{A_1}{5} \Rightarrow A_1 \eta\mu(\omega t_1) = \frac{A_1}{5} \Rightarrow \eta\mu(\omega t_1) = \frac{1}{5}$

Ισχύει: $\eta\mu(\omega t_1 + \pi) = -\eta\mu(\omega t_1) = -\frac{1}{5}$

και $x_2 = A_2 \eta\mu(\omega t_1 + \pi) = A_2 \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{-A_2}{5}$ (3)

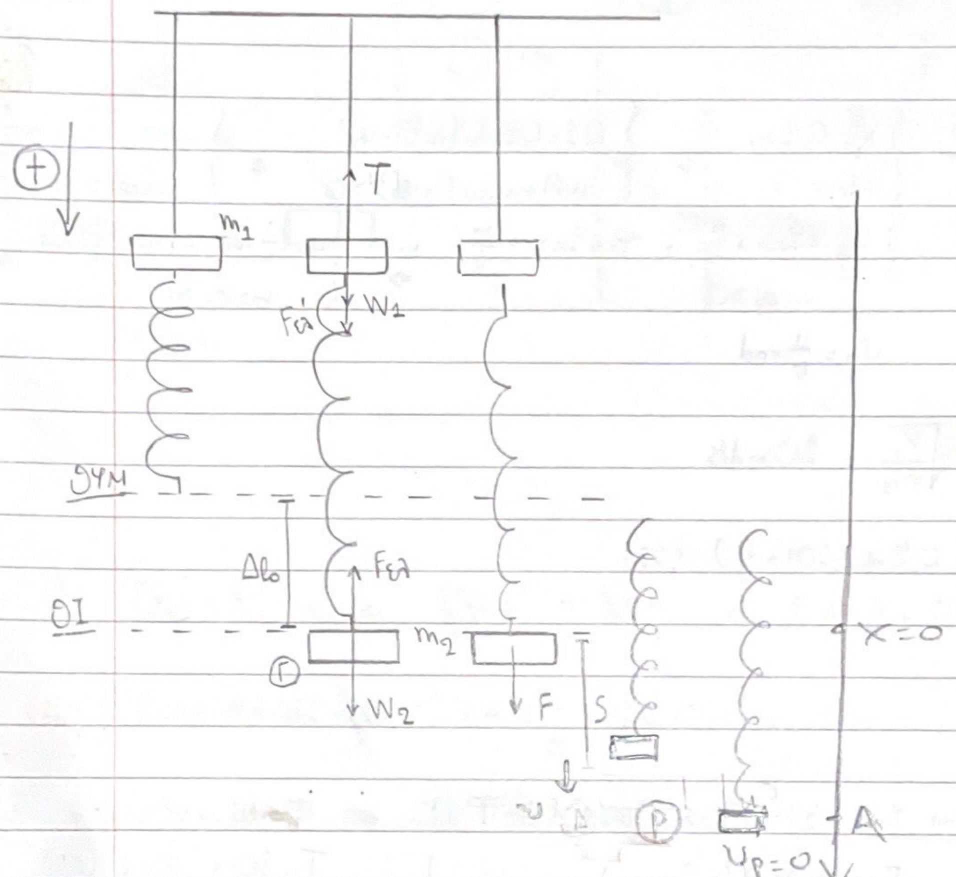
(2),(3) $U = \frac{1}{2} D \left(\frac{A_1}{5} - \frac{A_2}{5}\right)^2 = \frac{1}{2} D \frac{(A_1 - A_2)^2}{25} = \frac{1}{25} \left[\frac{1}{2} D (A_1 - A_2)^2\right] = \frac{1}{25} E_{\tau\alpha\lambda}$

$$\frac{K}{E_{\tau\alpha\lambda}} = \frac{E_{\tau\alpha\lambda} - U}{E_{\tau\alpha\lambda}} = \frac{E_{\tau\alpha\lambda} - \frac{E_{\tau\alpha\lambda}}{25}}{E_{\tau\alpha\lambda}} = \frac{E_{\tau\alpha\lambda}(1 - \frac{1}{25})}{E_{\tau\alpha\lambda}} = 1 - \frac{1}{25} \Rightarrow \boxed{\frac{K}{E_{\tau\alpha\lambda}} = \frac{24}{25}}$$

9ο Διαγώνισμα προσομοίωσης

(5)

Θέμα Γ



Γ1. ΘΙ: $\Sigma F_2 = 0 \Rightarrow W_2 = F_{ελ} \Rightarrow m_2 g = k\Delta l_0 \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{10}{100} = 0{,}1m$ (1)

$\Sigma W_F = E_{ταλ}$, $F \cdot S = \frac{1}{2} K A^2$

$20 \cdot 0{,}1 = \frac{1}{2} 100 A^2$

$4 = 100 A^2$

$0{,}2m = A$ (2)

6

$t_0=0$: $\begin{cases} x_\Delta = 0{,}1\,m \\ u_\Delta > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0{,}1 = 0{,}2\,\eta\mu(\omega\cdot 0+\varphi_0) \\ \omega A\,\sigma\upsilon\nu(\omega\cdot 0+\varphi_0) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \eta\mu\varphi_0 = \frac{1}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{6} \\ \sigma\upsilon\nu\varphi_0 > 0 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} \varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \text{ ή } \varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} \\ \sigma\upsilon\nu\varphi_0 > 0 \end{cases} \xRightarrow{\kappa=0} \begin{cases} \varphi_0 = \frac{\pi}{6}\,rad \text{ ή } \varphi_0 = \frac{5\pi}{6}\,rad \\ \sigma\upsilon\nu\varphi_0 > 0 \end{cases} \Rightarrow$

$\varphi_0 = \frac{\pi}{6}\,rad$

$\omega = \sqrt{\frac{K}{m_2}} = 10\,rad/s$

$x = 0{,}2\,\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)$ (SI)

Γ2.

<u>Σώμα Σ1:</u> $\Sigma F = 0 \Rightarrow W_1 + F_{\varepsilon\lambda}' - T = 0 \Rightarrow T = 20 + 10 + 100x \Rightarrow$

$T = 30 + 100x$ (SI)

$F_{\varepsilon\lambda}' = k(\Delta\ell_0 + x)$
$= 10 + 100x$

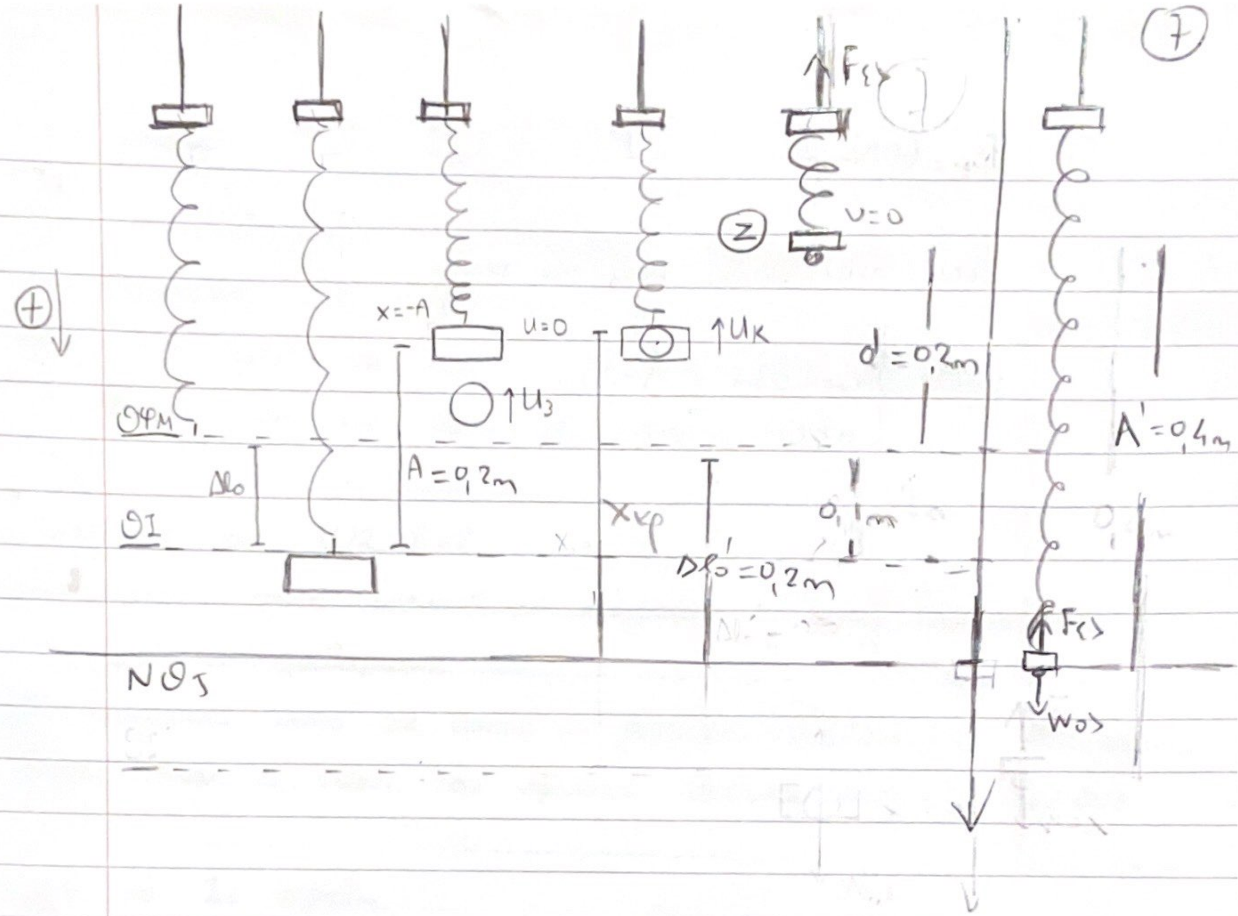
Γ3. $x_{\kappa\rho} = 0{,}2\cdot\eta\mu\left(10\cdot\frac{2\pi}{15} + \frac{\pi}{6}\right) = 0{,}2\cdot\eta\mu\left(\frac{8\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) = 0{,}2\,\eta\mu\left(\frac{9\pi}{6}\right) = 0{,}2\,\eta\mu\left(\pi + \frac{\pi}{2}\right)$
$= -0{,}2\,\eta\mu\frac{\pi}{2} = -0{,}2\,m$

$x_{\kappa\rho} = -A$ άρα $u_2 = 0\,m/s$

<u>ΑΔΟ</u>

$-m_3 u_3 = -(m_3 + m_2)u_\kappa \Rightarrow$

$u_3 = 2u_\kappa$ (1)



$E_{ΤΑΛ}' = 4E_{ΤΑΛ} \Rightarrow \frac{1}{2}DA'^2 = 4\cdot\frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow A' = 2A = 0{,}4m$

$X_{ΚΡ} = A + Δl_0' - Δl_0 = 0{,}2 + 0{,}2 - 0{,}1 = 0{,}3m$

$ΘΙ': ΣF = 0 \Rightarrow Δl_0' = \frac{(m_2+m_3)g}{K} = 0{,}2m$

ΑΔΕΤ

$K_{ΚΡ} + U_{ΚΡ} = E_{ΤΑΛ}' \Rightarrow$

$\frac{1}{2}m_{ολ}\cdot u_K^2 + \frac{1}{2}Dx_{ΚΡ}^2 = \frac{1}{2}DA'^2 \Rightarrow$

$2\cdot u_K^2 + 9 = 16 \Rightarrow$

$u_K = \sqrt{3{,}5}$ m/s

①: $u_3 = 2\sqrt{3{,}5}$ m/s

$K_3 = \frac{1}{2}m_3u_3^2 = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot(2\sqrt{3{,}5})^2 = 7J$

Το συσσώματωμα ανεβένοντας φτάνει στη θέση Ζ όπου η παραμόρφωση του ελατηρίου είναι 0,2 m, η $F_{ελ}$ έχει φορά προς τα πάνω και μέτρο $F_{ελ} = K \cdot d = 20N$

Το βάρος του Σ2 ειναι $w_2 = m_2 \cdot g = 20N$

Παρατηρώ ότι $w_2 = F_{ελ}$

τη στιγμη αυτή μηδενίζεται στιγμιαία η τάση του νήματος ωστοσο το νήμα δε χαλαρώνει

Κατεβένοντας προς τα κάτω το συσσωμάτωμα φτανει σε κάποια θέση όπου η τάση του νήματος αποκτα τιμή $T = T_{θρ} = 60N$

για το Σ1 έχουμε

$\Sigma F_1 = 0$, $T = w_2 + F_{ελ}'$

$60 = 60 + F_{ελ}'$

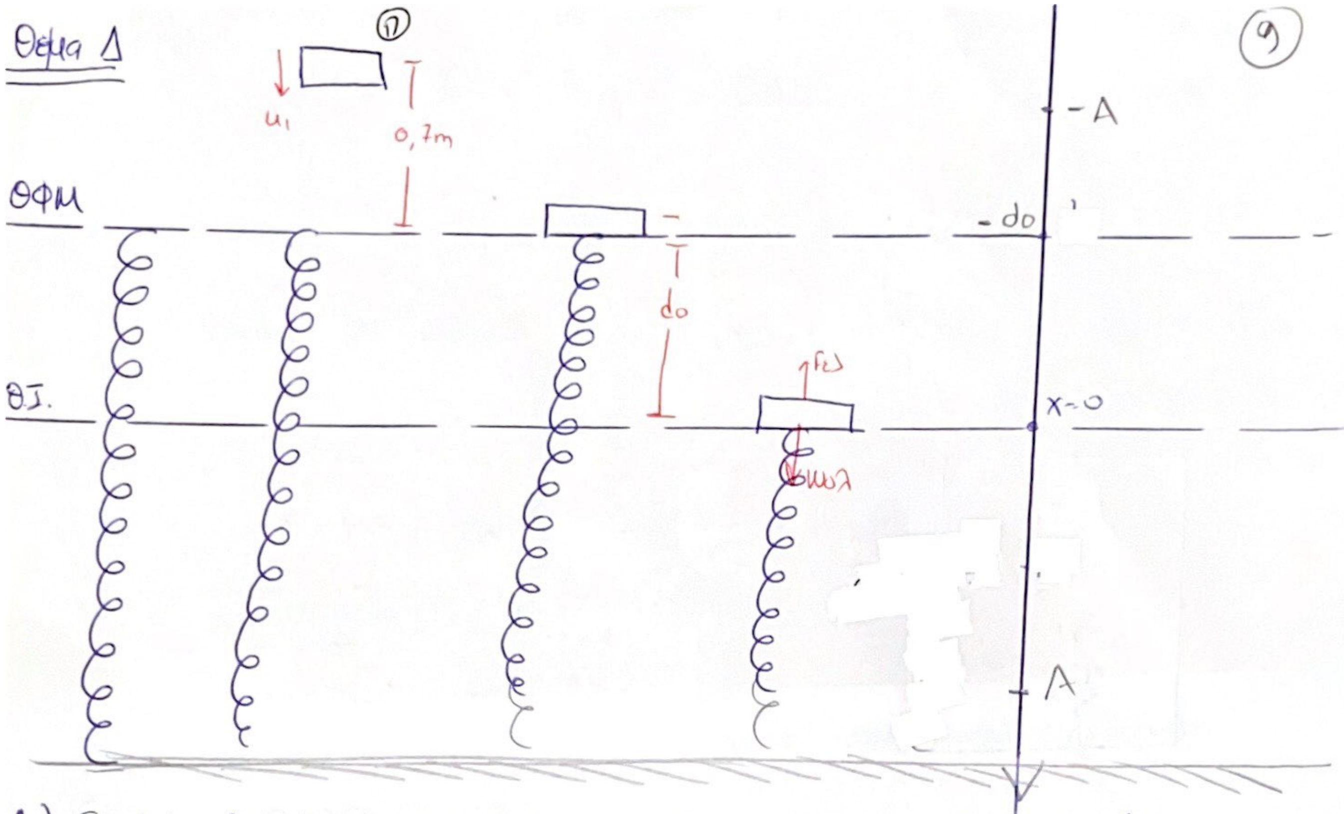
$40 = F_{ελ}'$

$40 = k \cdot \Delta l$

Στη θεση αυτή $\Delta l = \Delta l_0' + x$

$x = 0{,}2m$

Θέμα Δ



Δ1) Εφαρμόζω Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας από το Π έως το Λ

$$W_w + W_{F_{ελ}} = K_Λ - K_Π \Rightarrow w(0,7 + d_0 + A) + \left(0 - \frac{1}{2}k(d_0+A)^2\right) = 0 - \frac{1}{2} m u_1^2 \quad (1)$$

Υπολογισμός d_0

Θ.Ι. $\Sigma F = 0 \Rightarrow W_{ολ} = F_{ελ} \Rightarrow m_{ολ} \cdot g = k d_0 \Rightarrow 800 \cdot 10 = 16000 d_0 \Rightarrow d_0 = 0,5m \quad (2)$

$$(1),(2) \Rightarrow \cancel{800} \cdot 10(0,7 + 0,5 + A) - \frac{1}{2} \cdot \overset{20}{\cancel{16000}}(0,5 + A)^2 = -\frac{1}{2} \cdot \cancel{800} \cdot 1^2$$

$$\Rightarrow 10(1,2 + A) - 10(0,5 + A)^2 = -0,5 \Rightarrow 12 + 10A - 10(0,25 + A + A^2) = -0,5$$

$$\Rightarrow 12 + \cancel{10A} - 2,5 - \cancel{10A} - 10A^2 = -0,5 \Rightarrow 9,5 - 10A^2 = -0,5 \Rightarrow 10 = 10A^2$$

$$\Rightarrow \boxed{A = 1m}$$

Δ2) $t = 0$: $x = -d_0 = -0,5m$, $u > 0$

$1ημ(ω \cdot 0 + φ_0) = -0,5$	$ημφ_0 = -1/2$	$φ_0 = 11π/6$
$ωAσυν(ω \cdot 0 + φ_0) > 0$	$συνφ_0 > 0$	

$$ω = \sqrt{\frac{k}{m_{ολ}}} = \sqrt{\frac{16000}{800}} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$u = ωAσυν(ωt + 11π/6) = 2\sqrt{5} \cdot 1\,συν(2\sqrt{5}t + 11π/6)$$

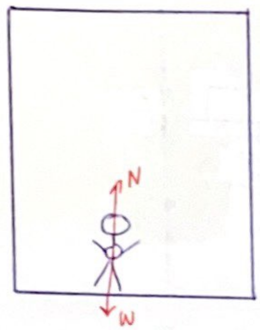
$$\boxed{u = 2\sqrt{5}\,συν(2\sqrt{5}\,t + 11π/6)} \text{ S.I.}$$

Δ3) Κάθε επιβάτης πραγματοποιεί ΑΑΤ ίδιας περιόδου, ίδιας γωνιακής συχνότητας με το συνολικό σώμα και η σταθερά ταλάντωσης είναι: 10

$$D_{επ} = m_{επ}\,\omega^2 = 100\cdot(5\sqrt{2})^2 = 100\cdot 20 = 2000\ N/m$$

Ο επιβάτης δέχεται συνισταμένη δύναμη η οποία ικανοποιεί τη συνθήκη

$$\Sigma F_{επ} = -D_{επ}\cdot x = -2000x$$



$$w_{επ} - N = -2000x \Rightarrow w_{επ} + 200x = N$$

$$\Rightarrow m_{επ}\cdot g + 2000x = N \Rightarrow \boxed{1000 + 2000x = N}$$

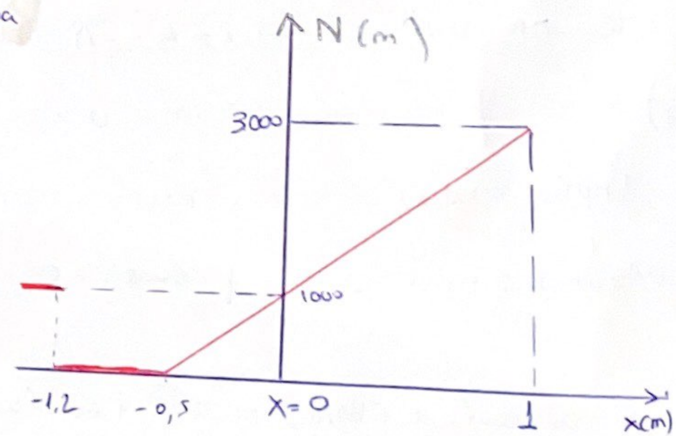
Δ4) για $x = 1m$: $\boxed{N_{max} = 3000\,N}$

Δ5) Πριν σπάσει το νήμα ο άνθρωπος πραγματοποιεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και δέχεται μηδενική συνισταμένη

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow W_{επ} - N = 0 \Rightarrow N = W_{επ} = 1000N$$

Μετά τη θραύση του νήματος επιβάτης και ανελκυστήρας κινούνται με την ίδια επιτάχυνση που είναι ίδια με την επιτάχυνση της βαρύτητας. Έτσι, ο επιβάτης δεν δέχεται δύναμη από τον ανελκυστήρα

$$N = \begin{cases} 1000 & x < -1{,}2m \\ 0 & -1{,}2m \le x < -0{,}5m \\ 1000 + 2000x & -0{,}5m \le x \le 1 \end{cases}$$



Δ6

Για το συνολικο σωμα ισχυει:

$\Sigma F = m_{o\lambda} \cdot a \Rightarrow W_{o\lambda} - F_{e\lambda} + F = m_{o\lambda} \cdot a \Rightarrow F = m_{o\lambda} \cdot a + F_{e\lambda} - W_{o\lambda}$

$\Rightarrow F = 800(-5) + k\Delta\ell - 800 \cdot 10 = -4000 + k\Delta\ell - 8000$ *

$\Rightarrow F = -12000 + k\Delta\ell \Rightarrow F = -12000 + 16000\Delta\ell \quad 0 \leq \Delta\ell < 1{,}5\,m$

Όταν ασκηθει η δυναμη F στον ανελκυστηρα επιβραδυνεται με σταθερη επιβραδυνση $5\,m/s$. Εχουμε:

$V = V_0 - at \Rightarrow \boxed{0 = V_0 - at}$ (α) οπου V_0 η ταχυτητα του ανελκυστηρα τη σαγμη που έρχεται σε επαφή με το ελατηριο.

Υπολογιζουμε την V_0 με ΘΜΚΕ

$W_{o\lambda} = \Delta K = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho} \Rightarrow m_{o\lambda} \cdot g \cdot 0{,}70 = \frac{1}{2} \cdot m_{o\lambda} \cdot V_0^2 - \frac{1}{2} m_{o\lambda} \cdot 1^2$

$\Rightarrow 7 = \frac{1}{2} V_0^2 - \frac{1}{2} \Rightarrow 14 = V_0^2 - 1 \Rightarrow V_0^2 = 15 \Rightarrow V_0 = \sqrt{15}\,m/s$ (β)

(α), (β) $\Longrightarrow 0 = \sqrt{15} - 5t \Rightarrow 5t = \sqrt{15} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{15}}{5}$

$S = V_0 \cdot t - \frac{1}{2} a t^2 = \sqrt{15} \cdot \frac{\sqrt{15}}{5} - \frac{1}{2} \cdot 5 \frac{\sqrt{15}^2}{5^2} = 3 - \frac{15}{25} \Rightarrow S = 3 - \frac{15}{10}$

$S = 1{,}5\,m$ *

Αρα ο θαλαμος σταματαει $1{,}5\,m$ χαμηλοτερα απο τη θεση φυσικου μηκους του ελατηριου. Κατα την κινηση αυτη ο ανθρωπος δεχεται συνισταμενη δυναμη:

$\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow W - N = ma \Rightarrow 1000 - N = 100(-5) \Rightarrow N = 1500\,N$